

UNIVERSIDAD DE SONORA

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

Posgrado en Nanotecnología

Tesis

Propiedades ópticas de algunos nanocristales fotónicos unidimensionales

Que para obtener el grado de:
Doctora en Nanotecnología

Presenta:

Margarita Franco Ortiz

Teniendo como Director y Co-Director a

Dr. Adalberto Corella Madueño (Director)

Dr. Juan Adrián Reyes Cervantes (Co-director)

Hermosillo, Sonora

Mayo 2018

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

VOTOS APROBATORIOS

DR. MARIO ENRIQUE ÁLVAREZ RAMOS
Coordinador de Posgrado en Nanotecnología

Por medio de la presente, nos permitimos informarle que los miembros del Jurado designado para revisar la Tesis de Doctorado: **Propiedades ópticas de algunos nanocristales fotónicos unidimensionales** presentada por:

Margarita Franco Ortiz

La han revisado y cada uno de los integrantes da su **VOTO APROBATORIO** ya que cumple con los requisitos para la obtención del Título de Doctorado en Nanotecnología:



Dr. Adalberto Corella Madueño (Director)



Dr. Juan Adrián Reyes Cervantes (Co-director)



Dr. Rodrigo Arturo Rosas Burgos



Dr. Arnulfo Castellanos Moreno



Dr. Carlos Gabriel Avendaño López (Externo)

Agradecimientos

En primer lugar, tengo que agradecer al director de tesis, Dr. Adalberto Corella Madueño, y al co-director, Juan Adrián Reyes Cervantes, por el tiempo y esfuerzo dedicado para concluir este trabajo.

A los miembros del comité de tesis, Dr. Rodrigo Arturo Rosas Burgos, Dr. Carlos Gabriel Avendaño López, y Dr. Arnulfo Castellanos Moreno por el tiempo para la revisión y valiosas contribuciones que hicieron para la mejora de este trabajo de tesis.

Al coordinador de posgrado en Nanotecnología, Dr. Mario Enrique Álvarez Ramos, y al Departamento de Física por las atenciones recibidas, por su infinito apoyo, por brindarme las condiciones necesarias para mi formación.

A TODOS mis profesores quienes siempre me brindaron asesoría, apoyo y amabilidad.

A mis compañer@s pero en especial al Dr. Héctor Antonio Villa Martínez por su gran compañerismo.

A la Universidad de Sonora por brindarme grandes oportunidades.

Al Sindicato de trabajadores académicos de la Universidad de Sonora (STAUS) por brindarme el apoyo económico para llegar a finalizar este trabajo.

A Dios por guiarme durante este tiempo en la universidad, por darme el privilegio de tener a mi familia a mi lado.

A mis amig@s que durante mi camino me brindaron su amistad y apoyo a pesar de mis ausencias.

A mi viejo! Guillermo un gran hombre que AMO y respeto, gracias por tu tiempo y paciencia.

Gracias!

Dedicatoria

Ohana, significa familia.

Y tu familia nunca te abandona ni te olvida.

Lilo&Stich

Con amor a mi FAMILIA.



"La gota de agua perfora la roca... No por su fuerza, sino por su constancia."

¡Mis padres el mejor ejemplo de ello! ¡Pienso en ustedes TODOS los días! ¡Los AMO!

Índice general

1. Sistemas con orden parcial	19
1.1. Cristales líquidos	19
1.1.1. Nemáticos	21
1.1.2. Colestéricos	23
1.1.3. Esméticos	24
1.2. Cristales Fotónicos	26
2. Modelo no lineal con potencial Seno-Gordon para un cristal fotónico unidimensional	30
2.1. Modelo de Kronig-Penney lineal	30
2.2. Modelo de Kronig-Penney no lineal	34
3. Saturación y estabilidad de un cristal fotónico no lineal	39
3.1. Cristales no lineales de una dimensión	39
3.1.1. Modelo de respuesta dieléctrica no lineal	40
3.1.2. Respuesta dieléctrica del cristal fotónico no lineal	43
3.2. Propagación de las ondas electromagnéticas	44
3.2.1. Cristal fotónico	44
3.2.2. Arreglo finito de placas no lineales	48
3.3. Estabilidad	52
4. Banda de reflexión óptica y sintonización en una estructura helicoidal artificial	57
4.1. Modelo Teórico	57
4.1.1. Efecto Pockels	57
4.1.2. Representación matricial 4x4	58
4.1.3. Tensor dieléctrico efectivo de un NMEQ	59
4.1.4. Solución de las ecuaciones electromagnéticas gobernantes	61

5. Conclusiones y comentarios finales	73
A. Reflectancias complementarias del cristal con potencial seno-Gordon	76
B. Dinámica no lineal del pulso perturbador a la estructura no lineal	79
C. Efecto Pockels	82
C.1. Efecto electro-óptico lineal	82
D. Material estructuralmente quiral	87
E. Artículos y Ponencia	88
E.1. 2012 Modelo no lineal de Sine Gordon para un cristal unidimensional.	90
E.2. 2015 Saturación y estabilidad de los cristales fotónicos no lineales.	91
E.3. 2017 Sintonización eléctrica de la estructura de la banda óptica de un medio nanocompuesto estructuralmente quiral.	92
E.4. EPISTEMUS	93
E.5. Journal of Physics: Condensed Matter	98
E.6. Journal of Modern Optics	110

Índice de figuras

1.1.	Ilustración de un sólido, un cristal líquido y un líquido. Un sólido tiene un orden orientativo, así como un orden de posición para las moléculas. Un cristal líquido tiene un orden de orientación solamente. Una fase líquida es isotrópica es decir, sin posición ni orden de orientación.	20
1.2.	Fórmula química de PAA (p-azoxianisol).	22
1.3.	Arreglo de moléculas en fase nemática (Los centros de masa de las moléculas están distribuidas aleatoriamente pero su dirección promedio preferencial de las moléculas está a lo largo de \hat{n}).	22
1.4.	Diagrama esquemático de un colestérico. El director \hat{n} cambia y tras un período espacial $L = \frac{p}{2}$ vuelve al inicio (teniendo en cuenta que \hat{n} y $-\hat{n}$ son indistinguibles).	23
1.5.	Moléculas en un esméctico <i>Tipo A</i> . Aquí d representa el grosor de cada período en la fase.	24
1.6.	Arreglo de moléculas en un esméctico <i>Tipo C</i> . Las moléculas están inclinadas con respecto al eje un ángulo promedio ω	25
1.7.	Torsión inducida en un esméctico <i>tipo C</i> debido a la presencia de un agente quiral.	26
1.8.	Esquema de un cristal fotónico 1D,2D y 3D. Los colores representan materiales con diferentes índices dieléctricos. Celda unitaria de tamaño constante.	28
2.1.	Modelo de cristal unidimensional (1D) infinito de Kronig-Penney.	31
2.2.	Gráfica de la Ec. (2.18), mostrando bandas permitidas (sombreadas) separadas por brechas prohibidas.	34
2.3.	. Gráfica que proporciona las soluciones del modelo de cristal unidimensional de Seno-Gordon: (a) con $A = 1$, $p = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5$. (b) $p = 2$, $A = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5$	36

2.4.	Gráfica del modelo de cristal tridimensional de Seno-Gordon: (c) con $p = 100$, en función de $z = ka$ y A . (d) Gráfica del valor absoluto de la Ec.(22) con $p = 20$, en función de $z = ka$ y A	37
2.5.	Superficies de nivel con $p = 20$, en función de $z = ka$ y A . Las regiones oscuras corresponden a las bandas permitidas.	38
3.1.	Esquema del modelo no lineal. El conjunto infinito de planos paralelos situados en $x = am$ representan las capas delgadas no lineales insertadas en un medio lineal cuyo índice de refracción es n_d . Aquí m es un número entero con el que enumeramos las películas no lineales y a denota la separación entre las capas adyacentes.	40
3.2.	Gráfica de la estructura de bandas de S como función de k . Las gráficas bidimensionales muestran la dependencia de S con el vector de onda adimensional k parametrizada con valores discretos de A , para valores específicos de Ω y Δ . Al lado derecho de cada una de las gráficas en 2D se muestran las gráficas correspondientes en tres-dimensiones para valores continuos de A	46
3.3.	Gráfica de la estructura de bandas de S como función de k . Las graficas bidimensionales muestran la dependencia de S en el vector de onda adimensional k parametrizada para valores discretos de A , para valores específicos de Ω y Δ . Al lado derecho de cada una de las gráficas en 2D se muestran las gráficas correspondientes en tres-dimensiones para valores continuos de A	47
3.4.	Reflectancia en función del número de onda k_0a y de la amplitud A para a) $\Omega = 0.0$, b) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.0$, c) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.8$, d) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 1.6$, e) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.0$, f) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.8$ y g) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 1.6$. Aquí, estamos considerando que $n = 1$ y $N = 2$ y se sumergen en aire. El índice de refracción del medio lineal se toma como $nd = 2.56$	51
3.5.	Resultados numéricos de las funciones dependientes del tiempo $Q(t)$ y $f(t)$. Las magnitudes de los parámetros se han elegido para mostrar la estabilidad de la solución no lineal. En este caso, $A = 2.9$, $u = -2.1$, $\alpha_s = 1$, $\alpha_o = 0.5$, $\theta = 1$, $k = 1$ para a) $\omega = 2$, b) $\omega = 3$, c) $\omega = 4$ y d) $\omega = 5$	53
3.6.	Resultados numéricos de las funciones dependientes del tiempo $Q(t)$ y $f(t)$. Las magnitudes de los parámetros se ha elegido para mostrar la estabilidad de la solución no lineal. Aquí, $u = -2.1$, $\alpha_s = 1$, $\theta = 1$, $k = 1$, para a) $A = 2.9$, $\omega = 1$, $\alpha_o = 0.5$, b) $A = 2.9$, $\omega = 3$, $\alpha_o = 1$, c) $A = 3.2$, $\omega = 5$, $\alpha_o = 0.5$ y d) $A = 1.0$, $\omega = 5$, $\alpha_o = 0.5$	54

3.7.	Resultados numéricos de las funciones dependientes del tiempo $Q(t)$ y $f(t)$. La magnitud de los parámetros se ha elegido para mostrar la estabilidad e inestabilidad de la solución no lineal. Aquí $A=2.9$, $\omega=3$, $u=-2.1$, $\vartheta=1$, $k=1$ for a) $\alpha_s = 1, \alpha_o = 0.5$, y b). $\alpha_s = 1, \alpha_o = 1$	55
4.1.	Esquema del nanocompuesto estructuralmente quiral $NMEQ$. El eje de inhomogeneidad y periodicidad de toda la estructura se elige paralelo al eje x . Aquí, p es el paso del sistema helicoidal y χ es el ángulo de inclinación del eje 3 del sistema de coordenadas locales con respecto al eje z	60
4.2.	Valores propios n_1 y n_2 como función de la longitud de onda. $f = 0$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 0$	64
4.3.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 5 \times 10^3$	65
4.4.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros. $f = 0$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 10 \times 10^3$	66
4.5.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.005$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 0$	67
4.6.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.005$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 5 \times 10^3$	67
4.7.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.005$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 10 \times 10^3$	68
4.8.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.01$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 0$	69
4.9.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.01$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 5 \times 10^3$	69
4.10.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.01$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 10 \times 10^3$	70
4.11.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.02$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 0$	71
4.12.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.02$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 5 \times 10^3$	72
4.13.	Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.02$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 10 \times 10^3$	72

- A.1. Reflectancia como función del número de onda k_0a y la amplitud de la onda incidente A para a) $\Omega = 0.0$, b) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.0$, c) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.8$, d) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 1.6$, e) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.0$, f) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.8$ y g) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 1.6$. Aquí, consideramos que $n = 2$ y $N = 3$ 77
- A.2. Reflectancia como función del número de onda k_0a y la amplitud de la onda incidente A para a) $\Omega = 0.0$, b) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.0$, c) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.8$, d) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 1.6$, e) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.0$, f) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.8$ y g) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 1.6$. Aquí, consideramos que $n = 3$ y $N = 4$ 78

Resumen

En este trabajo estudiaremos las propiedades ópticas de tres clases de cristales fotónicos nanoestructurados que permiten controlar las características de las señales electromagnéticas que se propagan en él. El primer sistema es un modelo para un cristal fotónico unidimensional formado por una sucesión de planos constituidos por material no lineal, inmersos en un medio lineal. Se obtiene analíticamente una versión generalizada, dependiente de la amplitud de la onda incidente, de la ecuación trascendente que caracteriza al modelo del cristal de Kronig-Penney, de donde se determina la estructura de las bandas de energía electrónica del cristal. Este modelo puede aplicarse a una versión finita del cristal, para un número limitado de capas alternadas de material lineal y no lineal para el cual se han calculado la reflectancia electrónica como una función de la intensidad de la onda incidente. Es posible construir un sistema con estas características alternando capas muy delgadas de material de materia blanda no lineal con capas sólidas más gruesas, con lo cual puede diseñarse un dispositivo para controlar la propagación de luz para intervalos de longitudes de ondas específicos e intensidades de la luz de la misma señal que se propaga.

Después consideramos un cristal fotónico unidimensional hecho de un conjunto infinito de celdas muy delgadas de cristal líquido nemático, no lineales, inmersas de forma alternada y equidistantes en un medio dieléctrico lineal. Mostramos que las soluciones exactas no lineales de este sistema forman una estructura de bandas fotónicas dependiente de la intensidad, la cual calculamos y analizamos. Después, consideramos una versión finita de este sistema, esto es, tomamos un conjunto finito de placas dieléctricas lineales del mismo tamaño separadas por las mismas placas nemáticas no lineales extremadamente delgadas y encontramos los coeficientes de reflexión para este arreglo, y obtenemos su dependencia del número de onda y de la intensidad de la onda incidente; también analizamos la estabilidad de las soluciones analíticas del cristal fotónico siguiendo la evolución de una amplitud aditiva a la solución analítica no lineal que hemos encontrado.

Finalmente, analizamos el control de bandas ópticas prohibidas para ondas electromag-

néticas propagándose axialmente en un medio nanocompuesto estructuralmente quiral bajo la influencia de un campo eléctrico de baja frecuencia (dc) alineado al mismo eje del medio estructurado. Este medio contiene inclusiones de nanoesferas metálicas (plata) distribuidas aleatoriamente cuyas propiedades pueden ser representadas por un tensor dieléctrico efectivo resonante. Este material estructuralmente quiral posee simetría local del grupo puntual $\bar{4}2m$, el cual presenta el efecto Pockels. Se establecen las ecuaciones de Maxwell en un arreglo matricial de 4×4 , calculamos los valores y vectores propios de la matriz en el sistema que gira junto con la estructura helicoidal, como una función del factor de llenado y del campo eléctrico. Encontramos que el ancho de la banda óptica prohibida del sistema periódico depende fuertemente del campo eléctrico de baja frecuencia aplicado, tal que éste es capaz de aumentar los anchos de banda de las bandas y subbandas generadas por la presencia de las inclusiones metálicas obtenidas para determinados valores del factor de llenado. El campo eléctrico aplicado además es capaz de abrir las bandas aún cuando inicialmente están cerradas. Notamos que, al incrementar el factor de llenado para ángulos de inclinación de la estructura quiral y el campo eléctrico fijos, las bandas se van abriendo y cerrando. Después, al cambiar el ángulo de inclinación y el campo eléctrico, las bandas se desplazan, se rompen y aparecen nuevas subbandas.

Introducción

En la actualidad se han realizado numerosos avances tecnológicos en la ciencia de materiales; un tema dominante que surge es el de las nanociencias y las nanotecnologías. El diseño y la fabricación de materiales artificiales, con nuevas e interesantes propiedades, han motivado que exista un creciente interés dentro de la comunidad científica en la investigación tanto teórica como experimental en esta rama de la ciencia.

El estudio teórico y experimental de fenómenos no lineales con ondas electromagnéticas propagándose en estructuras periódicas naturales y artificiales ha sido un tema de interés en la comunidad científica durante décadas. Los solitones ópticos aparecen en una estructura si las ondas no lineales que se propagan mantienen su forma mientras viajan a través del medio debido al equilibrio entre la dispersión y la no linealidad del medio. El análisis de solitones ópticos unidimensionales y multidimensionales en estructuras dieléctricas periódicas es un área en crecimiento debido a sus muchas propiedades y sus aplicaciones potencialmente útiles. En 1987, Chen y Mills [1] estudiaron solitones ópticos de onda estacionaria a través de superredes de longitud finita para radiación incidente cuya frecuencia se encuentra dentro de una banda prohibida. Se demostró que al iluminar este sistema, incrementando su potencia, el sistema puede cambiar de un estado con transmisión insignificante a otro con una transmisión casi completa. Posteriormente, un estudio cuidadoso [2, 3] exhibió la existencia de solitones ópticos no estacionarios en estructuras periódicas no lineales de Kerr a pesar de que la frecuencia de las ondas está dentro de la banda prohibida de la estructura periódica. Kozhekin y Kurizki [4] han investigado el comportamiento de estructuras periódicas compuestas por capas delgadas de sistemas resonantes de dos niveles separadas por capas dieléctricas no absorbentes de media longitud de onda, denominadas reflectores de Bragg que presentan reflexión selectiva; ellos mostraron que un pulso de transmisión puede producir transparencia auto-inducida en la banda prohibida de dichas estructuras. Se ha mostrado también [5] que esos sistemas producen una vasta familia de brechas de solitones brillantes y estables de ambos tipos: estacionarios y viajeros. Posteriormente se pronosticó que, dependiendo de

las condiciones iniciales, los solitones estables oscuros y brillantes para el mismo valor de los parámetros pueden mantenerse en estas estructuras [6]. Este estudio ha demostrado que, dependiendo de los valores de los parámetros, la frecuencia de la banda de solitones oscuros inactivos coexiste con una o dos bandas de solitones brillantes estables sin traslaparse. Además se analizó la estabilidad de las soluciones de solitones oscuros en función de pequeñas perturbaciones arbitrarias.

Se ha discutido la influencia del efecto Kerr de orden superior en bandas de energía en sólidos a intensidades extremas, pero por debajo de la aparición de daño inducido ópticamente [7]. Una estimación teórica para la aparición de desviaciones significativas del efecto Kerr óptico estándar predijo un cambio en el índice lineal con la intensidad. La óptica no lineal utiliza frecuentemente un desarrollo perturbativo de la dependencia de la polarización con el campo eléctrico externo. Este desarrollo se lleva a cabo típicamente hasta el cuarto orden, los términos de orden mayor se desprecian. Esta perturbación se rompe cuando las intensidades se aproximan al régimen del efecto túnel y una multitud de armónicos pueden aparecer en el proceso de generación de un armónico superior [8]. Aunque este proceso está comprendido y constituye la base de la física de los attosegundos [9], se conoce mucho menos la contraparte de autorefracción para la generación del armónico superior, es decir, el efecto Kerr de orden superior. Recientemente, se presentaron resultados experimentales [10] donde aparece el efecto Kerr de orden superior en los constituyentes de argón y aire. Este informe sobre la saturación de Kerr inició un polémico debate sobre las posibles consecuencias para la comprensión de la filamentación [11]. En [12, 13] se consideró un sistema periódico óptico formado por una sucesión infinita de interfaces no lineales de tipo Kerr modeladas individualmente por funciones deltas, sumergidas en un medio lineal huésped. En la primera referencia, el resultado principal corresponde al cálculo analítico de la estructura de bandas del sistema en función de la intensidad de la onda incidente, encontrando bandas prohibidas que se separan o estrechan en función de la intensidad del campo. En [13], Avendaño y Reyes centraron su investigación en el análisis de la estabilidad de las soluciones ópticas no lineales exactas del sistema considerando una perturbación armónica de las soluciones cuyas amplitudes están ligeramente por encima del umbral de la inestabilidad, demostrando que, para algunos intervalos de frecuencias, las ondas no lineales son estables de modo que se ajustan al comportamiento de solitones espaciales. Los autores propusieron que una estructura de este tipo puede construirse apilando celdas muy delgadas de cristal líquido nemático e insertando bloques sólidos más gruesos entre cada par de celdas. Por lo tanto, para un láser de baja potencia (por ejemplo He-Ne) se espera que el índice de refracción no lineal de las

péliculas sólidas sea despreciable en comparación con la de las placas nemáticas cuyo valor usual es más de ocho órdenes de magnitud mayor que la de un sólido [14, 15].

Los cristales fotónicos (CF) son estructuras dieléctricas periódicas que dan lugar a una estructura de bandas permitidas y prohibidas para los fotones. En las últimas décadas han atraído mucha atención debido a su capacidad para controlar la propagación de ondas electromagnéticas en aplicaciones potenciales [16, 17]. Es bien sabido que la variación periódica en el índice de refracción da lugar a las bandas electromagnéticas donde la propagación de la luz está prohibida para un rango de frecuencias específico. Medios continuos no homogéneos con variación helicoidal de la anisotropía dieléctrica a lo largo de un eje fijo, representan clases especiales de estructuras fotónicas unidimensionales que exhiben el fenómeno de Bragg, donde una onda plana polarizada circularmente con la misma quiralidad del medio, incidendo normalmente, se refleja altamente en un cierto régimen de longitud de onda, mientras que una onda similar, pero de la lateralidad contraria es completamente transmitida [18, 19]. El control del fenómeno de Bragg es altamente deseable para su implementación en dispositivos ópticos tales como pantallas de cristal líquido y ventanas reflectoras. Tipos especiales de estructuras helicoidales como los medios estructuralmente quirales (MEQ) han demostrado que la sintonización y la conmutación del régimen de Bragg puede lograrse aprovechando su alta susceptibilidad a los campos eléctricos externos de baja frecuencia [20, 21]. De hecho, en la Ref. [21], la incorporación del efecto Pockels en un medio estructuralmente quiral que posee simetría local del grupo puntual $\bar{4}2m$ muestra la apertura de una banda prohibida que filtra la polarización circular incluso cuando tal banda no existe en la ausencia del campo eléctrico de baja frecuencia.

Una forma alternativa para controlar las propiedades espectrales de los CF es dopándolos con sustancias que tienen una resonancia óptica extremadamente fuerte [22, 23, 24]. Esta gigantesca resonancia óptica se ha demostrado para un nanocompuesto que consiste en nanoesferas metálicas aleatoriamente dispersas en una matriz transparente, mientras que las propiedades ópticas de los materiales huéspedes carecen de propiedades resonantes [25, 26, 27]. Estos trabajos han demostrado la manifestación de efectos tales como la aparición de una banda fotónica prohibida adicional y la sensibilidad a la polarización de los espectros de cristales fotónicos. Una teoría de permitividad efectiva para caracterizar el nanocompuesto muestra que la resonancia dieléctrica de toda la estructura se debe a la resonancia plasmónica de nanopartículas cuya permitividad efectiva puede exceder hasta 10 en comparación con el mismo material sin las pequeñas inclusiones. La anchura y la frecuencia de la región de resonancia dependen del factor de llenado, la forma, el tamaño y la orientación espacial de las

inclusiones.

La posibilidad de combinar las características de resonancia de los materiales nanocompuestos con la dispersión óptica de las estructuras helicoidales proporciona una interesante herramienta para manipular el fenómeno circular de Bragg. En [28], se analizaron las propiedades espectrales para la propagación axial de ondas electromagnéticas a lo largo de un medio helicoidal nanocompuesto hecho de nanoesferas metálicas aleatoriamente dispersas en un material estructuralmente quiral (MEQ), que posee localmente una simetría del grupo puntual $\bar{4}2m$, cuyas propiedades dieléctricas pueden ser representadas por un tensor uniaxial efectivo resonante. Entre otras propiedades, se observa, en el intervalo visible del espectro electromagnético, la división de la banda prohibida y la creación de nuevas subbandas cuando la frecuencia de resonancia del medio compuesto se encuentra dentro de la banda prohibida sin inclusiones.

En el presente trabajo, ampliamos el análisis del sistema estudiado en la Ref. [28] tomando en cuenta el control eléctrico de la estructura de la banda electromagnética considerando que la estructura quiral nanocompuesta está bajo la influencia de un campo eléctrico de baja frecuencia (dc) alineado a lo largo del mismo eje del MEQ que exhibe el efecto Pockels, como se considera en la Ref. [21]. Nuestros resultados mostraron que el sistema estudiado es capaz de aumentar los anchos de banda de las dos sub-bandas prohibidas creadas por la presencia de las nanoesferas metálicas por arriba de un cierto valor del factor de llenado. Además, el campo eléctrico aplicado es incluso capaz de abrir una banda de reflexión aun cuando esta banda no existe en ausencia de campo.

Se revisaron las ecuaciones constitutivas de un MEQ que posee el efecto Pockels, seguido de una descripción de las ecuaciones básicas que rigen la propagación electromagnética axial a través de un medio lineal no magnético. Asimismo, se obtiene el tensor dieléctrico efectivo de la estructura nanocompuesta propuesta aquí. Además, contiene la solución analítica de las ecuaciones de onda electromagnética en el sistema de coordenadas que giran de la misma manera que lo hace la estructura helicoidal en función del campo eléctrico externo.

En esta tesis se presentan tres modelos de cristales fotónicos: dos con énfasis en las propiedades no lineales y el efecto de saturación y el otro en el efecto de contaminantes metálicos en sistemas quirales. En el primer modelo se realiza un estudio que abarca solamente las propiedades electrónicas del cristal unidimensional formado por una sucesión de planos constituidos por un material no lineal, inmersos en un medio lineal; el segundo modelo, considera un cristal fotónico unidimensional en el cual se muestra que las soluciones exactas no lineales forman una estructura de bandas dependiente de la intensidad de la onda incidente, encon-

trándose además los coeficientes de transmisión y reflexión óptica para una versión finita de este sistema; además, se lleva a cabo un análisis de la estabilidad de las soluciones analíticas no lineales del cristal. En el tercer modelo, analizamos el control de las bandas ópticas prohibidas para ondas electromagnéticas propagándose axialmente en un medio nanocompuesto estructuralmente quiral bajo la influencia de un campo eléctrico de baja frecuencia (dc) alineado al mismo eje de la estructura periódica. Este medio está hecho con inclusiones de nanoesferas metálicas (plata) distribuidas aleatoriamente en un material estructuralmente quiral cuyas propiedades dieléctricas pueden ser representadas por un tensor uniaxial efectivo resonante.

A continuación hacemos una semblanza del contenido de este trabajo en sus capítulos.

En el primer capítulo se da una breve introducción a los conceptos fundamentales concernientes a los cristales líquidos, los cristales fónicos y los materiales quirales entre otros.

En el segundo capítulo se estudia un sistema similar al propuesto en [12, 13], pero ahora en lugar de considerar una respuesta tipo Kerr en placas no lineales, se considera un cristal unidimensional constituido por un conjunto infinito de placas muy delgadas con respuesta no lineal del tipo seno Gordon, dispuestas de forma alternada y equidistantes en un medio dieléctrico lineal.

En el tercer capítulo, tratamos con un cristal fónico unidimensional hecho de un conjunto infinito de celdas muy delgadas de cristal líquido nemático, no lineales, inmersas, de forma alternada y equidistantes, en un medio dieléctrico lineal. Consideramos el proceso de saturación en la orientación de las moléculas del cristal líquido nemático debido a la acción de la alta intensidad de la onda electromagnética. De hecho, cuando el campo supera un determinado valor del umbral, las moléculas del nemático están completamente orientadas a lo largo del campo y la respuesta del material es lineal. Construimos un modelo teórico para una placa muy delgada del cristal líquido y derivamos un modelo analítico simplificado para el índice no lineal como una función del campo eléctrico, promediando su dependencia con la posición en una placa nemática relativamente delgada que es capaz de reproducir los comportamientos de baja intensidad y de saturación. Vale la pena señalar que, al considerar un cristal líquido como el medio activo de las capas no lineales, hacemos un análisis físicamente diferente al de la de Ref. [13]. De hecho, nuestro modelo muestra que la respuesta del cristal fónico es lineal para bajas intensidades, mientras que para intensidades grandes su polarización dieléctrica no se incrementa sin límite bajo la acción del campo eléctrico, en contraste con el modelo Kerr, pero tiende a un valor constante asintótico correspondiente a un

comportamiento de saturación. Cuando se alcanza este límite, el sistema resulta ser pasivo de nuevo, como lo es cuando la intensidad de campo es muy pequeña, con un índice de refracción diferente. A partir de la ecuación de onda y la condición de frontera periódica asociada para un cristal fotónico, se establece una relación de dispersión para describir la estructura de bandas. La resolvemos numéricamente y la graficamos para varias intensidades de las ondas electromagnéticas para estudiar su comportamiento. Después analizamos la versión finita de este cristal para lo cual lo limitamos a un número pequeño de placas no lineales. Luego, calculamos los espectros de reflectancia en función de la intensidad de la onda. Finalmente, analizamos la estabilidad de las soluciones exactas, en la estructura de bandas dependiente de la intensidad, mediante la inclusión y seguimiento de la evolución temporal de una pequeña perturbación aditiva a la solución analítica que encontramos, con una amplitud que está por encima del valor de activación umbral.

