

UNIVERSIDAD DE SONORA

**DIVISIÓN DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
ADMINISTRATIVAS**

MAESTRÍA EN FINANZAS



**“APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DE LA
INTELIGENCIA ARTIFICIAL A UN PORTAFOLIO DE
ACTIVOS SUJETOS A RIESGOS DE MERCADO”**

TESIS

Que para obtener el título de

MAESTRO EN FINANZAS

PRESENTA

ALAN RAMON FIGUEROA GALAZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. LUIS RENTERÍA GUERRERO

Hermsillo, Sonora

Junio 2021

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

RESUMEN EJECUTIVO

La presente tesis pretende mostrar que el uso de herramientas de la inteligencia artificial permite obtener resultados más eficientes, en términos de rendimiento y riesgo, en un portafolio de inversión conformado por activos sujetos a riesgos de mercado. Para ello, se utilizó como base el Modelo Black & Litterman para la construcción del portafolio, ya que este modelo considera expectativas sobre los activos en la construcción del portafolio. Metodológicamente se hizo la aplicación de redes neuronales para la predicción de precios con el fin de obtener expectativas de los precios de los activos que conforman un portafolio de inversión y utilizar dichas expectativas en la aplicación del Modelo Black & Litterman. La aplicación de redes neuronales para la predicción de precios y su aplicación en las expectativas mostraron mejoras considerables en el rendimiento del portafolio, pero a su vez en la minimización de riesgo.

Derivado de este trabajo de tesis, se desarrolló el artículo “Optimización de un portafolio de activos sujetos a riesgos de mercado: un enfoque con la metodología Black & Litterman y redes neuronales recurrentes” el cual se expuso en el XIII Congreso Mexicano de Inteligencia Artificial 2021 en Mayo del 2021 y es candidato a publicación en la revista “Research in Computing Science”

Este trabajo está dedicado a:

Mis abuelos y padrinos -Manina, Panino Canun, Panino Mon- (QEPD): Por siempre brindarme la seguridad, la confianza y enseñarme a tratar de ser, cada día, un mejor ser humano.

A mis padres: Por darme la vida y formarme durante un periodo muy importante de mi vida.

A mi Tía Paty y Tía Marina (QEPD): Por ser modelos de personas a seguir para mí, en términos de excelencia, trabajo y constancia. Y además de eso, brindarme comprensión, cariño y velar por mi paz y tranquilidad.

A Julio: Por ser un guía, por apoyarme, entenderme y tratar de siempre que pueda sacar lo mejor de mí. Por aguantarme tanto. Por abrirme caminos y brindarme el apoyo para apasionarme cada día más por la Ciencia de Datos. Por la calidad de ser humano y profesor con el que la vida me ha cruzado. Sin duda alguna, estoy muy agradecido por coincidir contigo y esto no hubiera sido posible sin todo tu apoyo.

Al Prof. Luis Rentería: Por estar ahí, por la calidad de persona, profesor y su amor al arte de enseñar y preocuparse por sus alumnos. Para mí ha sido uno Honor haber sido su alumno y tesista, siendo uno de los activos más valiosos y reconocidos por sus alumnos que tiene el Departamento de Economía de la Universidad de Sonora.

A la Prof. Iliana: Por preocuparse por sus alumnos, por ser tan proactiva y estar ahí presente. Buscando enseñar y aprender de sus alumnos. Por tener el honor de que formará parte de mi comité.

A mí: porque me enseñó a no rendirme, a ser más eficiente, más humilde, a forjar con mayor finura mi carácter, a aprender muchísimo de las Finanzas, Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial y brindarme ideas para continuar mi desarrollo personal y profesional. Porque ha sido un logro que lo veía muy lejos, hace unos años, y con este trabajo se materializan todos esos años de esfuerzos; y me demuestran que siempre debes perseguir lo que más quieres, sin importar las adversidades.

ÍNDICE DE CONTENIDO

ÍNDICE DE GRÁFICOS Y TABLAS	4
I. INTRODUCCIÓN.....	5
<i>I.1 Objetivos</i>	<i>6</i>
<i>I.3.1. Objetivo Estratégico.....</i>	<i>6</i>
<i>I.3.2. Objetivos Específicos.....</i>	<i>6</i>
<i>I.2 Análisis Literario</i>	<i>6</i>
<i>I.3 Alcance</i>	<i>10</i>
II. MARCO TEÓRICO.....	11
<i>II.1. Hipótesis de los Mercados Eficientes (HME)</i>	<i>11</i>
<i>II.2. La evolución en la selección de portafolios.....</i>	<i>12</i>
<i>II.3. Teorías de Portafolios</i>	<i>14</i>
<i>II.4. Proceso de Administración de Inversiones</i>	<i>24</i>
<i>II.5. La inteligencia artificial y su relación con las finanzas</i>	<i>26</i>
<i>II.6. Redes Neuronales.....</i>	<i>29</i>
III. METODOLOGÍA.....	37
<i>III.1. Modelos y Experimentos propuestos.....</i>	<i>37</i>
<i>III.2. Datos.....</i>	<i>38</i>
<i>III.3. Criterios de Evaluación.....</i>	<i>40</i>
<i>III.2. Aplicación de Modelos Black & Litterman con diferentes expectativas</i>	<i>43</i>
IV. RESULTADOS.....	52
V. CONCLUSIONES.....	58
BIBLIOGRAFÍA.....	60

ÍNDICE DE GRÁFICOS Y TABLAS

- **Gráfico 1.** Relación de la Línea de Mercado de Capitales – Modelo CAPM
- **Gráfico 2.** Función de Utilidad del Inversionista y opciones de inversión (carteras) – Modelo CAPM
- **Gráfico 3.** Representación gráfica del Modelo CAPM
- **Gráfico 4.** Proceso de Administración de Inversiones
- **Gráfico 5.** Muestras estadísticas de la adopción de la Inteligencia Artificial en los principales dominios comerciales
- **Gráfico 6.** Estadística de la adopción de Inteligencia Artificial en los servicios financieros de los principales dominios comerciales
- **Gráfico 7.** Ejemplo de Red Neuronal Perceptron-Multicapas (MLP)
- **Gráfico 8.** Arquitectura base de una Red Neuronal Recurrente
- **Gráfico 9.** Clasificación de tipo de empresa de acuerdo con su nivel de capitalización.
- **Gráfico 10.** Activos de riesgo que conforman el portafolio, seleccionados aleatoriamente de acuerdo con su nivel de capitalización.
- **Gráfico 11.** Matriz de Varianza Covarianza de los Activos.
- **Gráfico 12.** Expectativas Modelo Black & Litterman para el Modelo 1
- **Gráfico 13.** Comparativa Retornos con Modelo Black & Litterman para el Modelo 2
- **Gráfico 14.** Expectativa de crecimiento de los activos del portafolio para el Modelo 3
- **Gráfico 15.** Entradas de información de la Red Neuronal LSTM
- **Gráfico 16.** Estructura de la Red Neuronal LSTM
- **Gráfico 17.** Predicciones de los precios para 2018-2019 con Red Neuronal LSTM
- **Gráfico 18.** Expectativas de crecimiento de los precios de los activos del 31 de diciembre de 2018 al 31 de diciembre de 2019 con predicción mediante Red Neuronal
- **Gráfico 19.** Expectativas de crecimiento de los precios de los activos del 31 de diciembre de 2018 al 31 de diciembre de 2019.
- **Gráfico 20.** Asignación de pesos a los activos con el modelo Black & Litterman para el día 31 de diciembre de 2018, considerando las expectativas.
- **Gráfico 21.** Comportamiento del precio de las acciones 2019.
- **Gráfico 22.** Indicadores de Desempeño de Portafolio.
- **Gráfico 23.** Periodos Drawdowns.
- **Gráfico 24.** Periodos Drawdowns 2019.
- **Gráfico 25.** Comparativo Retornos Acumulados.
- **Gráfico 26.** Retornos Mensuales.
- **Gráfico 27.** Volatilidad y Sharpe Ratio Móvil (6 meses).

I. INTRODUCCIÓN

En el campo de las finanzas existe la necesidad de maximizar la rentabilidad y minimizar los riesgos en los que se contextualiza un activo. Las carteras de valores o activos, como área de estudio de las finanzas, no están exentas de dichas condiciones por parte de los inversionistas. Los avances que se han desarrollado durante el siglo XX, en las ciencias sociales y exactas, han nutrido de diversas maneras los métodos para valorar y seleccionar activos, de tal manera que se mitiguen riesgos y se maximicen los retornos o utilidades esperadas por los inversionistas o agentes económicos. La inteligencia artificial ha presentado notables avances en los últimos años que podrían fungir como una potencial herramienta en el campo de las finanzas.

En la Encuesta global de servicios financieros e Inteligencia Artificial *Transforming Paradigms*, elaborada por el Foro Económico Mundial y la Universidad de Cambridge, y publicada en enero 2020, se refleja estadísticamente como la Inteligencia Artificial está transformando las instituciones financieras y el uso de los datos con fines de innovar procesos en los negocios, entornos competitivos y como se generan retos para las empresas en este sector, al igual que a los hacedores de política pública (Ryll, Barton, & Zhang, 2020).

Ante esto, la presente tesis plantea que el uso de la inteligencia artificial permite obtener resultados eficientes en términos de rendimiento y riesgo en la evaluación de activos y/o estructuración de portafolios de activos sujetos a riesgos de mercado. Por ello, se propone como objetivo principal evaluar la eficiencia, en términos de rendimiento y riesgo, de un portafolio de este tipo de activos con la implementación de inteligencia artificial. En el apartado de marco teórico se exponen las teorías relacionadas con la selección de portafolios y la base para fundamentar la metodología. Asimismo, se expone el proceso de redes neuronales que se pretende utilizar como herramienta de la inteligencia artificial en la metodología. En el apartado de metodología se expondrá la fuente de datos a utilizar, en conjunto con el modelo de Black & Litterman, los indicadores financieros y la herramienta de inteligencia artificial planteada. Finalmente, en el apartado de Resultados se mostrará la información obtenida mediante la metodología aplicada y se interpretará la misma; con ello, proceder con el apartado de conclusiones del presente trabajo.

I.1 Objetivos

I.1.1. Objetivo Estratégico

Evaluar la eficiencia de un portafolio de activos sujeto a riesgos de mercado y con implementación de la inteligencia artificial

I.1.2. Objetivos Específicos

- Determinar los criterios para la selección de portafolios de activos sujetos de riesgo.
- Diseñar el modelo de inteligencia artificial y financiero para la evaluación de un portafolio conformado de activos sujetos a riesgos de mercado
- Comparar los resultados obtenidos por medio de indicadores de desempeño en términos de rendimientos y riesgos.

I.2 Análisis Literario

La selección de portafolios de activos óptima se basa en el concepto microeconómico de la maximización de la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre; por lo que es posible encontrar, en condiciones de incertidumbre, una cartera de valores óptima que maximice la utilidad esperada de un inversionista.

En la teoría microeconómica la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre está representada por la función de Von-Neumann Morgenstern (Jehle & Reny, 2011); donde la utilidad esperada (u) está en función de la suma ponderada de las probabilidades (p_i) de obtener una utilidad de una combinación de activos o valores (a_i), considerando que $G \rightarrow R$ tiene la propiedad de utilidad esperada para cada $g \in G$:

$$u(g) = \sum_{i=1}^n p_i u(a_i) \quad (1)$$

donde $(p_1 * a_1, \dots, p_n * a_n)$ es la apuesta simple inducida por g .

Los modelos de selección de portafolio de activos han evolucionado constantemente en el tiempo, fundamentado inicialmente por la teoría económica y con mejoras constantes y fundamentos matemáticos. En un inicio, Markowitz (1952) propuso un modelo sustentado en la teoría microeconómica para maximizar el rendimiento esperado de una combinación de activos, de tal forma que se considere la incertidumbre a la cual está expuesta dicha combinación.

Harry Markowitz se basó en la teoría microeconómica para desarrollar su modelo de

selección de Portafolios. El economista expuso en su trabajo, *Portfolio Selection (1952)*, un modelo para maximizar rendimientos futuros y minimizar riesgos, al elegir el portafolio con la combinación de valores con mayor eficiencia que permita lograr dichos objetivos.

Según Markowitz (1952), la idea de la selección de un portafolio de activos se dividía en dos etapas. La primera etapa comienza con la observación y experiencia, y termina con la creencia en el desempeño futuro de los valores disponibles. La segunda etapa, en la cual enfocó sus esfuerzos, comienza con las creencias relevantes acerca del desempeño futuro de los valores y termina con la elección del portafolio.

De esta manera, Markowitz inicia la propuesta de un modelo de selección de portafolio de activos en su trabajo *Portfolio Selection (1952)*; bajo el supuesto inicial, y establecido como regla, que el inversionista es racional y maximiza los rendimientos esperados o anticipados descontados. Derivado de lo anterior, Markowitz expuso el modelo para seleccionar el portafolio que maximice los retornos del inversionista sustentado en la función de Von-Neumann Morgenstern:

$$R = \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{i=1}^N d_{it} r_{it} X \quad (2)$$

Donde, R es el rendimiento esperado, d_{it} es la tasa de descuento en la cual el valor o acción i^{th} , en el tiempo t, se descuenta a valor presente y X es la cantidad relativa invertida en el valor o acción i. Derivado de propiedades matemáticas, la función se puede re expresar de la siguiente manera:

$$R = \sum_{i=1}^N X_i \left(\sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \right) = R_i = \sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \quad (3)$$

Dado que $X \geq 0$, Markowitz se enfocó en maximizar solo R_i , ya que el retorno descontado para el valor o acción i^{th} es un promedio ponderado de R. No obstante, Posterior a la propuesta del modelo por el autor, asegura que es conveniente considerar el modelo como estático; es decir, no es dinámico en el tiempo (Markowitz, 1952).

En este mismo sentido, Sharpe (1964) propuso el modelo *Capital Asset Price Model (CAPM)*, también conocido como Modelo de valuación de activos financieros, con la idea de considerar como factores de decisión la relación del precio y el riesgo sobre un activo en el mercado; y no solamente las expectativas o comportamiento de los inversionistas. En

relación a los dos modelos previos, Black & Litterman (1992) proponen un modelo donde combinan el modelo de Markowitz y el modelo de Sharpe. La idea principal del modelo Black & Litterman (1992) es rescatar la visión del mercado del modelo CAPM y la selección de activos de Markowitz, donde el equilibrio de riesgos “*premiums*” de la demanda y oferta de activos (acciones) ofrecen una referencia neutral para los retornos esperados (Black & Litterman, 1992).

El comportamiento de los activos, bajo el fundamento del valor de un activo o dinero en el tiempo, conforman series de tiempo. En este contexto, durante el siglo XX, dentro del campo de las matemáticas y estadística se desarrollaron modelos que han sustentado y fortalecido el análisis de series de tiempo de datos; mismos que han aportado, en conjunto con modelos basados en la teoría económica, a la selección y valoración de activos. El necesario exponerlos para contextualizar el esfuerzo humano por lograr tener herramientas sustentadas matemáticamente para sustentar el análisis financiero, con el fin de maximizar rendimientos y minimizar riesgos; considerando además que el análisis de activos y la información disponible de estos se basan en series de tiempo.

Se formaron, a través de la historia procesos estadísticos y matemáticos para el aporte al análisis financiero, considerando como cúspide o herramienta actualmente con mayor uso y con bases estadísticas la inteligencia artificial. Inicialmente, Box & Jenkins (1973) proponen, mediante la representación con un modelo matemático, considerado estocástico univariado, la sistematización de un modelo denominado Auto regresivo integrado de media móviles (ARIMA); con la idea principal de pronosticar series de tiempo. Dicho modelo pretende describir el comportamiento de series de tiempo no estacionarias de datos.

Posteriormente, Robert Engle (1982), propuso un Modelo Autorregresivo Condicional de Heteroscedasticidad (ARCH), sustentado en econometría, para estimar las varianzas de la inflación del Reino Unido. El modelo se basa en el estudio de la autocorrelación de los residuales del Modelo de Mínimos Cuadrados Ordinarios con la finalidad de estimar el cambio de la varianza en el tiempo de los datos en cuestión.

Las series de tiempo difícilmente tendrán varianzas de los errores constantes en el tiempo y los modelos previos consideraban las varianzas de los de datos (o activos) como constantes en el tiempo. Ante esto, Engle (1982) propone un paliativo a la necesidad de un

modelo que pueda predecir el comportamiento de las variaciones futuras. Este modelo tiene como fundamento el hecho de que las varianzas dependen en gran medida de la varianza del tiempo inmediato anterior, por lo que de cierta forma se pueden establecer parámetros para su estimación futura, basado en los errores de las varianzas previas.

Finalmente, Tim Bollerslev (1986), propone una mejora al Modelo ARCH con la idea de promover una estructura que permita flexibilizar el retraso que pueda presentarse en una serie de tiempo, este modelo se le denominó Modelo Generalizado Autoregresivo Condicional Heteroscedastico (GARCH). El autor considera que el modelo GARCH es una extensión del modelo ARCH con una combinación del modelo ARMA de Box & Jenkins (1973) (Bollerslev, 1986). Estos modelos y procesos proporcionaron grandes avances al análisis de activos, considerando que los activos cuentan con actualización constante y consolidan series de tiempo.

Aunado a lo anterior, en la actualidad, en el campo de las ciencias de la computación se han desarrollado, desde el año de 1950, grandes avances en la Inteligencia artificial que consta del estudio científico de algoritmos que son utilizados por los sistemas computacionales para que estos automáticamente puedan aprender y mejorar el proceso de aprendizaje con base en inferencia estadística y patrones, sin necesidad de establecer instrucciones de manera explícita. Siendo estas herramientas útiles para la predicción y análisis de series de tiempo.

La inteligencia artificial a paso por diversas transformaciones que se exponen a continuación. En la década de los 50's, John McCarthy fue uno de los personajes que acuña el término de inteligencia artificial y se le considera padre fundador en conjunto con Marvin Minsky (Torres, 2020). Arthur L. Samuel (1959) introduce, en el campo de las ciencias de la computación, el concepto de *Machine Learning* en su artículo *Some Studies in Machine Learning Using the Game of Checkers*; en donde expone dos procedimientos de *machine learning* con la idea de que una computadora u ordenador, mediante la programación, puede aprender autónomamente a jugar ajedrez de manera más eficiente (Samuel, 1959). Actualmente, el *machine learning* o aprendizaje automático es considerado como un subcampo de la inteligencia artificial.

Un algoritmo especial del *machine learning* y la inteligencia artificial son las redes

neuronales artificiales. Este algoritmo intenta imitar en gran medida el proceso de la actividad de las neuronas en la neocorteza que forma parte del cerebro humano, donde ocurre el pensamiento. Las redes neuronales logran el aprendizaje de estructuras jerárquicas y niveles de representación y abstracción para comprender patrones de datos.

En 1943, McCulloch & Pitts, realizan la representación matemática de una neurona natural del cerebro humano y constituyó la esencia de las redes neuronales artificiales, la cual es la red neuronal simple. Esta representación matemática se le denominó Unidad Lógica Umbral (en inglés, "*Threshold Logic Unit*"), el fin de esta unidad es resolver lógicas booleanas tales como "OR", "AND" y/o "NOT" (Castañeda, 2021). Fue hasta 1958 cuando Frank Rosenblatt construyó computacionalmente el prototipo de red neuronal simple, denominada Perceptron (Torres, 2020), donde por medio de entradas de información (*inputs*), una función de activación con sustento matemático (perceptron), se genera una salida de información (*output*). Desde entonces, los avances en redes neuronales han sido transformados por el avance en las ciencias de la computación haciendo más robusto, complejo y útil su uso.

En la actualidad, retomando el contexto previamente expuesto, la inteligencia artificial se ha desarrollado a pasos agigantados, además de ser una herramienta que podría fortalecer y robustecer el análisis de activos y particularmente la selección de portafolios de activos. Considerando los avances en la inteligencia artificial, la idea de programar un ordenador para que automáticamente aprenda y tome decisiones, de manera eficiente, expande las posibilidades de aportar con sustento matemático a la selección y análisis de activos; y que al mismo tiempo se sustenten fundamentos económicos y financieros para la maximización de retornos de los activos y la minimización de riesgos a los que se exponen en el mercado. Ante esta situación, surge la necesidad de analizar los beneficios que promueve dichas herramientas en el análisis y selección de activos.

1.3 Alcance

En las finanzas surge la constante necesidad de maximizar los rendimientos (beneficios) y minimizar los riesgos. Ante esto, la inteligencia artificial ha evolucionado bastante en la actualidad, y se sustenta en fundamentos matemáticos y estadísticos de tal forma que permite la aplicación de modelos financieros en la búsqueda y objetivo de lograr mayor eficiencia en los resultados esperados. Por ello, surge la necesidad de utilizar las

herramientas de la inteligencia artificial en los portafolios de activos, con el fin de evaluar y comprender los beneficios técnicos y financieros que genera su aplicación.

II. MARCO TEÓRICO

II.1. Hipótesis de los Mercados Eficientes (HME)

La Hipótesis de Mercados Eficientes (HME) fue formalmente definida por Fama (1970) y establece que los precios de los activos reflejan toda la información disponible y, por tanto, son eficientes. Esto se sustenta en el hecho que si los precios de los activos son predecibles habrá oportunidad de obtener mayores retornos, pero como los precios reflejan toda la información disponible las fuerzas de oferta y demanda del mercado ajustarán nuevamente el precio a un precio justo, eliminando toda ineficiencia del mercado. Eso promueve que los precios sean impredecibles (Stewart et al., 2019).

La HME distingue tres tipos de mercados eficientes, dependiendo del grado de información en cada mercado:

- **Débil:** la información histórica de los precios refleja completamente el precio actual y no se pueden obtener una ganancia de la estrategia de compraventa de activos basado en el histórico de precios.
- **Medio fuerte:** toda la información relacionada con el activo como los históricos de precios, reportes anuales, calidad de la administración, pronóstico de ganancias, panorama macroeconómico, entre otros está completamente reflejada en los precios actuales y no se pueden obtener ganancias de la compraventa de activo con base en dicha información.
- **Fuerte:** Toda la información privada y pública relacionada con el activo es pública y no se pueden obtener ganancias derivado de dicha información.

La Hipótesis de Mercados Eficientes ha generado diversas críticas desde el punto de vista económico, matemático y estadístico. De acuerdo con la bibliografía consultada, la mayor crítica a la Hipótesis de Mercados Eficientes es que promueve la afirmación que el análisis técnico no es útil para la obtención de ganancias en los precios de los activos. Desde la perspectiva económica, Grossman & Stiglitz (1980) proponen que la obtención de información y análisis es costosa, por lo que debe haber una compensación al obtenerla,

de lo contrario los inversionistas no adquirirían dicha información (Linton, 2019).

Por otra parte, Shleifer & Vishny (1997) establecen que las oportunidades de arbitraje en los precios de los activos son costosas y riesgosas dado que se requiere de agentes capacitados (capital humano) para realizar dichos análisis y aprovechar esas oportunidades, por lo que los horizontes de tiempo para análisis de los agentes son variables y se pueden obtener ganancias de posibles errores por parte de los agentes (Linton, 2019).

La construcción de portafolios de activos sujetos a riesgos de mercado en gran medida se contextualiza en la Hipótesis de los Mercados Eficientes, dado que con base en información del mercado, de los activos en cuestión, se busca optimizar las condiciones de rendimiento y riesgo. De cierta forma, se busca obtener mayor rendimiento con la información de los precios de estos activos, la cual refleja la información disponible de las fuerzas de oferta y demanda.

II.2. La evolución en la selección de portafolios

La selección de portafolios de activos óptima se basa en el concepto microeconómico de la maximización de la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre; por lo que es posible encontrar, en condiciones de incertidumbre, una cartera de valores óptima que maximice la utilidad esperada de un inversionista.

En la teoría microeconómica la utilidad esperada bajo condiciones de incertidumbre está representada por la función de Von-Neumann Morgenstern (Jehle & Reny, 2011); donde la utilidad esperada (u) está en función de la suma ponderada de las probabilidades (p_i) de obtener una utilidad de una combinación de activos o valores (a_i), Considerando que $g \rightarrow R$ tiene la propiedad de utilidad esperada para cada $g \in G$:

$$u(g) = \sum_{i=1}^n p_i u(a_i) \quad (4)$$

donde $(p_1 * a_1, \dots, p_n * a_n)$ es la apuesta simple inducida por g .

Los modelos de selección de portafolio de activos han evolucionado constantemente en el tiempo, fundamentado inicialmente por la teoría económica y con mejoras constantes en fundamentos matemáticos. En un inicio, Markowitz, en su trabajo *Portfolio Selection (1952)*,

propuso un modelo sustentado en la teoría de Von-Neumann Morgenstern para maximizar el rendimiento esperado de una combinación de activos, de tal forma que se considere la incertidumbre a la cual está expuesta dicha combinación.

Según Markowitz (1952), la idea de la selección de un portafolio de activos se dividía en dos etapas. La primera etapa comienza con la observación y experiencia, y termina con la creencia en el desempeño futuro de los valores disponibles. La segunda etapa, en la cual enfocó sus esfuerzos, comienza con las creencias relevantes acerca del desempeño futuro de los valores y termina con la elección del portafolio.

De esta manera, Markowitz inicia la propuesta de un Modelo de selección de portafolio de activos en su trabajo *Portfolio Selection (1952)*; bajo el supuesto inicial, y establecido como regla, que el inversionista es racional y maximiza los rendimientos esperados o anticipados descontados. El modelo para seleccionar el portafolio que maximice los retornos del inversionista está sustentado en la función de Von-Neumann Morgenstern:

$$R = \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{i=1}^N d_{it} r_{it} X \quad (5)$$

Donde, R es el rendimiento esperado, d_{it} es la tasa de descuento en la cual el valor o acción i^{th} , en el tiempo t, se descuenta a valor presente y X es la cantidad relativa invertida en el valor o acción i. Derivado de propiedades matemáticas, la función se puede re expresar de la siguiente manera:

$$R = \sum_{i=1}^N X_i \left(\sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \right) = R_i = \sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \quad (6)$$

Dado que $X \geq 0$, Markowitz se enfocó en maximizar solo R_i , ya que el retorno descontado para el valor o acción i^{th} es un promedio ponderado de R. No obstante, asegura que es conveniente considerar el modelo como estático; es decir, no es dinámico en el tiempo (Markowitz, 1952). En este mismo sentido, Sharpe (1964) propuso el Modelo Capital Asset Price Market (CAPM) con la idea de considerar como factores de decisión la relación del precio y el riesgo sobre un activo en el mercado; y no solamente las expectativas o comportamiento de los inversionistas.

En relación a los dos modelos previos, Black & Litterman (1992) proponen un modelo donde combinan el modelo de Markowitz y el modelo de Sharpe. La idea principal del modelo Black & Litterman (1992) es rescatar la visión del mercado del modelo CAPM y la selección

de activos de Markowitz, donde el equilibrio de riesgos “premiums” de la demanda y oferta de activos (acciones) ofrecen una referencia neutral para los retornos esperados (Black & Litterman, 1992).

II.3. Teorías de Portafolios

II.3.1. Teoría Moderna de Portafolio de Markowitz

Durante el siglo XX, se han desarrollado diversas teorías relacionadas con la composición de carteras de activos en las que se relaciona el riesgo con el rendimiento propio de la cartera. Dichas teorías han presentado mejoras en término de supuestos económicos, técnicas matemáticas y estadísticas conforme a las diversas críticas y descubrimientos.

La teoría de portafolios propuesta por Harry Markowitz (1952), vincula el riesgo de un portafolio con el rendimiento de este. Este autor propone que los inversionistas deben de maximizar los rendimientos del portafolio sujeto a un riesgo dado que se mide por medio de la dispersión de dichos rendimientos. De igual manera, se asume que los inversionistas son racionales, por lo que, de dos activos con un mismo nivel de riesgo dado y rendimiento diferente rendimiento esperado se optará por el activo que refleje mayor rendimiento.

Esta teoría asume que los inversionistas son renuentes al riesgo y, por tanto, obtienen un rendimiento que compensa el mantener la inversión en dichos activos. Dentro de la propuesta de Markowitz, la diversificación es un mecanismo que permite reducir el riesgo o volatilidad de una cartera. La volatilidad de la cartera será influenciada por la correlación de los activos que la compongan. Derivado de lo anterior, Markowitz propone como cartera la combinación ponderada de activos, en la que los rendimientos esperados de una cartera serán dados por la suma ponderada (Markowitz, 1952).

$$R_i = \sum_{t=1}^{\infty} d_{it} r_{it} \quad (7)$$

Dado que $X \geq 0$, Markowitz se enfocó en maximizar solo R_i , ya que el retorno descontado para el valor o acción i^{th} es un promedio ponderado de R. No obstante, Posterior a la propuesta del modelo por el autor, asegura que es conveniente considerar el modelo como estático; es decir, no es dinámico en el tiempo.

II.3.1.1. Limitaciones Teoría Moderna de Portafolio de Markowitz

La teoría de Markowitz ha demostrado tener limitaciones para obtener la combinación óptima de activos que compongan la cartera de inversiones. Es importante considerar que el modelo de Markowitz se propone como estático, es decir no hay una relación temporal entre los activos que componen la cartera. Ante esto, dentro del campo de las finanzas, surgen diversas críticas que han derivado en propuestas de modelos que intenten adecuar la realidad de mejor manera.

Existen estudios que exponen que la teoría propuesta por Markowitz es débil al momento de construir el portafolio con base en las medias y varianzas, dichas estimaciones promueven la generación de errores y eleva los riesgos de las carteras. DeMiguel & Nogales (2007) afirman que la construcción de portafolios por medio de matrices de medias y varianzas generan estimaciones pobres de los rendimientos derivados en los errores de las estimaciones. Asimismo, Kirby & Ostdiek (2009) descubrieron que la ventaja de la optimización de medias y varianzas de un portafolio puede ser mitigada por los costos de transacción, por lo que proponen estrategias donde se involucre el tiempo.

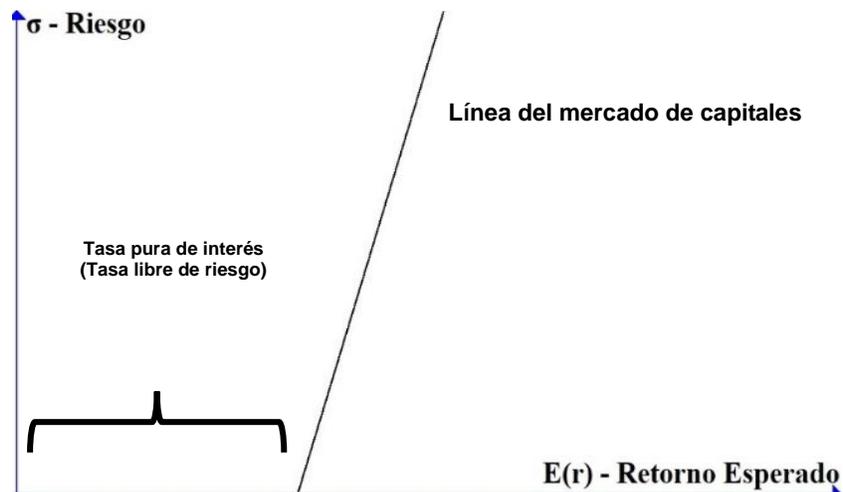
Aunado a lo anterior, Kourtis (2015) establece dos críticas considerables al modelo de Markowitz, La primera se sustenta en el hecho que los parámetros o coeficientes de que dan los pesos a la combinación ponderada de activos deben de ser estimados en muestras finitas, por lo que las estimaciones agregan posibles riesgos al proceso de selección de carteras y afecta negativamente a la misma. La segunda es que los pesos tienden a ser inestables en el tiempo, esa inestabilidad se traduce en costos de transacción y decrementos en los retornos esperados (Kourtis, 2015).