En el cuarto capítulo, consideramos el segundo sistema de estudio para lo cual analizamos el control de bandas ópticas para ondas electromagnéticas propagándose axialmente en un medio nanocompuesto estructuralmente quiral bajo la influencia de un campo eléctrico de baja frecuencia (dc) alineado al mismo eje del medio. Este medio contiene inclusiones de nanoesferas metálicas (plata) distribuidas aleatoriamente, cuyas propiedades pueden ser representadas por un tensor dieléctrico efectivo resonante. Este material estructuralmente quiral posee simetría local del grupo puntual $\bar{4}2m$, el cual presenta el efecto Pockels. Se establecen las ecuaciones de Maxwell en una matriz de 4×4 , calculamos los vectores y valores propios de la matriz correspondiente en el sistema que gira junto con la estructura helicoidal, como función del factor de llenado y del campo eléctrico. Encontramos que la separación de las bandas del sistema periódico dependen fuertemente del campo eléctrico de baja frecuencia aplicado que es capaz de aumentar los anchos de banda de las bandas y sub-bandas generadas por la presencia de las inclusiones metálicas con determinado factor de llenado. El campo eléctrico aplicado es capaz de abrir las bandas aún cuando inicialmente están cerradas. Notamos que al incrementar el factor de llenado, para ángulos de inclinación de la hélice y campo eléctrico fijos, las bandas se van modificando. Después, al cambiar el ángulo de inclinación y el campo eléctrico, las bandas se desplazan, se rompen y aparecen nuevas bandas.

En el último capítulo, se analizan y discuten los resultados obtenidos que nos lleva a un conjunto de conclusiones.

Capítulo 1

Sistemas con orden parcial

Los medios que discutiremos a continuación no son estrictamente cristales, a pesar de que esta palabra es parte de su nombre, porque no pertenecen al conjunto de redes de Bravais que constituyen un cristal. Sin embargo, ellos presentan propiedades de ordenamiento parcial que les otorgan propiedades similares a las de los cristales sólidos, las cuales se discuten en este capítulo.

1.1. Cristales líquidos

La mayoría de los materiales sólidos dan lugar a líquidos isotropos directamente al fundirse. Sin embargo, en algunos casos, se forman una o más fases intermedias, denominadas mesofases, donde el material tiene una estructura ordenada y al mismo tiempo la movilidad propia de un líquido. Los compuestos que tienen esta característica se denominan cristales líquidos (o mesógenos) Figura 1.1. El comportamiento de un compuesto como cristal líquido fue descrito por primera vez por el botánico austríaco F. Reinitzer (1857-1927) quien descubrió que el compuesto orgánico benzoato de colesterol poseía algo parecido a dos puntos de fusión [29, 30] el primero a 145°C , la temperatura de fusión ordinaria, donde ya el fluido era turbio pero perfectamente líquido, y el segundo punto a 179°C , en el que el fluido se hacía totalmente claro; este tipo de observaciones fueron corroboradas igualmente por el físico alemán O. Lehmann (1855-1922) quien además observó que, aparte de ser translúcidos, los materiales de este tipo poseían una propiedad típica de los sólidos cristalinos, la *birrefringencia* (este fenómeno consiste en que un rayo de luz incidente al atravesar el cuerpo considerado se desdobra en dos rayos luminosos de velocidades distintas). Esta propiedad indujo a Lehmann a denominarlos cristales líquidos a pesar de que conservan la imagen ca-

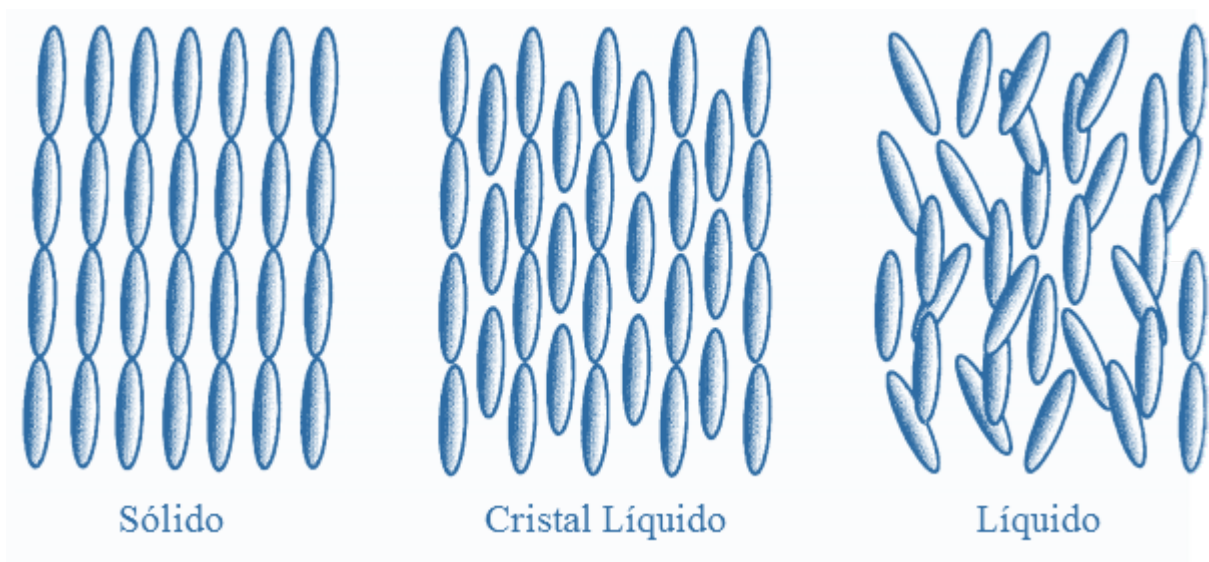


Figura 1.1: Ilustración de un sólido, un cristal líquido y un líquido. Un sólido tiene un orden orientativo, así como un orden de posición para las moléculas. Un cristal líquido tiene un orden de orientación solamente. Una fase líquida es isotrópica es decir, sin posición ni orden de orientación.

racterística de cualquier líquido, es decir, fluyen, forman gotas, se derraman, etc. Después, Friedel en 1922 propuso denominarlos estados mesomórficos o mesofases.

Se puede decir que se trata de un fenómeno supramolecular que se basa en la existencia de interacciones débiles entre las moléculas del tipo dipolo-dipolo o fuerzas de dispersión. Para que estas interacciones sean suficientemente importantes, generalmente es necesario que las moléculas tengan formas anisótropas, lo que da lugar a un empaquetamiento eficaz. De este modo, estas interacciones son suficientemente fuertes para mantener las asociaciones entre moléculas en una orientación preferente, sin pérdida de libertad para moverse, teniendo en cuenta que no se encuentran unidas por enlaces covalentes. Los complejos con comportamiento de cristal líquido suelen ser típicamente moléculas grandes, alargadas y rígidas. Esta forma alargada hace que las moléculas se coloquen paralelamente, pero al mismo tiempo, con la libertad de poder desplazarse las unas respecto a las otras a lo largo de sus ejes. Los cristales líquidos son anisótropos dada su ordenación. Los materiales anisótropos tienen propiedades que dependen de la dirección en que se miden. La viscosidad de estos compuestos es menor en la dirección paralela al eje de las moléculas [31].

Estas moléculas grandes y alargadas necesitan menos energía para deslizarse unas respecto a las otras a lo largo de sus ejes que para moverse lateralmente. Los materiales isotrópicos son materiales cuyas propiedades no dependen de la dirección en que se miden. Por ejemplo,

los líquidos normales son isótropos: sus viscosidades son las mismas en cualquier dirección. Los cristales líquidos se convierten en líquidos isótropos cuando se calientan por encima de una temperatura característica, ya que entonces las moléculas tienen la suficiente energía para superar las atracciones que restringen su movimiento.

Aunque en la literatura existen diferentes tipos de cristales líquidos, según la disposición de sus moléculas, aquí se describen brevemente sólo los tres tipos principales: *nemáticos*, *colestéricos* y *esmécticos* [32, 33, 34]. Las moléculas en cada una de estas mesofases se ordenan en tal forma que el sistema presenta un orden orientacional manifestado por una dirección promedio en la cual están orientados localmente los ejes moleculares. Esta orientación preferencial se describe macroscópicamente por un vector unitario comúnmente llamado *director* \hat{n} y representa la orientación promedio de alineamiento de las moléculas de la muestra.

En particular, los cristales líquidos (CLs) son materiales electro-ópticos bien establecidos que pueden sintonizarse por medio de la presión, el calor y el campo eléctrico o magnético aplicado. Su incorporación dentro de un cristal fotónico es de particular interés por la posibilidad de sintonizar selectivamente bandas ópticas prohibidas [35].

1.1.1. Nemáticos

Estos cristales líquidos preservan un orden orientacional pero presentan desorden posicional, es decir, sus moléculas se mantienen en promedio apuntado en una dirección promedio \hat{n} (vector director), aunque cada molécula tiene la libertad de vibrar térmicamente en torno al director. No presentan orden posicional debido a que el centro de masa de sus moléculas tienen la libertad de desplazarse arbitrariamente. En otras palabras, este sistema es invariante ante traslaciones arbitrarias y rotaciones alrededor del eje óptico (Figura 1.3).

Las características principales de los cristales líquidos nemáticos se enuncian a continuación.

- La posición de los centros de gravedad de las moléculas son totalmente aleatorias y, en consecuencia, presentan solamente una dispersión difusa en el patrón de difracción de rayos x. Las correlaciones en la posición entre los centro de gravedad de las moléculas vecinas son similares a las existentes en líquidos isotrópicos convencionales [32]. De hecho, los nemáticos fluyen como líquidos isotrópicos. Un nemático termotrópico típico es el PAA (p-azoxianisol), con fórmula química está representada en la Figura 1.2.

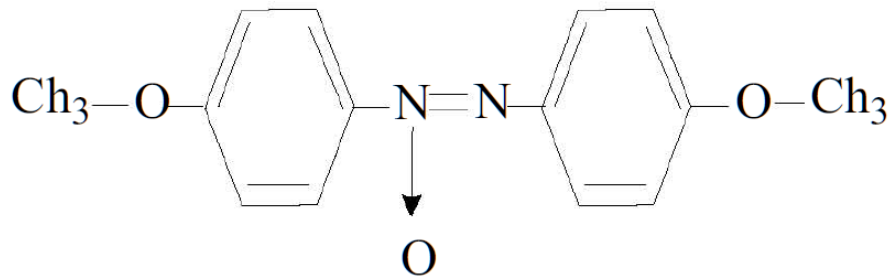


Figura 1.2: Fórmula química de PAA (p-azoxianisol).

- Las moléculas de los nemáticos preservan orden en su dirección, ya que tienden a estar paralelas a un eje común, el cual es representado por el vector director \hat{n} . Un nemático es un medio uniaxial debido a que tiene su eje óptico a lo largo de la dirección del vector director \hat{n} . En todos los casos conocidos existe simetría rotacional completa alrededor del director.

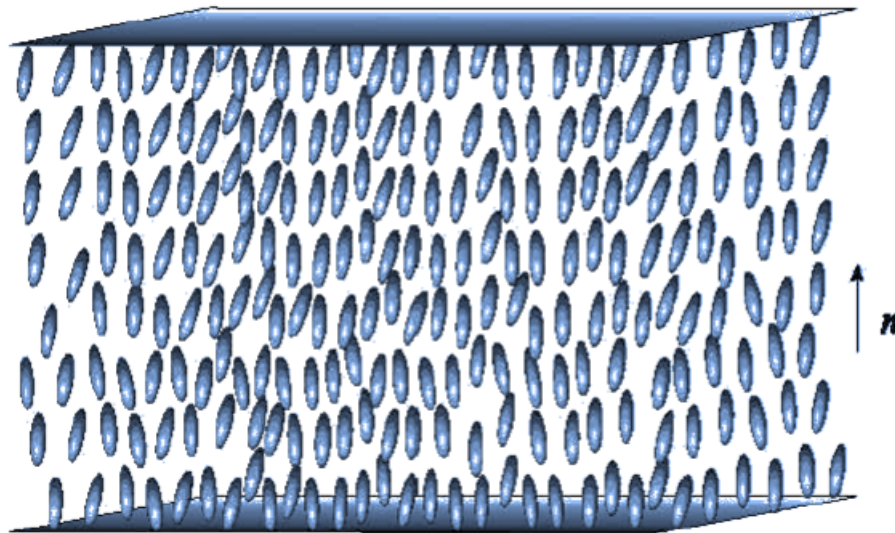


Figura 1.3: Arreglo de moléculas en fase nemática (Los centros de masa de las moléculas están distribuidas aleatoriamente pero su dirección promedio preferencial de las moléculas está a lo largo de \hat{n}).

- La dirección del vector director \hat{n} es arbitraria en el espacio; pero en la práctica es posible controlar esta dirección por medio de condiciones de frontera de las paredes del contenedor, o mediante la influencia de campos externos.

- Debido a la simetría molecular y al hecho de que sus moléculas son no polares, los estados del director \hat{n} y $-\hat{n}$ son indistinguibles. Es decir, un nemático es considerado centrosimétrico.
- La fase nemática ocurre sólo en materiales aquirales, es decir, estos materiales no distinguen entre derecha e izquierda ante una reflexión especular, lo que da lugar a que cada molécula constituyente es idéntica a su imagen en un espejo. Esta mesofase debe su fluidez a la facilidad con la que las moléculas pueden deslizarse unas sobre otras manteniéndolas paralelas.

1.1.2. Colestéricos

Localmente la estructura de un cristal líquido colestérico es muy parecida a la de un nemático, las moléculas tienden a alinearse en una dirección común. Los centros de gravedad de las moléculas están completamente desordenados mientras que sus orientaciones se concentran preferentemente en torno a un eje marcado por el director \hat{n} . Sin embargo, éste no es constante en el espacio (como ocurre en la fase nemática), pues adopta una configuración helicoidal donde el director tiende a girar espontáneamente en torno al eje perpendicular [36]. Como se muestra en la figura 1.4. El giro puede ser derecho o izquierdo dependiendo de la conformación molecular, pudiendo tener lateralidad izquierda o derecha. Una característica importante de la fase colestérica es el *paso* p de la hélice (*pitch*) que se define como la distancia que requiere el director para dar una vuelta completa a la hélice. Debido a la equivalencia entre \hat{n} y $-\hat{n}$, el sistema es periódico con período espacial L igual a la mitad del paso, $L = p/2$.

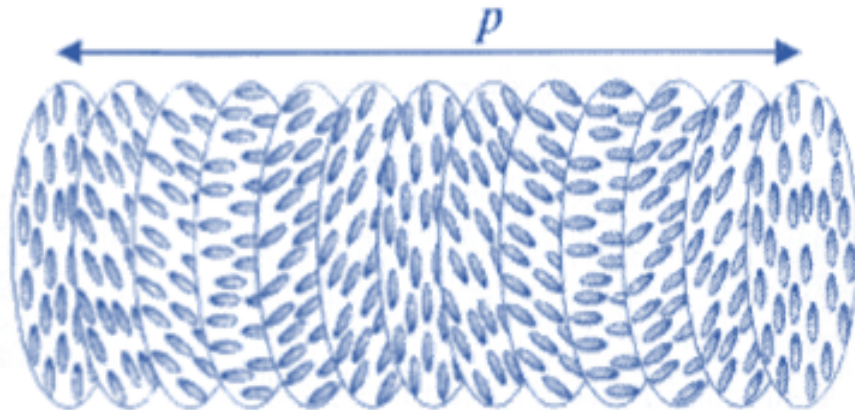


Figura 1.4: Diagrama esquemático de un colestérico. El director \hat{n} cambia y tras un período espacial $L = \frac{p}{2}$ vuelve al inicio (teniendo en cuenta que \hat{n} y $-\hat{n}$ son indistinguibles).

Haciendo el eje de la hélice coincidir con el eje z , tenemos la siguiente expresión para \hat{n}

$$\begin{aligned}n_x &= \cos(q_0 z + \phi) \\n_y &= \sin(q_0 z + \phi) \\n_z &= 0\end{aligned}\tag{1.1}$$

donde q_0 está relacionado con el *paso* o periodo espacial $p = \frac{2\pi}{q_0}$ de la hélice y ϕ es una fase arbitraria que depende de las condiciones de frontera.

1.1.3. Esmécticos

Reconocidos por primera vez por G. Friedel [37], los esmécticos son estructuras con cierto orden posicional que presentan una estructura en capas de espaciamiento bien definido. Para un material dado, la fase esméctica siempre ocurre a una temperatura inferior a la fase nemática. Aunque pueden observarse algunas variantes, los cristales líquidos esmécticos se clasifican en tres tipos principales: esmécticos *tipo A*, *tipo B* y *tipo C*.

Esméctico A

- Presenta una estructura en capas (planos xy) con grosor cercano a la longitud de las moléculas que lo constituyen como se puede observar en la figura 1.5.

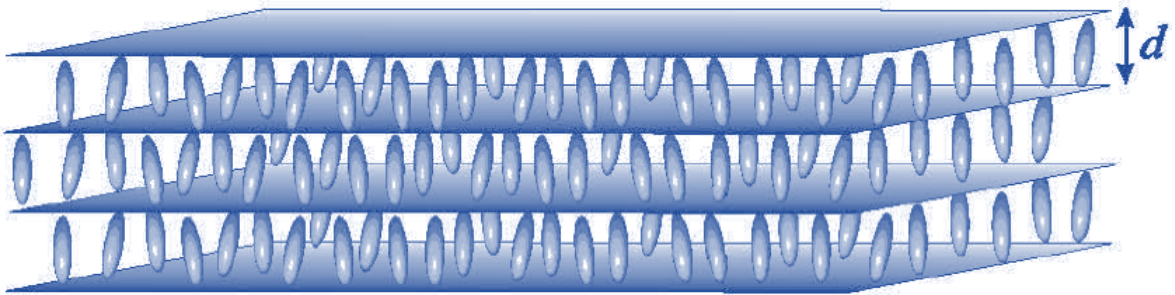


Figura 1.5: Moléculas en un esméctico *Tipo A*. Aquí d representa el grosor de cada periodo en la fase.

- Cada capa es un líquido bidimensional ($2D$) y no muestra un orden de largo alcance dentro de la capa. El orden se presenta de manera unidimensional ($1D$) en la dirección perpendicular de las capas.

- El sistema es ópticamente uniaxial, con el eje óptico perpendicular a los planos que limitan las capas, es decir, el eje z .
- Las direcciones z y $-z$ son equivalentes.

Esmético C

- Cada capa es un líquido ($2D$)
- El material es ópticamente biaxial [38], esto debido a que el eje de las moléculas está inclinado un ángulo promedio ω con respecto al eje z (figura 1.6), en el plano xz , dando origen a un tensor dieléctrico con dos ejes principales en el plano xz perpendiculares entre ellos y perpendiculares a su vez al eje y . El espesor de las capas se reduce a $d = l \cos \omega$.
- si adicionalmente se agregan moléculas que tienen actividad óptica, la estructura se distorsiona; la dirección que representa la inclinación promedio preceda alrededor del eje z , obteniendo una configuración de hélice (figura 1.6).

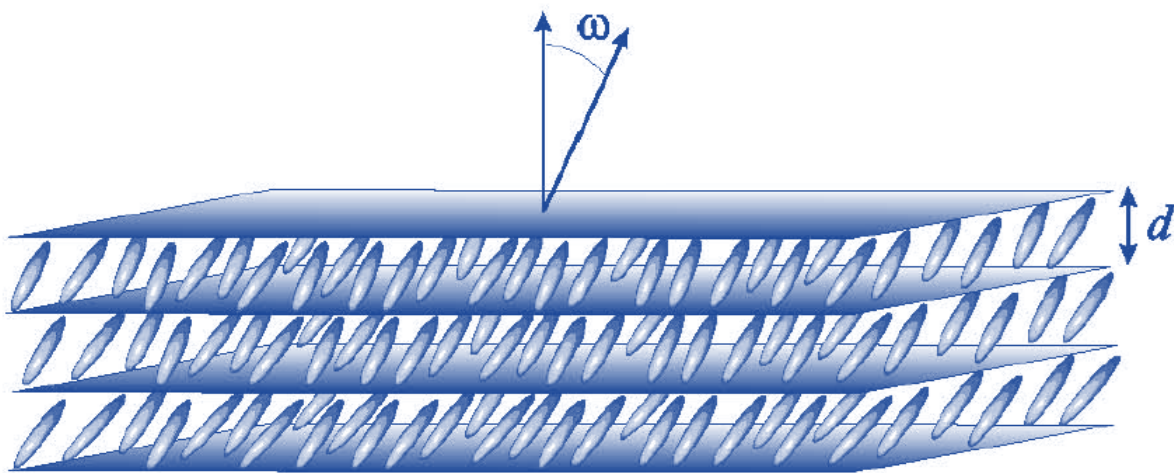


Figura 1.6: Arreglo de moléculas en un esmético *Tipo C*. Las moléculas están inclinadas con respecto al eje un ángulo promedio ω .

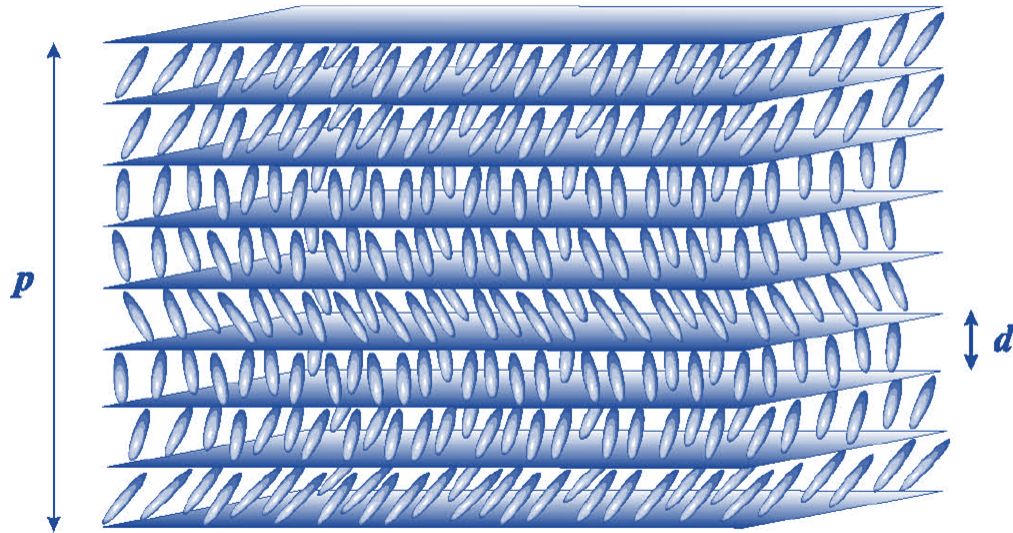


Figura 1.7: Torsión inducida en un esméctico *tipo C* debido a la presencia de un agente quiral.

Esméctico B

Este tipo difiere de los A y C en que las moléculas muestran dentro de cada capa una cierta estructura periódica y una mayor rigidez en comparación con los anteriores. Aquí las moléculas tienden a arreglarse dentro de un plano en un patrón de hexágonos y se dice que exhiben orden orientacional de ligaduras de largo alcance. Existen otros tipos de cristales líquidos esmécticos también se identifican por su orientación y se denominan *D, E, F, G*, etc., pero sus estructuras están poco estudiadas.

1.2. Cristales Fotónicos

Una red cristalina resulta cuando un bloque básico, pequeño de átomos o moléculas se repite en el espacio. Por lo tanto un cristal presenta un potencial periódico a un electrón que se propague a través del cristal, y la geometría del cristal dicta en gran medida las propiedades de conducción del mismo. En particular, la red puede introducir brechas dentro de la estructura de bandas del cristal, de tal forma que los electrones no pueden propagarse con cierta energía en determinadas direcciones. Si el potencial de la red es suficientemente grande, la brecha se puede extender a todas las direcciones, resultando en una *banda prohibida completa*. Por ejemplo, un semiconductor tiene una banda prohibida entre la banda de valencia y la de conducción.

La analogía óptica de los cristales electrónicos, son los cristales *fotónicos*, en los cuales el potencial periódico se debe a una red macroscópica de materiales dieléctricos o metálicos en lugar de átomos. Si las constantes dieléctricas de los materiales dentro del cristal son lo suficientemente diferentes y la absorción de la luz por el material es mínima, el espaciamiento en las interfases puede producir los mismos fenómenos para fotones, de la misma forma que un potencial atómico lo hace para electrones.

Los cristales fotónicos (CFs) son materiales compuestos, espacialmente periódicos, que pueden exhibir brechas en la banda fotónica (BF) para la propagación de la luz, los cuales han llegado a un estado maduro de desarrollo con sus propiedades ópticas bien conocidas y con muchas posibles aplicaciones [39, 40, 41], debido a que su característica principal es su estructura periódica que, desde el punto de vista óptico, puede estar en una, dos o tres dimensiones (Figura 1.2) [42].

La mayor parte de las investigaciones en esta área se refieren a CFs cuyas características están fijas, es decir, una vez que se han fabricado no hay posibilidad de alterar su respuesta óptica. Sin embargo, una tendencia reciente se refiere a CFs activos que por medio de algún agente externo pueden cambiarse sus propiedades ópticas de forma continua y reversible. Esto podría dar lugar a guías de ondas ópticas sintonizables, interruptores, limitadores y polarizadores, redes ópticas reconfigurables, e interconexiones electro-ópticas en la microelectrónica. Podemos clasificar a los CFs sintonizables de acuerdo a dos grandes categorías: para una de ellas, un agente externo causa cambios estructurales sin alterar las constantes dieléctricas de los materiales constituyentes; en la otra categoría, la configuración del CF permanece igual y es una propiedad material del CF la que es afectada por el agente externo. Se ha realizado la sintonización estructural por medio de tensión mecánica aplicada a un ópalo polimérico de esferas a escala nonométrica; aplicando un campo eléctrico a un cristal fotónico sobre un sustrato piezoeléctrico; mediante la incorporación de diodos en una estructura 2D de alambres; y aplicando un campo magnético a partículas magnéticas distribuidas periódicamente [43, 44, 45]. Por otro lado, la sintonización a través de la alteración de alguna propiedad del material involucra la incorporación de algún material ferroeléctrico o ferromagnético en el CF para ser sintonizado por un campo eléctrico o magnético externo, respectivamente [46, 47].

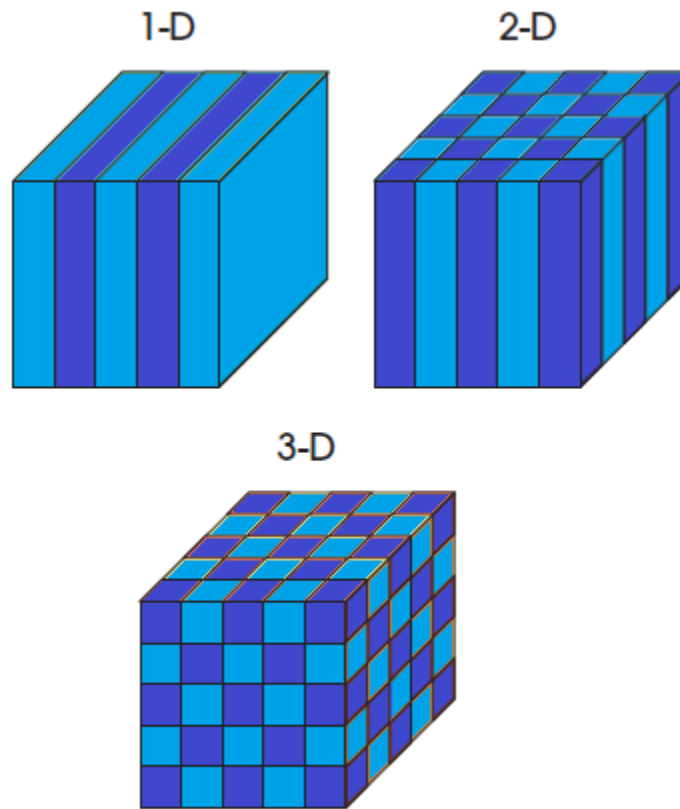


Figura 1.8: Esquema de un cristal fotónico 1D,2D y 3D. Los colores representan materiales con diferentes índices dieléctricos. Celda unitaria de tamaño constante.

Los parámetros que definen un cristal fotónico, y que determinarán sus propiedades, son la geometría o estructura cristalina, la topología, el contraste de índices y el factor de llenado:

- *Estructura cristalina*, el modo en que modulamos el índice de refracción ya sea en una, dos o tres dimensiones del espacio. Podemos tener, por ejemplo, estructuras triangulares, cuadradas, etc. (en dos dimensiones) o con simetría fcc, bcc o diamante (en tres dimensiones).
- *Topología*, una vez diseñada la estructura es muy importante cómo se realice la modulación periódica teniendo en cuenta la disposición de los centros dispersores (zonas con alto índice de refracción).
- *Contraste de índices*, es decir, la razón entre el índice de refracción mayor y el menor. Cuanto mayor sea dicho contraste más acusadas serán las propiedades fotónicas,

pudiéndose calcular un valor límite inferior por debajo del cual no se abrirá ninguna banda prohibida y que dependerá del tipo de estructura.