II.3.2. Modelo de Valoración de Activos Financieros (CAPM)

William Sharpe (1964) propuso un modelo de selección de carteras en el cual se contemplan las preferencias del inversionista, pero que también capta el riesgo del mercado. Para ello, Sharpe (1964) establece que en un mercado de capitales el equilibrio los precios de los activos se ajustan de tal manera, si el inversionista es racional, será capaz de alcanzar cualquier punto deseable de a través de la línea del mercado de capital, la cual establece una relación entre el riesgo y los retornos esperados. Ante esto, el inversionista podrá obtener un mayor retorno esperado a cambio de un riesgo adicional. La línea de

mercado de capital está representada por el precio del tiempo o una tasa pura de interés (o tasa libre de riesgo) y el precio del riesgo que representa la unidad de retorno adicional por la unidad de riesgo que conlleva (Gráfico 1). Por lo que a través de la diversificación se pueden reducir los riesgos inherentes a los activos.

Gráfico 1. Relación de la Línea de Mercado de Capitales – Modelo CAPM



El Modelo de Sharpe asume que el inversionista tiene una función de utilidad en función de términos de probabilidad. Particularmente, la inversión deseada depende de los retornos esperados y la desviación estándar de la cartera de la siguiente manera:

$$U = f(E_w, \sigma_w) \quad (8)$$

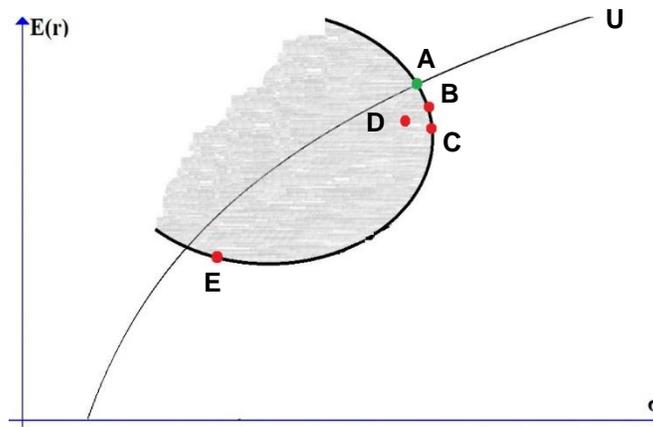
Asimismo, se asume que los inversionistas prefieren un mayor retorno esperado del portafolio a cambio de un menor riesgo, ceteris paribus, lo cual implica funciones de utilidad con pendientes ascendentes (Sharpe, 1964), entonces:

$$\frac{dU}{dE} > 0, \frac{dU}{d\sigma} < 0$$

II.3.2.1. Curva de oportunidad de inversión

El inversionista, dada su función de utilidad, considera elegir de opciones de oportunidades de inversión de tal manera que maximice su utilidad. Considerando un plano donde un eje esté representando por el retorno esperado y el riesgo de la cartera, se dice que una inversión es eficiente, sí y solo sí, no hay una alternativa con un valor alto del retorno esperado ($E(r)$) a un nivel bajo de riesgo (σ) (Sharpe, 1964).

Gráfico 2. Función de Utilidad del Inversionista y opciones de inversión (carteras) –
Modelo CAPM



Fuente: Elaboración propia

Dado lo anterior, y considerando el Gráfico 2, la inversión A representa la opción más eficiente para invertir, dado que cuenta con un mayor nivel de retorno esperado a un nivel de riesgo menor que B y C. Aunado a ello, la opción A cuenta con un mayor riesgo que D y E, pero con un mayor retorno esperado y satisfaciendo la función de utilidad del inversionista.

Para ejemplificar, se utilizará el ejemplo de dos activos. Suponiendo que existen dos planes de inversión A y B, el rendimiento esperado de una cartera que los compongan estará dado por

$$E(r_C) = \alpha E(r_A) + (1 - \alpha)E(r_B) \quad (9)$$

Mientras que el riesgo de dicha cartera será una composición de los riesgos de dichos activos de inversión que se representará de la siguiente manera:

$$\sigma_C = \sqrt{\alpha^2 \sigma_A^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_B^2 + 2\rho_{AB}\alpha(1 - \alpha)\sigma_A\sigma_B} \quad (10)$$

Donde ρ_{AB} es la correlación del activo A y B, σ_A^2 la varianza del activo A y σ_B^2 la varianza del activo B. El índice de correlación implica muestra el comportamiento de un activo respecto al otro. Si la correlación es positiva cercano 1, quiere decir que el comportamiento de dichos activos es igual; de manera contraria si la correlación es -1 implica un comportamiento opuesto entre los activos. Mientras que un valor de cero implica que son activos completamente independientes entre sí. Esto implica que las oportunidades de inversión también se verán influenciadas por el comportamiento de los activos entre sí, dada por la correlación, que compongan las carteras.

Estos supuestos consideran las tasas libres de riesgo que propone Sharpe, dado que si un activo no tiene riesgo, el riesgo de la cartera estará dado por el riesgo del otro activo. Sin embargo, la cartera óptima que seleccionará el inversionista se compondrá de una ponderación entre el activo libre de riesgo y el o los activo(s) riesgoso(s). Derivado de lo anterior, los activos están sujetos a un riesgo sistemático o riesgo de mercado, el cual se mide mediante las variaciones entre los propios activos que componen el portafolio. Dicho riesgo está representado por una Beta (β)

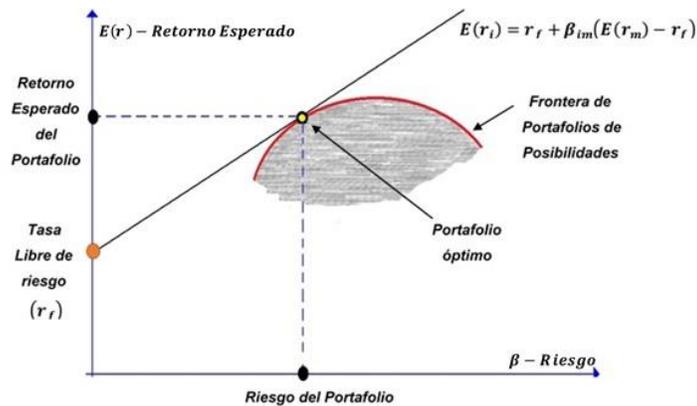
$$\beta_{im} = \frac{COV(r_i, r_m)}{VAR(r_m)} \quad (11)$$

Sharpe (1964) establece que el equilibrio está representado por una función lineal entre los retornos esperados y las desviaciones estándar de la combinación eficiente de activos de riesgo. No obstante, para poder lograr el equilibrio es necesario que se cumplan dos supuestos. El primero que existe una tasa pura de interés o tasa libre de riesgo en la que los inversionistas pueden prestar o pedir prestado en los mismos términos. El segundo relativo a las expectativas de los inversionistas, las cuales deben de ser homogéneas respecto a las posibles oportunidades de inversión.

Entonces, el portafolio óptimo estará dado por la tangencia, donde el retorno esperado del portafolio se asimile a la tasa libre de riesgo, de tal forma que se sitúe en la línea de capitales de mercado; dado que dicha relación representa el precio de los activos en términos de riesgo, y las posibilidades de portafolios de inversión del inversionista. Aunado a ello, el modelo contempla una tasa libre de riesgo que no es diversificable y una pendiente de la línea de mercados de capitales que considera las variaciones de los activos en el mercado y representa un nivel de riesgo de portafolio (gráfico 3).

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im}(E(r_m) - r_f) \quad (12)$$

Gráfico 3. Representación gráfica del Modelo CAPM



Fuente: Elaboración propia

En la realidad, una limitación del modelo se encuentra en el hecho que para la tasa libre de riesgo se considera la emisión de deuda pública como referencia, ante esto, los documentos tienen diferentes plazos que generan variaciones en las tasa de interés de los mismos; por lo que se genera volatilidad en la tasa libre de riesgo y el modelo no lo considera. Por otra parte, se asume que los inversionistas pueden prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo, no obstante, las condiciones de préstamo del gobierno y los inversionistas no son las mismas en los mercados financieros.

II.3.3. Modelo Black-Litterman

El modelo de Black & Litterman (BL) se retroalimenta de la Teoría Moderna de Portafolios propuesta por Markowitz y también del Modelo CAPM de Sharpe. Dicho modelo pretende ofrecer una solución a dos problemáticas que enfrentan los modelos cuantitativos de colocación de activos. La primera problemática está relacionada con la dificultad de estimar los retornos esperados. Los inversionistas tienen un conocimiento parcial de los rendimientos esperados porque solo se enfocan en unos algunos mercados. Black & Litterman sugieren que un modelo de optimización estándar debería de proveer la información considerando las expectativas del inversionista. El segundo problema está relacionado con la sensibilidad de los supuestos sobre los retornos esperados de los activos; dicha sensibilidad puede tener poca o nula relación a la perspectiva del inversionista (Black & Litterman, 1992).

Ante esto, los autores proponen dos soluciones claves a las problemáticas que enfrentan en modelo de Markowitz y el modelo CAPM. Primero, una solución a la dificultad de estimar

los retornos esperados, dado que a los retornos esperados se le consideran expectativas de los inversionistas. Segundo, establecer mitigar el problema de la sensibilidad de los retornos esperados relacionados con las expectativas del inversionista. Esto se soluciona mediante una combinación de activos que puede seleccionar el inversionista con base en su perspectiva y sujeto a una prima de riesgo del mercado.

Para ello, el modelo de BL considera que existe una prima de riesgo de equilibrio de los excesos de retornos esperados de tal forma que se iguala la oferta y demanda de activos de un mercado. Esta prima de riesgo de equilibrio provee un punto de referencia neutral para los retornos esperados. Dicha prima de riesgo de equilibrio permite seleccionar portafolios óptimos en comparación del modelo de Markowitz que pudiera considerar posiciones largas y cortas en la elección de portafolio sino se restringen dicha selección.

Aunado a ello, el modelo de BL no asume que el mercado se comporta con un equilibrio como el modelo CAPM, sino que los retornos esperados se mueven en contra de los valores de equilibrio, mientras que el desbalance que se genera en el mercado empujará dichos retornos al equilibrio. La idea primordial de los autores del modelo BL es que es razonable asumir que los retornos esperados no se apartan de manera exorbitante del equilibrio. De cierta forma, la Prima de Riesgo de equilibrio provee un centro de gravedad de los retornos esperados, para ello el modelo hace ajustes de los activos consistentes con su nivel de riesgo medido por la matriz de varianza y covarianzas de estos.

Entonces, el modelo de BL busca predecir los retornos esperados de activos mediante una optimización estándar considerada como reversible. La optimización pretende estimar:

- Los retornos esperados en lugar de los precios.
- Las expectativas de los activos y los niveles de confianza de los mismos.

Se propone el problema de la siguiente manera, se supone que un inversionista tiene una función de utilidad donde se considera el rendimiento esperado de los activos menos el nivel de riesgo que está dispuesto asumir y se puede describir de la siguiente manera:

$$U = w^T R - \frac{1}{2} A w^T S w \quad (13)$$

Donde $w^T R$ es el rendimiento esperado de los activos con su respectiva matriz de pesos y $\frac{1}{2} A w^T S w$ es el nivel de riesgo que está dispuesto asumir. A se considera como el grado de

aversión al riesgo y/o precio del riesgo, S es la matriz de varianzas y covarianzas de los activos y w los pesos de cada activo. Más específicamente se describe de la siguiente manera:

w^T = matriz de pesos de los activos seleccionados respecto al mercado, donde el peso de cada activo está dado por la capitalización de este en el mercado entre la capitalización total del mercado.

R = matriz de rendimientos esperados de los activos.

S = matriz de varianzas y covarianza de los activos seleccionados

A = grado de aversión al riesgo, la cual se estima para cada activo de la siguiente forma

$$A = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2} \quad (14)$$

$E(r_m)$ = es el retorno esperado del activo m

σ_m^2 = es la varianza/volatilidad del activo m

r_f = tasa libre de riesgo

Derivado de lo anterior, el inversionista busca maximizar su utilidad sujeta a la condición que la suma de los pesos de los activos debe sumar 1.

$$\max \left\{ \begin{array}{l} U = w^T R - \frac{1}{2} A w^T S w \\ \text{s. a. } w^T \mathbf{1} = 1 \end{array} \right\} \quad (15)$$

Ante esto, el inversionista necesita de los pesos necesarios para optimizar su utilidad y considerando que su utilidad está dada por una función cuadrática de los pesos, se estima la primera derivada de la siguiente forma:

$$\frac{dU}{dw} = R - \frac{1}{2} (2) (AS)w = R - ASw \quad (16)$$

Donde la maximización se da por la relación de

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dw} &= R - ASw = 0 \\ R &= ASw \end{aligned} \quad (17)$$

Dicha relación refleja que el retorno esperado se relaciona con el grado de aversión al riesgo, el grado de riesgo de los activos y los pesos asignados a los mismos.

Para ello, se considera un equilibrio implícito de retornos excesivos del mercado denotados como un vector π , el cual optimiza la utilidad. Por lo que se consideran las expectativas y éstas se introducen como relativas o absolutas.

Dado lo anterior, es necesario aclarar las expectativas como las implementa el modelo, para establecer posteriormente su relación con la utilidad. Se consideran dos tipos de expectativas, la absoluta y relativa. Una expectativa absoluta es aquella que cree un futuro específico para un activo, por ejemplo, que el retorno de un activo A crecerá 2% en un futuro cercano. Mientras que una expectativa relativa se considera cuando se estima un futuro de un activo relacionado con otro, por ejemplo, que un activo A tendrá un rendimiento mayor a 2% respecto al activo B. Ejemplificando, supongamos que existen tres activos A, B y C y el inversionista tiene dos expectativas. La primera expectativa es que el retorno del activo A será mayor que el retorno del activo B en 1% y el retorno del activo C será mayor que el del activo A por 1%

Expectativa 1: $r_A > r_B$, por 2%

Expectativa 2: $r_C > r_A$, por 1%

Entonces, se obtiene un vector de expectativas Q de la siguiente forma:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.01 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Dicho vector de expectativas será de nx1, donde n son el número de expectativas que se tengan.

No obstante, dada la dificultad de establecer expectativas relativas o absolutas para los diferentes inversionistas, en el modelo se propone un vector de enlace que establece una relación con las expectativas. Retomando el ejemplo anterior, se considera una matriz P como vector de enlace, la cual relaciona las expectativas con los activos, donde la fila representa la expectativa y las columnas los activos. Dada la relación con el activo, se establecerá un -1 en caso de que la expectativa se relaciona negativamente, 1 en caso de que sea positivamente o 0 (cero) en caso de no existir relación entre la expectativa y el activo. Con el ejemplo propuesto obtenemos una matriz de enlace P de la siguiente forma:

$$P = \begin{matrix} & A & B & C \\ \begin{matrix} E 1 \\ E 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

La suma de filas siempre será cero.

Aunado a ello y reflexionando el concepto del riesgo e incertidumbre, se considera una matriz de incertidumbre como la matriz de varianzas-covarianzas (S) como una medida de riesgo entre los activos. Sin embargo, es necesario tomar en cuenta una matriz de confianza

en los activos y para ello se rescata de la inversa de la matriz de varianzas-covarianza para dichos fines, la cual se denota como S^{-1} . Dicha matriz inversa refleja la confianza en el equilibrio del exceso de retornos del mercado denotados anteriormente como π .

Además, es importante considerar que la matriz de expectativas no son hechos, sino opiniones del inversionista, entonces también existe grado de incertidumbre sobre las expectativas. Dicha incertidumbre se compone por una medida de error en las expectativas que se expresa de la siguiente forma:

$$Q + \varepsilon = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.02 & + & \varepsilon_1 \\ 0.01 & + & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

De lo anterior, se asume que los errores se distribuyen normalmente con media cero.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \sim N \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} \right] \quad (20)$$

Donde la matriz Ω representa la incertidumbre de los errores

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Black & Litterman asumen que los errores se pueden representar por un escalar τ que se relaciona con la matriz de enlace P y la matriz de varianzas y covarianzas S como una proporción de ellas que refleja la incertidumbre de las expectativas, de la siguiente manera:

$$\Omega = \tau P S P^T \quad (22)$$

Se considera τ en la mayoría de las investigaciones como un escalar igual a 1. Entonces, si Ω representa la incertidumbre de las expectativas, la confianza de las expectativas está dada por la inversa de dicha matriz como Ω^{-1} .