- *Factor de llenado*, que está relacionado con la topología y que se define como el cociente entre el volumen del material de alto índice y el volumen total. Las propiedades fotónicas variarán con el factor de llenado para la misma estructura y la misma topología.

Capítulo 2

Modelo no lineal con potencial Seno-Gordon para un cristal fotónico unidimensional

2.1. Modelo de Kronig-Penney lineal

El modelo de Kronig-Penney (KP) es un modelo que describe los estados de energía de un electrón perteneciente a un cristal, para ello se supone que la estructura cristalina configura un potencial periódico de cambios abruptos que, si bien es hipotético, es de gran utilidad para entender el comportamiento de un sistema periódico. El modelo KP es una aproximación al comportamiento real de los electrones en el cristal y toma en cuenta la periodicidad de la estructura cristalina de los sólidos; el potencial periódico real debido a los iones en la red cristalina se simplifica del espacio tridimensional (3D) al unidimensional (1D) considerando una sucesión periódica de pozos y barreras rectangulares unidimensionales, donde el centro de cada pozo corresponde a la posición que ocupa cada uno de los iones en la red (Figura 2.1).

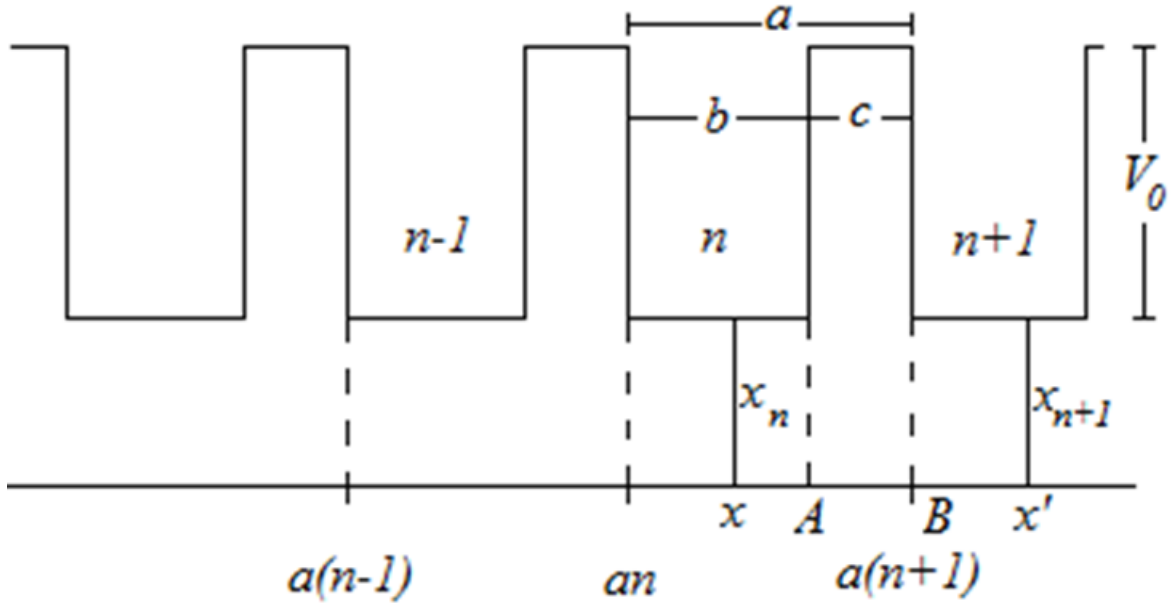


Figura 2.1: Modelo de cristal unidimensional (1D) infinito de Kronig-Penney.

La posición de un punto x en el pozo n es x_n , medida desde la pared izquierda de este pozo: $x_n = x - na$. El punto B tiene la coordenada $x_n = a$, que equivale a $x(n+1) = 0$; a representa la constante de red del cristal y es la distancia entre una pareja de iones sucesivos en la red. La ecuación de Schrödinger correspondiente para este sistema está dada por [48]

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V(x) \psi = E \psi$$

Los potenciales en los pozos son cero $V(x) = 0$, y en las barreras es diferente de cero, es decir $V(x) = V_0$. La función de onda electrónica dentro del pozo n es:

$$\psi_n = A_n \text{sen} k x_n + B_n \text{cos} k x_n, \quad 0 \leq x_n \leq b \quad (2.1)$$

y dentro de la barrera n :

$$\psi_n = A'_n \text{senh} q(a - x_n) + B'_n \text{cosh} q(a - x_n), \quad b \leq x_n \leq a \quad (2.2)$$

donde

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \text{y} \quad q^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E) \quad (2.3)$$

La función de onda dentro del pozo $n+1$:

$$\psi_{n+1} = A_{n+1}\text{sen}kx_{n+1} + B_{n+1}\text{cos}kx_{n+1} \quad 0 \leq x_{n+1} \leq b \quad (2.4)$$

La función de onda y su derivada deben ser continuas en el punto A ($x_n = b$; $a - x_n = c$):

$$\begin{aligned} A_n\text{sen}kb + B_n\text{cos}kb &= A'_n\text{sen}hq + B'_n\text{cos}hq \\ k[A_n\text{cos}kb - B_n\text{sen}kb] &= -q[A'_n\text{cos}hq + B'_n\text{sen}hq] \end{aligned} \quad (2.5)$$

y también en el punto B ($x_n = a$; $x_{n+1} = 0$):

$$\begin{aligned} B'_n &= B_{n+1} \\ -qA'_n &= kA_{n+1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sustituyendo las Ecs. (2.6) en las Ecs. (2.5) se llega a:

$$\begin{aligned} A_n\text{sen}kb + B_n\text{cos}kb &= -\left(\frac{k}{q}\right)A_{n+1}\text{sen}hq + B_{n+1}\text{cos}hq \\ A_n\text{cos}kb - B_n\text{sen}kb &= A_{n+1}\text{cos}hq - \left(\frac{q}{k}\right)B_{n+1}\text{sen}hq \end{aligned} \quad (2.7)$$

Para simplificar la solución del sistema de Ecs. (2.7) pasamos al límite $V_0 \rightarrow \infty$ y simultáneamente las barreras se hacen más y más estrechas, $c \rightarrow 0$, de tal manera que el producto cV_0 permanece constante, obtenemos así una sucesión periódica de potenciales delta repulsivos tipo peine de Dirac (la función peine de Dirac δ_T es una distribución periódica de deltas de Dirac espaciadas T y se representa por $\delta_T = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ a esta función también se le conoce como tren de impulsos unitarios), para los cuales la ecuación de Schrödinger adopta la forma

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{\hbar^2\lambda}{ma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - na) \psi = E\psi \quad (2.8)$$

En este límite las Ecs. (2.7) se reducen a:

$$\begin{aligned} A_n\text{sen}ka + B_n\text{cos}ka &= B_{n+1} \\ A_n\text{cos}ka - B_n\text{sen}ka &= A_{n+1} - \left(\frac{2\lambda}{ka}\right)B_{n+1} \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde λ es un parámetro adimensional real y positivo tal que $cV_0 = \frac{\hbar^2\lambda}{2m}$.

Proponemos una solución de la forma:

$$A_n = c_1 f^n \quad \text{y} \quad B_n = c_2 f^n \quad (2.10)$$

Sustituyendo las Ecs. (2.10) en las Ecs. (2.9) se obtiene:

$$\begin{aligned} c_1 \operatorname{sen}ka + c_2 (\operatorname{cos}ka - f) &= 0 \\ c_1 (\operatorname{cos}ka - f) - c_2 \left(\operatorname{sen}ka - \frac{2\lambda}{ka} f \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Para que existan soluciones con $c_1, c_2 \neq 0$, se requiere que el determinante del sistema se anule. Esta condición conduce a:

$$f^2 - 2f \operatorname{cos}\chi a + 1 = 0 \quad (2.12)$$

donde

$$\operatorname{cos}\chi a \equiv \operatorname{cos}ka + \frac{\lambda}{ka} \operatorname{sen}ka \quad (2.13)$$

Las soluciones de la Ec. (2.12) son:

$$f = e^{\pm i\chi a} \quad (2.14)$$

las cuales sustituidas en las Ecs. (2.11) dan:

$$c_1 = c_2 \frac{f - \operatorname{cos}ka}{\operatorname{sen}ka} = A \frac{f - \operatorname{cos}ka}{\operatorname{sen}ka}; \quad A = c_2$$

Para electrones desplazándose hacia la derecha se tiene:

$$A_n = A \frac{f - \operatorname{cos}ka}{\operatorname{sen}ka} e^{i\chi na} \quad \text{y} \quad B_n = A e^{i\chi na} \quad (2.15)$$

La sustitución de estos valores en la Ec. (2.1) da como resultado una función de onda de Bloch:

$$\psi_n = A e^{i\chi x} u_n \quad (2.16)$$

$$u_n = \frac{e^{i\chi(a-x_n)} \operatorname{sen}kx_n + e^{-i\chi x_n} \operatorname{sen}(a-x_n)}{\operatorname{sen}ka} \quad (2.17)$$

Las ondas de Bloch obtenidas son un caso particular del Teorema de Floquet, el cual establece que las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes periódicos tienen soluciones de la forma $e^{(\pm ikx)} u(x)$, donde $u(x)$ es una función periódica de x .

La energía de los electrones queda determinada por el valor de χ . Los eigenvalores de la energía se obtienen de la Ec. (2.13) para k real (Figura 2.1). Se debe cumplir que:

$$-1 \leq \cos ka + \frac{\lambda}{ka} \sin ka \leq 1 \quad (2.18)$$

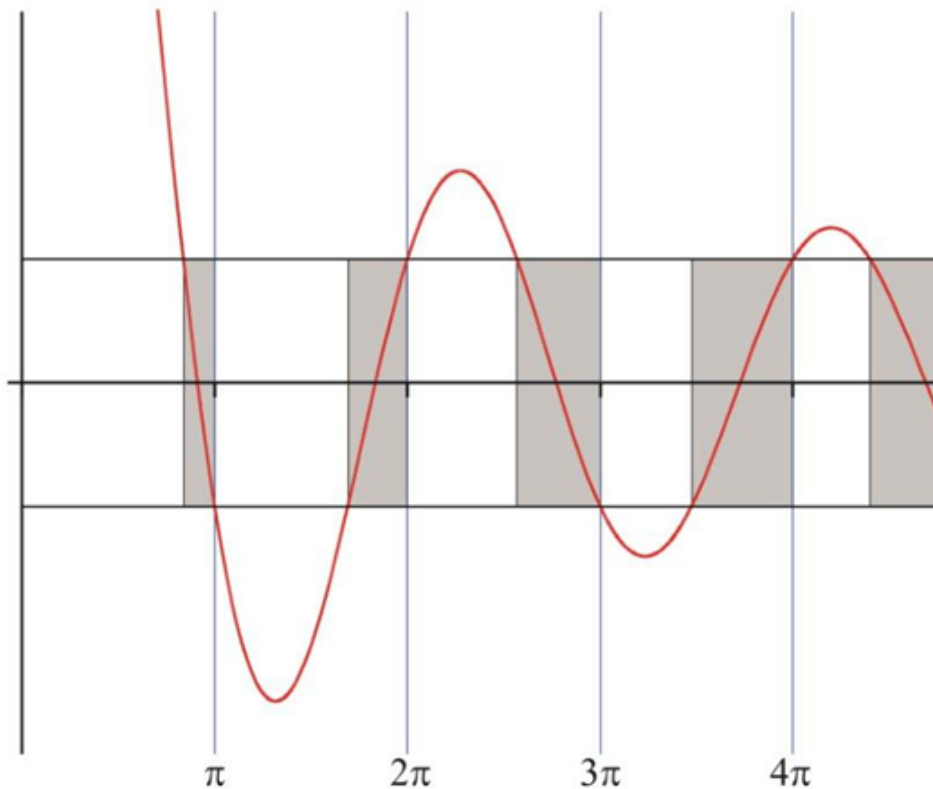


Figura 2.2: Gráfica de la Ec. (2.18), mostrando bandas permitidas (sombreadas) separadas por brechas prohibidas.

2.2. Modelo de Kronig-Penney no lineal

Ahora extenderemos nuestro estudio para resolver la ecuación de Schrödinger considerando el caso de un potencial periódico no lineal tipo seno Gordon; podemos escribir la ecuación de propagación unidimensional como:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi - \left[\frac{n_2}{a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - na) \sin\psi \right] \psi = 0 \quad (2.19)$$

en donde n_2 es el coeficiente de no linealidad y ψ es la amplitud de la onda que se propaga. Para puntos $x \neq na$, en donde n es un número entero, la solución general de esta ecuación es

de la forma

$$\psi = A \cos kx + B \sin kx \quad (2.20)$$

Después de una integración estándar de la Ec. (2.19) alrededor de los puntos $x = na$, podemos establecer las condiciones en la frontera:

$$\begin{aligned} e^{-if} \psi(a) &= \psi(0) \\ e^{-if} \frac{d\psi(a)}{dx} - \frac{d\psi(0)}{dx} &= n_2 \sin \psi(0) \end{aligned} \quad (2.21)$$

en donde el parámetro de Bloch es f , el cual caracteriza el momento en cada celda unitaria. Después de aplicar estas condiciones a la Ec. (2.20) y de eliminar la constante B, obtenemos:

$$\cos f = \cos ka + p \frac{\sin A \sin ka}{A ka} \quad (2.22)$$

donde $p = \frac{n_2 a}{2}$.

La Ec. (2.22) claramente representa una generalización de la Ec. (2.13) que corresponde al modelo de cristal lineal de Kronig-Penney. En este modelo no lineal, la estructura de bandas depende también de la amplitud de la onda incidente.

En la Figuras 2.3 mostramos las bandas permitidas y prohibidas que hemos encontrado al resolver la Ec. (2.22). El eje vertical corresponde al lado derecho de esta ecuación, mientras que el eje horizontal representa a ka .

La Figura 2.4 muestra la estructura de bandas de energía electrónica del cristal no lineal como una función de las variables independientes $z = ka$ y A .

La Figura 2.5 exhibe la misma información pero en una gráfica de superficies de nivel.

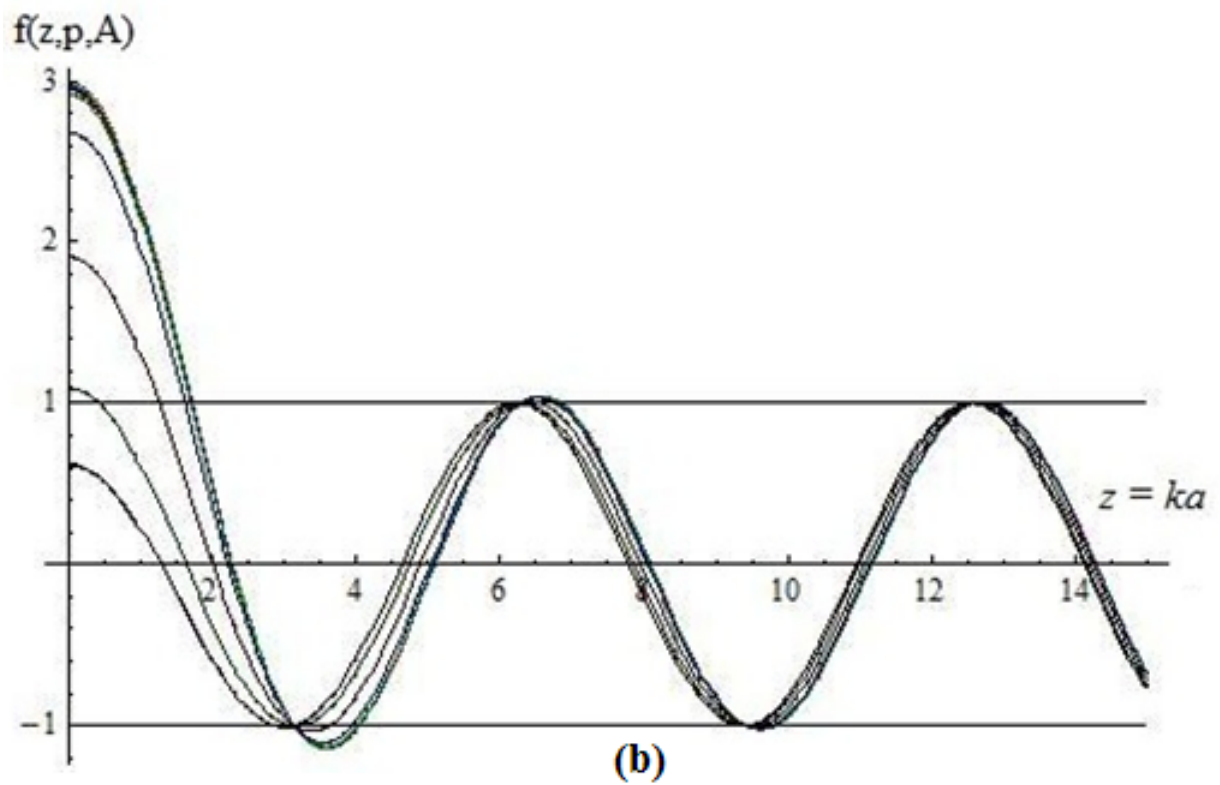
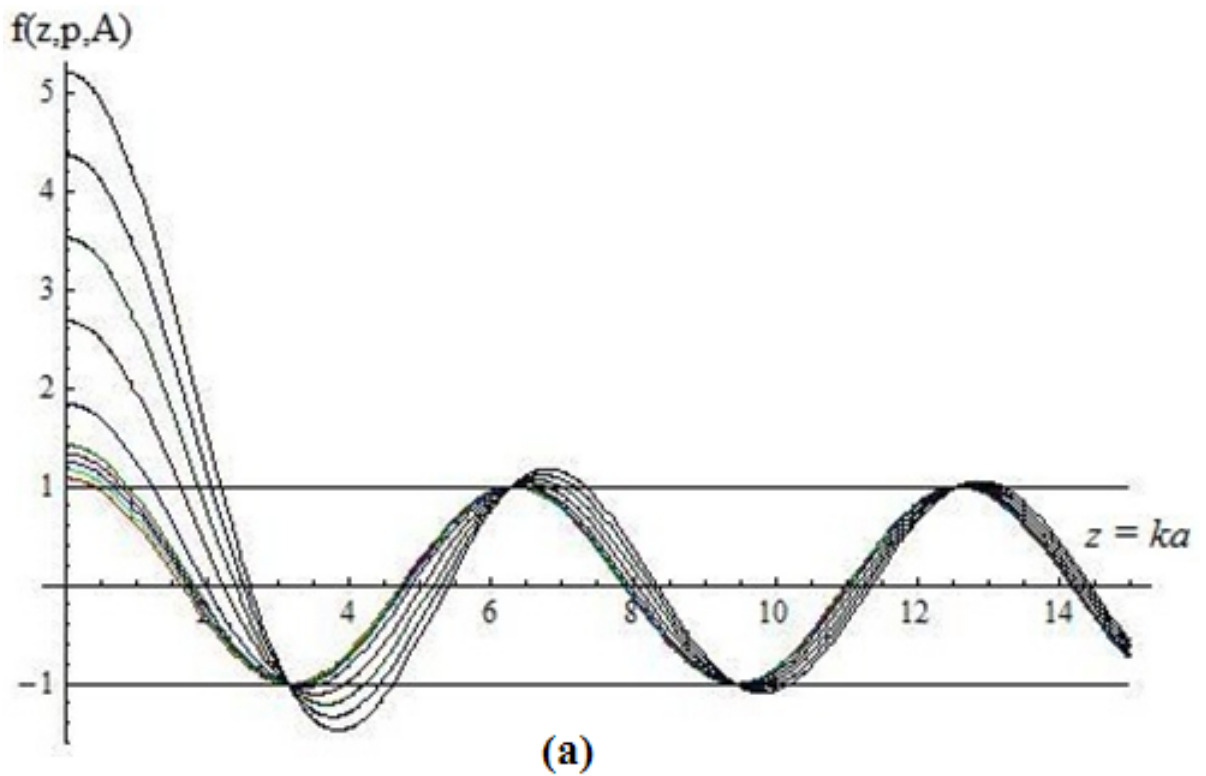


Figura 2.3: . Gráfica que proporciona las soluciones del modelo de cristal unidimensional de Seno-Gordon: (a) con $A = 1$, $p = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5$. (b) $p = 2$, $A = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5$.

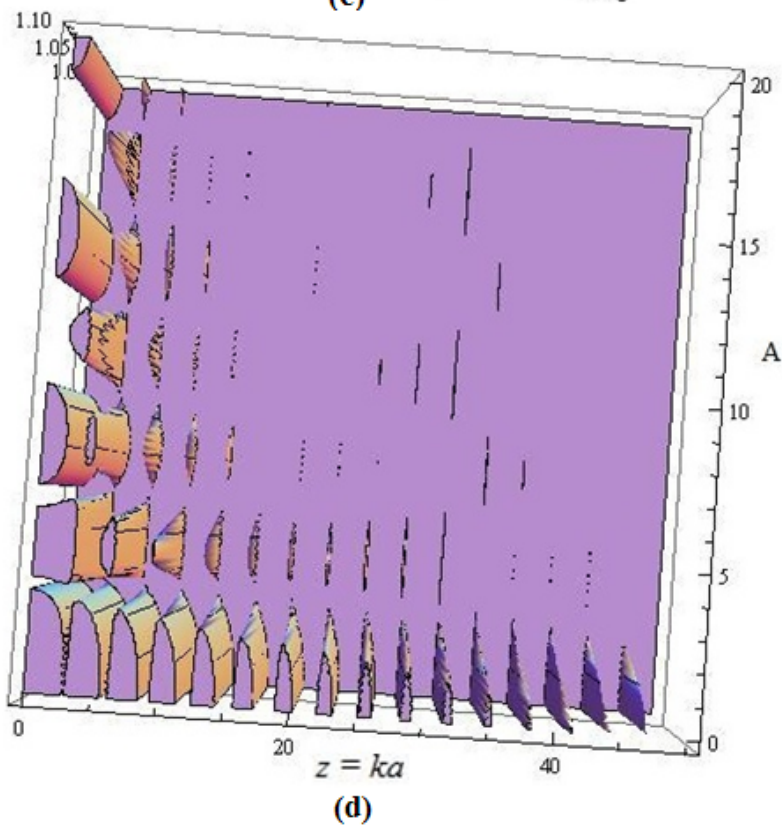
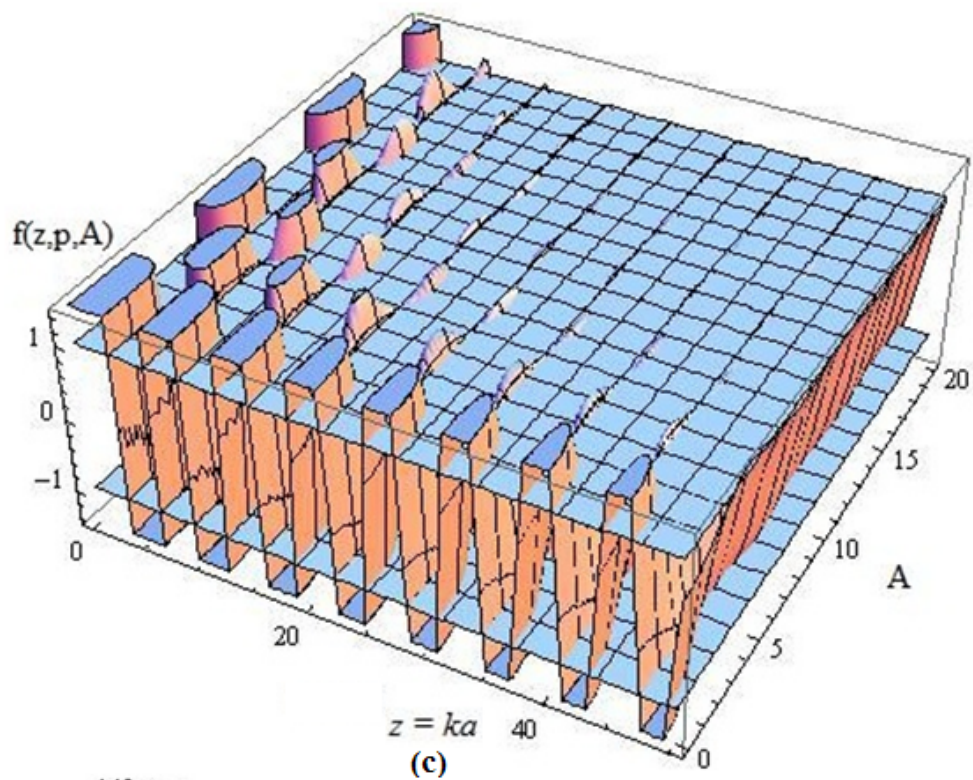


Figura 2.4: Gráfica del modelo de cristal tridimensional de Seno-Gordon: (c) con $p = 100$, en función de $z = ka$ y A . (d) Gráfica del valor absoluto de la Ec.(22) con $p = 20$, en función de $z = ka$ y A .

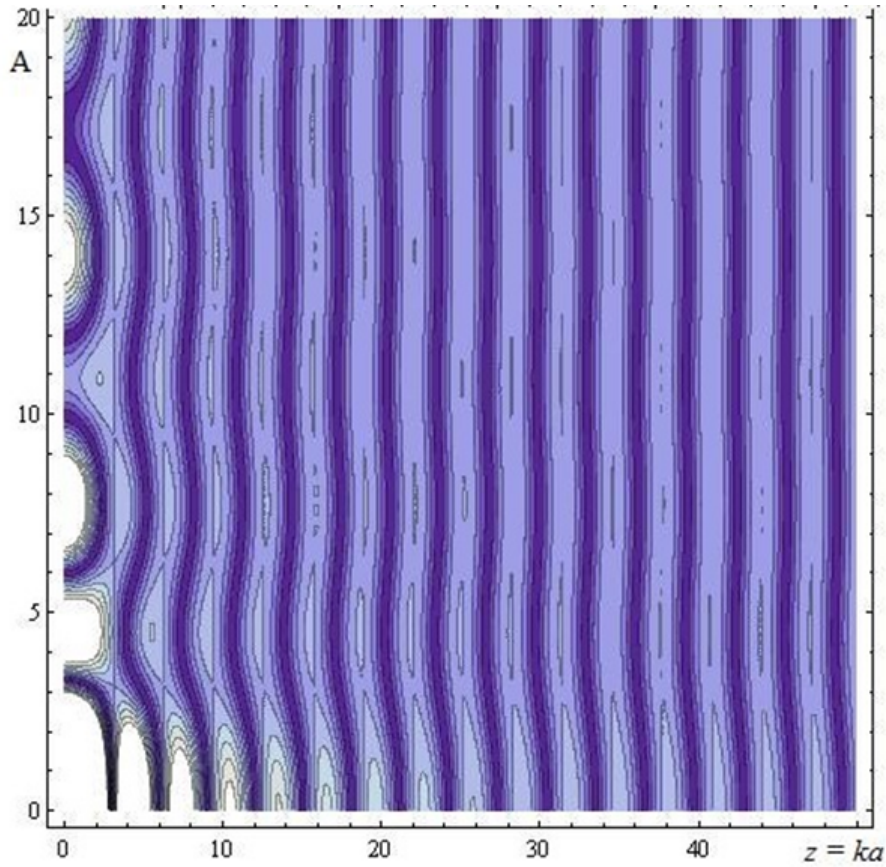


Figura 2.5: Superficies de nivel con $p = 20$, en función de $z = ka$ y A . Las regiones oscuras corresponden a las bandas permitidas.

Obtuvimos la estructura de las bandas de energía electrónica para un cristal no lineal. Encontramos que para amplitudes de la función de onda A constante, y coeficiente de no linealidad p pequeño, solo se tiene una banda prohibida en la región de ka cercana a cero, conforme p crece las bandas prohibidas se ensanchan, mientras que las bandas permitidas se vuelven cada vez más estrechas hasta quedar localizadas en los puntos $n\pi$.

Para coeficientes de no linealidad p constante, y amplitud de la función de onda A variable, la anchura de las bandas prohibidas decrece conforme A aumenta, mientras que las bandas permitidas se ensanchan, pero cuando A alcanza un valor específico inicia un fenómeno de oscilación de la anchura tanto de las bandas prohibidas como permitidas, tal que a medida que A aumenta las bandas prohibidas se tornan cada vez más angostas y las bandas permitidas más anchas. Para A suficientemente grande desaparecen las bandas prohibidas.

Este modelo unidimensional de un cristal no lineal exacto nos permitió exhibir una estructura de bandas que depende directamente de la amplitud de las ondas incidentes.

Capítulo 3

Saturación y estabilidad de un cristal fotónico no lineal

3.1. Cristales no lineales de una dimensión

El cristal fotónico unidimensional que ahora consideramos está formado por un conjunto infinito de capas nemáticas muy delgadas, no lineales, insertadas en un medio huésped lineal (Figura 3.1). Cada película no lineal tiene una respuesta dieléctrica específica debido a la presencia de ondas electromagnéticas de gran amplitud que se propagan en ella. Primero, vamos a construir un modelo teórico para la respuesta dieléctrica de las películas no lineales. Luego, tal modelo se acopla con el medio lineal para obtener la expresión final que será utilizada en nuestro análisis.

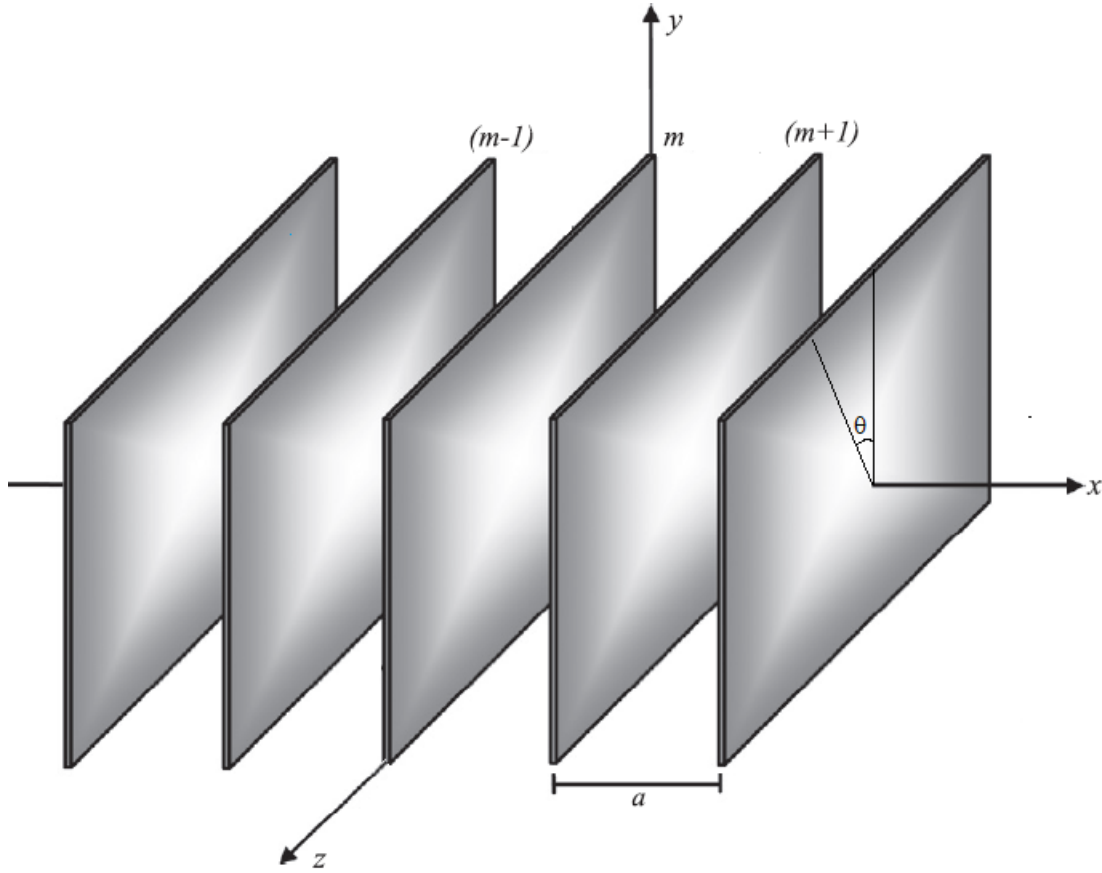


Figura 3.1: Esquema del modelo no lineal. El conjunto infinito de planos paralelos situados en $x = am$ representan las capas delgadas no lineales insertadas en un medio lineal cuyo índice de refracción es n_d . Aquí m es un número entero con el que enumeramos las películas no lineales y a denota la separación entre las capas adyacentes.

3.1.1. Modelo de respuesta dieléctrica no lineal

Como se ha dicho en la sección anterior, la película delgada no lineal consiste en un cristal líquido nemático como material constituyente de alto índice de refracción. Aquí, desarrollamos nuestro modelo teniendo esto en cuenta.

Consideramos un campo de ondas electromagnéticas que se propagan a lo largo del eje x a través del cristal líquido nemático semi-infinito. Las ecuaciones acopladas que gobiernan simultáneamente este sistema están dadas por la ecuación de configuración de equilibrio [32, 49, 50]

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{\epsilon_0\epsilon_a}{K} |E_z|^2 \sin\theta \cos\theta = 0 \quad (3.1)$$

y la ecuación de Helmholtz que proviene de las ecuaciones de Maxwell

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} + k_0^2 (\epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta) E_z = 0, \quad (3.2)$$

donde $E_z(x)$ es la componente del campo eléctrico, θ es el ángulo de orientación nemática con respecto al eje y en el plano yz , k_0 es el número de onda en el vacío, K es la constante elástica de torsión, ϵ_0 es la constante de permitividad del espacio libre, $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$ es la anisotropía dieléctrica, y ϵ_{\perp} , ϵ_{\parallel} denotan las permitividades dieléctricas, perpendicular y paralela al eje del nemático, respectivamente. Resolvemos iterativamente este sistema. Para este fin, consideramos las condiciones de contorno $\theta(0) = 0$ y $\theta(\infty) = \pi/2$. Si suponemos un campo casi constante podemos integrar una vez la primera ecuación y obtenemos

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 - \frac{\epsilon_0 \epsilon_a}{2K} |E_z|^2 \cos^2 \theta = C, \quad (3.3)$$

que, después de usar la segunda condición de contorno, y considerando $\frac{d\theta}{dx} = 0$ cuando $x \rightarrow \infty$, tenemos

$$\frac{d\theta}{dx} = \pm \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a}{K} |E_z|^2 \cos^2 \theta}; \quad (3.4)$$

integrando una vez más para proporcionar una expresión para el director

$$\theta = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \exp \left(-\sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a}{K} |E_z|^2} x \right). \quad (3.5)$$

Como podemos ver en la ecuación (3.2), la permitividad dieléctrica de una celda nemática es función explícita de θ . Así, mediante la sustitución de esta expresión podemos expresar el índice nemático en términos del campo eléctrico:

$$\begin{aligned} \epsilon_{LC} &= \epsilon_{\perp} + \epsilon_a \cos^2 \theta \\ &= \epsilon_{\perp} + \epsilon_a \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a}{K} |E_z|^2} x \right). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Esta expresión nos permite completar la ecuación dinámica para el campo eléctrico. Sin embargo, la expresión resultante da un índice de refracción inhomogéneo porque sigue teniendo la dependencia de x . Puesto que estamos considerando sólo una película nemática muy delgada podemos omitir su dependencia de la posición promediando en toda la celda de ancho L , es decir

$$\varepsilon_{ave} = \frac{1}{L} \int_0^L \varepsilon_{LC} dx = \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \left(\frac{\tanh \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a L^2}{K}} |E_z| \right)}{\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a L^2}{K}} |E_z|} \right). \quad (3.7)$$

Obsérvese que este paso no constituye una simplificación porque suponemos que las películas no lineales son extremadamente delgadas en comparación con el espesor de las capas dieléctricas que las separan, por lo que su estructura interna debe ser ignorada hasta este orden de descripción. Por otra parte, como es bien conocido, el cristal líquido es un material que exhibe saturación. Este comportamiento se puede mostrar por las siguientes consideraciones.

La ecuación dieléctrica constitutiva para este sistema puede describirse como [32]

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (\varepsilon_{\perp} \mathbf{E} + \varepsilon_a \mathbf{n} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})), \quad (3.8)$$

donde \mathbf{D} es el vector desplazamiento, \mathbf{E} el campo eléctrico externo, y \mathbf{n} es el vector director del cristal líquido. Para bajas intensidades del campo, el director \mathbf{n} obliga al campo eléctrico a estar paralelo a él, provocando de esta manera la reflexión de rayos ópticos e incluso la rotación de polarización del campo. Para intensidades eléctricas más fuertes, la orientación del cristal líquido se distorsiona y el director sigue la polarización del campo eléctrico de modo que toda la interacción entre ellos se describe por sus ecuaciones elásticas y electromagnéticas acopladas.

La ecuación (3.8) muestra que la respuesta dieléctrica más débil del cristal líquido se alcanza para un campo de baja intensidad que actúa perpendicularmente al director, es decir, cuando $\mathbf{n} \cdot \mathbf{E} = 0$. Complementariamente, la mayor respuesta se encuentra ya sea cuando el campo es paralelo al director o cuando es tan fuerte que el director se ve forzado a alinearse con el campo eléctrico. Por lo tanto la constante dieléctrica del cristal líquido se restringe al intervalo $(\varepsilon_{\perp}, \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a)$ y el mayor valor establece una respuesta de saturación dieléctrica para el cual el cristal líquido está completamente orientado a lo largo del campo eléctrico.

Teniendo en cuenta lo anterior proponemos un medio cuyo índice de refracción no lineal es únicamente una función de la intensidad del campo eléctrico. Tal sistema puede ser descrito en términos generales por una ecuación constitutiva de la siguiente forma

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 (n_s^2 + (n_o^2 - n_s^2) f(E)) \mathbf{E} \quad (3.9)$$

donde, de acuerdo a la ecuación (3.7), $f(E)$ es una función exclusiva de la intensidad del campo definida por

$$f(E) = \frac{\tanh\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a L^2}{K}} |E_z|\right)}{\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a L^2}{K}} |E_z|}. \quad (3.10)$$

Aquí n_s es el valor del índice asintótico adquirido cuando el medio se satura por la presencia de intensidades de campo extremadamente grandes, ya que $f(E) \rightarrow 0$ cuando $E \rightarrow \infty$. Por otra parte n_0 es el índice de refracción lineal del medio no lineal válido para intensidades moderadas. De hecho notemos que tomando $E \rightarrow 0$, tenemos $f(E) \rightarrow 1$. Además, en la ecuación (3.10) la expresión $\xi = \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a L^2}{K}\right)^{-1/2}$ tiene unidades de campo eléctrico, por lo que el cociente E/ξ representa un campo eléctrico normalizado. Por lo tanto, establecemos $E/\xi \rightarrow E$, teniendo en cuenta que la variable E simboliza el campo eléctrico adimensional.

3.1.2. Respuesta dieléctrica del cristal fotónico no lineal

Como se mencionó anteriormente, el sistema estudiado está compuesto por un conjunto infinito de capas no lineales muy finas insertadas en un medio lineal. Consideremos que las películas no lineales adyacentes están separadas por una placa de medio lineal dieléctrico cuya anchura es a y el índice de refracción $n_d^2 = \varepsilon_d$. Si despreciamos los espesores de las placas y tomamos su índice de refracción no lineal suficientemente grande en comparación con el medio lineal podemos representar cada una de estas placas por un potencial delta cuya amplitud es función de la intensidad del campo. En este sentido podemos asumir una función de permitibilidad relativa no lineal para un cristal fotónico infinito en la forma

$$\varepsilon_{pc}(x) = n_d^2 + \left(\alpha_s^2 + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{\tanh|E_z|}{|E_z|} \right) \delta(x - ma), \quad (3.11)$$

donde $\alpha_s^2 = \lim_{n_s \rightarrow \infty, L \rightarrow 0} (n_s^2 L)$ y $\alpha_o^2 = \lim_{n_o \rightarrow \infty, L \rightarrow 0} (n_o^2 L)$ son los coeficientes de saturación y lineal dentro de las placas de muy poco espesor, respectivamente, que determinan la intensidad de la función delta ($\delta(x)$ es la función delta de Dirac); $x = ma$ indica la posición de cada capa y m es un número entero para enumerar la celda delgada no lineal. En contraste con el modelo Kerr habitual en el que el índice de refracción nunca está acotado ya que es una función cuadrática de la intensidad, nuestro modelo manifiesta explícitamente cómo todos los dipolos del medio se orientan completamente cuando la intensidad del campo sobrepasa un cierto límite. Cuando se alcanza este límite, el sistema resulta tan pasivo como lo es cuando la intensidad del campo es muy pequeña, con un índice de refracción diferente. Si el material no se rompe eléctricamente para grandes intensidades del campo aplicado, podría observarse esta

saturación.

3.2. Propagación de las ondas electromagnéticas

Separamos esta sección en dos partes: la primera considera el modelo con un número infinito de placas y la segunda tiene en cuenta un pequeño número finito de capas.

3.2.1. Cristal fotónico

Si suponemos una onda electromagnética propagándose de la forma

$$(E_z(x, t), H_y(x, t)) = (E_z(x), H_y(x)) \exp(-i\omega t), \quad (3.12)$$

entonces podemos escribir las ecuaciones rotacionales de Maxwell para estas componentes como

$$\frac{\partial E_z}{\partial \chi} = -i\omega\mu_0 a H_y \quad (3.13)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial \chi} &= -i\varepsilon_0 \omega a \varepsilon_{pc}(x) E_z \\ &= -i\varepsilon_0 \omega a \left[n_d^2 + \left(\alpha_o^2 + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{\tanh|E_z|}{|E_z|} \right) \delta(\chi - m) / a \right] E_z, \end{aligned} \quad (3.14)$$

con $\chi = x/a$ y hemos usado la propiedad $\delta(ax) = \delta(x)/a$. Para discernir la influencia de esta función en las soluciones, obtengamos las condiciones de contorno correspondientes integrando las ecuaciones (3.13) y (3.14) a través de la película no lineal situada en $\chi = m$:

$$\begin{aligned} E_z((m+1)^+) &= e^{-if} E_z(m^-), \\ H_y((m+1)^+) - e^{-if} H_y(m^-) &= -i\varepsilon_0 \omega \left[\alpha_s^2 + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{\tanh|E_z(m^+)|}{|E_z(m^+)|} \right] E_z(m^+), \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde hemos utilizado el teorema de Bloch que establece que $(E_z(\chi + m), H_y(\chi + m)) = e^{-if} (E_z(\chi), H_y(\chi))$; f es el parámetro de Bloch que caracteriza el momento de la celda unidad asociada. Estas dos expresiones se pueden escribir sólo en términos de componentes del campo eléctrico y sus derivadas de la siguiente manera:

$$E_z((m+1)^+) = e^{-if} E_z(m^-),$$

$$\frac{dE_z}{d\chi}((m+1)^+) - e^{-if} \frac{dE_z}{d\chi}(m^-) = -k_0^2 a \left[\alpha_s^2 + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{\tanh|E_z(m^+)|}{|E_z(m^+)|} \right] E_z(m^+), \quad (3.16)$$

La solución general de la ecuación (3.13) está dada por

$$E_z = A \cos k\chi + B \sin k\chi, \quad (3.17)$$

donde A, B son constantes reales a determinar por las condiciones en la frontera y $k = n_d k_0 a$ es el número de onda adimensional en la estructura dieléctrica. Si sustituimos la ecuación (3.17) en las ecuaciones (3.16) obtenemos

$$A - e^{-if} (A \cos k + B \sin k) = 0, \quad (3.18)$$

$$Bk - e^{-if} k (B \cos k - A \sin k) = -\frac{k^2}{an_d^2} [\alpha_s^2 A + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \tanh A]. \quad (3.19)$$

Ahora, resolvemos las ecuaciones (3.18) y (3.19) para A ,

$$\cos f = \cos k - \Omega \left[1 + \Delta \frac{\tanh A}{A} \right] \frac{k \sin k}{2}, \quad (3.20)$$

donde $\Omega = \alpha_s^2 / (an_d^2)$ y $\Delta = (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) / \alpha_s^2$.

Luego, debido al hecho de que $|\cos f| \leq 1$, los valores de k se limitan a aquellos intervalos para los cuales el lado derecho es menor o igual a uno. Es decir,

$$S = \left| \cos k - \Omega \left[1 + \Delta \frac{\tanh A}{A} \right] \frac{k \sin k}{2} \right| \leq 1. \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21) es un resultado importante porque a partir de ésta se determina la estructura de bandas del cristal fotónico no lineal. La estructura de bandas depende de la amplitud de la onda incidente y se reduce al modelo lineal para pequeñas amplitudes; además, presenta un comportamiento de saturación para intensidades grandes en las que el sistema se comporta nuevamente lineal. La ecuación anterior es análoga a la del modelo de Kronig-Penney estudiado en la mecánica cuántica, pero ahora para ondas electromagnéticas teniendo en cuenta los efectos no lineales. Vale la pena señalar que la ecuación (3.20) demuestra que la no linealidad es mucho más (menos) efectiva en el régimen de longitudes de onda cortas (largas). Este

resultado contrasta con el obtenido en el caso de la mecánica cuántica, donde la no linealidad es mucho más efectiva para longitudes de onda largas.

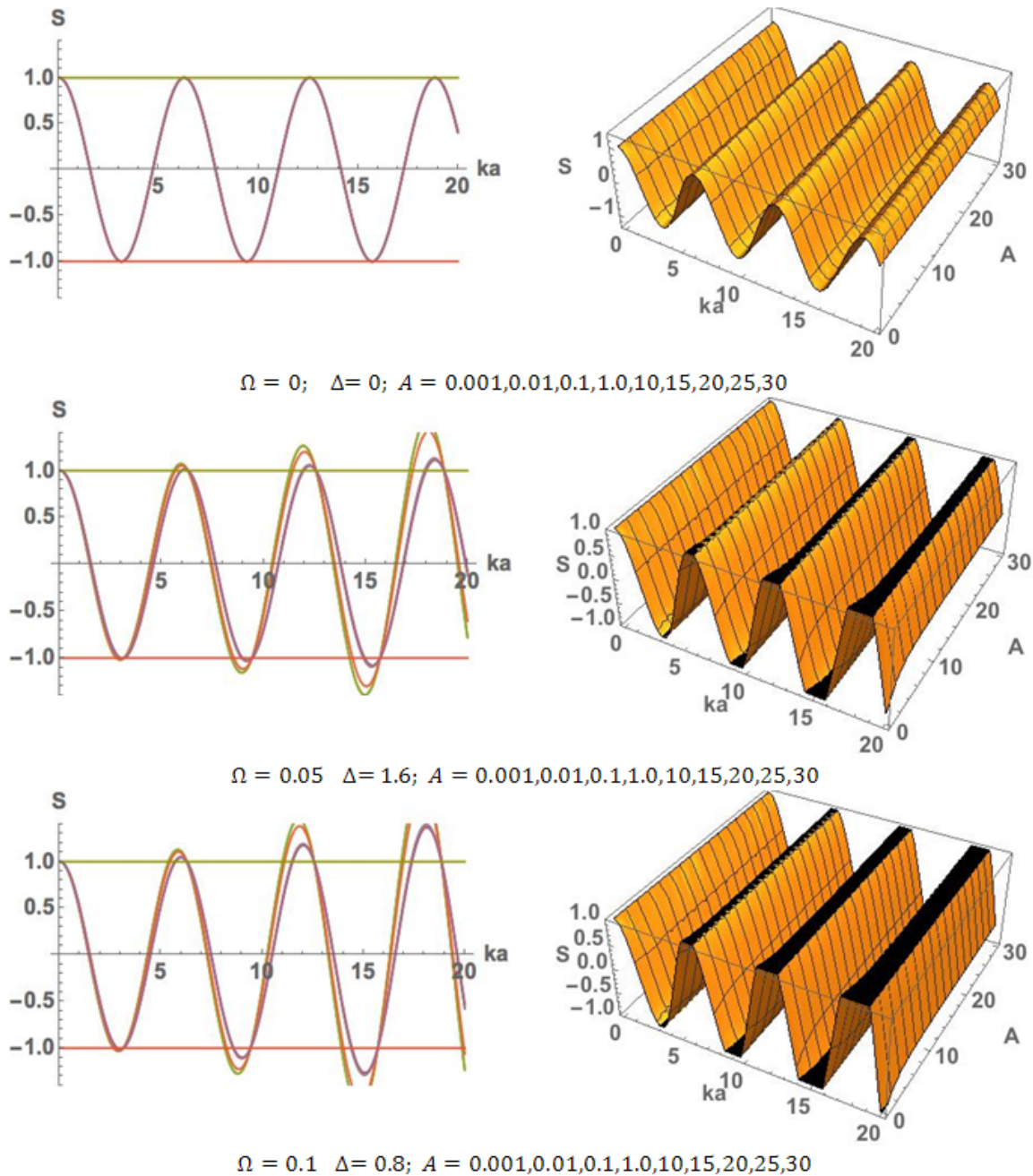


Figure 3.2: Gráfica de la estructura de bandas de S como función de k . Las gráficas bidimensionales muestran la dependencia de S con el vector de onda adimensional k parametrizada con valores discretos de A , para valores específicos de Ω y Δ . Al lado derecho de cada una de las gráficas en 2D se muestran las gráficas correspondientes en tres-dimensiones para valores continuos de A .

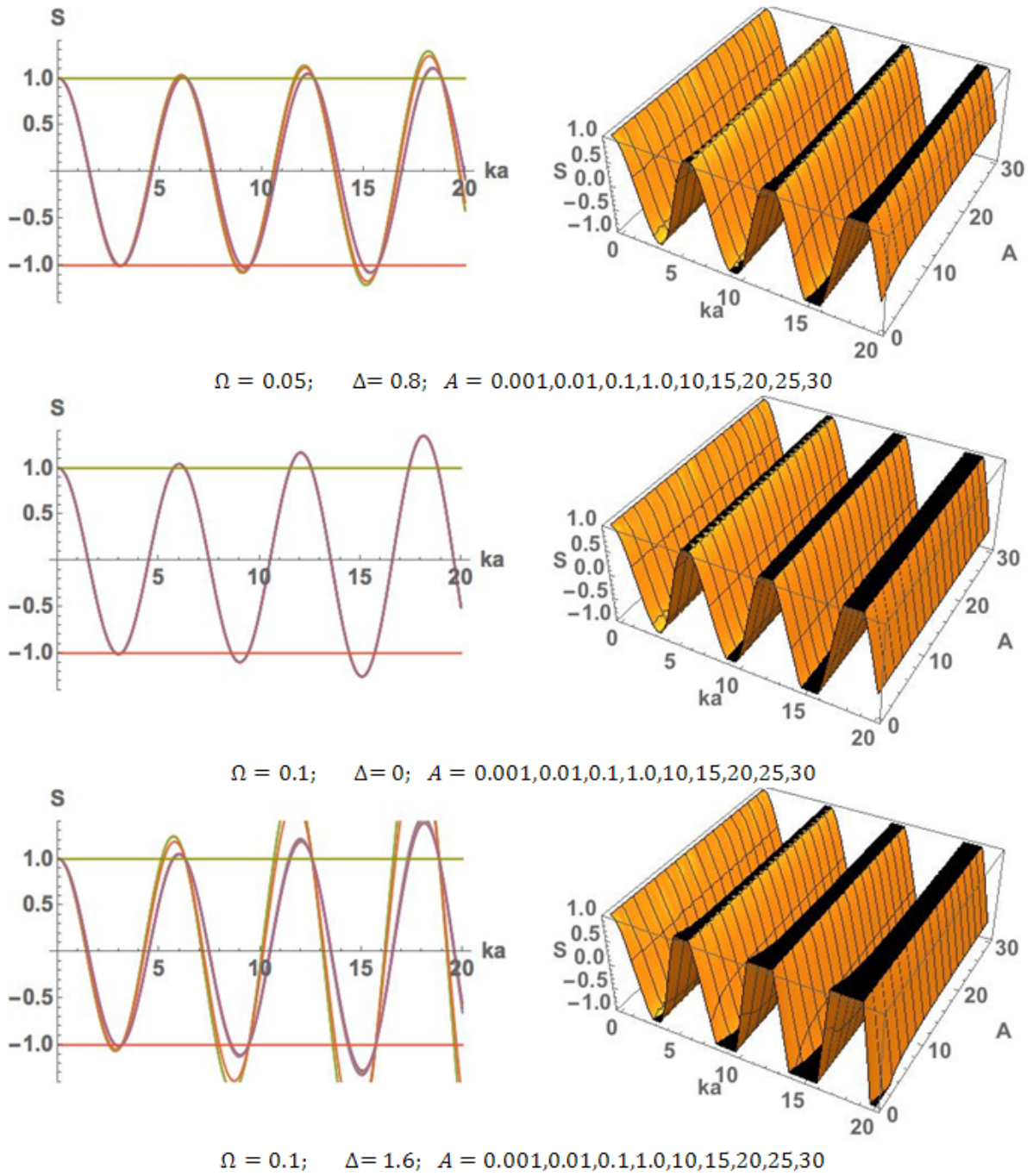


Figure 3.3: Gráfica de la estructura de bandas de S como función de k . Las graficas bidimensionales muestran la dependencia de S en el vector de onda adimensional k parametrizada para valores discretos de A , para valores específicos de Ω y Δ . Al lado derecho de cada una de las gráficas en 2D se muestran las gráficas correspondientes en tres-dimensiones para valores continuos de A .

En las figuras 3.2 y 3.3 se muestran un conjunto de gráficas de la función S , dada en la expresión (3.21), como función de k y A para diferentes valores de Ω y Δ . Las bandas k permitidas (prohibidas) son aquellas regiones que se encuentran adentro (afuera) del intervalo $-1 \leq S \leq 1$. En las gráficas bidimensionales (2D) se muestra que las bandas permitidas se adelgazan cuando Ω, Δ, A o k aumenta. Note que, en el límite cuando $\Omega \rightarrow 0$ las bandas prohibidas desaparecen, correspondiente al caso para el cual las placas no lineales son despreciables y la onda electromagnética se propaga a través del cristal fotónico para cualquier valor de k . También notamos en las gráficas 2D que para $\Delta = 0.0$ y cualquier valor de $\Omega \neq 0$, la estructura de las bandas no depende de la amplitud A y se recupera el modelo análogo Kronig-Penney lineal. La condición $\Delta = 0.0$ implica que $\alpha_0 = \alpha_s$, es decir, cuando la polarización del campo eléctrico incidente es paralelo a la orientación media de las moléculas nemáticas. Bajo estas circunstancias el sistema resulta pasivo e independiente de la intensidad del campo eléctrico, es por ello que la estructura de bandas es independiente de A . Además de esto, se muestra en la gráfica 3D que cuando los valores de A son extremadamente pequeños o grandes la estructura de bandas tiende a ser independiente de ella. Ciertamente, para ambas condiciones la estructura de bandas tiende a ser paralela al eje A . Remarcamos que los espesores de estas bandas no son los mismos ya que el índice n_o (para intensidades pequeñas) y n_s (para intensidades grandes), que caracterizan las placas dieléctricas no lineales en estos límites, son diferentes.

3.2.2. Arreglo finito de placas no lineales

Para fines experimentales, es práctico considerar un conjunto finito de interfaces no lineales, $n = 1, 2, \dots$, inmersas en un medio lineal. Es conveniente escribir la solución general para cada una de los bloques lineales de la siguiente forma

$$E_z(\chi) = ce^{ik\chi} + de^{-ik\chi}, \quad (3.22)$$

donde el vector de onda adimensional es $k = n_d k_0 a$ y n_d es el índice de refracción. Si el sistema está rodeado por aire, la expresión para el campo eléctrico exterior es similar al anterior, pero con $n_d = 1$. Las condiciones en la frontera dadas por la Ecuación (3.16) se pueden expresar en la n -ésima interfaz como

$$c_n e^{ik\chi} + d_n e^{-ik\chi} = c_{n-1} e^{ik\chi} + d_{n-1} e^{-ik\chi} \quad (3.23)$$

y

$$\begin{aligned}
& -ikd_n e^{-ik\chi} + ikc_n e^{ik\chi} - \left(-ikd_{n-1} e^{-ik\chi} + ikc_{n-1} e^{ik\chi} \right) \\
= & -k^2 \Omega \left[1 + \Delta \frac{\tanh |(c_{n-1} e^{ik\chi} + d_{n-1} e^{-ik\chi})|}{|(c_{n-1} e^{ik\chi} + d_{n-1} e^{-ik\chi})|} \right] \left(|(c_{n-1} e^{ik\chi} + d_{n-1} e^{-ik\chi})| \right) \quad (3.24)
\end{aligned}$$

Una restricción importante viene del hecho de que suponemos que la onda inicial está viajando desde el lado izquierdo del arreglo de placas lineales y no lineales, de modo que no se espera ninguna onda que viaje desde la derecha hacia el arreglo.

$$c_0 = c_n(0) = A, \quad d_0 = d_n(0) = B, \quad d_n(N) = 0 = D_N. \quad (3.25)$$

Hemos formulado este problema en términos de un conjunto de ecuaciones de recurrencia múltiple definido por las ecuaciones (3.23) y (3.24) con las condiciones iniciales dadas por la ecuación (3.25). Resolvemos por sustitución y calculamos directamente la reflectancia definida por $\mathcal{R} = |B|^2 / |A|^2$. Aquí, denotamos por n el número de planos o interfaces no lineales y $N - 1$ el número total de ellos contenidos en el conjunto finito de placas alternas. De esta manera, el sistema tendrá N películas dieléctricas lineales. Las expresiones analíticas explícitas para las reflectancia en los casos considerados aquí pueden ser obtenidas directamente.