Poniendo todo en conjunto y retomando la idea principal del modelo, se pretende estimar el exceso de retornos calculando el promedio ponderado de dos elementos:

1. $\pi \rightarrow$ el equilibrio implícito de retornos esperados
2. $Q \rightarrow$ las expectativas del inversionista

El primer elemento de la ponderación se justifica en la confianza en los activos, que se mide por el escalar τ y la matriz inversa de la incertidumbre de los activos, la cual refleja la confianza en estos S^{-1} :

$$(\tau S)^{-1} \quad (23)$$

El segundo elemento de ponderación es la confianza en las expectativas que se representa por la inversa de la matriz de riesgo de los errores.

$$P^T \Omega^{-1} \quad (24)$$

Entonces, la suma de los pesos debe ser igual a cero, dado que la confianza en las expectativas y la confianza en los retornos excesivos esperados son iguales en el equilibrio, entonces promedio ponderado de los retornos excedentes esperados y las expectativas descritos de la siguiente forma:

$$(\tau S)^{-1} \pi + (P^T \Omega^{-1}) Q \quad (25)$$

Con dicha ecuación se propone construir la ecuación del modelo de BL:

$$E(r_m) - r_f = [(\tau S)^{-1} + P^T \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau S)^{-1} \pi + P^T \Omega^{-1} Q] = 0 \quad (26)$$

La intuición económica de dicha fórmula indica que el rendimiento esperado de una cartera menos la tasa libre de riesgo debe ser cero, ya que el inversionista seleccionó los activos de tal forma que la confianza en los excesos de retornos esperados de los activos y la confianza de las expectativas eliminen su grado de aversión al riesgo a un nivel de riesgo dado y que está dada por

$$A = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m^2} \quad (27)$$

De tal forma que se cumpla la condición de primer orden de maximización de la utilidad, dado que la matriz de varianzas y covarianzas S no es cero y la suma de los pesos w de los activos es igual a 1; por lo que eliminando la aversión al riesgo del inversionista se cumple la condición que maximiza la utilidad.

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dw} &= R - ASw = 0 \\ R &= ASw \end{aligned} \quad (28)$$

II.4. Proceso de Administración de Inversiones

Stewart, Piros & Heisler (2019) describen cinco elementos claves en el proceso de inversión. El primer paso del proceso de inversión consta de la Filosofía de la estrategia. Este concepto está relacionado con la idea detrás de la estrategia. El administrador de portafolios debería tener la capacidad de explicar porque se realizaron las estrategias de inversión hace sentido, al menos en teoría. Algunas estrategias de inversión están descritas por modelos matemáticos, pero también considerando conceptos económicos, ya que estos últimos dependen del comportamiento humano y las matemáticas no siempre describen esos comportamientos. De esta manera, los inversionistas deben de estar preparados para explicar cuándo debe de funcionar o no ciertas estrategias.

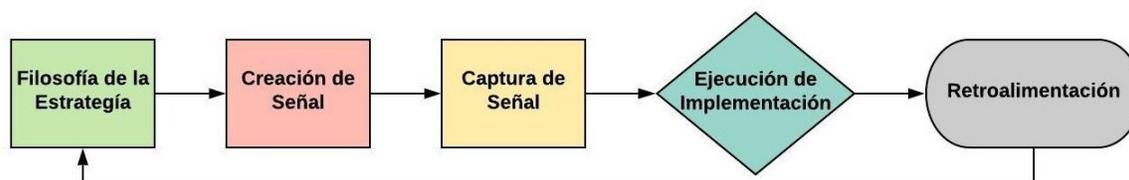
El segundo paso del proceso de inversión consta de la Creación de señales. Esto implica que aun cuando el inversionista tenga una idea, esa idea debe ser convertida en algo observable, como la fuente de información. Se considera una señal de inversión como el hecho que se puede observar con anticipación suficiente para soportar la implementación de una acción de inversión. Las señales pueden ser representadas por números o también pueden ser subjetivas retroalimentadas por niveles de confianza expresada por las administraciones de la empresa. Ante esto, como señales se pueden utilizar técnicas estadísticas que se retroalimente de información histórica como la variabilidad de ciertos componentes. Estas señales proveen de una base para desarrollar el proceso de toma de decisiones de inversión y una buena señal permite tomar decisiones efectivas (Stewart et al., 2019).

El tercer paso del proceso de inversión consta de Captura de señal, el cual se genera cuando la señal ha sido creada y el inversionista debe determinar la acción necesaria para beneficiarse de dicha señal. Este proceso incluye especificar el instrumento de inversión que se usará para transformarse en la acción deseada por el administrador de inversiones en una posición del portafolio. Derivado de ello, el inversionista debe seleccionar los activos que conformaran la señal, los cuales pueden ser acciones, bonos, índices, mercancías y todos aquellos sujetos a un mercado. Con base en dichos activos, el inversionista deberá decidir cuáles son los vehículos serán los idóneos una vez captada la señal. Asimismo, los administradores de portafolios deberán decidir cómo construir los portafolios y los pesos de los activos que lo conformarán (Stewart et al., 2019).

La Expedición de la Implementación es el cuarto paso, en el cual el administrador necesita considerar como ejecutará la estrategia, así como cuando debe de realizarla y la liquidez necesaria. Los portafolios no se consideran con vida, se consideran en “papel”, por lo que el administrador de inversión deberá darle la vida a dicho portafolio. La diferencia entre un rendimiento en papel y un rendimiento en vivo se determina por los costos de transacción, las restricciones de comercialización de activos y los procedimientos de la administración de portafolios. Dado que los costos de transacción aumentan con factores como el tamaño de la orden, la liquidez y la capacidad del mercado, es importante considerarlos al momento de desarrollar la estrategia. Por ello, la implementación de la estrategia también debe de contar un valor agregado al portafolio que la haga factible (Stewart et al., 2019).

Finalmente, la Retroalimentación es el quinto paso, en el cual debe de haber un programa que estudie los resultados de la estrategia y usar el análisis para mejorar la ejecución de los primeros cuatro pasos del proceso de inversión, siendo este el último paso que compone el proceso de inversión. La única manera de comprobar que la estrategia está funcionando es evaluar el retorno total relativo al punto de referencia apropiado. Asimismo, la única manera para saber dónde está funcionando es calcular el rendimiento del portafolio en tres pasos claves del proceso de inversión: creación de señal, captura de señal y la implementación. Los cambios en estas tres etapas producen ruidos y estos ruidos permiten a los administradores entender mejor la estrategias, así como identificar donde enfocar los recursos para reducir los riesgos, costos y mejorar el rendimiento (Stewart et al., 2019).

Gráfico 4. Proceso de Administración de Inversiones



II.5. La inteligencia artificial y su relación con las finanzas

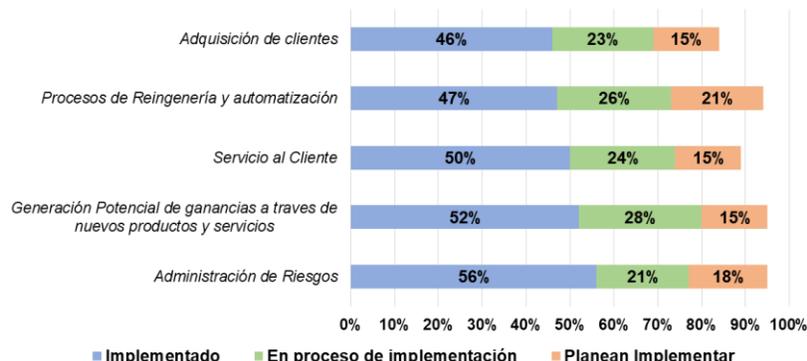
II.5.1. Contexto actual de la Inteligencia Artificial en las Finanzas

Como se mencionó anteriormente, la Inteligencia Artificial está siendo relevante en el área de las finanzas. La administración de riesgos ha sido un factor importante para la implementación de la Inteligencia artificial. Por una parte, en la encuesta *Transforming Paradigms*, se asegura que el 85% de las principales empresas comerciales encuestadas que ofrecen servicios financieros han implementado herramientas de la inteligencia artificial. Por otra parte, la administración de riesgos es de los servicios financieros que más ha implementado herramientas de la inteligencia artificial. Considerado los principales dominios comerciales encuestados de servicios financieros, en los servicios de administración de riesgo, el 56% de las empresas de servicios financieros ya implementaron inteligencia artificial, el 21% está en proceso y el 18% está en la planeación de la implementación (Ryll, Barton, Zhang, et al., 2020).

Aunado a lo anterior, la Generación potencial de ganancias y los procesos de reingeniería

y automatización son otras áreas que también han adoptado en gran medida la Inteligencia artificial (Ryll, Barton, Zhang, et al., 2020). Estas estadísticas muestran que la inteligencia artificial está promoviendo mejoras en los servicios financieros, se adecua a las necesidades de los mismos y cada vez son herramientas más utilizadas.

Gráfico 5. Muestras estadísticas de la adopción de la Inteligencia Artificial en los principales dominios comerciales



Fuente: Transforming Paradigms: A Global AI in Financial Services Survey, 2020

Dentro de los servicios financieros, la administración de inversiones ha sido un servicio que se está beneficiando ampliamente de la inteligencia artificial. En la mayoría de los sectores de servicios financieros, la Administración de Inversiones representa valores superiores al 50% de las empresas que han implementado la inteligencia artificial en los diferentes sectores de la industria de servicios financieros. Ante la realidad actual, es importante considerar en las finanzas las herramientas que provee la Inteligencia Artificial con fines de hacer eficientes procesos, metodologías y ofrecer mejores servicios financieros.

Gráfico 6. Estadística de la adopción de Inteligencia Artificial en los servicios financieros de los principales dominios comerciales

Industria de Servicios Financieros	Depósitos y préstamos	Pagos	Infraestructura de mercado y servicios profesionales	Administración de inversiones
<i>Generación Potencial de ganancias a través de nuevos productos y servicios</i>	46%	44%	52%	61%
<i>Procesos de Reingeniería y automatización</i>	43%	56%	42%	50%
<i>Servicio al Cliente</i>	52%	44%	55%	45%
<i>Administración de Riesgos</i>	56%	56%	53%	55%
<i>Adquisición de clientes</i>	39%	50%	44%	50%

Fuente: Transforming Paradigms: A Global AI in Financial Services Survey, 2020

Ante la nueva realidad de la implementación de la inteligencia artificial en los servicios financieros resulta un tema de interés la implementación de dichas herramientas en un portafolio de inversión de activos sujetos a riesgos de mercado. Actualmente, las metodologías relacionadas con la selección de cartera de valores o portafolios de activos son robustas y con basto sustento económico y matemático. No obstante, dentro del proceso de evolución de dichas metodologías, las ciencias de la computación, particularmente la inteligencia artificial, como se ha expuesto, ha comenzado a tomar relevancia para cumplir los objetivos de maximización de beneficios y minimización de riesgos en el sector financiero.

II.5.2. Concepto de Inteligencia Artificial

La inteligencia artificial cuenta con diversas definiciones, entre las que se pueden distinguir en procesos mentales y comportamiento. Rusell & Norvig (2004) establecen cuatro enfoques de la inteligencia artificial:

Relacionados con el actuar

1. Sistemas que actúan como el humano
2. Sistemas que actúan racionalmente

Relacionados con el pensar

3. Sistemas que piensan como el humano
4. Sistemas que piensan racionalmente

No obstante, para el desarrollo de un sistema que permita implementar un proceso de inversión es necesario considerar solamente dos enfoques: los sistemas que piensan racionalmente y los sistemas que piensan como el humano; dado que un sistema podrá implementar un razonamiento con fines de proporcionar decisiones eficientes.

Rusell & Norvig consideran la definición de Charniak & McDermott (1985) como definición de los sistemas que piensan racionalmente se considera “la automatización de actividades que vinculamos con procesos de pensamiento humano, actividades como la toma de decisiones, resolución de problemas, aprendizaje”. De igual forma, se toma en cuenta a Winston (1992) que define este enfoque como “el estudio de los cálculos que hacen posible percibir, razonar y actuar”.

Derivado de lo anterior, surge la necesidad de definir a un agente racional como aquel que actúa con la intención de alcanzar el mejor resultado o, cuando hay incertidumbre, el mejor resultado esperado (Russel & Norvig, 2004). Los autores consideran cuatro factores de los cuales depende la racionalidad:

- La medida de rendimiento que define el criterio de éxito
- El conocimiento de un medio en el que habita acumulado por el agente
- Las acciones que el agente puede llevar a cabo.
- La secuencia de percepciones del agente hasta este momento

Por secuencia de percepciones se considera las entradas de información con las que cuenta el agente. Asimismo, dada una secuencia de percepciones por parte del agente, este deberá realizar aquella acción que supuestamente maximice su medida de rendimiento con base en las evidencias que se portan por la secuencia de percepciones y con el conocimiento que el agente tiene almacenado (Russel & Norvig, 2004).

II.6. Redes Neuronales

II.6.1. Fundamentos de las Redes Neuronales

Las redes neuronales forman parte importante y esencial dentro de la inteligencia artificial. Una de las principales perspectivas de las redes neuronales es su capacidad de establecer representaciones matemáticas cómo funciona el cerebro humano. Por otra parte, otra perspectiva de dicha herramienta es una generalización de la aplicación de modelos estadísticos ya existentes (Baesens, 2014). El proceso de neuronas o elementos considera la entrada de información para ser procesada mediante modelos representados matemáticamente, donde cada entrada de información, elemento y proceso matemático representan neuronas.

McCulloch & Pitts desarrollaron la primera representación matemática de una red neuronal simple. Cuya representación matemática es la siguiente (Castañeda, 2021):

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{k=1}^n x_k > \theta \text{ y } i = 0, \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (29)$$

Esta red neuronal tenía el seguimiento de reglas dentro de las cuales destacan:

- Un resultado o salida (y) binario: $y \in \{0,1\}$, donde $y = 1$ indica que la neurona se enciende y $y = 0$ que a neurona descansa.
- Tiene un número N de entradas (inputs), $x_i \in \{0,1\}$
- Tiene una única entrada inhibitoria i . Si está encendida, la neurona no enciende.
- Tiene un valor umbral. Si la suma de las entradas es mayor que el valor crítico θ , la neurona se enciende. De lo contrario, la neurona descansa.

Frank Rosenblatt desarrolló con la computadora Mark I el perceptron computacionalmente en 1960, con base en la representación matemática realizada por McCulloch & Pitts. El perceptron se sustentó en la siguiente representación matemática siguiente:

$$\sigma(w^T x + b) = \begin{cases} 1 & \text{si } w^T x + b \geq 0, \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (30)$$

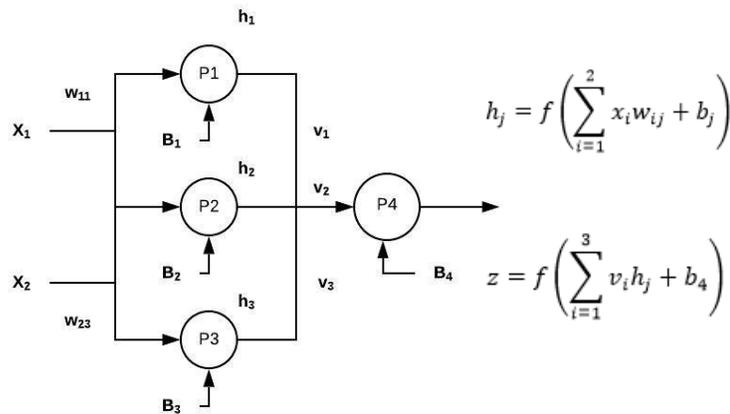
Donde el límite de decisión del perceptron se define por:

$$\begin{aligned} b + w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n &= 0 \\ b + w^T x &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Dentro de las limitaciones en el uso del perceptron se encuentra el hecho que no puede resolver sistemas no lineales; el peso sináptico converge en la unidad, lo cual implica que todas las entradas contribuyen igual a la salida; la función a considerar debe ser programada por el usuario y no puede aprender de la información; y la regla de inhibición es muy restrictiva, es decir la neurona no enciende si hay una entrada inhibitoria i (Castañeda, 2021).