En la Figura 3.4 se muestra la reflectancia \mathcal{R} como función del número de onda $k_0 a$ y la amplitud de la onda incidente A para diferentes valores de Ω , Δ y arreglos específicos con $n = 1$ y $N = 2$ inmersos en aire. Elegimos $n_d = 2.56$ para el índice de refracción dieléctrico de las capas lineales. Nótese que, como se esperaba, para $\Omega \rightarrow 0$, el conjunto de ecuaciones (3.23-3.24) se reduce al del sistema que consiste en una placa dieléctrica de espesor adimensional 2 inmersa en aire. La reflectancia para este caso se presenta en la Figura 3.4a). Notemos que para $\Omega = 0.05$ y $\Delta = 0.0$ la reflectancia es independiente de la intensidad de la onda incidente, pero la amplitud de los máximos locales difiere con respecto a aquéllos de $\Omega \rightarrow 0$. De hecho, los máximos locales impares aumentan sus amplitudes, mientras que los máximos pares disminuyen.

Este efecto se incrementa a medida que la longitud de onda λ_0 disminuye. Como se dijo en la sección anterior, la condición $\Delta = 0.0$ implica que el sistema sea independientemente pasivo de la intensidad del campo eléctrico y ésta es la razón por la cual la reflectancia no depende de A . Por el contrario, las Figuras 3.4c) y d) muestran la dependencia explícita de

\mathcal{R} de A para $\Omega = 0.05$ y valores diferentes de $\Delta = 0.8, 1.6$. Notamos que las amplitudes de los máximos locales impares (pares) disminuyen (aumentan) desde los valores iniciales hasta sus valores asintóticos cuando A aumenta. Estos valores asintóticos coinciden con los valores correspondientes en la Figura 3.4b) para los cuales $\Delta = 0.0$. Este comportamiento se puede entender observando que si $A \rightarrow \infty$, entonces la función $\tanh|A|/|A| \rightarrow 0$ y las condiciones en la frontera (3.23) y (3.24) son las mismas que para $\Delta = 0.0$. Para valores muy pequeños de A el campo eléctrico y las orientaciones nemáticas son diferentes y para intensidades suficientemente altas sus orientaciones son las mismas. También, de las Figuras 3.4c) y d), nos damos cuenta que, como se esperaba debido al contraste entre los coeficientes de saturación y lineal, α_s^2 y α_o^2 , la diferencia entre los valores iniciales y los asintóticos aumenta con Δ . En las Figuras 3.4e), f) y g), tomamos $\Omega = 0.1$ y $\Delta = 0.0, 0.8, 1.6$. Notamos que sus comportamientos son análogos a los de las Figuras 3.4b), c) y d), excepto que ahora las amplitudes de los máximos locales impares (pares) son mayores (menores) que antes. La reflectancia R para diferentes arreglos con $n = 2$ y $n = 3$ está dada en el Apéndice A. Como ejemplo para implementaciones prácticas, se calcula el voltaje requerido para observar el fenómeno de saturación. Para una estructura fotónica finita, las Figuras Ad) y g) muestran que la saturación en la reflectancia se observa para valores de amplitud adimensional A mayores que 15. Como el parámetro A se definió en la expresión (3.10) como $A = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_a L^2}{K}} |E_z|$, si consideramos un cristal líquido nemático 5CB con $\epsilon_a = 0.58$, $L = 1 \mu\text{m}$ y $K = 7.4 \text{ pN}$, el voltaje de saturación correspondiente es $V_s = 0.38V$, el cual se puede obtener fácilmente en el laboratorio.

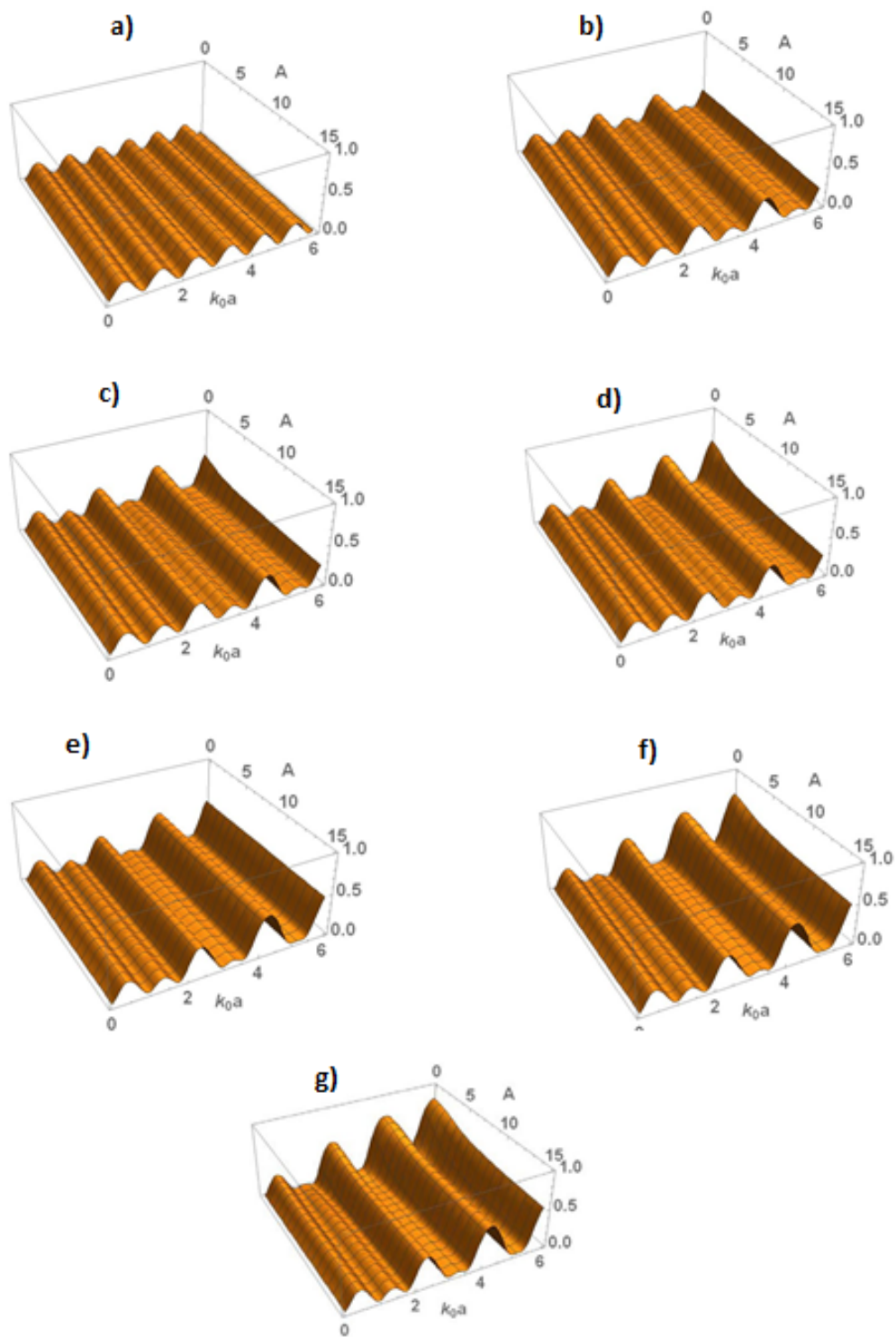


Figure 3.4: Reflectancia en función del número de onda k_0a y de la amplitud A para a) $\Omega = 0.0$, b) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.0$, c) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.8$, d) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 1.6$, e) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.0$, f) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.8$ y g) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 1.6$. Aquí, estamos considerando que $n = 1$ y $N = 2$ y se sumergen en aire. El índice de refracción del medio lineal se toma como $nd = 2.56$.

3.3. Estabilidad

Ahora analizamos la estabilidad de la estructura de bandas del sistema no lineal que acabamos de encontrar en la sección 3.2.1. Con este fin suponemos la siguiente forma para el campo eléctrico

$$E_z = \psi_0(x, t) + \psi_1(x, t), \quad (3.26)$$

donde $\psi_1(x, t)$ denota una pequeña perturbación de la solución no lineal, mientras que $\psi_0(x, t)$ representa la solución estacionaria cuya estructura de bandas permitidas se describe por la Ecuación. (3.21). Para la perturbación pequeña $\psi_1(\chi, t)$, proponemos una solución de la forma

$$\psi_1(\chi, t) = S(t)(u \cos k\chi + v \sin k\chi), \quad (3.27)$$

Esta expresión mantiene la estructura espacial de la banda de la solución no lineal previamente tomada en cuenta como

$$\psi_0(\chi, t) = e^{-i\omega t}(A \cos k\chi + B \sin k\chi). \quad (3.28)$$

La sustitución directa de este campo en las ecuaciones rotacionales de Maxwell y las condiciones en la frontera correspondientes, conduce a la siguiente expresión implícita para la amplitud pequeña dependiente del tiempo $S(t)$ (ver apéndice B para detalles algebraicos y definiciones)

$$\begin{aligned} & 2k(\cos \theta - \cos k)e^{i\theta}R(t) \\ & = -\omega^2(\alpha_o^2 - \alpha_s^2)a^2(Ru + A)w(R(t)) - \omega^2\alpha_s^2R(t)u \\ & + 2i\omega \frac{d}{dt} \left[(\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \{ (Ru + A)w(R(t)) - \tanh A \} + \alpha_s^2 \frac{\partial R(t)}{\partial t} u \right] \\ & + \frac{d^2}{dt^2} [(\alpha_o^2 - \alpha_s^2)(Ru + A)w(R(t)) + \alpha_s^2R(t)u]. \end{aligned} \quad (B.8)$$

Esta ecuación diferencial de segundo orden compleja para $Q(t) = |R|$ y $f(t) = \arccos((R + R^*)/|R|)$ puede separarse analíticamente en un sistema de dos ecuaciones diferenciales reales acopladas para las variables mencionadas. Enfatizamos que al derivar la ecuación dinámica

para la amplitud y la fase $Q(t)$ y $f(t)$ para la perturbación, no hemos supuesto ninguna dependencia temporal específica por lo que las soluciones podrían no ser periódicas. Podemos resolver numéricamente el conjunto de ecuaciones resultantes usando el método de Runge Kutta con condiciones iniciales preescritas para evaluar la evolución de la perturbación $R(t)$ y discernir si nuestra solución tipo solitón, $\psi_0(\chi, t)$ constituye una solución estable o no y, a su vez, concluir si son solitones espaciales o simples ondas estacionarias no lineales.

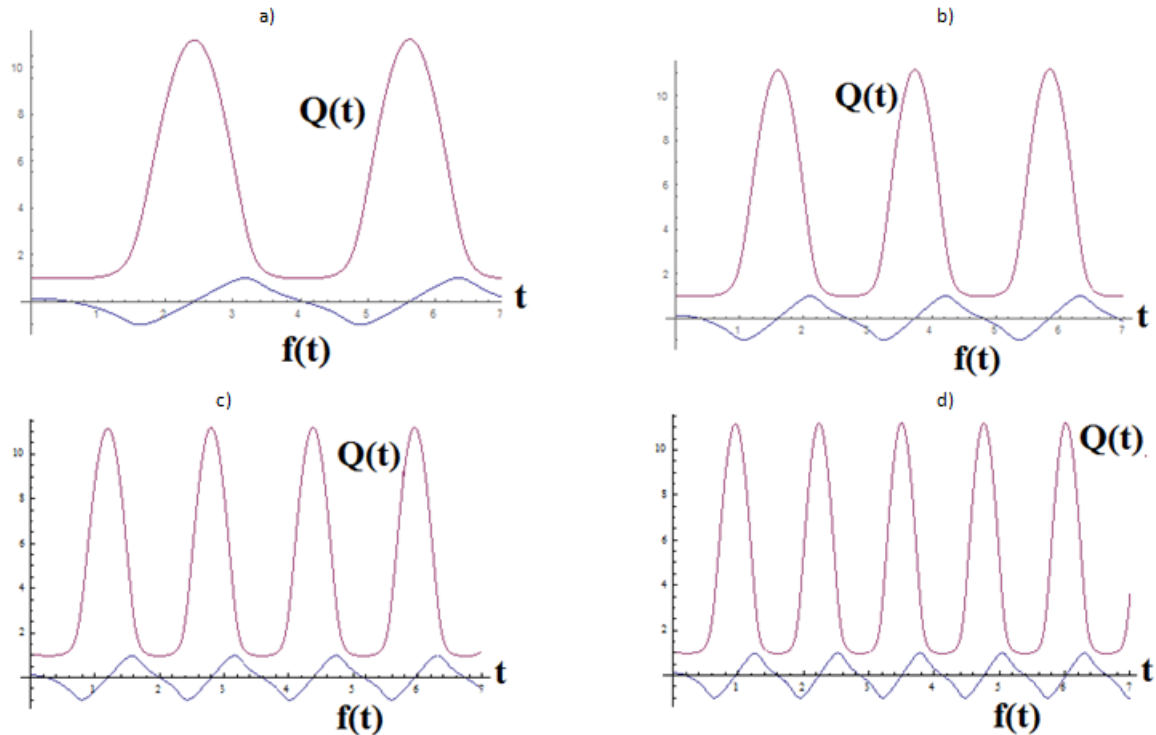


Figure 3.5: Resultados numéricos de las funciones dependientes del tiempo $Q(t)$ y $f(t)$. Las magnitudes de los parámetros se han elegido para mostrar la estabilidad de la solución no lineal. En este caso, $A = 2.9$, $u = -2.1$, $\alpha_s = 1$, $\alpha_o = 0.5$, $\theta = 1$, $k = 1$ para a) $\omega = 2$, b) $\omega = 3$, c) $\omega = 4$ y d) $\omega = 5$.

En las Figuras 3.5 y 3.6 hemos representado soluciones numéricas para $Q(t)$ y $f(t)$ con varios valores de los parámetros involucrados. En la Figura 3.5 hemos tomado los mismos valores de los parámetros excepto para la frecuencia, la cual se ha aumentado poco a poco. Como podemos notar las soluciones son periódicas y se mantienen oscilando durante el intervalo de tiempo que hemos considerado. Estos resultados demuestran la estabilidad de la solución no lineal para el intervalo de frecuencias que consideramos y los parámetros que hemos utilizado. Nuestros cálculos muestran que la estabilidad permanece en el intervalo

dato para A [2.1, 3] así como para el intervalo de frecuencias [2, 6], α_s en [0.1, 5] y α_o en [0.09, 0.6] manteniendo $\theta = 1$ y $k = 1$.

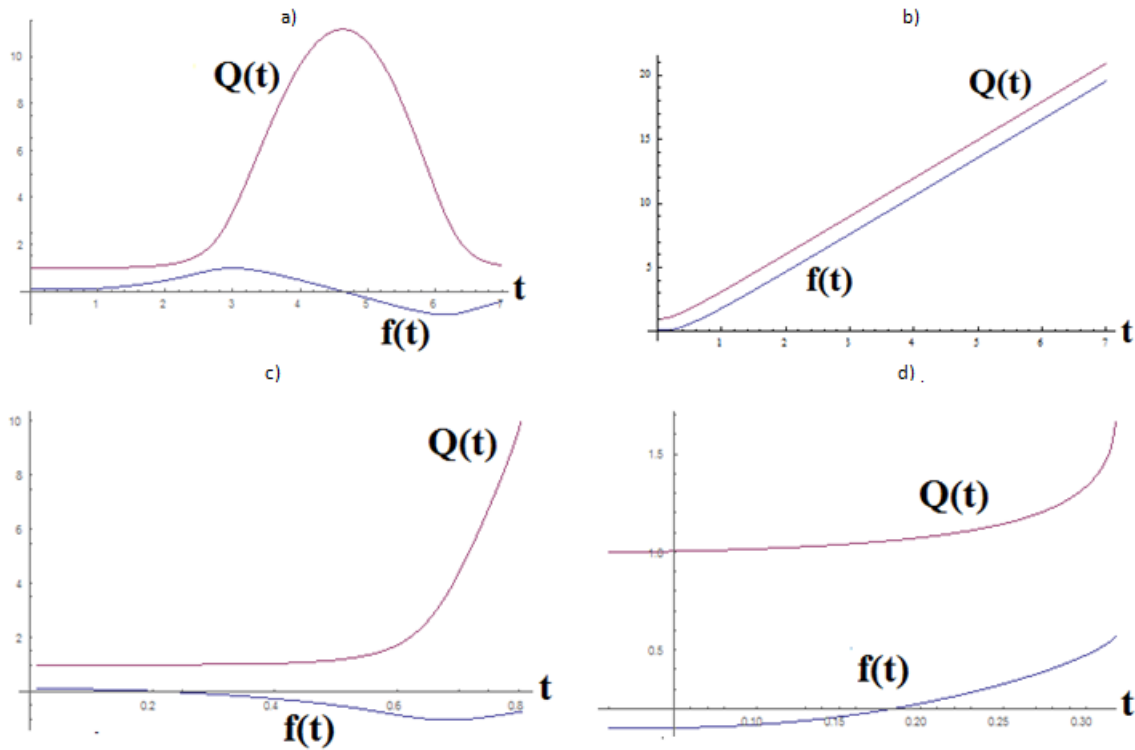


Figure 3.6: Resultados numéricos de las funciones dependientes del tiempo $Q(t)$ y $f(t)$. Las magnitudes de los parámetros se ha elegido para mostrar la estabilidad de la solución no lineal. Aquí, $u = -2.1$, $\alpha_s = 1$, $\theta = 1$, $k = 1$, para a) $A = 2.9$, $\omega = 1$, $\alpha_o = 0.5$, b) $A = 2.9$, $\omega = 3$, $\alpha_o = 1$, c) $A = 3.2$, $\omega = 5$, $\alpha_o = 0.5$ y d) $A = 1.0$, $\omega = 5$, $\alpha_o = 0.5$.

En Figura 3.6 hemos graficado curvas cambiando algunos parámetros y, como puede notarse, ya no son oscilantes o periódicas, sino que aumentan exponencialmente. Estos son algunos ejemplos para los cuales se muestra la inestabilidad.

En la Figura 3.7 se muestra la evolución de los soluciones no lineales para diferentes condiciones iniciales. Las magnitudes de los parámetros han sido elegidas para mostrar la estabilidad e inestabilidad de la solución no lineal. En este caso tenemos, $A = 2.9$, $\omega = 3$, $u = -2.1$, $\theta = 1$, $k = 1$ for a) $\alpha_s = 1$, $\alpha_o = 0.5$, y b) $\alpha_s = 1$, $\alpha_o = 1$.

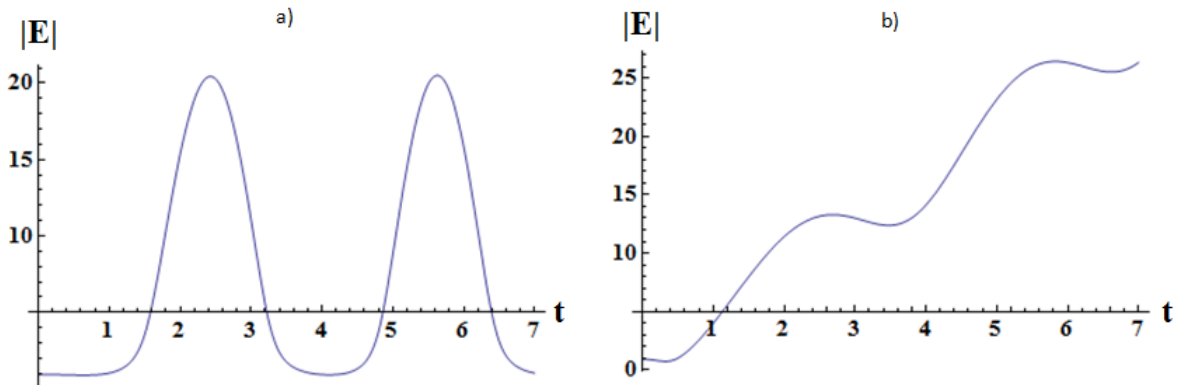


Figure 3.7: Resultados numéricos de las funciones dependientes del tiempo $Q(t)$ y $f(t)$. La magnitud de los parámetros se ha elegido para mostrar la estabilidad e inestabilidad de la solución no lineal. Aquí $A=2.9$, $\omega=3$, $u=-2.1$, $\vartheta=1$, $k=1$ for a) $\alpha_s = 1$, $\alpha_o = 0.5$, y b). $\alpha_s = 1$, $\alpha_o = 1$.

Hemos estudiado la propagación de ondas electromagnéticas a través de un cristal fotónico unidimensional no lineal hecho con un conjunto infinito de capas delgadas de cristal líquido no lineal insertadas en un medio huésped lineal.

Hemos desarrollado un modelo analítico simple para el índice de refracción no lineal en función del campo eléctrico, el cual es capaz de reproducir los comportamientos de baja intensidad y de saturación. Es decir, para nuestro modelo la respuesta del cristal es lineal para intensidades bajas, mientras que para grandes intensidades, en contraste con el modelo de Kerr habitualmente estudiado, su polarización dieléctrica no aumenta sin límites en función del campo eléctrico, sino que tiende a un valor constante asintótico correspondiente a un comportamiento de saturación. Para modelar el comportamiento de las placas nemáticas hemos promediado su respuesta dieléctrica no homogénea sobre su espesor para obtener su dependencia explícita del campo óptico.

Utilizamos la expresión resultante para establecer que la ecuación que gobierna la estructura de las bandas del cristal fotónico no lineal es dependiente de la amplitud de la onda incidente y se reduce a la del modelo lineal para pequeñas amplitudes y exhibe un comportamiento de saturación para grandes intensidades en el que el sistema se comporta de nuevo linealmente. Hemos demostrado que las bandas permitidas se vuelven más delgadas a medida que aumentan el número de onda y la amplitud y que, para valores de amplitud extremadamente pequeños y grandes, la estructura de las bandas tiende a ser independiente de ella.

Para fines prácticos, se calcularon los espectros de reflectancia como una función de la intensidad de la onda para la versión finita de este cristal fotónico, para el cual limitamos el número de placas no lineales involucradas. Hemos demostrado que para altas intensidades la

reflectancia tiende a un valor asintótico correspondiente a la reflectancia de saturación.

Analizamos la estabilidad de nuestra solución no lineal agregando una perturbación de amplitud arbitraria y distintos valores de los parámetros involucrados.

Hemos encontrado algunos intervalos para los valores de los parámetros en los cuales la amplitud adicional es estable. Esperamos que nuestro estudio pueda ser útil en el diseño de cristales fotónicos que combinan materiales de materia condensada dura y blanda.

Capítulo 4

Banda de reflexión óptica y sintonización en una estructura helicoidal artificial

4.1. Modelo Teórico

4.1.1. Efecto Pockels

El efecto electro-óptico es el cambio en el índice de refracción de un material inducido por la presencia de un campo eléctrico de baja frecuencia (dc) (Apéndice C). En algunos materiales, el cambio en el índice de refracción depende linealmente de la magnitud del campo eléctrico aplicado. Este cambio se conoce como el efecto electro-óptico o efecto Pockels.

Consideramos un material dieléctrico (no disipativo) estructuralmente quiral que posee localmente una simetría del grupo puntual $\bar{4}2m$. Nos centramos en el estudio de la banda prohibida de este material, el cual contiene nanopartículas metálicas dispersas aleatoriamente en su interior. Este material es susceptible al efecto Pockels cuando se somete a un campo eléctrico de baja frecuencia \vec{E}^{dc} . Esta estructura artificial se denomina material nanocompuesto estructuralmente quiral (NMEQ). Localmente, el tensor dieléctrico que posee la simetría antes mencionada, sin tomar en cuenta las inclusiones, es [21, 51]

$$\overleftrightarrow{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1^{(0)} & -r_{63}\epsilon_1^{(0)2}E_3^{dc} & -r_{41}\epsilon_1^{(0)}\epsilon_3^{(0)}E_2^{dc} \\ -r_{63}\epsilon_1^{(0)2}E_3^{dc} & \epsilon_1^{(0)} & -r_{41}\epsilon_1^{(0)}\epsilon_3^{(0)}E_1^{dc} \\ -r_{41}\epsilon_1^{(0)}\epsilon_3^{(0)}E_2^{dc} & -r_{41}\epsilon_1^{(0)}\epsilon_3^{(0)}E_1^{dc} & \epsilon_3^{(0)} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

en el sistema de coordenadas cartesianas con ejes 1,2 y 3. El eje 3 se conoce como el eje distinguido. Aquí E_k^{dc} ($k = 1, 2, 3$) son las componentes cartesianas del campo eléctrico

co dc , $\epsilon_1^{(0)} = \epsilon_2^{(0)}$ y $\epsilon_3^{(0)}$ son las permitividades principales en el régimen óptico, mientras que r_{jk} ($1 \leq j \leq 6$ y $1 \leq k \leq 3$) son los coeficientes electro-ópticos en notación tradicional contraída para representar tensores de segundo orden simétricos. En general, para un material anisotrópico, se necesitan dieciocho coeficientes electro-ópticos. Sin embargo, para los materiales que poseen cualquier simetría rotacional, muchos de estos coeficientes desaparecen. Para este material estructurado en particular, los únicos coeficientes electro-ópticos no nulos son r_{41} , r_{52} y r_{63} que satisfacen $r_{52} = r_{41}$. Además, hemos considerado que las cantidades $\sum_{k=1}^3 r_{jk} E_k^{dc}$ son pequeñas en comparación con $1/\epsilon_j^{(0)}$ ($j = 1, 2, 3$). Por lo tanto, en ausencia del efecto Pockels, tenemos un material dieléctrico uniaxial lineal.

4.1.2. Representación matricial 4x4

Consideramos un nanocompuesto estructuralmente quiral confinado entre los planos $x = 0$ y $x = L$. Un voltaje dc , V_{dc} , es aplicado entre los dos planos, usando electrodos ópticos transparentes. Elegimos el eje x como el eje de inhomogeneidad y periodicidad para una onda electromagnética propagándose axialmente dentro del NMEQ. La interacción lineal entre un medio y la onda óptica es gobernada por las ecuaciones rotacionales de Maxwell y sus correspondientes ecuaciones constitutivas. Si definimos el vector de cuatro componentes transversales armónicas en el tiempo $\vec{\Psi}(x, t) \equiv \vec{\psi}(x) \exp(-i\omega t) = [e_y(x), e_z(x), h_y(x), h_z(x)] \exp(-i\omega t)$ con ω la frecuencia angular de la onda que se propaga, entonces podemos expresar las ecuaciones de Maxwell [52] (en unidades Gaussianas), dentro de un medio no magnético, en la siguiente forma matricial [53]

$$\frac{\partial \vec{\psi}(x)}{\partial x} = ik_0 \mathbf{A}(x) \cdot \vec{\psi}(x), \quad 0 < x < L \quad (4.2)$$

donde la matriz $\mathbf{A}(x)$ de 4×4 está dada por

$$\mathbf{A}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{\epsilon_{zx}(x)\epsilon_{yx}(x)}{\epsilon_{xx}(x)} - \epsilon_{zy}(x) & \frac{\epsilon_{zx}(x)\epsilon_{xz}(x)}{\epsilon_{xx}(x)} - \epsilon_{zz}(x) & 0 & 0 & \\ \epsilon_{yy}(x) - \frac{\epsilon_{yx}(x)\epsilon_{xy}(x)}{\epsilon_{xx}(x)} & \epsilon_{yz}(x) - \frac{\epsilon_{yx}(x)\epsilon_{xz}(x)}{\epsilon_{xx}(x)} & 0 & 0 & \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

donde $k_0 = \omega/c$ es el número de onda en el espacio libre y c indica la velocidad de la luz en el vacío; $e_y(x)$, $e_z(x)$, $h_y(x)$ y $h_z(x)$ son las componentes transversales de los campos eléctrico y magnético, respectivamente. Finalmente $\epsilon_{ij}(x)$ ($i, j = x, y, z$) representan los elementos del tensor dieléctrico de todo el medio que en nuestro caso particular, está compuesto por

nanoesferas metálicas inmersas en la matriz dieléctrica. Las expresiones específicas para los elementos de $\epsilon_{ij}(x)$ se dan en la siguiente sección.