Ante las limitaciones del Perceptron, surgen las Redes Neuronales Perceptron-Multicapas (MLP) es una red neuronal compuesta por diversas capas de procesamiento de datos, donde existe una capa de entrada de información, una o varias capas ocultas y una capa final de salida de la información. En términos de capas ocultas, trabajos teóricos han mostrado que las redes neuronales con una capa oculta son aproximaciones universales capaces de aproximar cualquier función a cualquier grado deseado de precisión (Baesens, 2014).

Gráfico 7. Ejemplo sencillo de una Red Neuronal Perceptron-Multicapas (MLP)



Fuente: Elaboración propia con base en Baesens, B. (2014)

II.6.2. Funcionamiento de las Redes Neuronales

Las redes neuronales permiten resolver diferentes tipos de problemas, entre los que destacan: Regresión, Clasificación binaria o Clasificación múltiple. Dentro de su objetivo principal está el aprendizaje automático mediante operaciones matemáticas, con el fin de modificarse de manera autosuficiente, con una programación basada en reglas. La idea es que puedan automatizar funciones que realizaría un ser humano.

Las Redes Neuronales logran los resultados deseados mediante el entrenamiento de la red y esto se logra mediante una actualización constante de los pesos que se asignan a las neuronas, dentro de la red neuronal. Estos pesos logran su modificación gracias a las contribuciones que hagan dichas operaciones a los resultados deseados. La metodología de este proceso se le conoce como retropropagación o *Backpropagation*. Este método permite que la Red Neuronal esté en constante aprendizaje automatizado.

Como bien se mencionó anteriormente, la existencia de la Red Neuronal se remonta a los años de 1960. Sin embargo, con el paso del tiempo este proceso ha mejorado por la creación y mejora del algoritmo de retropropagación, la capacidad de cómputo, como son el uso de Unidades de Procesamiento Gráfico o *GPUs* (*Graphic Processing Units*, por sus siglas en inglés) que permiten procesar grandes volúmenes de información y al aumento de la cantidad de información disponible para realizar los procesamientos.

Los modelos estadísticos consideran fórmulas matemáticas que permiten obtener valores cercanos a los óptimos o los esperados. Sin embargo, en el caso de las redes neuronales, la optimización es compleja en el sentido que los pesos de los conectores necesitan ser aproximados por medio de algoritmos iterativos. Derivado de lo anterior, el procedimiento de optimización comúnmente empieza con pesos aleatorios que se van ajustando de acuerdo con los patrones que reflejen los datos utilizados en dicho algoritmo.

Con el uso de establecimiento de políticas o extracción de reglas al algoritmo se pueden establecer condiciones de operación para la red neuronal. El propósito de establecer dichas políticas es reflejar el comportamiento y/o razonamiento de la red neuronal. Continuando con la idea de Baesens (2014), la aproximación de una red neuronal se puede expresar en cinco pasos:

1. Entrenar la red neuronal y delimitar lo más posible la red neuronal en términos de conectores.
2. Categorizar los valores de activación ocultos en las capas utilizando agrupamiento.
3. Extraer las reglas que describen las salidas de la red en términos de la categorización oculta en las unidades de valores de activación.
4. Extraer las reglas que describen la categorización oculta en unidades de valores de activación en términos de entradas de la red.
5. Combinar las reglas obtenidas en el paso 3 y 4 para relacionar directamente las salidas con las entradas”.

Dentro de la aplicación de las redes neuronales se considera una optimización por medio de algoritmos donde existe una función objetivo, y por medio de la red neuronal se busca minimizar el error. Para ello, la función que se busca maximizar o minimizar se le denomina función objetivo, cuando se está minimizando también se le denomina función de costo, función de error o función de pérdida. La función de pérdida o costo permite sintetizar un sistema complejo a un solo valor que permite comparar o clasificar soluciones

Una red neuronal tiene como objetivo obtener mejores estimaciones estadísticas de parámetros a partir de datos de entrenamientos, los cuales pueden ser históricos, lo cual es un proceso de Estimación de Máxima Verosimilitud (o *MLE*, *Maximum Likelihood Estimation*, por sus siglas en inglés). Ante el marco de referencia de MLE, el error entre dos

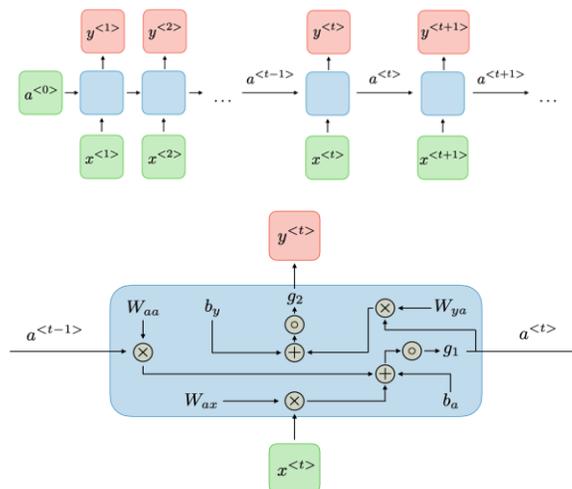
distribuciones de probabilidad se mide usando entropía cruzada (Cross-entropy). Esto implica que se aplica la entropía cruzada entre los datos de entrenamiento y las predicciones del modelo como la función de costos o pérdidas (Brownlee, 2019).

II.6.3. Redes Neuronales Recurrentes (RNN)

Las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) se le consideran una herramienta bastante robusta para modelar secuencia de datos, series de tiempo o lenguaje, así como la posibilidad de procesar entradas de cualquier longitud; el tamaño de los modelos es estable, es decir, no aumentan con los números de entradas; los procesos matemáticos consideran información histórica; y, los pesos o ponderaciones a los datos se actualizan en el tiempo. No obstante, dentro de sus limitantes se encuentra el hecho que la computación de este tipo de red puede ser un proceso lento; en algunos casos es difícil el acceso a información histórica y no se pueden considerar entradas de información futuras para el estado actual (Amidi, Shervine; Amidi, 2019).

La Red Neuronal Recurrente cuenta con una arquitectura base que consta de entradas (inputs) de información a través del tiempo, salidas de información (outputs) para ese momento específico de tiempo, para ello existe una función de activación para cada momento determinado de la serie. La arquitectura se puede apreciar en el siguiente gráfico. Donde x son los datos o entradas de información, a el proceso de activación y la salida de información, todo en un periodo determinado.

Gráfico 8. Arquitectura base de una Red Neuronal Recurrente



Fuente: Amidi, Shervine, 2019

Un problema importante de las RNR es su problema para almacenar y utilizar información en ventanas de tiempo grandes (Morris, R., Staudemeyer, 2019). Una manera de sobreponerse a esta situación es la de crear “celdas” de procesamiento, las cuales guarden memoria. Entre los métodos de celdas con memoria, las más populares, y que han mostrado una eficacia importante en aplicaciones prácticas son las celdas LSTM las cuales se encuentran representadas en la figura 2.

Una celda LSTM controla la información que se guarda en memoria con las funciones de disparo siguientes:

$$f = \sigma(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f) \quad (32)$$

$$i = \sigma(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i) \quad (33)$$

$$o = \sigma(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o) \quad (34)$$

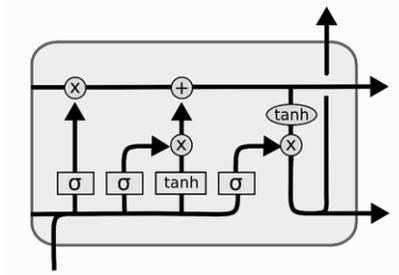


Figura 2. Arquitectura de una celda LSTM

donde W_f , W_i y W_o son las matrices de pesos y b_f , b_i y b_o los vectores de sesgos de los disparadores de memoria f , entrada i y salida o respectivamente. La función σ es típicamente la función logística. Los disparadores se calculan en el tiempo t entonces con la nueva información de entrada x_t y el estado anterior h_{t-1} .

Con los disparadores calculados se puede entonces recalculer la activación actual c_t y el estado oculto h_t como

$$c_t = f \circ c_{t-1} + i \circ \tanh(W_c x_t + b_c) \quad (35)$$

$$h_t = o \circ \tanh(c_t) \quad (36)$$

donde W_c y b_c son la matriz de pesos y el vector de sesgos de activación. el operador \circ denota el producto de Hadamard.

La función de costo o pérdida considerando el tiempo se define como una función de pérdida en cada paso del tiempo de la siguiente forma:

$$Loss(\theta) = \sum_{t=1}^T Loss(\hat{y}_t, y_t) \quad (37)$$

en la cual $Loss$ puede ser cualquier función de error, como la suma del cuadrado de los errores y θ es el conjunto de parámetros con el que se pueden calcular las salidas estimadas \hat{y}_t . La retropropagación a través del tiempo se define como un cambio en el costo respecto a un conjunto de parámetros entrenables (pesos y sesgos en este caso) en un periodo determinado de tiempo, expresado mediante la siguiente derivada parcial:

$$\nabla_{\theta} Loss(\theta) = \sum_{t=1}^T \nabla_{\theta} Loss(\theta)|_t \quad (38)$$

II.6.4. Las redes neuronales y las finanzas

Diversos autores, académicos e investigadores han indagado en el uso de las redes neuronales para la aplicación en finanzas y en la selección de activos sujetos de riesgo de mercado. Particularmente, las Redes Neuronales Convolucionales (*Convolutional Neural Networks, CNN*) y las Redes Neuronales Recurrentes (*Recurrent Neural Networks, RNN*) suelen ser de gran aplicación, utilidad y herramienta de análisis en la rama financiera al utilizar series de datos históricas de diferentes variables como los precios de activos, información histórica de los fundamentales de las empresas y, recientemente, en el uso de criptomonedas.

Miquel Noguer y Sonam Srivastava, en su trabajo *Deep Learning for Asset Allocation in US Equities*, utilizan redes neuronales profundas para un modelo libre, sin control, con el fin de establecer una optimización dinámica para maximizar la función de recompensa. El objetivo principal es obtener los pesos para la asignación de activos que maximicen las ganancias considerando el estado actualizado del mercado, los riesgos asociados a esos activos y los costos de transacción, en este caso se utilizaron 24 acciones de Estados Unidos con rebalanceo diario. El artículo demuestra una solución al problema de asignación de activos de un portafolio por medio del uso de una red neuronal profunda y aprendizaje por refuerzo utilizando series de tiempo de dichos activos. Para ello, los autores hacen una comparación entre diferentes tipos de redes neuronales como Redes de memoria de Largo- Corto plazo (*Long Short Term Memory Networks, LSTMN*), Redes Neuronales Convolucionales

(*Convolutional Neural Networks, CNN*) y Redes Neuronales Recurrentes (*Recurrent Neural Networks, RNN*) y hacen un comparativo con los modelos clásicos de administración de portafolios como el de media-varianza utilizando para este tipo el modelo Black & Litterman, el modelo de mínima varianza, el de paridad de riesgo y el de asignación equitativa. Con ello demostraron que el uso de redes neuronales profundas son mejores en términos de ganancias a comparación de los modelos tradicionales (Alonso & Srivastava, 2020)

Otro trabajo donde se utilizó redes neuronales en el tema de portafolios de inversión es el realizado por Samer Obeidat, Daniel Shapiro, Mathieu Lemay, Mary Kate MacPherson y Miodrag Bolic, denominado *Adaptive Portfolio Asset Allocation with Deep Learning*. En este trabajo los autores desarrollan una Red de memoria a Largo-Corto plazo (*Long Short Term Memory Networks, LSTMN*) para una comparación con las típicas técnicas de administración de portafolio, como medias y varianzas. El sistema realizado en su documento pretende ayudar a automatizar la gestión de carteras y mejorar los rendimientos ajustados al riesgo. Para ello, en su red neuronal consideran la modelación de causalidad considerando precios históricos de los activos, indicadores macroeconómicos e indicadores de mercado utilizando Análisis de Componentes Principales. El modelo estima el retorno esperado, la volatilidad y la correlación entre los activos. Los autores concluyen que una Red de Memoria a Largo-corto plazo (*Long Short Term Memory Networks, LSTMN*) puede ser mejor en términos de rendimientos ajustados al riesgo que los modelos convencionales, presentando mejoras considerables en el rendimiento, el riesgo y el índice de Sharpe (Obeidat, Samer; Shapiro, Daniel ; Lemay, Mathieu; MacPherson, Mary Kate; Bolic, 2018).

Finalmente, otro trabajo donde se relacionan las redes neuronales con las finanzas y los modelos de portafolios es el realizado por Frank Z. Xing, Erik Cambria, Lorenzo Malandri y Carlos Velcellis, denominado *Discovering Bayesian Market Views for Intelligent Asset Allocation*. En este trabajo se desarrolla el entrenamiento de dos redes neuronales para generar expectativas del mercado considerando las expectativas descritas dentro del Modelo Black & Litterman, con el fin de mejorar la asignación de activos en comparación de otros modelos de asignación de portafolios. Para este trabajo se desarrollaron Redes de memoria a Largo-Corto plazo (*Long Short Term Memory Networks, LSTMN*) que consideraran análisis de sentimientos para captar y adaptar la opinión pública del mercado al modelo de asignación de carteras. Estos autores encontraron que utilizando técnicas de minería de opinión como análisis de sentimientos es un elemento clave para la predicción

en el mercado. Dentro de sus resultados llegaron a la conclusión que la formalización o modelación de la opinión pública en las expectativas del mercado incrementa significativamente la rentabilidad del portafolio entre un 5% a 10% anual (Xing et al., 2019).

III. METODOLOGÍA

III.1. Modelos y Experimentos propuestos

III.1.1. Descripción General

El siguiente trabajo es de tipo cuantitativo y tiene como objetivo resolver la hipótesis que el uso de la inteligencia artificial en el desarrollo de portafolios de activos sujetos a riesgos de mercados puede obtener resultados más eficientes en términos de rendimiento y riesgo en comparación que no utilizarla. Para ello se analiza el precio de acciones de 2008 a 2018 y se considera la construcción del portafolio el 31 de diciembre de 2018, para evaluar el portafolio durante 2019. Ante esto, se proponen cuatro modelos para la comparación de resultados.

El primer modelo se le considera modelo base o “*benchmark*” y es la construcción de un modelo de Black & Litterman donde las expectativas se desarrollan por medio del promedio trimestral del crecimiento en las ganancias por acción durante el año 2018, a fin de simular la construcción de portafolio por un inversionista o administrador de portafolios bajo una metodología “convencional” o “clásica”.

El segundo modelo considera la construcción de expectativas mediante la mediana del crecimiento trimestral de las ganancias por acción durante el año 2018. Esta metodología se establece para dejar fuera el ruido que produce la consideración de la media al momento de ponderar observaciones aberrantes. El tercer modelo se considera como el “Portafolio de oro”, ya que se establecerán las expectativas considerando que se tiene pleno conocimiento del precio de las acciones al final del año 2019. En teoría este sería el mejor portafolio porque se sabe con certeza como crecerán los activos que conforman el portafolio.

Finalmente, se realiza un cuarto modelo donde las expectativas se construyen por medio de una Red Neuronal Recurrente de tipo Redes de memoria a Largo-Corto plazo (*Long*

Short Term Memory Networks, LSTMN). Esta Red pretende predecir los precios de las acciones durante 2019, con el entrenamiento de la red con los precios de 2008 a 2018. Asimismo, es importante considerar que se hará la programación de la red neuronal, la estructuración de datos y la construcción de portafolios utilizando lenguaje *python* y paqueterías de dicho lenguaje para la obtención de resultados.

III.1.2. Consideraciones

Para la aplicación de este modelo, no se considerarán diversos perfiles de riesgo al no estar evaluando los efectos de los perfiles en la composición de portafolio. Aunado a ello, se tiene en consideración el estudio realizado por Sebastian Olsson & Viktor Trollsten, denominado *The Black Litterman Asset Allocation Model*, donde probaron con diversos grados de aversión al riesgo y no les generó sorpresa que no tuviera efectos significativos en términos de rendimiento y riesgo en los portafolios, dado que en el modelo Black & Litterman con mayores o menores grados de aversión al riesgo, aumentará o disminuirá proporcionalmente en los retornos implícitos del mercado, además de que la construcción del portafolio parte de un equilibrio (Olsson, Sebastian; Trollsten, 2018). Ante esto, se considera un perfil de riesgo similar o “*default*” en todos los casos, al ser irrelevante para los objetivos de esta tesis.

Es importante considerar que no se realiza la aplicación y evaluación del portafolio posterior a 2019 por la situación global de la pandemia COVID-19, lo cual podría alterar los objetivos de análisis de esta tesis, al presentarse en 2020 una situación extraordinaria con efectos abruptos en la bolsa de valores. Finalmente, se pretendía la utilización de 20 activos de riesgo seleccionados de manera aleatoria con base en su nivel de capitalización de mercado, no obstante, se descartaron 6 activos de riesgo al no contar con información completa para el periodo 2008-2019.

III.2. Datos

III.2.1. Aspectos Generales

Se realizó el análisis diario de los precios de cierre de los activos, con un periodo de 10 años, del 1 de enero de 2008 al 31 de enero de 2018. Se asumirá que el portafolio se elige el 31 de diciembre de 2018 y se evaluará para el periodo un año, del 1 de enero al 31 de diciembre de 2019. Asimismo, se consideran 2 bonos corporativos como activos de renta

fija y con el objetivo de diversificar el portafolio. Finalmente, se considera como tasa libre de riesgo el Bono del Tesoro de 13 semanas de Estados Unidos con un rendimiento del 2.3834% al 28 de diciembre de 2018 (última cotización de 2018) y como rendimiento de mercado se considera el precio ajustado, para el mismo periodo de análisis, del índice de S&P500 (SPY).

Para la estructuración de los modelos se considerarán acciones de empresas y bonos que coticen en la bolsa de valores *New York Stock Exchange (NYSE)* y *NASDAQ* de Estados Unidos. Con el fin de lograr diversificación imparcial en el portafolio, se considerarán un total de 20 activos de riesgo: 18 acciones de empresas y 2 bonos seleccionados aleatoriamente. Para la selección de activos de las empresas, se contextualiza el día 31 de diciembre de 2018, que es la fecha que se armará el portafolio de inversión. Para ese día se seleccionaron 5 acciones de empresa con Mega capitalización de mercado y capitalización de mercado grande; se seleccionaron aleatoriamente 2 empresas de capitalización mercado pequeña y mediana, 1 de capitalización de mercado micro y 3 de capitalización de mercado nano (Gráfico 9).

Gráfico 9. Clasificación de tipo de empresa de acuerdo con su nivel de capitalización.

Denominación	Nivel de Capitalización de Mercado	Número de empresas seleccionadas
MEGA	Mayor a 200,000 MDD	5
GRANDE	Mayor a 10,000 MDD	5
MEDIANA	Entre 2,000 MDD Y 10,000 MDD	2
PEQUEÑA	Entre 250 MDD Y 2,000 MDD	2
MICRO	Menos de 250 MDD	1
NANO	Menos de 50 MDD	3
TOTAL		18

Fuente: Elaboración propia

Es importante mencionar que se seleccionaron 20 activos en total de manera aleatoria, pero se descartaron 6 por no contar con datos completos y los cuales son requeridos para la aplicación de redes neuronales de series temporales.

Los datos se obtuvieron de la API *Yahoo Finance* y *Financial Modeling Prep* que cuentan con API e información actualizada diaria, por minutos, horas de múltiples bolsas de valores en el mundo, así como indicadores financieros de diferentes tipos.

Gráfico 10. Activos de riesgo que conforman el portafolio, seleccionados aleatoriamente de acuerdo con su nivel de capitalización.

Símbolo	Nombre	Capitalización de Mercado al 31 de diciembre de 2018 (MDD)	Tipo de activo de riesgo	¿Pertenece al portafolio?
INTC	Intel Corp	\$215,985,000,000	Acción	Pertenece
BAC	Bank of America Corp	\$243,751,221,000	Acción	Pertenece
AAPL	Apple Inc	\$745,725,159,960	Acción	Pertenece
MSFT	Microsoft Corp	\$779,829,520,000	Acción	Pertenece
FB	Facebook Inc	\$385,081,200,000	Acción	Descartado por información incompleta
CNP	CenterPoint Energy Inc	\$14,155,064,000	Acción	Pertenece
AME	AMETEK Inc	\$15,436,984,550	Acción	Pertenece
PAYX	Paychex Inc	\$23,378,205,000	Acción	Pertenece
EXPE	Expedia Group Inc	\$17,145,761,760	Acción	Pertenece
KEY	KeyCorp	\$15,052,390,800	Acción	Pertenece
PRAH	PRA Health Sciences Inc	\$5,917,187,400	Acción	Descartado por información incompleta
PACW	PacWest Bancorp	\$4,196,638,800	Acción	Pertenece
CNS	Cohen & Steers Inc	\$1,630,724,900	Acción	Pertenece
FLOW	SPX FLOW Inc	\$1,278,577,440	Acción	Descartado por información incompleta
SCD	LMP Capital And Income Fund Inc	\$189,724,132	Acción	Pertenece
CFMS	Conformis Inc	\$23,130,767	Acción	Descartado por información incompleta
SCX	L S Starrett Co	\$37,525,770	Acción	Pertenece
FTEK	Fuel Tech Inc	\$29,729,100	Acción	Pertenece
ELU	Entergy Louisiana Inc. First Mortgage Bonds 4.70% Series due June 1 2063	\$3,711,936,000	Bono	Descartado por información incompleta
BBN	Blackrock Taxable Municipal Bond Trust	\$1,397,363,460	Bono	Descartado por información incompleta

Fuente: Elaboración propia

Para la obtención de información se utilizó lenguaje *Python* y *requests* de formatos *JSON*. Asimismo, se programó la red neuronal con lenguaje *Python* con utilización de los procesadores de *Google*, por medio de *Google Collab* y la construcción de portafolio se realizó por medio de *Jupyter Notebook* con lenguaje *Python*, utilizando diversas paqueterías para la estructuración de gráficos y datos.

III.3. Criterios de Evaluación

III.3.1. Descripción General

La evaluación de los portafolios considera indicadores generales como el rendimiento (retorno) anualizado, rendimiento (retorno) acumulado, la volatilidad y los Drawdowns, que son los periodos de retroceso del portafolio desde el último punto máximo hasta el punto más bajo de rendimientos. Asimismo, se consideran indicadores de desempeño como el Indicador de Sharpe, Indicador de Sortino, Indicador Treynor, Indicador Jensen – Alpha, Índice de Modigliani, Indicador Calmar y el Indicador Omega. Finalmente, se consideran indicadores estadísticos como el Kurtosis, y el Skew.

III.3.2. Indicadores de Desempeño de Portafolios

Indicador de Sharpe

Es un indicador de desempeño de portafolios y es útil para la comparación entre portafolios. Este indicador mide el exceso del rendimiento del portafolio una vez descontada la tasa libre de riesgo, en relación con su riesgo. Lo que nos indica es la sostenibilidad de la inversión; entre mayor sea el valor de este indicador nos refleja que la inversión ha sido rentable ajustada a su riesgo. Si el indicador es negativo nos indica que es más conveniente y rentable invertir en activos de bajo riesgo.

$$\text{Indicador de Sharpe (Sharpe Ratio)} = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p} \quad (39)$$

R_p = Rendimiento del Portafolio

r_f = Tasa libre de riesgo

σ_p = Volatilidad observada del rendimiento de los portafolios (riesgo – desviación estándar)

Indicador de Sortino

Se le conoce como Indicador de Sharpe Ajustado. Este indicador penaliza solo la volatilidad a la baja, dado que el Indicador de Sharpe penaliza la volatilidad a la baja y al alza. Este indicador permite la comparación de rendimientos ajustados al riesgo de carteras.

$$\text{Indicador de Sortino (Sortino Ratio)} = \frac{R_p - r_f}{\sigma_d} \quad (40)$$

R_p = Rendimiento del Portafolio

r_f = Tasa libre de riesgo

σ_d = Volatilidad observada del los periodos de baja del activo o portafolio

Indicador de Treynor

El indicador de Treynor es similar al de Sharpe, sin embargo, considera el riesgo sistemático. Para determinar el riesgo sistemático se considera la Beta del portafolio que nos indica la relación del rendimiento del portafolio con los rendimientos del mercado. Entre mayor sea este indicador más rentable es el portafolio en términos del riesgo sistemático o el mercado.

$$\text{Indicador de Treynor (Treynor Ratio)} = \frac{R_p - r_f}{\beta_p} \quad (41)$$

R_p = Rendimiento del Portafolio

r_f = Tasa libre de riesgo

β_p = Rendimientos del portafolio en relación a los rendimientos del mercado

Indicador Jensen – Alpha

Este indicador mide la calidad de gestión del portafolio en relación con el mercado. Indica el exceso de rentabilidad obtenido por el portafolio a un nivel de riesgo sistemático dado. El indicador Alpha puede ser positivo, neutro o negativo. Entre mayor sea el indicador no refleja que el portafolio es más rentable que el mercado, bajo un riesgo sistemático asumido. Por el contrario, si es negativo, nos refleja que el portafolio no es rentable en relación al mercado y un riesgo sistemático dado.

$$\alpha \text{ (Indicador Jensen - Alpha)} = (R_p - r_f) - (R_m - r_f) \times \beta_p \quad (42)$$

R_p = Rendimiento del Portafolio

R_m = Rendimiento del mercado

r_f = Tasa libre de riesgo

β_p = Rendimientos del portafolio en relación al mercado

Índice de Modigliani

Este indicador evalúa la rentabilidad de un portafolio que tuviera considerando el riesgo del mercado. A este indicador también se le conoce como Indicador ajustado al Riesgo de Modigliani. En términos prácticos, genera una cartera artificial deseando un rendimiento esperado por el portafolio a un nivel de riesgo mínimo o base.

$$M = r_f + (R_p - r_f) \times \frac{\sigma_M}{\sigma_p} \quad (43)$$

R_p = Rendimiento del Portafolio

r_f = Tasa libre de riesgo

σ_M = Volatilidad observada del mercado durante el mismo periodo de tiempo

σ_p = Volatilidad observada del rendimiento de los portafolios

Indicador Calmar

Este indicador evalúa la rentabilidad de un portafolio en términos de el máximo drawdown o caída que tuvo el portafolio o activo durante un periodo de tiempo (en términos absolutos). Es decir, mide el grado en el que el portafolio creció o decreció en valor durante un periodo de tiempo. Se utiliza como una medida de eficiencia y comparar portafolios, entre mayor sea el indicador, mejor ha sido el desempeño.

$$\text{Calmar} = \frac{R_p - r_f}{|\text{Máximo Drawdown}|} \quad (44)$$

R_p = Rendimiento del Portafolio

r_f = Tasa libre de riesgo

Indicador Omega

Este indicador es una medida de rendimiento ajustada al riesgo que se desarrolló en 2002 por William F. Sharpe. El indicador es una proporción ponderada de probabilidad de las ganancias contra las pérdidas para un objetivo de retorno de umbral. Este indicador es alternativo al Indicador de Sharpe que no contempla ampliamente información relacionada al activo. Se calcula creando una partición en la distribución de retorno acumulada para crear un área de pérdidas y una de ganancias, en relación con este umbral. Un indicador Omega mayor indica que el portafolio y/o activo provee de mayores ganancias relativas a sus pérdidas.

$$\Omega = \frac{\int_{\theta}^{\infty} [1-F(r)]dr}{\int_{-\infty}^{\theta} F(r)dr} \quad (45)$$

$F(r)$ = Distribución acumulada de probabilidad de los retornos

θ = retorno objetivo

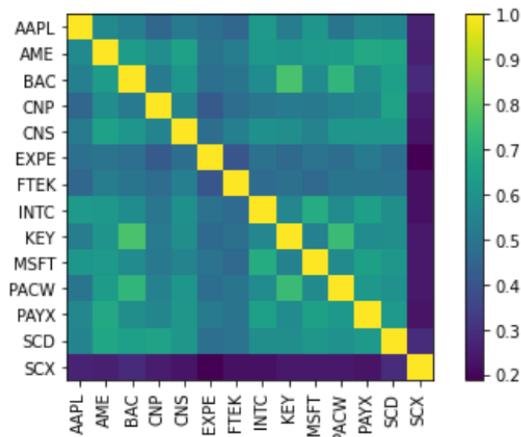
III.2. Aplicación de Modelos Black & Litterman con diferentes expectativas

III.2.1. Condiciones generales del modelo

Los activos, en general no muestran una covarianza alta respecto a sus precios, por lo que su correlación es relativamente baja. Esto nos indica una diversificación de activos idónea para la aplicación del modelo.

Gráfico 11. Matriz de Varianza Covarianza de los Activos

	AAPL	AME	BAC	CNP	CNS	EXPE	FTEK	INTC	KEY	MSFT	PACW	PAYX	SCD	SCX
AAPL	0.0467	0.0237	0.0441	0.0167	0.0313	0.0339	0.0404	0.0277	0.0425	0.0252	0.0348	0.0188	0.0204	0.0317
AME	0.0237	0.0365	0.0459	0.0189	0.0346	0.0309	0.0415	0.0243	0.0433	0.0228	0.0386	0.0201	0.0216	0.0270
BAC	0.0441	0.0459	0.1434	0.0335	0.0647	0.0596	0.0780	0.0450	0.1079	0.0418	0.0873	0.0344	0.0415	0.0585
CNP	0.0167	0.0189	0.0335	0.0286	0.0261	0.0230	0.0331	0.0176	0.0329	0.0166	0.0294	0.0146	0.0188	0.0228
CNS	0.0313	0.0346	0.0647	0.0261	0.0770	0.0433	0.0613	0.0337	0.0608	0.0291	0.0546	0.0265	0.0291	0.0353
EXPE	0.0339	0.0309	0.0596	0.0230	0.0433	0.1052	0.0540	0.0325	0.0561	0.0306	0.0499	0.0260	0.0267	0.0331
FTEK	0.0404	0.0415	0.0780	0.0331	0.0613	0.0540	0.1680	0.0395	0.0744	0.0361	0.0661	0.0317	0.0346	0.0499
INTC	0.0277	0.0243	0.0450	0.0176	0.0337	0.0325	0.0395	0.0417	0.0428	0.0268	0.0378	0.0204	0.0204	0.0248
KEY	0.0425	0.0433	0.1079	0.0329	0.0608	0.0561	0.0744	0.0428	0.1380	0.0385	0.0880	0.0332	0.0373	0.0490
MSFT	0.0252	0.0228	0.0418	0.0166	0.0291	0.0306	0.0361	0.0268	0.0385	0.0360	0.0350	0.0191	0.0199	0.0250
PACW	0.0348	0.0386	0.0873	0.0294	0.0546	0.0499	0.0661	0.0378	0.0880	0.0350	0.1020	0.0306	0.0325	0.0421
PAYX	0.0188	0.0201	0.0344	0.0146	0.0265	0.0260	0.0317	0.0204	0.0332	0.0191	0.0306	0.0239	0.0164	0.0195
SCD	0.0204	0.0216	0.0415	0.0188	0.0291	0.0267	0.0346	0.0204	0.0373	0.0199	0.0325	0.0164	0.0289	0.0267
SCX	0.0317	0.0270	0.0585	0.0228	0.0353	0.0331	0.0499	0.0248	0.0490	0.0250	0.0421	0.0195	0.0267	0.2936



Fuente: Elaboración propia

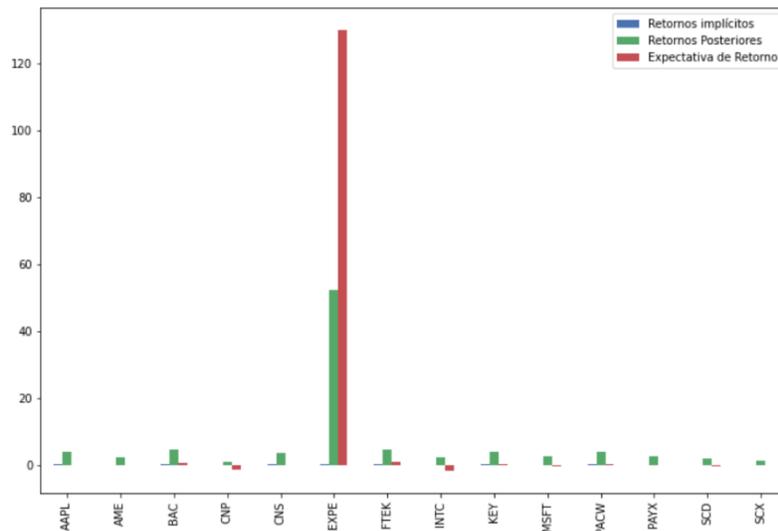
Considerando el Índice de Mercado de S&P500 y la tasa libre de riesgo de los Bonos del Tesoro de Estados Unidos de América, se obtiene un Grado de aversión al riesgo del Modelo Black & Litterman de 1.6359.