4.1.3. Tensor dieléctrico efectivo de un NMEQ

La aplicación apropiada de las matrices de inclinación, $\mathbf{T}(\chi)$, y de rotación, $\mathbf{R}(x)$, al tensor dieléctrico (4.1) da

$$\epsilon_{SCM}(x) = \mathbf{R}(x) \cdot \mathbf{T}(\chi) \cdot \overleftrightarrow{\epsilon} \cdot \mathbf{T}^{-1}(\chi) \cdot \mathbf{R}^{-1}(x) \quad (4.4)$$

donde

$$\mathbf{T}(\chi) = \begin{pmatrix} \cos\chi & 0 & \text{sen}\chi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\chi & 0 & \cos\chi \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

y

$$\mathbf{R}(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(qx) & -\text{sen}(qx) \\ 0 & -\text{sen}(qx) & \cos(qx) \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

El superíndice -1 indica la matriz inversa. Así, el eje distinguido del *NMEQ* está inclinado un ángulo χ con respecto al eje z en el plano xz y gira helicoidalmente alrededor del eje x a una tasa

constante. Aquí $q = 2\pi/p$ siendo p el paso de la estructura, como se muestra en la figura 4.1.

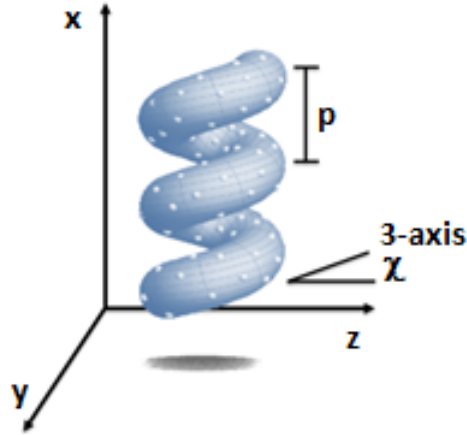


Figura 4.1: Esquema del nanocompuesto estructuralmente quiral *NMEQ*. El eje de inhomogeneidad y periodicidad de toda la estructura se elige paralelo al eje x . Aquí, p es el paso del sistema helicoidal y χ es el ángulo de inclinación del eje 3 del sistema de coordenadas locales con respecto al eje z .

Para la configuración específica del campo eléctrico, obtenemos sus componentes como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} E_1^{dc} &= \frac{V_{dc}}{L} \cos \chi, \\ E_2^{dc} &= 0, \\ E_3^{dc} &= \frac{V_{dc}}{L} \sin \chi. \end{aligned} \quad (4.7)$$

La permitividad dieléctrica efectiva de un medio anfitrión isotrópico que está contaminado por un medio huésped caracterizado por un factor de llenado muy pequeño que se distribuye de forma aleatoria está dada por la formula de Maxwell-Garnett [22, 28]

$$\epsilon^{eff}(\omega) = \epsilon_d \left[1 + \frac{f}{\epsilon_d / (\epsilon_m(\omega) - \epsilon_d) + (1-f)/3} \right], \quad (4.8)$$

donde ϵ_d y $\epsilon_m(\omega)$ son las permitividades del anfitrión dieléctrico y las partículas metálicas o medio huésped, respectivamente. Como se dijo anteriormente, ω es la frecuencia de la onda que se propaga y f representa el factor de llenado, es decir, la fracción de nano inclusiones en la matriz ($f \ll 1$). Para nuestro sistema el medio anfitrión es un medio localmente uniaxial; se utiliza la generalización de la fórmula de Maxwell-Garnet para los tensores dieléctrico y magnético efectivos cuando tanto las inclusiones como el medio matriz son uniaxiales. El tensor dieléctrico efectivo puede reducirse en gran medida en el caso particular cuando se

desprecian las contribuciones de hasta tercer orden en la anisotropía dieléctrica $O[(\epsilon_3^{(0)} - \epsilon_1^{(0)})^3]$ del medio anfitrión, mientras mantenemos un contaminante isotrópico. En tal límite, las permitividades efectivas locales están dadas por

$$\epsilon_1^e(\omega) = \epsilon_1^{(0)} \left[1 + \frac{f}{\frac{\epsilon_1^{(0)}}{\epsilon_m(\omega) - \epsilon_1^{(0)}} + \frac{1-f}{3}} \right] \quad (4.9)$$

y

$$\epsilon_3^e(\omega) = \epsilon_3^{(0)} \left[1 + \frac{f}{\frac{\epsilon_3^{(0)}}{\epsilon_m(\omega) - \epsilon_3^{(0)}} + \frac{1-f}{3}} \right]. \quad (4.10)$$

Además, consideramos el modelo de Drude para un material metálico que nos proporciona una aproximación para la permitividad de las nanopartículas, es decir,

$$\epsilon_m(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (4.11)$$

donde ϵ_0 es la constante dieléctrica que toma en cuenta las contribuciones de las transiciones de interbanda, ω_p es la frecuencia de plasma y γ es la tasa de relajación del plasma. Las expresiones (4.8) y (4.11) muestran una frecuencia de resonancia en

$$\omega_0 = \omega_p \left(\frac{1-f}{3\epsilon_d + (1-f)(\epsilon_0 - \epsilon_d)} \right)^{1/2} \quad (4.12)$$

donde el pequeño factor γ^2 ha sido despreciado. Note que hay dos frecuencias resonantes debido a las dos permitividades efectivas diferentes.

Las permitividades efectivas locales dadas por las ecuaciones (4.9) y (4.10) dependen de la frecuencia de propagación ω de acuerdo con la ecuación (4.11). Estas expresiones se usan en las ecuaciones (4.1) y (4.4) para reemplazar las permitividades principales $\epsilon_1^{(0)}$ y $\epsilon_3^{(0)}$ que están presentes, para escribir correctamente los elementos del tensor dieléctrico efectivo del NMEQ.

4.1.4. Solución de las ecuaciones electromagnéticas gobernantes

La matriz $A(x)$ en la ecuación (4.3) depende de x , pero las propiedades dieléctricas de la estructura tienen una simetría helicoidal y el campo aplicado es paralelo al eje de no homo-

geneidad helicoidal, lo que permite que el conjunto de ecuaciones pueda resolverse aplicando una transformación de Oseen de la forma [54]

$$\mathbf{M}(x) = \begin{pmatrix} \cos(qx) & \sin(qx) & 0 & 0 \\ -\sin(qx) & \cos(qx) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(qx) & \sin(qx) \\ 0 & 0 & -\sin(qx) & \cos(qx) \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

al vector de cuatro componentes $\vec{\psi}(x)$. El conjunto resultante de estas ecuaciones es

$$\frac{\partial \vec{\psi}'(x)}{\partial x} = i \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{A}'(\lambda) \cdot \vec{\psi}'(x), \quad (4.14)$$

donde $\vec{\psi}'(x) = \mathbf{M}(x) \cdot \vec{\psi}(x)$ y la matriz

$$\mathbf{A}'(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 & -i\eta & 0 & 1 \\ i\eta & 0 & -1 & 0 \\ \varepsilon_e(\lambda) & -\varepsilon_s(\lambda) & 0 & -i\eta \\ \varepsilon_1^e(\lambda) & -\varepsilon_e(\lambda) & i\eta & 0 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

es independiente de la coordenada espacial x y está correcta a primer orden en los coeficientes electro-ópticos. También, se ha escrito empleando los parámetros siguientes:

$$\begin{aligned} \eta &= \lambda/p \\ \varepsilon_s(\lambda) &= \frac{\varepsilon_1^e(\lambda)\varepsilon_3^e(\lambda)}{\varepsilon_1^e(\lambda)\cos^2\chi + \varepsilon_3^e(\lambda)\sin^2\chi}, \\ \varepsilon_e(\lambda) &= \frac{V_{dc}}{L} \varepsilon_1^e(\lambda) \varepsilon_s(\lambda) (r_{41}\cos^2\chi - r_{63}\sin^2\chi). \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde λ es la longitud de onda incidente en el espacio libre, $\varepsilon_1^e(\lambda)$ y $\varepsilon_3^e(\lambda)$ son cantidades definidas en las expresiones (4.9) y (4.10), respectivamente, usando la relación $\omega = 2\pi c/\lambda$, y la expresión para $\varepsilon_m(\omega)$, Ec. (4.11), se puede escribir como

$$\varepsilon_m(\lambda) = \varepsilon_0 - \frac{\lambda_p^{-2}}{\lambda^{-1}[\lambda^{-1} + i\gamma/(2\pi c)]} \quad (4.17)$$

donde $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$.

La ecuación matricial de eigenvalores (4.2) tiene soluciones de la forma

$$\psi'^{(j)}(x) = \vec{\tau}'^{(j)} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} n_j x\right) \quad 1 \leq j \leq 4 \quad (4.18)$$

donde n_j y $\vec{\tau}'^{(j)}$ son los valores propios y vectores propios de la matriz $\mathbf{A}'(\lambda)$, dados por las

siguientes expresiones:

$$n_{1,2}^2 = \varepsilon_a + \eta^2 \mp u, \quad (4.19)$$

$$\vec{\tau}_1^\pm = \frac{1}{c_1} \begin{pmatrix} \pm n_1 u_1 - i\eta \varepsilon_e(\lambda) \\ i\eta (2\varepsilon_1^e(\lambda) - u_2) - n_1 \varepsilon_e(\lambda) \\ \mp 2in_1 \eta \varepsilon_a - \varepsilon_e(\lambda)(u_1 + \varepsilon_s(\lambda)) \\ 2\eta^2 \varepsilon_a + u_1 \varepsilon_1^e(\lambda) + \varepsilon_e^2(\lambda) \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

$$\vec{\tau}_2^\pm = \frac{1}{c_2} \begin{pmatrix} \pm n_2 u_2 - i\eta \varepsilon_e(\lambda) \\ i\eta (2\varepsilon_1^e(\lambda) - u_1) - n_2 \varepsilon_e(\lambda) \\ \mp 2in_2 \eta \varepsilon_a - \varepsilon_e(\lambda)(u_2 + \varepsilon_s(\lambda)) \\ 2\eta^2 \varepsilon_a + u_2 \varepsilon_1^e(\lambda) + \varepsilon_e^2(\lambda) \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

donde

$$u = \sqrt{4\eta^2 \varepsilon_a + a_c^2 + \varepsilon_e^2(\lambda)}, \quad (4.22)$$

$$u_{1,2} = a_c \mp u \quad (4.23)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_1^e(\lambda) + \varepsilon_s(\lambda)}{2}, \quad (4.24)$$

$$a_c = \frac{\varepsilon_1^e(\lambda) - \varepsilon_s(\lambda)}{2}, \quad (4.25)$$

$$c_l = \sqrt{\left| 4n_l u (u_l \varepsilon_1^e(\lambda) + 2\eta^2 \varepsilon_a) + \varepsilon_e^2(\lambda) (u_l + \varepsilon_a + (-1)^l u) \right|}, \quad l = 1, 2. \quad (4.26)$$

En el caso sin inclusiones, $f = 0$, existe una región de longitudes de onda donde n_1 es puramente imaginario y no se permite la propagación de ondas electromagnéticas. Haciendo $n_1 = 0$, encontramos los bordes del régimen de reflexión de Bragg $\lambda_- \leq \lambda \leq \lambda_+$, es decir [8]

$$\lambda_\pm = p \sqrt{\varepsilon_a \pm \sqrt{a_c^2 + \varepsilon_e^2(\lambda)}}. \quad (4.27)$$

El régimen de reflexión de Bragg es una banda prohibida para una onda plana circularmente polarizada con la misma quiralidad que la lateralidad estructural del MEQ. Este intervalo prohibido no está presente cuando incide una onda plana circularmente polarizada con quiralidad contraria [20, 32]. La ecuación (4.27) muestra que el ancho de banda depende del campo eléctrico aplicado, del factor de llenado de las nanoesferas metálicas y de la alineación de la estructura a través de los elementos del tensor dieléctrico efectivo del MEQ

nanocompuesto.

Restringimos nuestros cálculos para el material estructuralmente quirral que tiene una simetría $\bar{4}2m$, tomamos los siguientes valores, $\epsilon_1^{(0)} = 2.7$, $\epsilon_3^{(0)} = 3.2$, $r_{41} = 9 \times 10^{-12} \text{ mV}^{-1}$, $r_{63} = 3r_{41}$ y para las nanoesferas de plata tomamos $\epsilon_0 = 5$, $\omega_p = 9/\hbar \text{ Hz}$ y $\gamma = 0.02/\hbar \text{ Hz}$ con $\hbar = 6.58 \times 10^{-16} \text{ eVs}$ para diferentes fracciones de llenado.

Como referencia en la figura 4.2 hemos representado los valores propios de las ecuaciones de Maxwell en su representación 4×4 para un sistema estructuralmente quirral en ausencia de contaminación es decir $f = 0$ parametrizado por χ . Como es de esperarse sólo n_1 presenta una banda prohibida (Figura 4.2a) donde es puramente imaginario (Figura 4.2b). El otro eigenvalor, n_2 , es real y crece monótonamente, como se puede ver en las Figuras 4.2c y 4.2d. Estas gráficas también muestran que el mayor ancho de banda se obtiene cuando $\chi = 0$, mientras que disminuye a medida que χ crece hasta que desaparece por completo en $\chi = \pi/2$.

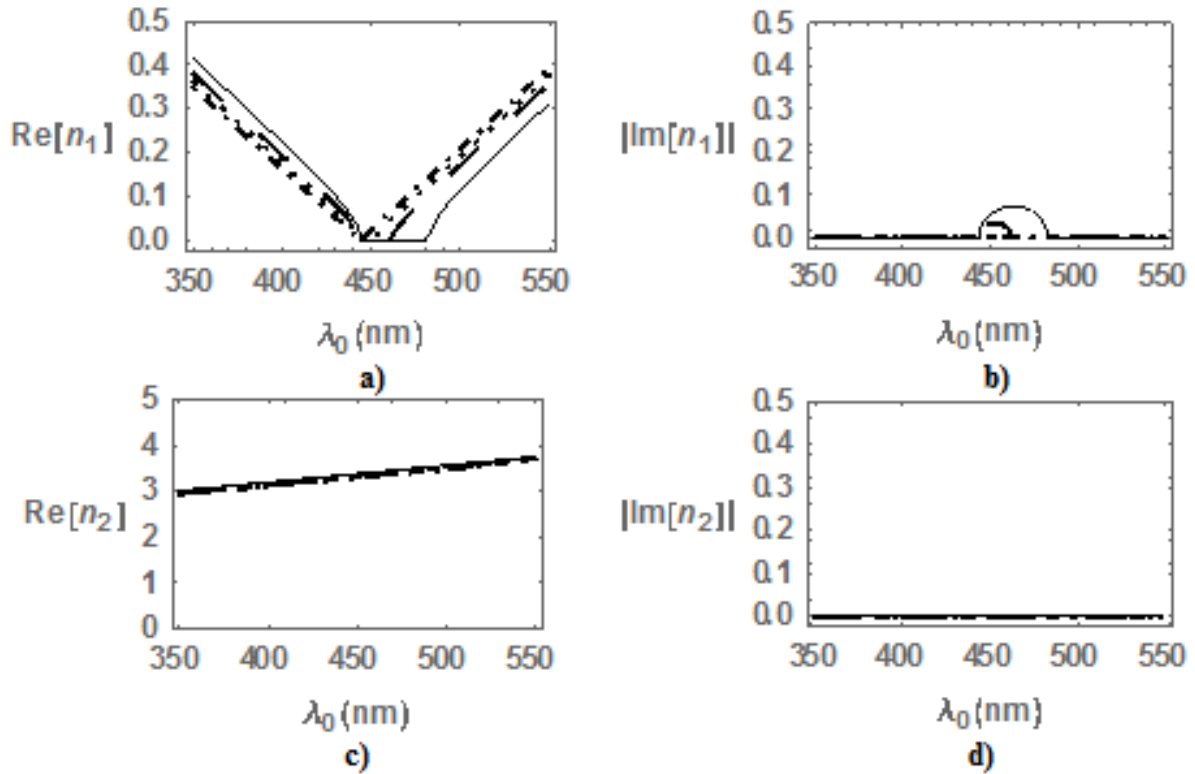


Figura 4.2: Valores propios n_1 y n_2 como función de la longitud de onda. $f = 0$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 0$

Las figuras 4.3 y 4.4 todavía muestran un medio estructuralmente quirral puro, pero bajo

el efecto de un campo eléctrico aplicado externamente, el cual ha sido analizado previamente en la Ref. [21]. Al comparar las gráficas mencionadas anteriormente, podemos ver que, en términos generales, el campo eléctrico aumenta el ancho de banda, mientras que la longitud de onda central de la banda prohibida se desplaza hacia el azul. Podemos notar que incluso para $\chi = \pi/2$, cuando el ancho de banda es cero, el campo es capaz de abrir una brecha en la banda cuyo anchura crece con el campo aplicado.

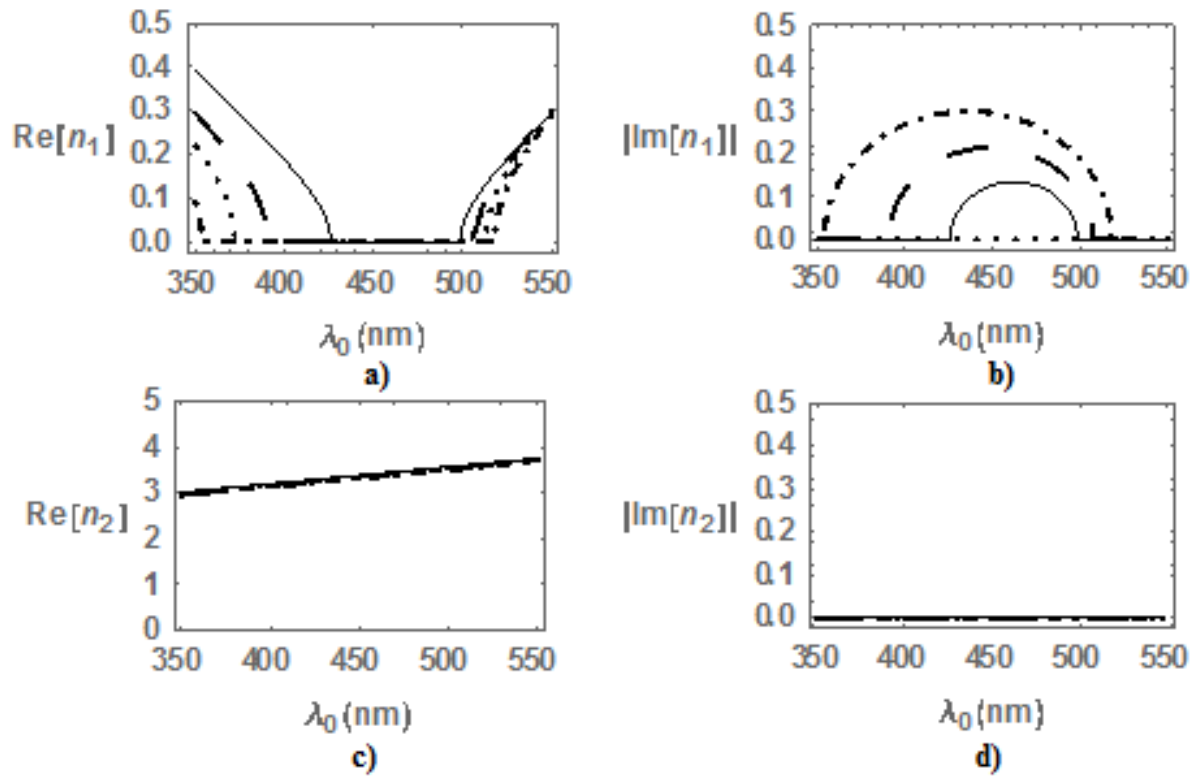


Figura 4.3: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 5 \times 10^3$

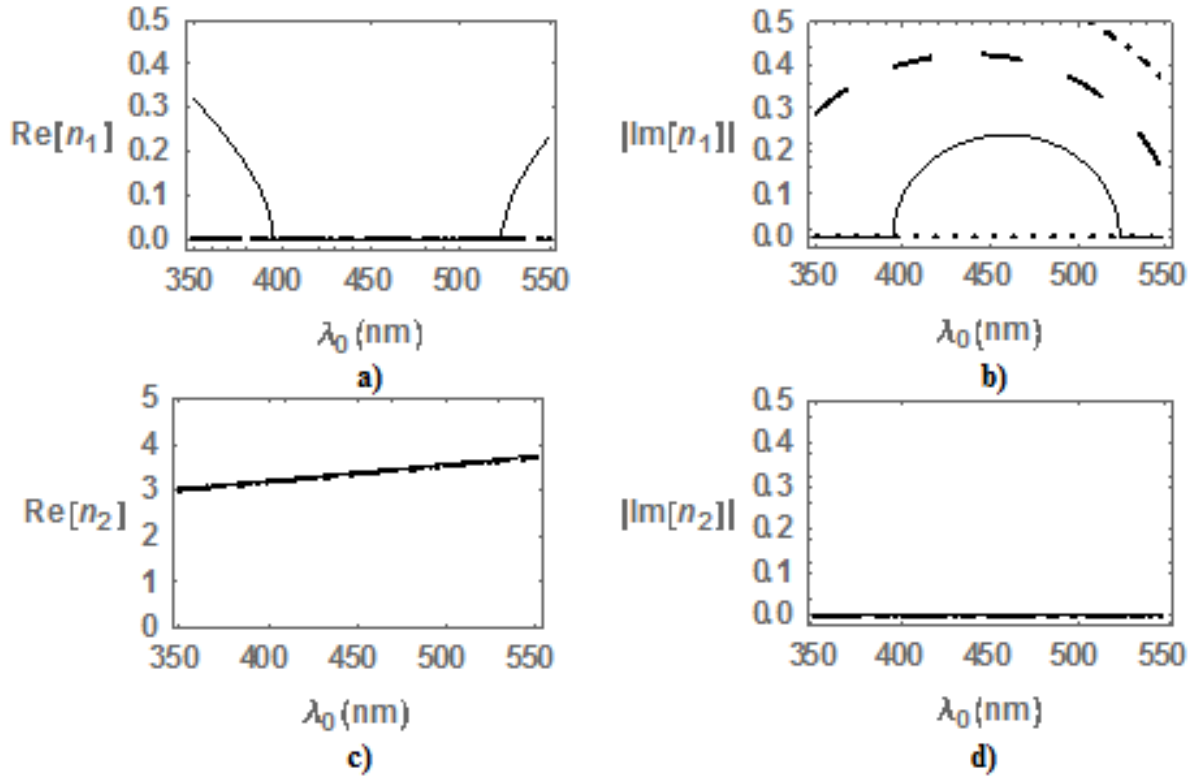


Figura 4.4: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 10 \times 10^3$

Consistentemente ambos índices de refracción permanecen reales a los lados de la banda de reflexión donde n_1 se vuelve imaginario.

En figura 4.5, 4.6 y 4.7 graficamos los mismos índices para un factor de llenado muy pequeño $f = 0.005$ para varias intensidades del campo eléctrico y distintos ángulos de inclinación χ . A pesar de la cantidad bastante pequeña de inclusiones, podemos ver una notable distorsión en la estructura de la banda. Aparecen dos picos asociados a la resonancia metálica en ambas partes, real e imaginaria de n_1 , cuando $\chi = 0$ dentro de la banda de reflexión de n_1 , los cuales se superponen en uno solo después de $\chi = \pi/3$. Las posiciones de estos picos se desplazan suavemente al azul y el ancho de la banda crece a medida que el campo eléctrico aumenta. Además, en este caso n_2 también se modifica de modo que $\text{Re}[n_2]$ (ver Figuras 4.5c, 4.6c y 4.7c) muestra oscilaciones alrededor de esas longitudes de onda donde n_1 presenta picos. La presencia de las inclusiones también induce una parte imaginaria para n_2 que representa la absorción originada por las esferas metálicas. Las Figuras. 4.5d, 4.6d, y 4.7d muestran un par de picos de absorción aproximadamente situados en las mismas posiciones que las correspondientes mostradas para n_1 .

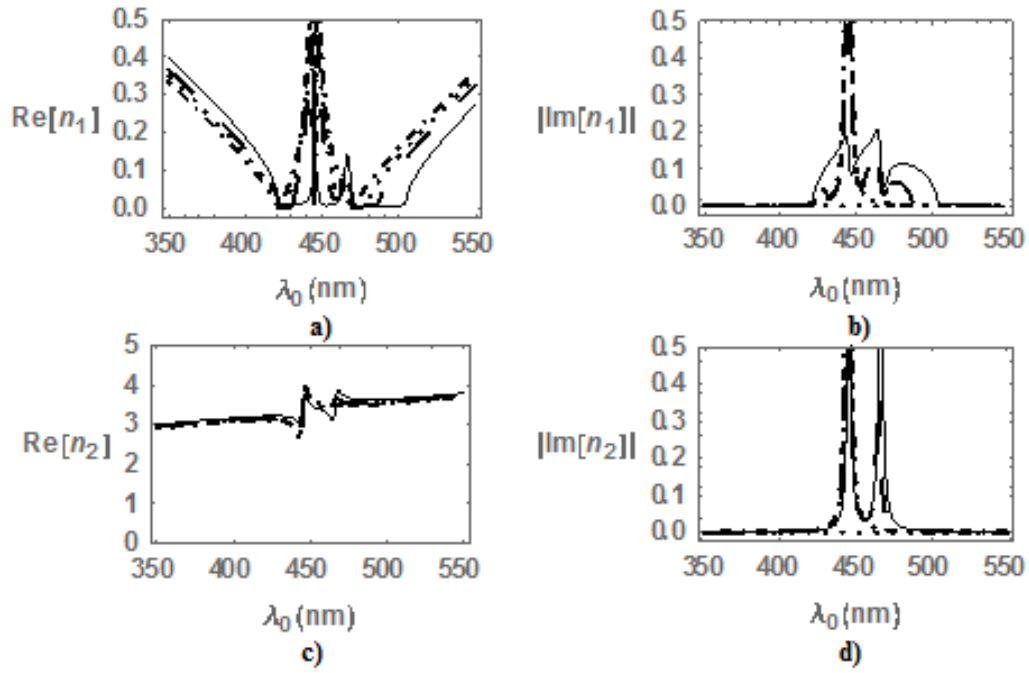


Figura 4.5: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.005$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2, Vc = 0$

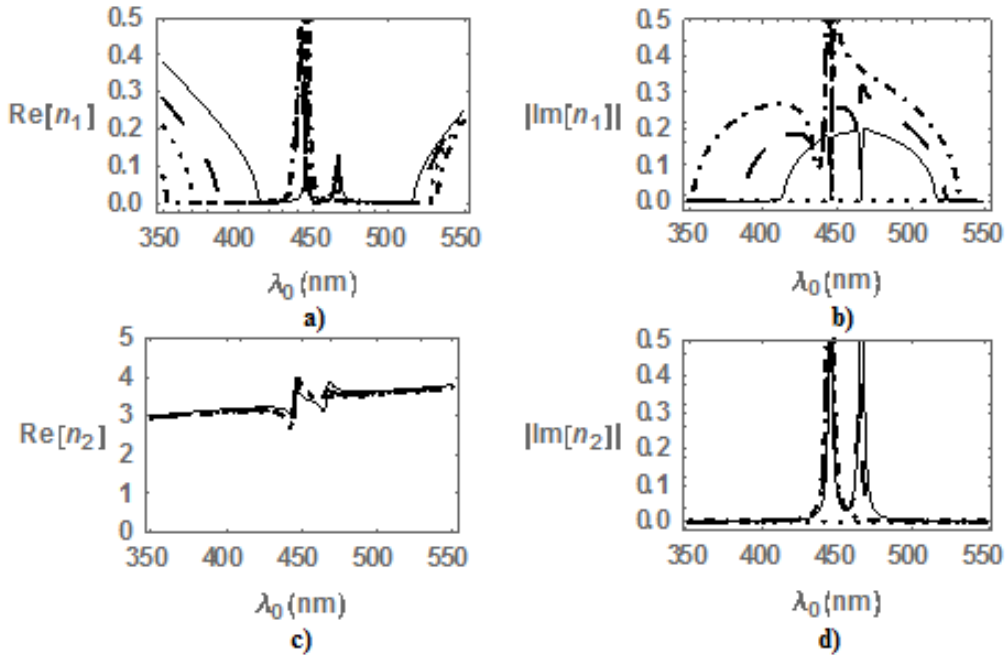


Figura 4.6: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.005$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2, Vc = 5 \times 10^3$

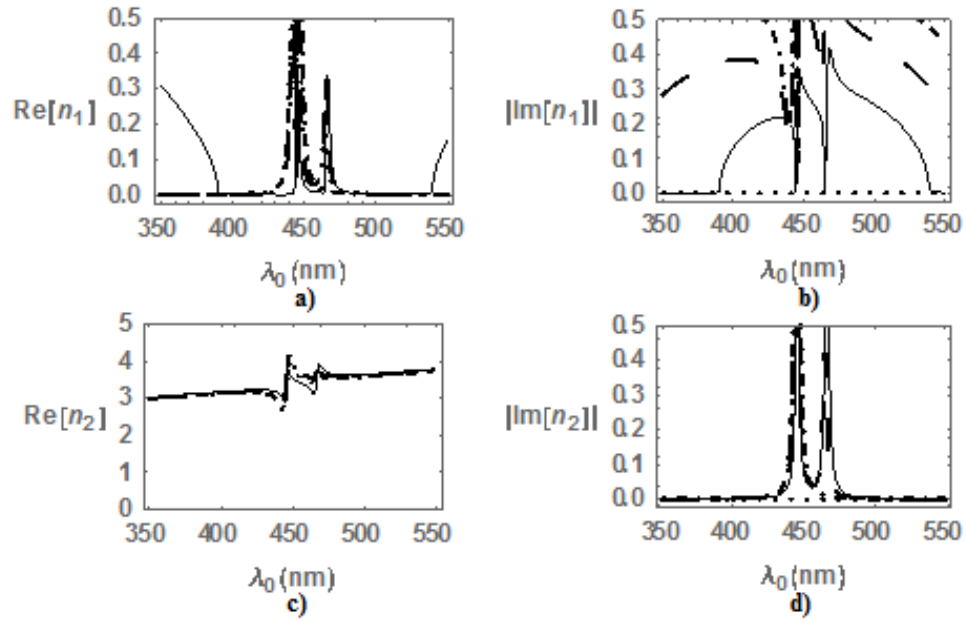


Figure 4.7: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.005$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 10 \times 10^3$

En las Figuras. 4.8, 4.9 y 4.10 hemos representado n_1 y n_2 duplicando el factor de llenado a $f = 0.01$ y variando el campo eléctrico y el ángulo de inclinación de la misma manera que en las figuras 4.5, 4.6, 4.7.

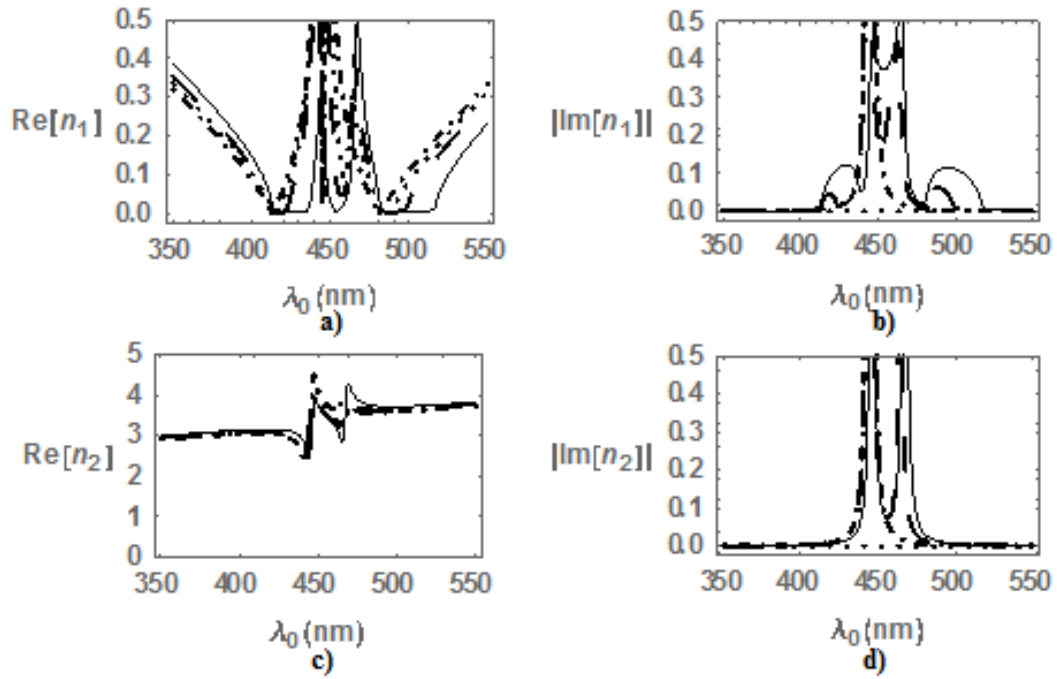


Figure 4.8: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.01$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 0$

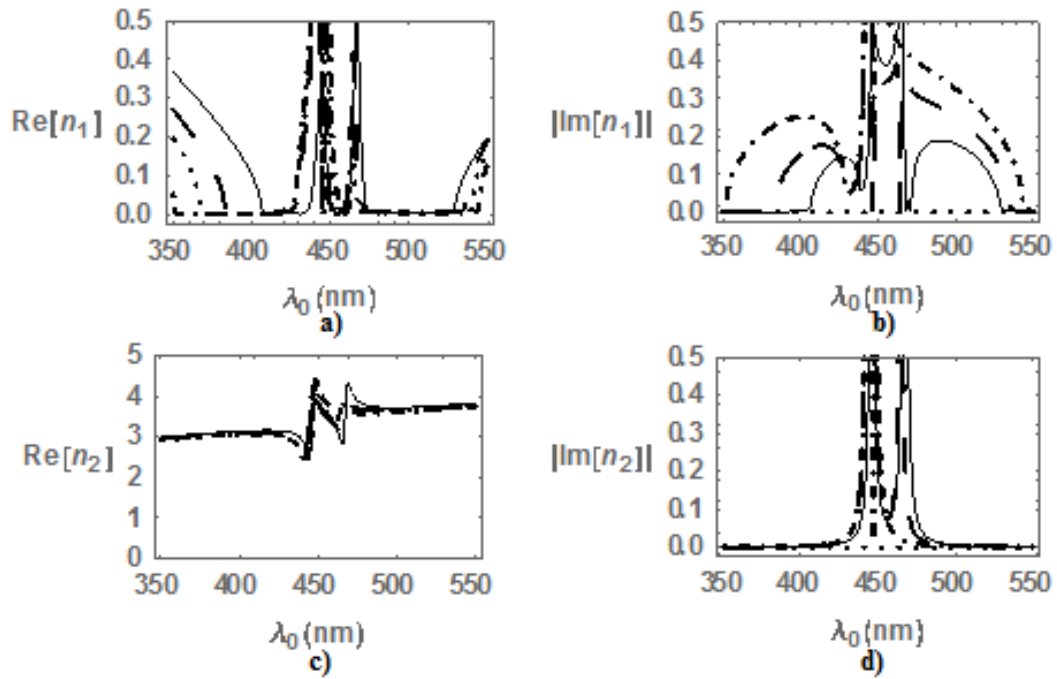


Figure 4.9: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.01$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $Vc = 5 \times 10^3$

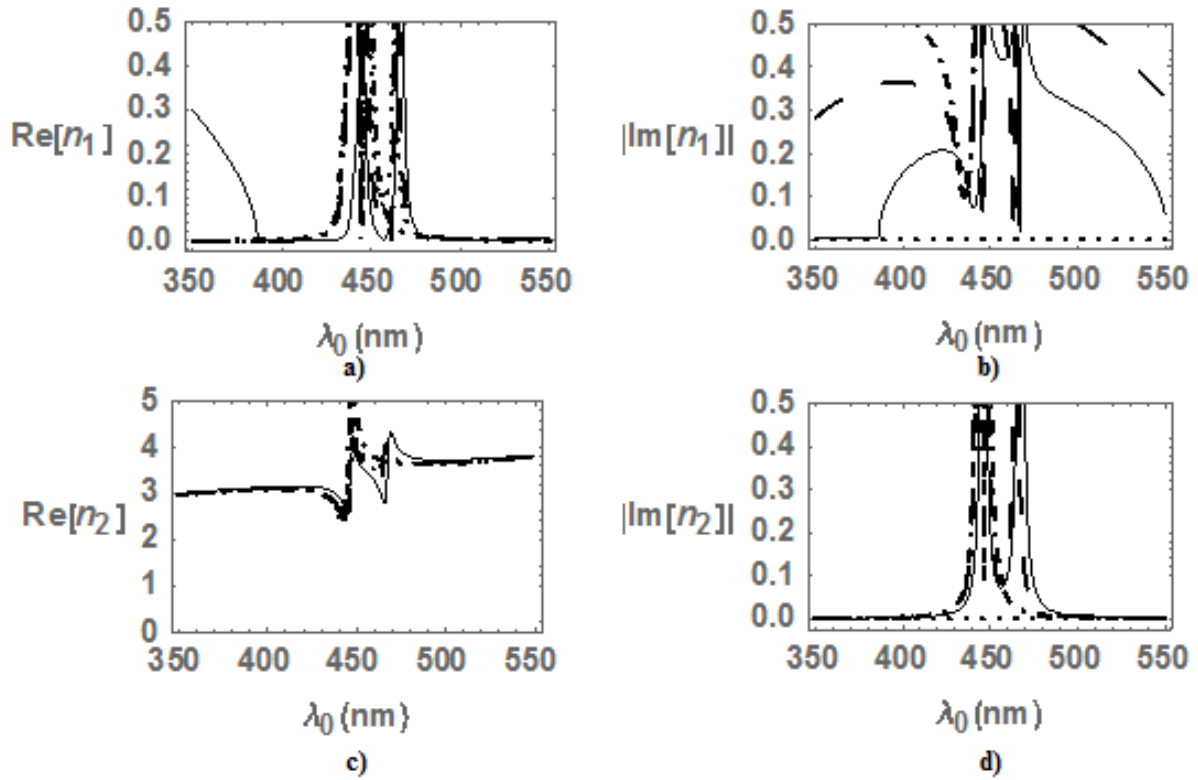


Figure 4.10: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.01$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 10 \times 10^3$

Podemos notar cómo el par de picos aumentan considerablemente sus amplitudes y anchuras de tal manera que incluso para $\chi = 0$ muestran cierta superposición como se puede ver en las Figuras 4.8a, 4.9a y 4.10a para $\text{Re}[n_1]$. Esta superposición de los picos es mucho más perceptible para $\text{Im}[n_1]$ (Figuras 4.8b, 4.9b y 4.10b) en donde la gran amplitud de estos picos han deformado completamente la forma semicircular original de este espectro obtenido para un medio estructuralmente quiral puro (Figura 4.2). Remarcamos que al aumentar el campo eléctrico la banda de reflexión se ensancha dejando prácticamente inalterado el espesor de los picos asociados a la resonancia (Figuras 4.8a y 4.9a), excepto para el campo más grande calculado (Figura 4.10a) para el cual los picos parecen estrecharse. Complementariamente, las oscilaciones de $\text{Re}[n_2]$ mostradas en las Figuras 4.8c, 4.9c y 4.10c aumentan su amplitud, mientras que los picos de absorción mostrados en las Figuras 4.8d, 4.9d, y 4.10d también se ensanchan, consistentemente debido a que la cantidad de contaminante metálico es mayor.

En las Figuras 4.11, 4.12 y 4.13 hemos graficado los mismos índices duplicando de nuevo el factor de llenado. Nótese cómo la Figura 4.11a muestra tres pseudo bandas (banda de reflexión cerrada) para $\chi = \pi/2$, de las cuales las dos localizadas en los extremos se abren al

reducir el valor de χ . De manera similar, las Figuras 4.12a y 4.13a presentan el mismo comportamiento, pero ahora aumentando el campo eléctrico, ambas bandas prohibidas se ensanchan simultáneamente. En consecuencia, las Figuras 4.12b y 4.13b se asemejan al espectro de la parte imaginaria de dos bandas de reflexión situadas en regiones contiguas y unidas por un pico que puede interpretarse como un pico de absorción. Las Figuras 4.11c, 4.12c y 4.13c para $\text{Re}[n_2]$ muestran un índice oscilante con una oscilación aún mayor alrededor de las longitudes de onda de los picos de resonancia. Finalmente, en las figuras 4.11d, 4.12d y 4.13d se muestra $\text{Im}[n_2]$ que tiene la forma de dos picos de absorción parcialmente superpuestos.

Podemos resumir el comportamiento de esta estructura quiral dopada metálicamente como sigue. El efecto de las esferas metálicas tras sobrepasar cierto factor de llenado dado, pero pequeño, es crear dos picos anchos que dividen la banda de reflexión en dos sub-bandas complementarias más pequeñas, las cuales están cerradas o abiertas dependiendo del valor de la inclinación. Por lo tanto, la acción del campo eléctrico consiste en ensanchar simultáneamente ambas bandas prohibidas a medida que aumenta la intensidad del campo eléctrico.

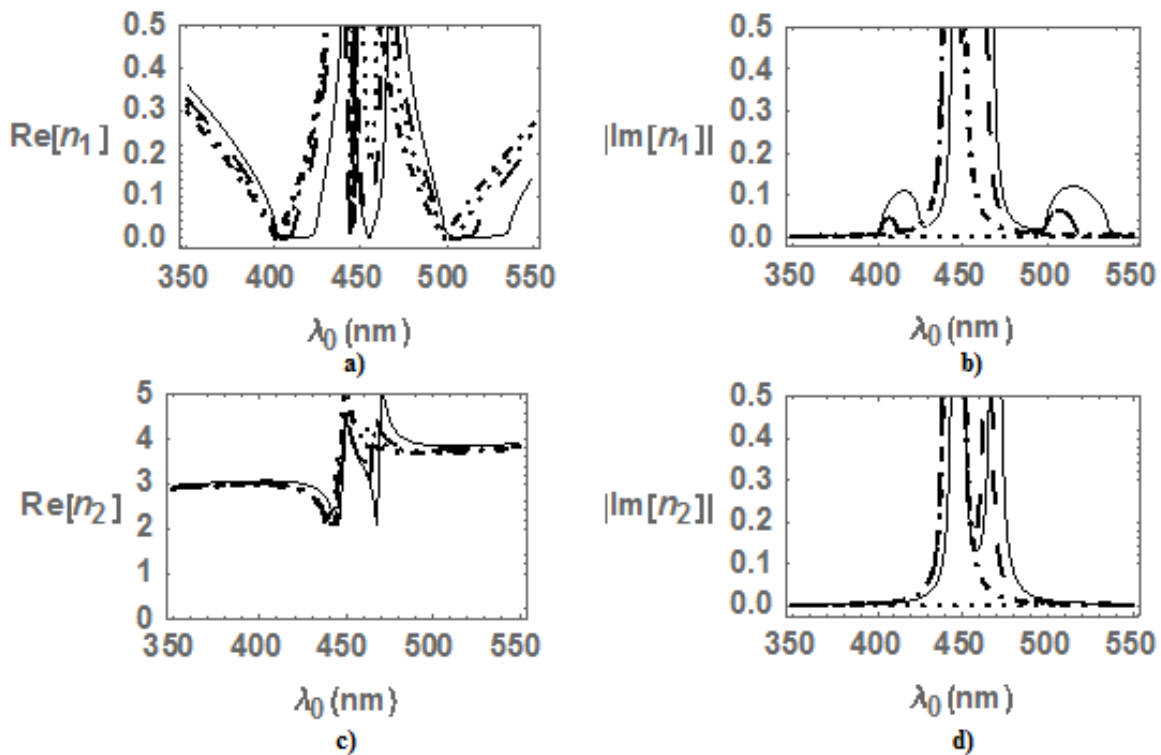


Figure 4.11: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.02$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 0$

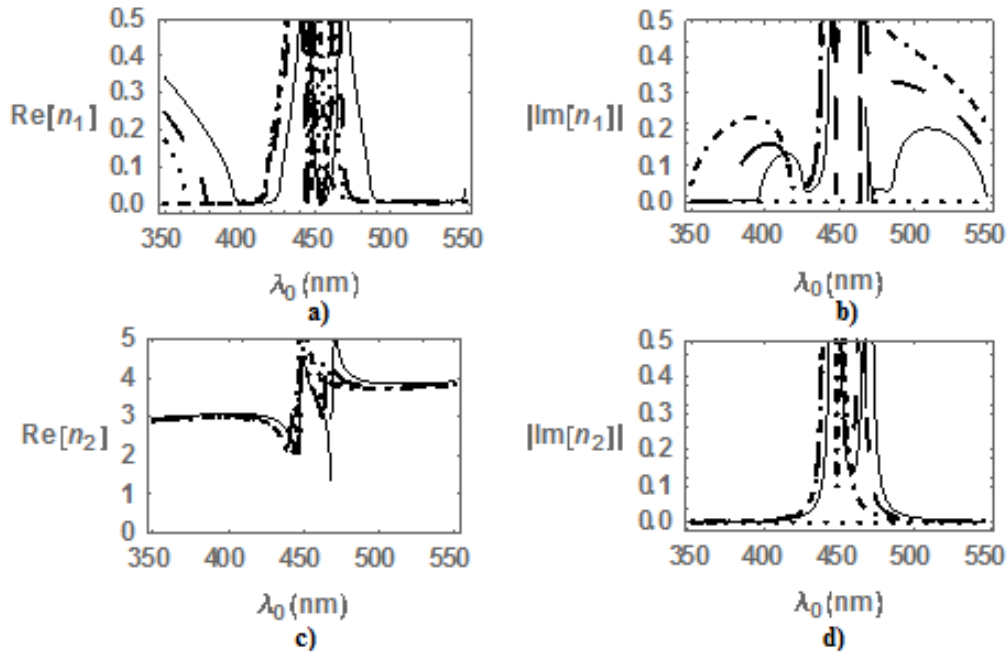


Figure 4.12: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.02$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 5 \times 10^3$

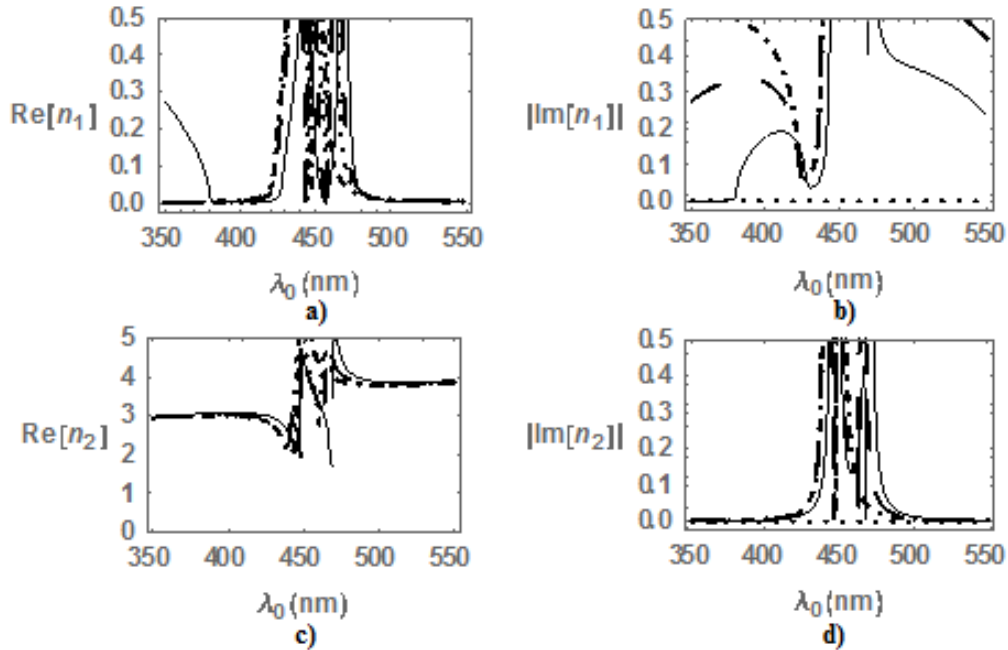


Figure 4.13: Lo mismo que en la figura 4.2 pero para los parámetros $f = 0.02$; $p = 270 \times 10^{-9}$; $\chi = 0, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, $V_c = 10 \times 10^3$

Capítulo 5

Conclusiones y comentarios finales

En este trabajo se consideraron tres modelos teóricos en los cuales analizamos las propiedades ópticas en nanoestructuras que nos permiten estudiar las características de las ondas electromagnéticas que se propagan en ellas.

En la primera parte comenzamos tratando el problema de un cristal fotónico unidimensional formado por una sucesión de planos constituidos por material no lineal, inmersos en un medio lineal. Se resolvió analíticamente la ecuación de Schrödinger usando un potencial seno-Gordon y determinamos la estructura de bandas de energía electrónica, en la cual notamos que para amplitudes A , constantes, de la función de onda, y coeficiente de no linealidad, $p = n_2 a/2$, pequeño, sólo se tiene una banda prohibida en la región de ka cercana a cero; conforme p crece las bandas prohibidas se ensanchan, mientras que las bandas permitidas se vuelven cada vez más estrechas hasta quedar localizadas en los puntos $n\pi$. Para coeficientes de no linealidad p , constante, y amplitud de la función de onda A , variable, la anchura de las bandas prohibidas decrece conforme A aumenta, mientras que las bandas permitidas se ensanchan, pero cuando A alcanza un valor específico inicia un fenómeno de oscilación de la anchura tanto de las bandas prohibidas como permitidas, tal que a medida que A aumenta las bandas prohibidas se tornan cada vez más angostas y las bandas permitidas más anchas. Para A suficientemente grande desaparecen las bandas prohibidas. Este modelo nos permitió exhibir una estructura de bandas de energía del cristal que dependen directamente de la amplitud de las ondas incidentes.

En la segunda parte, reportada en el Capítulo 3, investigamos la propagación de las ondas electromagnéticas a través de cristales fotónicos no lineales de una dimensión formados por un conjunto infinito de celdas muy delgadas de cristal líquido nemático, cada celda representada por una función delta con una respuesta dieléctrica específica no lineal, insertadas de

forma alternada y equidistantes en un sólido dieléctrico de respuesta lineal. Propusimos un modelo sencillo para el índice de refracción no lineal que depende de la intensidad del campo eléctrico de la onda electromagnética, el cual es capaz de reproducir el comportamiento para bajas intensidades, así como el de saturación. Es decir, en este modelo la respuesta del cristal es lineal para bajas intensidades y, en contraste con el modelo Kerr generalmente estudiado, su polarización dieléctrica no se incrementa sin límite en función del campo eléctrico, sino que tiende a un valor constante asintótico correspondiente al comportamiento de saturación. Para modelar el comportamiento de las celdas nemáticas, promediamos su respuesta dieléctrica no homogénea sobre el espesor de la celda para obtener su dependencia explícita del campo óptico. Usamos la expresión resultante para establecer que la ecuación gobernante para la estructura de bandas del cristal fotónico no lineal depende de la amplitud de la onda incidente y se reduce a la del modelo lineal para pequeñas amplitudes y, además, presenta un comportamiento de saturación para grandes intensidades, en el cual el sistema se comporta de nuevo linealmente. Mostramos que las bandas permitidas se hacen más angostas conforme el número de onda y la amplitud se incrementan, y que para valores extremadamente pequeños y grandes de la amplitud la estructura de bandas tiende a ser independiente de ella.

Para propósitos prácticos, calculamos el espectro de reflectancia en función de la intensidad de la onda para una versión finita de este cristal fotónico, para el cual limitamos el número de celdas no lineales involucradas. Demostramos que para altas intensidades la reflectancia tiende a un valor asintótico correspondiente a la reflectancia de saturación.

También, analizamos la estabilidad de nuestra solución no lineal agregando una perturbación de amplitud y parámetros involucrados arbitrarios. Encontramos algunos intervalos para los valores de los parámetros en los cuales la amplitud adicional es estable. Esperamos que nuestro estudio resulte útil en el diseño de cristales fotónicos que combinen materiales de materia condensada sólida y blanda.

En la tercera parte, reportada en el capítulo 4, hemos considerado un modelo para un medio estructuralmente quiral dopado con nanoesferas aleatoriamente dispersas. Utilizando una generalización para medios anisotrópicos del formalismo de Maxwell Garnet, calculamos el tensor dieléctrico efectivo del medio compuesto en la aproximación de birrefringencia baja. Hemos demostrado que la influencia de las esferas metálicas, después de superar un pequeño factor de llenado dado, es originar dos picos anchos que separan la banda prohibida original de la estructura quiral en dos subbandas prohibidas complementarias más cortas, las cuales están cerradas o abiertas dependiendo del valor de la inclinación de las capas que forman la estructura quiral. Posteriormente, se analiza la influencia sobre la estructura de la banda,

de un campo eléctrico aplicado externamente a lo largo de la dirección de la periodicidad. Hemos demostrado que este campo es capaz de controlar simultáneamente los anchos de banda de las dos bandas de reflexión generadas por la presencia de las inclusiones metálicas. Este campo eléctrico puede incluso abrir una banda que estaba inicialmente cerrada en dos bandas prohibidas obtenidas cuando la inclinación de la estructura es $\chi = \pi/2$. Esperamos que nuestro estudio estimule la construcción de este tipo de estructura quiral compuesta.

En este trabajo hemos estudiado principalmente algunas propiedades ópticas de cristales fotónicos unidimensionales. A saber, no linealidad, saturación y dopaje. Hemos analizado la forma en que estas propiedades modifican la estructura de bandas de los cristales fotónicos propuestos como posible mecanismo para sintonizarlos y controlar el flujo de señales en éstos.

Appendix A

Reflectancias complementarias del cristal con potencial seno-Gordon

En las Figuras A.1 y A.2 se muestran la reflectancia \mathcal{R} con los mismos valores que en la Figura 3.4 pero para $n = 2$ and $n = 3$, respectivamente. Se puede observar que son cualitativamente similares a los de la Figura 3.4 excepto que tanto la reflectancia como el número de máximos locales se hacen más grandes a medida que el número de placas no lineales aumenta en el mismo intervalo de longitudes de onda.

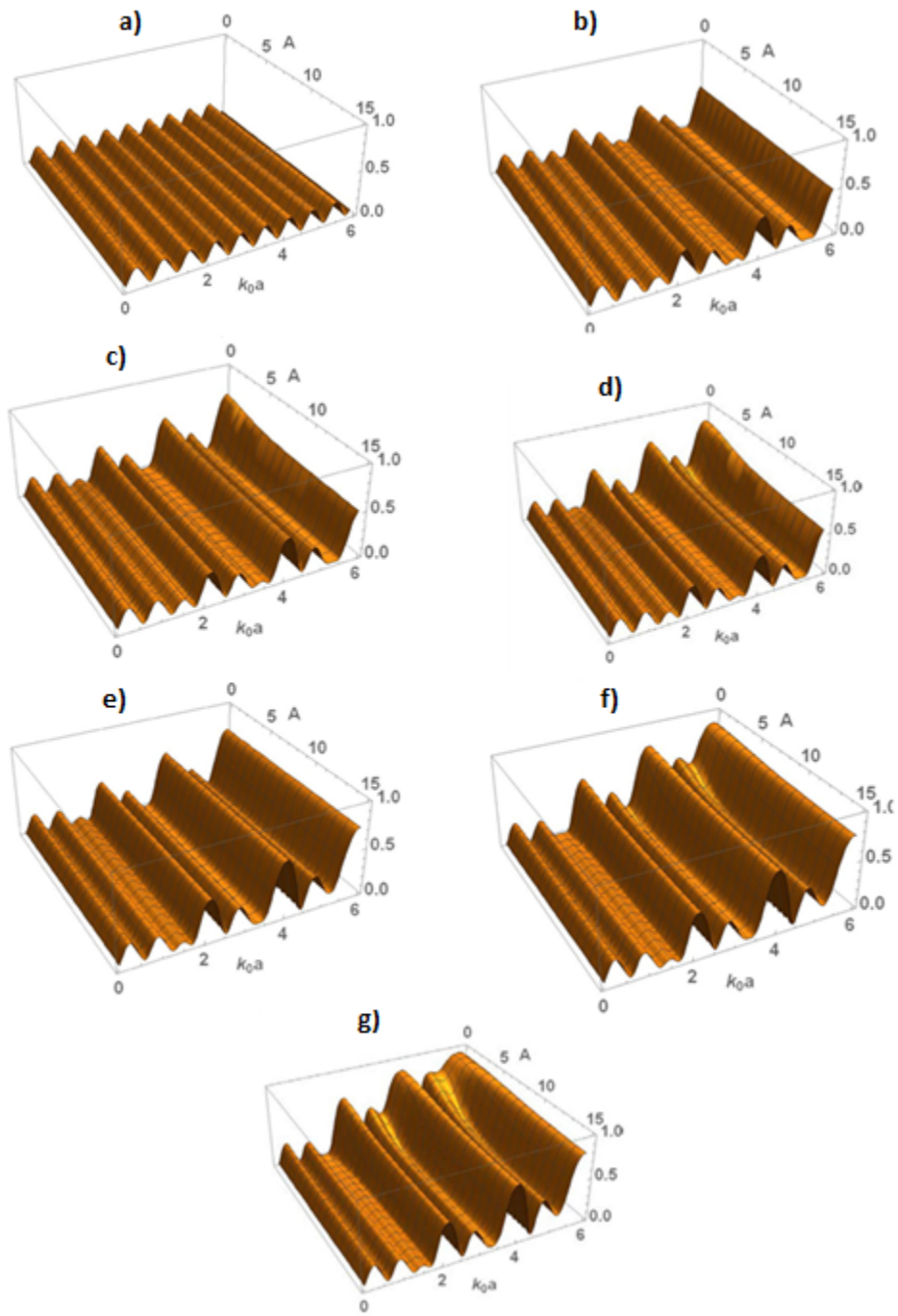


Figure A.1: Reflectancia como función del número de onda k_0a y la amplitud de la onda incidente A para a) $\Omega = 0.0$, b) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.0$, c) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.8$, d) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 1.6$, e) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.0$, f) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.8$ y g) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 1.6$. Aquí, consideramos que $n = 2$ y $N = 3$.