III.2.1. Expectativas de los activos

Para la comparación de diversos modelos se hace la modificación en las expectativas con fines de determinar si la aplicación de redes neuronales permitiría una mejor asignación de portafolios en términos de rendimiento y riesgo. El primer modelo considera el promedio trimestral de las ganancias por acción durante 2018. El segundo modelo la mediana, con fines de mitigar observaciones aberrantes como el caso de Expedia, Inc. ("EXPE"), le asigna una elevada expectativa de crecimiento. El tercer modelo es con pleno conocimiento de los precios de las acciones a diciembre de 2019, considerando que sería el portafolio "óptimo", se le denomina "Portafolio de Oro". El "Portafolio de Oro" permitirá comprar los resultados de la mejoría de la aplicación de Redes Neuronales Recurrentes de Memoria de Largo-Corto Plazo (LSTM) para la predicción de precios al 31 de diciembre de 2019.

En el gráfico 12, se aprecia que la expectativa de retorno sobre el activo de "EXPE" es superior al 13,000%. Lo cual es el ruido ocasionado por el promedio de crecimiento durante 2018. Y es un panorama con una observación aberrante que puede alterar el desempeño del portafolio con una expectativa sesgada.

Gráfico 12. Expectativas Modelo Black & Litterman para el Modelo 1



Fuente: Elaboración Propia

En el gráfico 13, podemos ver el comparativo de retornos del Modelo Black & Litterman, con la mediana del crecimiento por acción, se puede notar que de cierta forma se elimina ruido en el caso de las medias. No obstante, es importante observar que, al tener expectativas negativas sobre la mayoría de los activos, al realizar la ponderación bayesiana de las expectativas con los retornos, los retornos esperados bajo la metodología Black & Litterman son negativos. Ante esto, es importante mencionar que no se encuentra un portafolio en la frontera eficiente, o el denominado “Portafolio Máximo de Sharpe”, por lo que se optimiza por medio de mínima varianza, al buscar la mejor asignación conforme a la menor volatilidad.

Gráfico 13. Comparativa Retornos con Modelo Black & Litterman para el Modelo 2

Símbolo	Retornos implícitos	Retornos Posteriores	Expectativa de Retorno
AAPL	7.81%	-5.71%	5.20%
AME	6.30%	-11.22%	2.57%
BAC	11.08%	-14.72%	5.33%
CNP	5.11%	-48.06%	-115.84%
CNS	7.72%	-14.90%	5.72%
EXPE	7.91%	-47.36%	-98.74%
FTEK	9.10%	-36.57%	-47.13%
INTC	7.05%	-7.89%	-2.31%
KEY	10.09%	-12.52%	8.93%
MSFT	7.14%	-8.93%	-2.61%
PACW	8.86%	-14.31%	0.56%
PAYX	5.46%	-8.00%	1.65%
SCD	5.74%	-27.47%	-50.00%
SCX	7.16%	-30.98%	-39.43%

Fuente: Elaboración propia

Para el Modelo 3, se considera que se conoce plenamente la información relacionada con los activos al día 31 de diciembre de 2019; es decir, se sabe con certeza los precios del día 31 de diciembre de 2019. A este portafolio se le denominó “Portafolio de Oro” y será base para la comparación con el modelo elaborado que considera expectativas con Redes Neuronales.

Finalmente, se elaboró una Red Neuronal Recurrente Secuencial de Memoria de Largo-Corto Plazo con cuatro capas. Con el optimizador de Adam, el cual es un Método de Optimización Estocástica por medio de Gradiente Descendiente adaptativo, para momentos de primer y segundo orden, con un factor de aprendizaje de 0.01. Como función de pérdida o error se consideró la función de mínimos cuadrados ordinarios para la medición del error. Se realizó el entrenamiento de la red, para cada uno de los activos, para 2,766 entradas de datos y la predicción del dato inmediato siguiente, es decir 1. Y se probó la red para 250 entradas, que representan el número de cotizaciones a predecir en un año.

Gráfico 14. Expectativa de crecimiento de los activos del portafolio para el Modelo 3

Símbolo	Precio de Cierre al 31/12/2018	Precio de Cierre al 31/12/2019	Expectativa de Crecimiento
AAPL	\$39.44	\$73.41	86.16%
AME	\$67.70	\$99.74	47.33%
BAC	\$24.64	\$35.22	42.94%
CNP	\$28.23	\$27.27	-3.40%
CNS	\$34.32	\$62.76	82.87%
EXPE	\$112.65	\$108.14	-4.00%
FTEK	\$1.19	\$0.95	-20.17%
INTC	\$46.93	\$59.85	27.53%
KEY	\$14.78	\$20.24	36.94%
MSFT	\$101.57	\$157.70	55.26%
PACW	\$33.28	\$38.27	14.99%
PAYX	\$65.15	\$85.06	30.56%
SCD	\$10.68	\$15.54	45.51%
SCX	\$5.23	\$5.72	9.37%

Fuente: Elaboración propia

Gráficamente no se puede representar la red Neuronal, por lo que se presenta el resumen. La Red Neuronal considera 10,400 parámetros o coeficientes, en la primera capa, de donde filtrará los datos para obtener un output menor. Se hace un filtrado por medio de “dropout” y en una segunda capa se cuentan con 20,200 parámetros, nuevamente se realiza el “dropout” y contamos con una última capa que arroja el resultado predicho para cada activo. En total, son 30,651 parámetros utilizados en la Red Neuronal, considerando las cuatro capas.

Gráfico 15. Entradas de información de la Red Neuronal LSTM

Symbol	X_train	y_train	X_test	y_test
AAPL	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
AME	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
BAC	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
CNP	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
CNS	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
EXPE	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
FTEK	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
INTC	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
KEY	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
MSFT	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
PACW	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
PAYX	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
SCD	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)
SCX	(2517, 250, 1)	(2517,)	(253, 250, 1)	(253,)

Fuente: Elaboración Propia, por medio de lenguaje *Python*

Gráfico 16. Estructura de la Red Neuronal LSTM

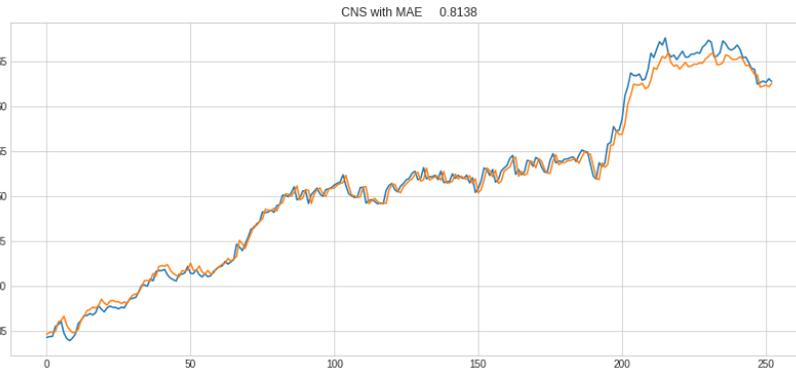
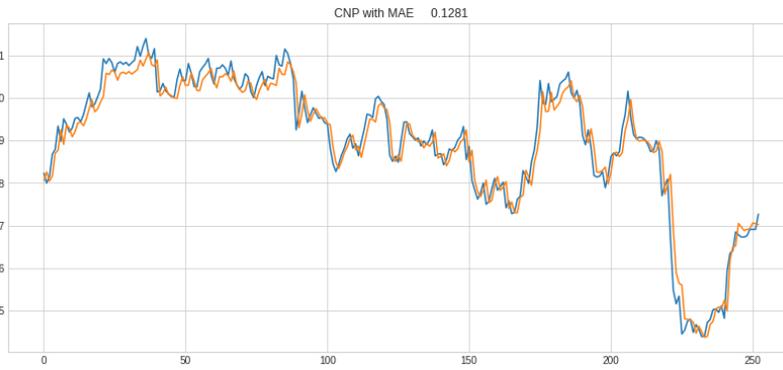
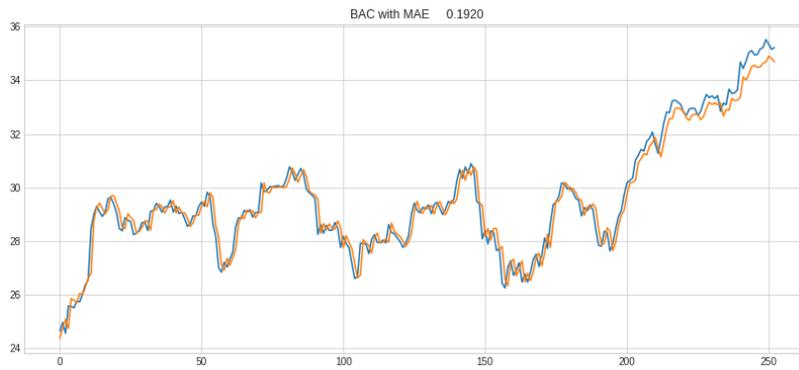
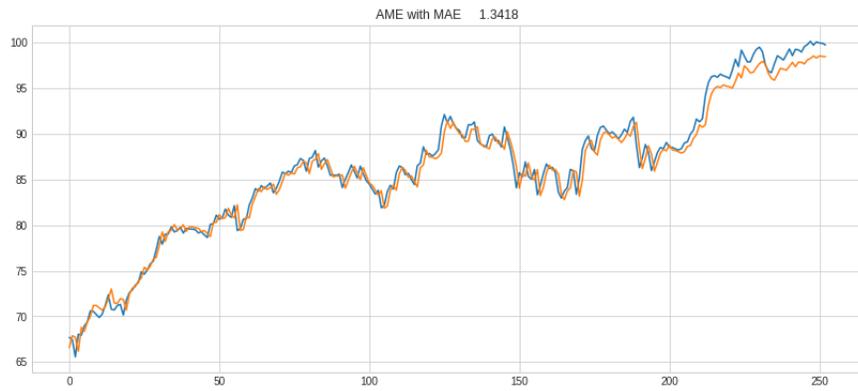
Capa (layer)	Unidades	Parámetros
LSTM	50	10400
dropout	50	0
LSTM	50	20200
dropout	50	0
Densa	1	51

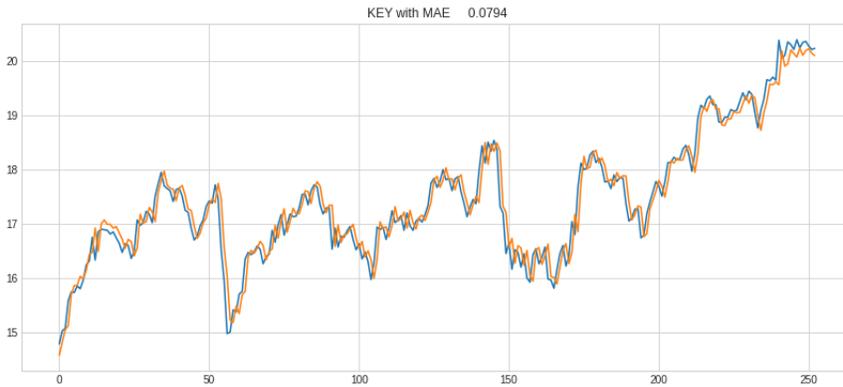
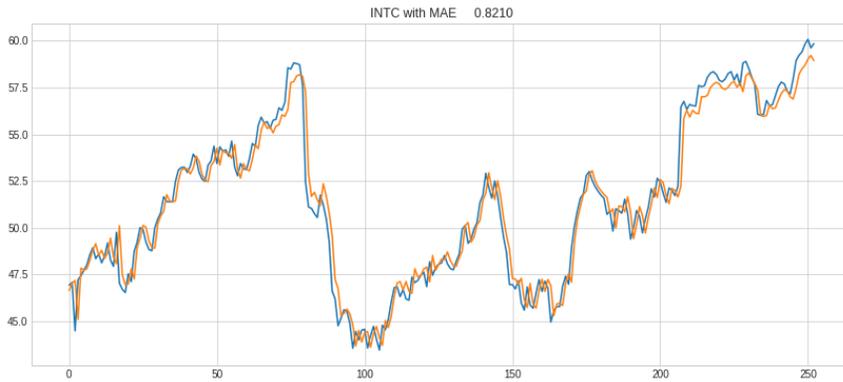
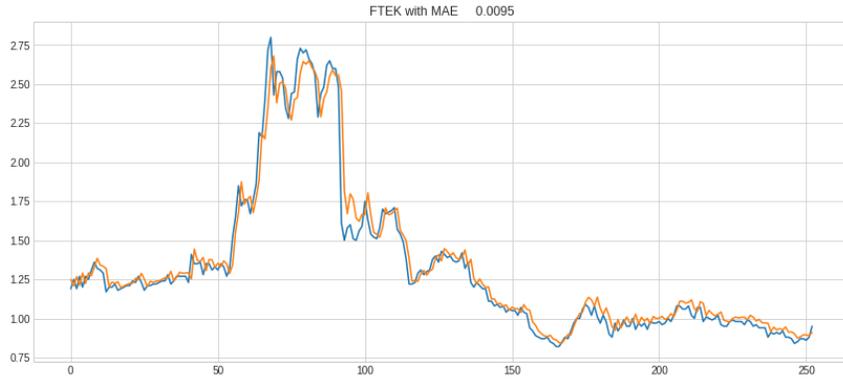
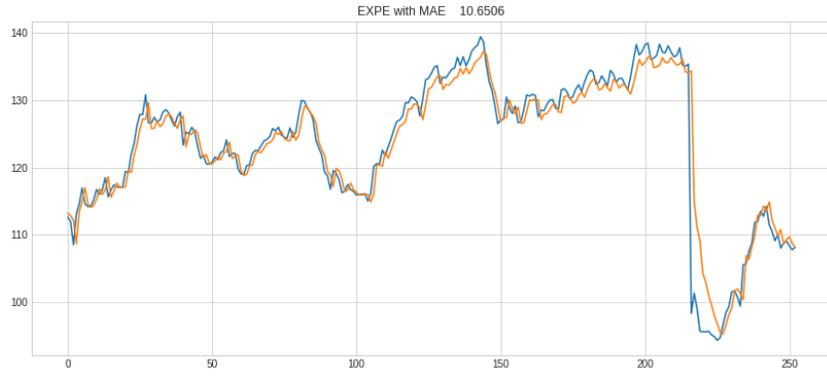
Fuente: Elaboración Propia, por medio de lenguaje *Python* y *Keras*