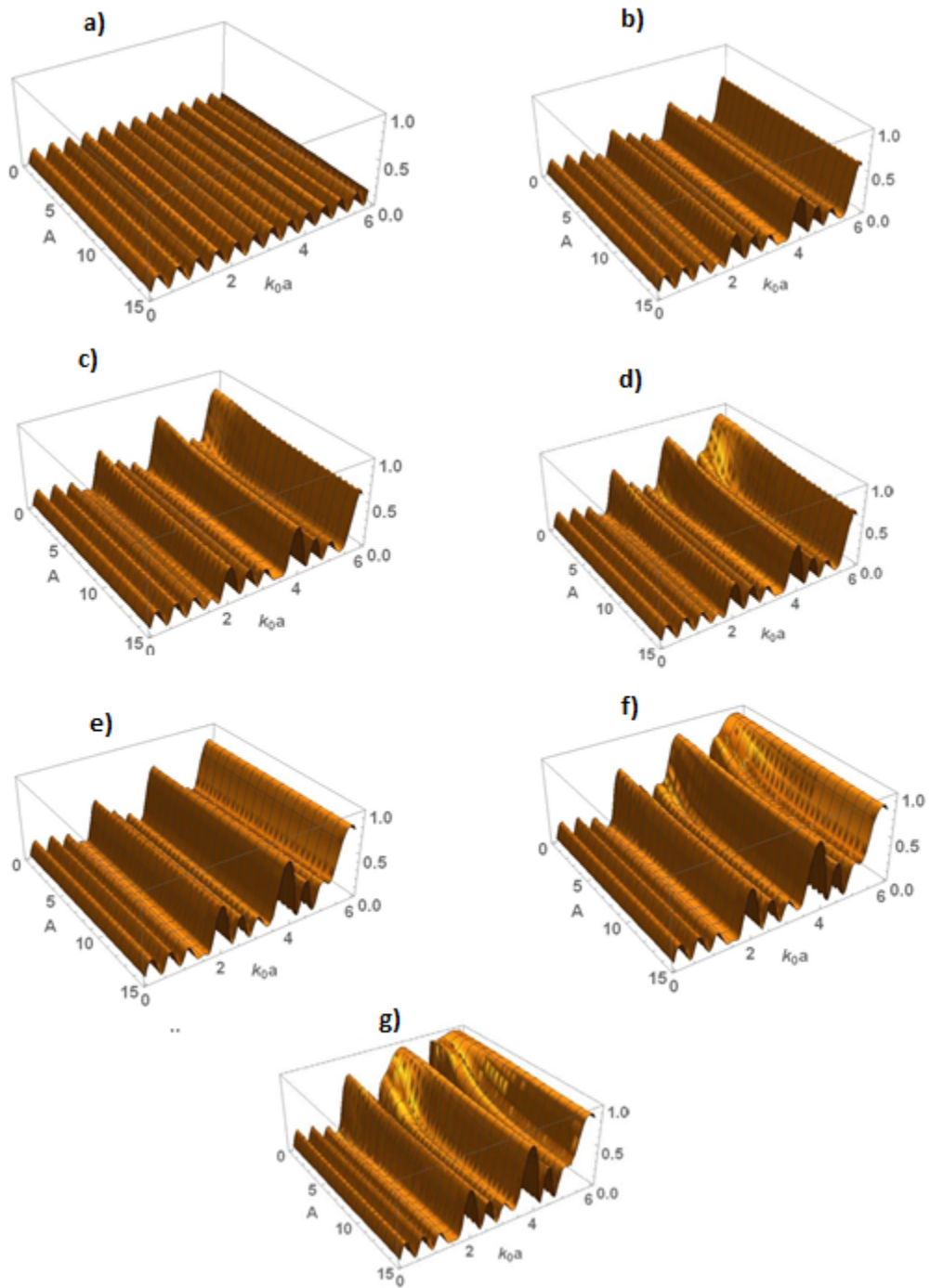


Figure A.2: Reflectancia como función del número de onda k_0a y la amplitud de la onda incidente A para a) $\Omega = 0.0$, b) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.0$, c) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 0.8$, d) $\Omega = 0.05$, $\Delta = 1.6$, e) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.0$, f) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 0.8$ y g) $\Omega = 0.1$, $\Delta = 1.6$. Aquí, consideramos que $n = 3$ y $N = 4$.

Appendix B

Dinámica no lineal del pulso perturbador a la estructura no lineal

La sustitución de expresiones (3.11) y (3.26) en las ecuaciones de Maxwell da

$$\frac{\partial |\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)|}{\partial \chi} = a\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{a\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial \chi} &= \frac{\partial}{\partial t} \left\{ n_d^2 (\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)) \right. \\ &\quad \left. + \left[\alpha_s^2 + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{\tanh |\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)|}{|\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)|} \right] (\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)) \delta(\chi - m)/a \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

donde $\chi = x/a$. Combinando las expresiones (B.1) y (B.2) obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2 \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \chi^2} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ n_d^2 \psi_1(\chi, t) + \delta(\chi - m)/a \left\{ \alpha_s^2 \psi_1(\chi, t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \left(\frac{(\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t))}{|\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)|} \tanh |\psi_0(\chi, t) + \psi_1(\chi, t)| \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{\psi_0(\chi, t)}{|\psi_0(\chi, t)|} \tanh |\psi_0(\chi, t)| \right) \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Si integramos esta expresión alrededor de la placa no lineal ubicada en $\chi = 0$, obtenemos

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi_1(0,t) + (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{(\psi_0(0,t) + \psi_1(0,t))}{|\psi_0(0,t) + \psi_1(0,t)|} \tanh |\psi_0(0,t) + \psi_1(0,t)| - \frac{\psi_0(0,t)}{|\psi_0(0,t)|} \tanh |\psi_0(0,t)| \right) = \frac{c^2}{a} \left(\frac{\partial \psi_1(0,t)}{\partial \chi} - e^{-i\theta} \frac{\partial \psi_1(1,t)}{\partial \chi} \right) = \quad (B.4)$$

donde θ es la fase de Bloch de la perturbación y denotamos $c^2=1/\epsilon_0\mu_0$. Sustituyendo las expresiones (3.27) y (3.28) en la condición de frontera dada por la ecuación (B.4), obtenemos

$$k(v e^{i\theta} - (-u \sin k + v \cos k)R(t) - \alpha_s^2 e^{i\omega t} \frac{\partial^2 e^{-i\omega t} R(t)}{\partial t^2} u = (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) e^{i\omega t} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[e^{-i\omega t} \frac{(Ru + A)}{|Ru + A|} \tanh |Ru + A| - \tanh A \right], \quad (B.5)$$

$$u = e^{-i\theta} (u \cos k + v \sin k), \quad (B.6)$$

donde la última expresión para u se debe al teorema de Bloch aplicado a las placas ubicadas en $\chi = 0, 1$ y $R(t) = e^{i\omega t} S(t)$. Si resolvemos la última ecuación para v obtenemos $v = u(e^{i\theta} - \cos k)/\sin k$. Así, después de la sustitución en la primera ecuación, encontramos

$$\begin{aligned} & k(e^{2i\theta} - 2e^{i\theta} \cos k + 1)R(t)u \\ &= -\omega^2 (\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{(Ru + A) \tanh \sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}}{\sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}} - \omega^2 \alpha_s^2 R(t)u \\ & - 2i\omega \frac{d}{dt} \left[(\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \left\{ \frac{(Ru + A) \tanh \sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}}{\sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}} - \tanh A \right\} + \alpha_s^2 R(t)u \right] \\ & + \frac{d^2}{dt^2} \left[(\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \frac{(Ru + A) \tanh \sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}}{\sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}} + \alpha_s^2 R(t)u \right], \quad (B.7) \end{aligned}$$

que puede ser reescrita como

$$\begin{aligned}
& 2k(\cos \theta - \cos k)e^{i\theta} R(t) \\
& = -\omega^2(\alpha_o^2 - \alpha_s^2)a^2(Ru + A)w(R(t)) - \omega^2\alpha_s^2 R(t)u \\
& + 2i\omega \frac{d}{dt} \left[(\alpha_o^2 - \alpha_s^2) \{ (Ru + A)w(R(t)) - \tanh A \} + \alpha_s^2 \frac{\partial R(t)}{\partial t} u \right] \\
& + \frac{d^2}{dt^2} \left[(\alpha_o^2 - \alpha_s^2)(Ru + A)w(R(t)) + \alpha_s^2 R(t)u \right], \tag{B.8}
\end{aligned}$$

donde hemos introducido la variable

$$w(R(t)) = \tanh \sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)} / \sqrt{A^2 + |R|^2 + Au(R + R^*)}. \tag{B.9}$$

Aquí $|R|$ y R^* denotan, respectivamente, el valor absoluto y el complejo conjugado de R .

Apéndice C

Efecto Pockels

El efecto electro-óptico lineal se puede describir en términos de una polarización no lineal dada por

$$P_i(\omega) = \sum_{jk} \chi_{ijk}^2(\omega = \omega + 0) E_j(\omega) E_k(0), \quad (\text{C.1})$$

donde χ_{ijk} es el tensor de susceptibilidad eléctrica y $E_{j,k}$, $j, k = 1, 2, 3$ son las componentes de campo eléctrico. Como el efecto electro-óptico lineal se puede describir por una susceptibilidad no lineal de segundo orden, el efecto electro-óptico lineal puede ocurrir solamente en materiales que son centro simétricos.

C.1. Efecto electro-óptico lineal

Se desarrolla un formalismo matemático que describe el efecto electro-óptico lineal. en un material anisotrópico, la relación constitutiva entre los vectores de campo \mathbf{D} y \mathbf{E} tiene la forma

$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j \quad (\text{C.2})$$

o, explícitamente

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

Para un material sin pérdidas, no activo ópticamente, el tensor de permeabilidad dieléctri-

co ϵ_{ij} está representado por una matriz simétrica real, la cual, por lo tanto, tiene seis elementos independientes, es decir,

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx}, \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{zx}, \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy}.\end{aligned}$$

Un resultado matemático general establece que cualquier matriz simétrica real se puede expresar en forma diagonal por medio de una transformación ortogonal. Físicamente, este resultado implica que existe un nuevo sistema de coordenadas (X, Y, Z) relacionado con el sistema de coordenadas (x, y, z) de la ecuación (C.2) por la rotación de los ejes de coordenadas, en el cual la ecuación (C.2) tiene la forma mucho mas simple

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Este nuevo sistema de coordenadas se conoce como el sistema de ejes principales, porque en éste el tensor dieléctrico se presenta como una matriz diagonal.

Consideremos la densidad de energía por unidad de volumen

$$U = \frac{1}{8\pi} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{8\pi} \sum_j \epsilon_{ij} E_i E_j \quad (\text{C.5})$$

asociada con una onda propagándose a través de un medio anisotrópico. En el sistema de ejes de coordenadas principales, la densidad de energía se puede representar como

$$U = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{D_X^2}{\epsilon_{XX}} + \frac{D_Y^2}{\epsilon_{YY}} + \frac{D_Z^2}{\epsilon_{ZZ}} \right] \quad (\text{C.6})$$

Este resultado muestra que las superficies de densidad de energía constante en el espacio de \mathbf{D} son elipsoides. La forma de éstos elipsoides se pueden describir en términos de las coordenadas (X, Y, Z) . Si establecemos

$$\begin{aligned}X &= \left(\frac{1}{8\pi U} \right)^{1/2} D_X \\ Y &= \left(\frac{1}{8\pi U} \right)^{1/2} D_Y \\ Z &= \left(\frac{1}{8\pi U} \right)^{1/2} D_Z\end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

La ecuación (5.5) se convierte en

$$\frac{X^2}{\epsilon_{XX}} + \frac{Y^2}{\epsilon_{YY}} + \frac{Z^2}{\epsilon_{ZZ}} \quad (\text{C.8})$$

La superficie descrita por esta ecuación se conoce como la indicatriz óptica o el elipsoide de índices. La ecuación que describe el elipsoide de índices toma su forma más simple del sistema de ejes principales; en otros sistemas de coordenadas este elipsoide tiene una expresión general, la cual se escribe de forma

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xy + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xz = 1 \quad (\text{C.9})$$

Los coeficientes $(1/n^2)_i$ son contantes ópticas que describen la indicatriz óptica en el nuevo sistema de coordenadas.

El elipsoide de índices se puede usar para describir las propiedades ópticas de un material anisotrópico por medio del siguiente procedimiento. Para cualquier dirección de propagación dada dentro del cristal, se construye un plano perpendicular al vector de propagación y que pasa a través del centro del elipsoide. Los ejes semimayor y semimenor de esta elipse nos dan los dos valores permitidos de índices de refracción para esta dirección de propagación particular; las orientaciones de estos ejes dan las direcciones de polarización del vector \mathbf{D} asociado con estos índices de refracción.

Después se considera como momificar la indicatriz óptica cuando el material se somete a un campo eléctrico constante o de baja frecuencia. Esta modificación se describe convenientemente en términos del tensor de impermeabilidad η_{ij} el cual está definido por la relación

$$E_i = \sum_j \eta_{ij} D_j \quad (\text{C.10})$$

Hay que notar que esta relación es el inverso de la que está dada por la ecuación (5.1), por lo tanto η_{ij} es la matriz inversa de ϵ_{ij} , esto es, $\eta_{ij} = (\epsilon^{-1})_{ij}$. Podemos expresar la indicatriz óptica en términos de los elementos del tensor de permeabilidad notando que la densidad de energía es igual a $U = (1/8\pi) \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} = (1/8\pi) \sum_{ij} \eta_{ij} D_i D_j$ si definimos las coordenadas x, y, z por medio de las relaciones $x = D_x / (8\pi U)^{\frac{1}{2}}$, etc., encontramos que la expresión para U como función de D es

$$1 = \eta_{11}x^2 + \eta_{22}y^2 + \eta_{33}z^2 + 2\eta_{12}xy + 2\eta_{23}yz + 2\eta_{13}xz \quad (\text{C.11})$$

Por comparación de esta expresión para la indicatriz óptica con la dada por la ecuación (5.8) encontramos que

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{n^2}\right)_1 &= \eta_{11} & \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 &= \eta_{22} & \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 &= \eta_{33} \\ \left(\frac{1}{n^2}\right)_4 &= \eta_{23} = \eta_{32} & \left(\frac{1}{n^2}\right)_5 &= \eta_{13} = \eta_{31} & \left(\frac{1}{n^2}\right)_6 &= \eta_{12} = \eta_{21} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Ahora asumimos que η_{ij} se puede expresar como una serie de potencias en las componentes de las magnitudes E_k de campo eléctrico aplicado como

$$\eta_{ij} = \eta_{ij}^0 + \sum_k r_{ijk} E_k + \sum_{kl} s_{ijkl} E_k E_l + \dots \quad (\text{C.13})$$

Aquí r_{ijk} es el tensor que describe el efecto electro-óptico lineal, s_{ijkl} es el tensor que describe el efecto electro-óptico cuadrático, etc. Consideremos que el medio es no disipativo, y por lo tanto, la absorción es nula. Así, el tensor de permeabilidad dieléctrica ϵ_{ij} es real y simétrico, su inversa η_{ij} debe ser real y simétrica también, y consecuentemente el tensor electro-óptico r_{ijk} debe ser simétrico en sus primeros dos índices. Por esta razón, es conveniente representar el tensor de tercer rango r_{ijk} como una matriz bidimensional r_{hk} usando la notación contraída de acuerdo a la siguiente prescripción.

$$h = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ para } ij = 11, \\ 2 \text{ para } ij = 22, \\ 3 \text{ para } ij = 33, \\ 4 \text{ para } ij = 23, 32, \\ 5 \text{ para } ij = 13, 31 \\ 6 \text{ para } ij = 12, 21 \end{array} \right\} \quad (\text{C.14})$$

Las propiedades de varios materiales electro-ópticos se resumen en la siguiente Tabla.

Cuadro C.1: Propiedades de algunos materiales electro-ópticos [R.W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Academic Press, London, UK, 1992 (Capítulo 11)]

Material	Grupo Puntual	Coefficientes electro-ópticos ($10^{-12}m/V$)	Índice de refracción
Fosfato de dihidrógeno-amonio $NH_4H_2PO_4(ADP)$	$\bar{4}2m$	$r_{41} = 24.5$ $r_{63} = 8.5$	$n_0 = 1.530$ $n_e = 1.483$ ($a0.5462 \mu m$)
Fosfato de dihidrógeno-potasio $KH_2PO_4(KDP)$	$\bar{4}2m$	$r_{41} = 8.77$ $r_{63} = 10.5$	$n_0 = 1.514$ $n_e = 1.472$ ($a0.5462 \mu m$)
Fosfato de dideuterio-potasio $KE_2PO_4(KD^*P)$	$\bar{4}2m$	$r_{41} = 8.8$ $r_{63} = 26.4$	$n_0 = 1.508$ $n_e = 1.468$ ($a0.5461 \mu m$)
Niobato de litio $LiNbO_3$	$3m$	$r_{13} = 9.6$ $r_{22} = 6.8$ $r_{33} = 30.9$ $r_{42} = 32.6$	$n_0 = 2.3410$ $n_e = 2.2457$ ($a0.5 \mu m$)
Tantalato de litio $LiTaO_3$	$3m$	$r_{13} = 8.4$ $r_{22} = -0.2$ $r_{33} = 30.5$ $r_{51} = 20$	$n_0 = 2.176$ $n_e = 2.180$ ($a0.633 nm$)
Titanato de bario $BaTiO_3$	$4mm$	$r_{13} = 19.5$ $r_{22} = 97$ $r_{42} = 1640$	$n_0 = 2.488$ $n_e = 2.424$ ($a514 nm$)
Niobato de estroncio-bario $Sr_{0.6}Ba_{0.4}NbO_6(SBN:60)$	$4mm$	$r_{13} = 55$ $r_{33} = 224$ $r_{42} = 80$	$n_0 = 2.367$ $n_e = 2.337$ ($a514 nm$)
Niobato de Potasio $kNnO_3$	$mm2$	$r_{13} = 43$ $r_{23} = 6$ $r_{33} = 63.4$ $r_{42} = 450$ $r_{51} = 120$	$n_1 = 2.17$ $n_2 = 2.28$ $n_3 = 2.33$

Apéndice D

Material estructuralmente quiral

La quiralidad es una propiedad geométrica, asociada a moléculas que no son simétricas respecto a un plano de reflexión, es decir, la molécula no es igual a su imagen en un espejo plano. La molécula se puede asociar con lateralidad derecha y su imagen con lateralidad izquierda o viceversa.

Algunos ejemplos de materiales quirales son: cristales líquidos nemáticos y esmécticos quirales [32], capas artificiales quirales sólidas, éstas son llamadas STF por sus siglas en inglés Sculptured Thin Films, elastómeros quirales, etc. Todos ellos se caracterizan por tener quiralidad periódica.

Las investigaciones enfocadas al análisis de propiedades ópticas en medios con simetría quiral es muy amplia y relativamente reciente. Desde hace más de medio siglo se conocen soluciones analíticas exactas para propagación axial en medios quirales convencionales [7, 8]. La característica fundamental de estos materiales es que muestran el fenómeno de la difracción circular de Bragg, en la cual, a incidencia normal una onda plana polarizada circularmente de una lateralidad específica es altamente reflejada en un cierto intervalo de longitud de onda, mientras que una onda plana similar de lateralidad inversa es transmitida. Esta característica de filtrar y, por lo tanto, de discriminar una de las polarizaciones es propia de materiales de estructura quiral y es ampliamente utilizada en tecnología óptica [9].

Los avances en las técnicas de fabricación de materiales con simetría quiral periódica, así como la posibilidad de insertar defectos en ellos, han motivado investigaciones que han dado origen a dispositivos con gran potencial en aplicaciones fotónicas. Un defecto se presenta cuando la periodicidad de una estructura quiral se rompe abruptamente. Muestras con un solo defecto de torsión han recibido gran atención tanto teórica, como experimental.

Apéndice E

Artículos y Ponencia

E.1 Artículos en revistas de impacto

1. Margarita FrancoOrtiz; Adalberto Corella Madueño, Juan Adrián Reyes Cervantes, Arnulfo Castellanos Moreno y Rodrigo Arturo Rosas-Burgos "**Modelo no lineal con potencial seno-gordon para un cristal fotónico unidimensional**". Publicado en EPIS-TEMUS Ciencia, Tecnología y Salud. Junio 2013, Número 14.
2. M. Franco-Ortiz; A. Corella-Madueño, R. A. Rosas-Burgos, J. Adrian Reyes and Carlos G Avendaño, "**Saturation and stability of nonlinear photonic crystals**". Publicado en Journal of Physics: Condensed Matter 29, 125701 (12pp) (2017).
3. M. Franco-Ortiz; A. Corella-Madueño, R. A. Rosas-Burgos, J. Adrian Reyes and Carlos G Avendaño, "**Electrically tuned optical reflexion band for an artificial helicoidal structure**". Publicado en Journal of Modern Optics, (2018).

E.2 Ponencias

1. M. Franco-Ortiz, A. Corella-Madueño, J. Adrian Reyes Cervantes, R. A. Rosas-Burgos, and Arnulfo Castellanos Moreno, "**Modelo no lineal de Sine Gordon para un cristal unidimensional.**". Presentado en Congreso Nacional de Física 2012.
2. M. Franco-Ortiz, A. Corella-Madueño, J. Adrian Reyes Cervantes, R. A. Rosas-Burgos, and Arnulfo Castellanos Moreno, "**Saturación y estabilidad de los cristales fotónicos no lineales.**". Presentado en Congreso Nacional de Física 2015.

3. M. Franco-Ortiz; A. Corella-Madueño, R. A. Rosas-Burgos, J. Adrian Reyes and Carlos G Avendaño, "**Sintonización eléctrica de la estructura de ka banda óptica de un medio nanocompuesto estructuralmente quiral**". Presentado en Congreso Nacional de Física 2017.

Bibliografía

- [1] *W. Chen and D. L. Mills, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 160.*
- [2] *D. N. Christodoulides and R. I. Joseph, Phys. Rev. Lett. 62 (1989) 1746.*
- [3] *A. B. Aceves and S. Wabnitz, Physical Review A 141 (1989) 37.*
- [4] *A. Kozhekin, G. Kurizki, Physical Review Letter 74 (1995) 5020.*
- [5] *A. Kozhekin, G. Kurizki, and B. A. Malomed, Physical Review Letters 81 (1998) 3647.*
- [6] *T. Opatrný, B. A. Malomed, and G. Kurizki, Physical Review E 60 (1999) 6137.*
- [7] *B. Borchers, C. Bree, S. Birkholz, A. Demircan, and G. Steinmeyer, Optics Letters 37(9) (2012) 1541.*
- [8] *A. McPherson, G. Gibson, H. Jara, U. Johann, T. S. Luk, I. A. McIntyre, K. Boyer, and C. K. Rhodes, Journal of the Optical Society of America B 4 (1987) 595.*
- [9] *F. Krausz and M. Ivanov, Review Modern Physics 81 (2009) 163.*
- [10] *V. Loriot, E. Hertz, O. Faucher, and B. Lavorel, Optics Express 17 (2009) 13429.*
- [11] *M. Kolesik, D. Mirell, J. C. Diels, and J. V. Maloney, Optics Letters 35 (2010) 3685.*
- [12] *S. Gutiérrez-López, A. Castellanos-Moreno, A. Corella-Madueño, R. A. Rosas, and J. A. Reyes, Optics Communications 285 (2012) 2439.*
- [13] *C. G. Avendaño, J. A. Reyes, Optics Communications 335 (2015) 16.*
- [14] *N. V. Tabiryan, A. V. Sukhov, and B. Ya. Zeldovich, Molecular Crystals and Liquid Crystals 136 (1986).*

- [15] *I. C. Khoo, Progress in Optics 26 (1988) 108; I.C. Khoo and H. Li, Applied Physics B 1 (1993) 573.*
- [16] *E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. 58 (1987) 2059.*
- [17] *S. L. Chuang, Physics of Photonic Devices (John Wiley & Sons, New Jersey, USA, 2009)*
- [18] *D. W. Berreman and T. J. Scheffer, Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 577-581.*
- [19] *E. I. Kats, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 59, (1970) 1854; E. I. Kats, Sov. Phys. JETP 32 (1971) 1004.*
- [20] *A. Lakhtakia and R. Messier, Sculptured Thin Films: Nanoengineered Morphology and Optics (SPIE PRESS, Bellingham, USA, 2005).*
- [21] *J. A. Reyes and A. Lakhtakia, Opt. Commun. 259 (2006) 164.*
- [22] *J. C. Maxwell Garnett, Philos. Trans. R. Soc. London, Sect. A 3 (1904) 385.*
- [23] *A. N. Oraevskii and I. E. Protsenko, High Refractive Index and Other Optical Properties of Heterogeneous Media, JETP Lett. 72 (2000) 445.*
- [24] *M. Koledintseva, R. Dubroff and R. Schwartz, Progress in Electromagnetic Research (PIER) 63 (2006) 223.*
- [25] *A. Labbani, R. Saoudi and A. Benghalia, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 11 (2009) 085103.*
- [26] *S. Ya. Vetrov, A. Yu Avdeeva, and I. V. Timofeev, J. Exp. Theor. Phys. 113 (2011) 755.*
- [27] *S. Ya. Vetrov, R. G. Bikbaev, and I. V. Timofeev, JETP 117 (2013) 988.*
- [28] *J. Mendoza, J. A. Reyes and C. G. Avendaño, Phys. Rev. A 94 (2016) 053839.*
- [29] *P. Palffy-Mohoray, Physics Today 60 (2007) 9.*
- [30] *S. Pikin and L. Blinov, Cristales líquidos (Mir, Moscú 1985).*
- [31] *P. J. Colling, Liquid Crystal (Princeton University Press, New Jersey, USA, 1990).*
- [32] *P. G. de Gennes, The Physics of Liquid Crystals (Oxford University Press, Oxford, USA, 1993).*

- [33] *S. Chandrasekhar, Liquid Crystals (Cambridge University Press, Cambridge, USA 1977).*
- [34] *P. M. Chaikin and T. Lubensky, Principles of Condensed Matter Physics (Cambridge University Press, Cambridge, USA, 1995).*
- [35] *H. S. Kitzerow and J. P. Reithaimer, Ref. 1c, Chap. 9 (2004).*
- [36] *G. García, J. Slan, El Basolisco 7 (1979).*
- [37] *G. Friedel and C. R. Hebd, Séanc. Acad. Sci., Paris 180 (1925) 269.*
- [38] *T. R. Taylor, J. Ferguson, and S. L. Arora, Phys. Rev. Lett. 24 (1970) 359; 25 (1970) 722.*
- [39] *C. M. Soukoulis (Ed.), Photonic Crystals and Light Localization in the 21st Century (Kluwer Academic, Dordrecht, 2001).*
- [40] *P. Lodahl, A. F. van Driel, I. S. Nikolaev, A. Irman, K. Overgaag, D. Vanmaekelbergh, and W. L. Vos, Nature (London) 430 (2004) 654.*
- [41] *K. Bush, S. Lölkes, R. B. Wehrspohn, H. Föll (Eds.), Photonic Crystals: Advances in Design, Fabrication, and Characterization (Wiley-VCH, 2004).*
- [42] *J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Princeton University Press, Second Edition, NJ, 2008).*
- [43] *S. Kim and V. Gopalan, Applied Physics Letters 78 (2001) 3015.*
- [44] *J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, J. N. Winn, Photonic Crystals (Princeton University Press, 1995).*
- [45] *K. Sakoda, Optical Properties of Photonic Crystals (Springer, 2001).*
- [46] *M. Golosovsky, Y. Saado, and D. Davidov, Applied Physics Letters 75 (1999) 4168.*
- [47] *A. Figotin, Y. A. Godin, and I. Vitebski, Physical Review B 57 (1998) 2841.*
- [48] *L. de la Peña, Introducción a la Mecánica Cuántica (Fondo de Cultura Económica, Tercera Edición, México, 2006).*
- [49] *I. C. Koo, Liquid Crystal (John Wiley & Sons, Inc., Second Edition, Hoboken, New Jersey, 2007).*

- [50] *I. A. Steward, The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals (Taylor & Francis, London, UK, 2004).*
- [51] *R. W. Boyd, Nonlinear Optics (Academic Press, London, UK, 1992 (Chapter 11)).*
- [52] *J. D. Jackson, Classical Electromagnetics, (Wiley, New York, USA, 1999).*
- [53] *C. G. Avendaño, I. Molina, and J.A. Reyes, Liq. Cryst. 40 (2013) 172.*
- [54] *C. W. Oseen, J. Chem. Soc., Faraday Trans. 2 29 (1933) 883.*