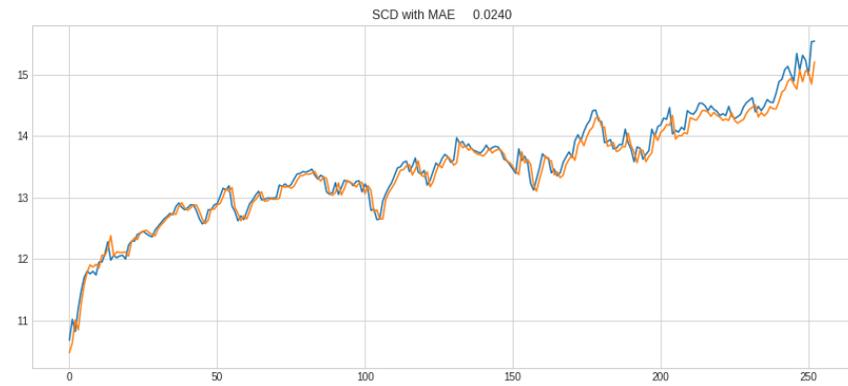
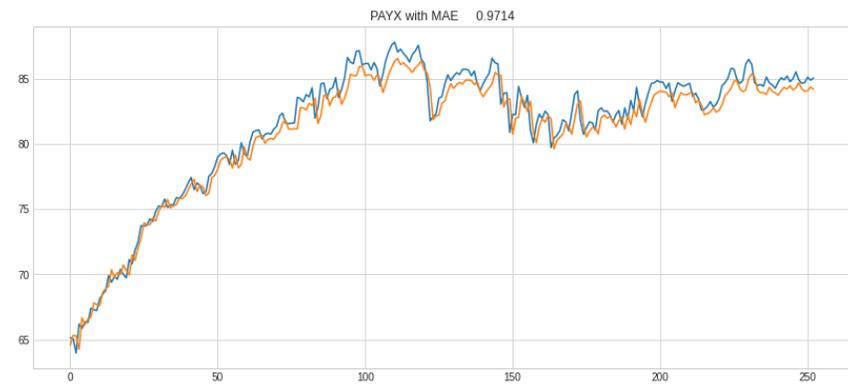
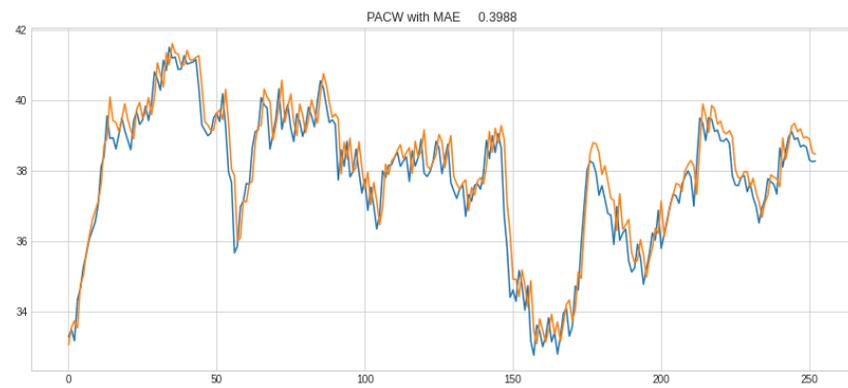
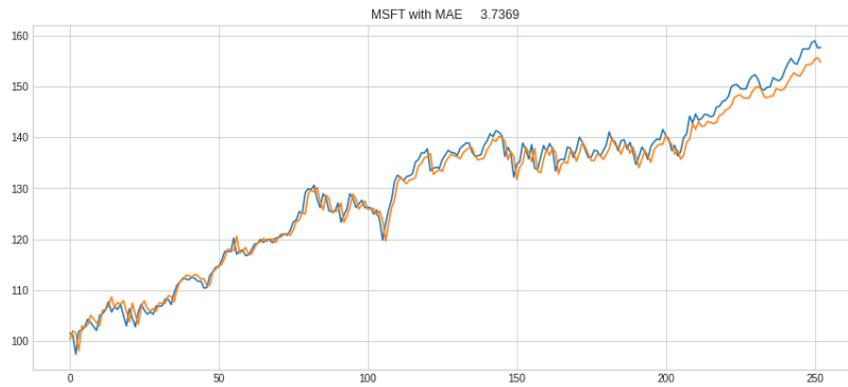
En el gráfico 17 se puede observar las predicciones de los precios de los activos para 253 cotizaciones, es decir, durante 2019. La curva naranja representa la predicción, mientras que la curva azul los precios reales de cotizaciones de esos días. El margen de error en la mayoría de los casos es menor del 0.13%. En el título del gráfico se expresa la pérdida por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MSE, por sus siglas en inglés), en términos de dólares.

Gráfico 17. Predicciones de los precios para 2018-2019 con Red Neuronal LSTM











Fuente: Elaboración Propia, por medio de lenguaje Python

Para obtener las expectativas de este modelo se tomó la última predicción que representa el estimado del 31 de diciembre de 2019 y se obtuvo el crecimiento esperado del activo. Se puede observar que la predicción es muy cercana al real.

Gráfico 18. Expectativas de crecimiento de los precios de los activos del 31 de diciembre de 2018 al 31 de diciembre de 2019 con predicción mediante Red Neuronal

symbol	Precio de Cierre al 31/12/2019	Predicción estimada al 31/12/2019	Precio de Cierre al 31/12/2018	Crecimiento 2018-2019 con Predicción RNN
AAPL	\$73.41	\$71.19	\$39.44	80.52%
AME	\$99.74	\$98.45	\$67.70	45.42%
BAC	\$35.22	\$34.68	\$24.64	40.76%
CNP	\$27.27	\$27.02	\$28.23	-4.27%
CNS	\$62.76	\$62.55	\$34.32	82.24%
EXPE	\$108.14	\$108.12	\$112.65	-4.02%
FTEK	\$0.95	\$0.91	\$1.19	-23.53%
INTC	\$59.85	\$58.94	\$46.93	25.58%
KEY	\$20.24	\$20.11	\$14.78	36.04%
MSFT	\$157.70	\$154.78	\$101.57	52.39%
PACW	\$38.27	\$38.46	\$33.28	15.58%
PAYX	\$85.06	\$84.21	\$65.15	29.25%
SCD	\$15.54	\$15.20	\$10.68	42.36%
SCX	\$5.72	\$5.90	\$5.23	12.82%

Gráfico 19. Expectativas de crecimiento de los precios de los activos del 31 de diciembre de 2018 al 31 de diciembre de 2019.

Símbolo	Modelo 1: Expectativas con el promedio del (de)crecimiento trimestral durante 2018 de las Ganancias por acción (EPS)	Modelo 2: Expectativas con la mediana del (de)crecimiento trimestral durante 2018 de las Ganancias por acción (EPS)	Modelo 3: Expectativas del "Portafolio de Oro", con pleno conocimiento del futuro (precios de los activos el 31 de diciembre de 2019)	Modelo 4: Expectativas construidas por medio de Red Neuronal Recurrente de Memoria de Largo-Corto Plazo (LSTM) (predicción de precios de los activos el 31 de diciembre de 2019)
AAPL	6.0212%	5.1972%	86.1608%	80.5234%
AME	-1.8972%	2.5693%	47.3264%	45.4210%
BAC	43.5029%	5.3288%	42.9383%	40.7650%
CNP	-145.3165%	-115.8437%	-3.4006%	-4.2704%
CNS	7.2660%	5.7152%	82.8671%	82.2432%
EXPE	13006.6068%	-98.7355%	-4.0036%	-4.0227%
FTEK	85.9948%	-47.1292%	-20.1681%	-23.5306%
INTC	-181.1880%	-2.3133%	27.5304%	25.5850%
KEY	33.4895%	8.9289%	36.9418%	36.0398%
MSFT	-50.6247%	-2.6087%	55.2624%	52.3921%
PACW	10.2360%	0.5550%	14.9940%	15.5772%
PAYX	2.8895%	1.6544%	30.5602%	29.2523%
SCD	-50.0000%	-50.0000%	45.5056%	42.3587%
SCX	6.5442%	-39.4326%	9.3690%	12.8159%

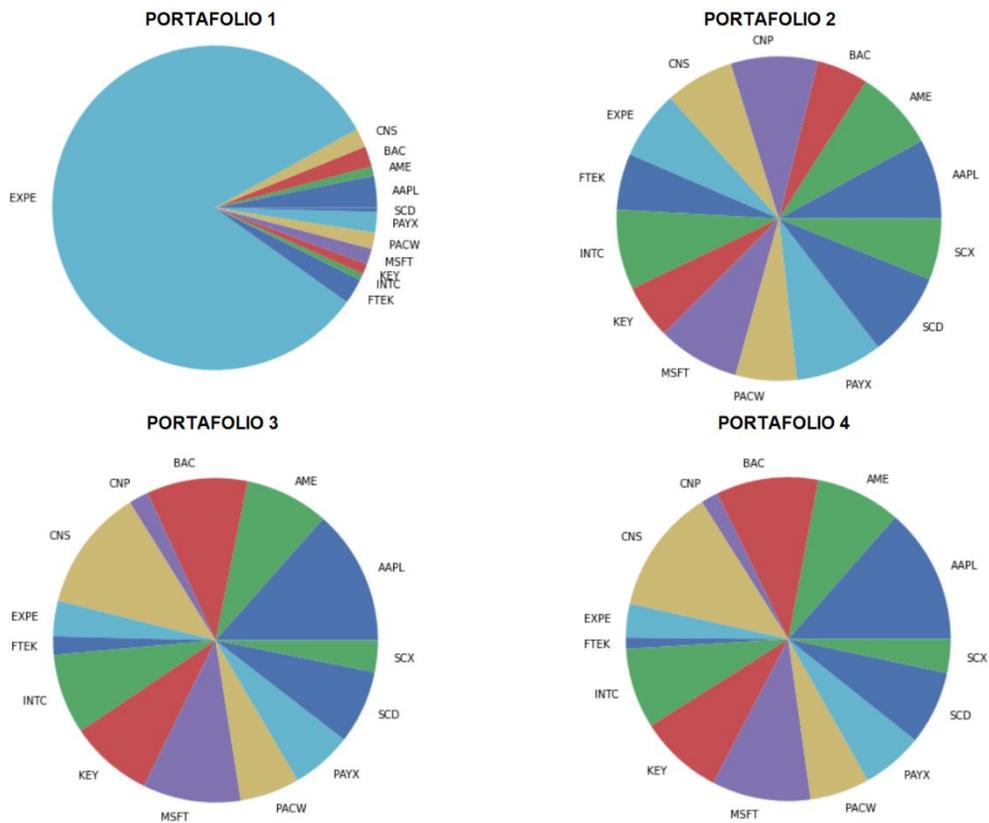
IV. RESULTADOS

El modelo Black & Litterman permite incorporar las expectativas que tenga un inversionista sobre los activos de un portafolio. En el Gráfico 20, para el portafolio 1, se puede observar que se le asigna gran parte de la inversión al activo de Expedia ("EXPE"), dado que se tiene la expectativa que crezca niveles aberrantes considerando los promedios de crecimiento de ganancias del año previo. Mientras que, para el caso de la mediana, el portafolio 2, se tienen expectativas de decrecimiento, esto hace que no se pueda optimizar por medio del máximo de Sharpe y a la elección de portafolio por medio de mínima volatilidad, lo que promueve un portafolio más equitativo. Finalmente, al portafolio 3, es lo que se sabe que crecerá con certeza y el portafolio 4 varía mínimamente al portafolio 3, ya que es el de la predicción con redes neuronales, que se acerca en gran medida al precio real.

Gráfico 20. Asignación de pesos a los activos con el modelo Black & Litterman para el día 31 de diciembre de 2018, considerando las expectativas.

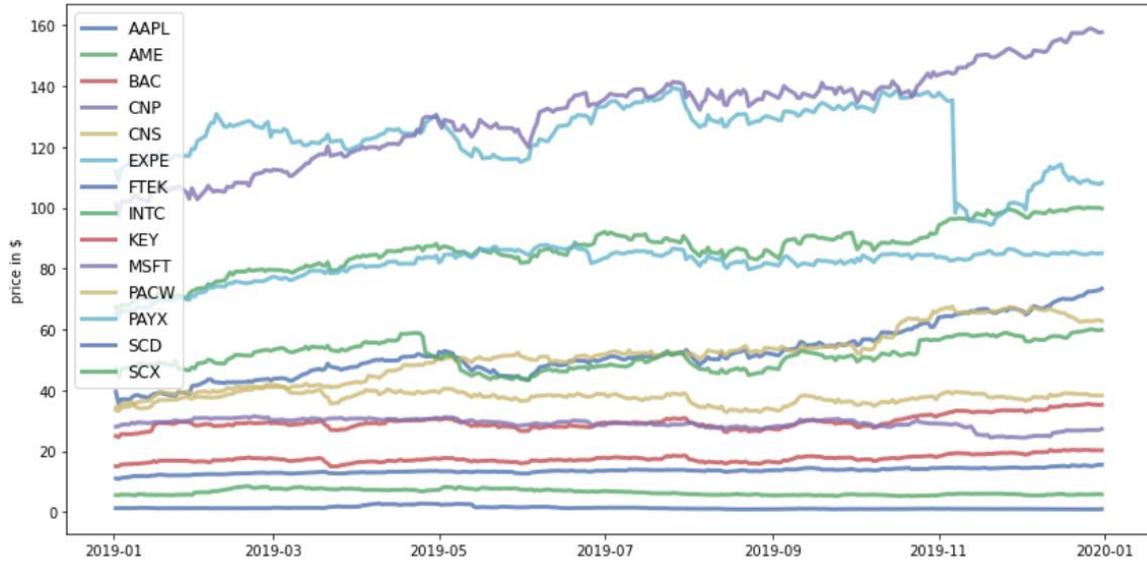
symbol	Portafolio 1 W_1	Portafolio 2 W_2	Portafolio 3 W_3	Portafolio 4 W_4
AAPL	3.17%	7.97%	13.48%	13.32%
AME	0.94%	8.04%	8.35%	8.38%
BAC	2.04%	5.11%	10.05%	10.11%
CNP	0.00%	8.69%	1.97%	1.81%
CNS	1.89%	6.86%	12.25%	12.58%
EXPE	82.10%	6.85%	3.53%	3.46%
FTEK	2.51%	5.60%	1.83%	1.28%
INTC	0.67%	7.99%	7.99%	7.92%
KEY	1.03%	5.38%	8.28%	8.39%
MSFT	1.57%	8.21%	9.77%	9.72%
PACW	1.62%	6.11%	5.95%	6.10%
PAYX	2.05%	8.68%	6.08%	6.09%
SCD	0.40%	8.41%	7.30%	7.19%
SCX	0.00%	6.11%	3.18%	3.65%
Total	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Fuente: Elaboración Propia



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 21. Comportamiento del precio de las acciones 2019.



Fuente: Elaboración propia con datos del precio de cierre de los activos

Podemos observar que la acción de Expedia Group Inc (“EXPE”) tuvo una caída abrupta en noviembre 2019. Esta caída fue ocasionada por la situación mundial de la pandemia COVID-19, dado que la empresa se dedica al turismo y comenzaron a cerrar fronteras. En el caso del primer modelo, el promedio parecía prometedor para la acción en 2019, asignando el 82.10% de la inversión a dicha acción. No obstante, eso ocasionó pérdidas de los retornos acumulados del portafolio, al no considerar en el promedio dicho comportamiento. El mismo caso se presentó para el portafolio 2, no obstante, el portafolio tenía una asignación más diversificada, por lo que dicho efecto no fue tan dañino como en el portafolio 1.

Los resultados muestran una mejora significativa con el uso de redes neuronales en la predicción de los precios para la estructuración de expectativas y la asignación de activos de portafolios Black & Litterman (resultado en los gráficos 22, 23 y 24). El rendimiento acumulado para el portafolio 4, el de expectativas elaborados con Redes Neuronales, fue de 45.60%, superando incluso el del portafolio 3 que es con pleno conocimiento de los precios de cierre de los activos. La volatilidad anual permaneció en 15.10% para el portafolio 3 y 4, mejorando considerablemente en términos de rendimiento y riesgo, a la considerada por los portafolios 1 y 2.

De igual manera, se puede ver una mejora significativa en la máxima pérdida, pasando de

-25.10% del portafolio 1 a -9.50% en el portafolio 3 y -9.20% en el portafolio 4; y una mejora considerable en la duración de las caídas, teniendo la del portafolio 4, siendo la duración más prolongada de 59 días, menor que los portafolios 1, 2 y 3 que superan dichos días de duración de pérdidas. Asimismo, todos los indicadores desempeño tuvieron mejoras considerables para el portafolio 4, elaborado con expectativas desarrolladas por medio de redes neuronales. Estos resultados apoyan la hipótesis que la inteligencia artificial permite obtener resultados eficientes en términos de rendimiento y riesgo en la evaluación de activos y/o estructuración de portafolios de activos sujetos a riesgos de mercado.

Gráfico 22. Indicadores de Desempeño de Portafolio

Día de Inicio		02/01/2019			
Día Final		31/12/2019			
Total de Meses		12			
Indicador	Portafolio 1	Portafolio 2	Portafolio 3	Portafolio 4	
<i>Annual return</i>	4.60%	32.20%	45.30%	45.60%	
<i>Cumulative returns</i>	4.60%	32.20%	45.30%	45.60%	
<i>Annual volatility</i>	28.30%	14.80%	15.10%	15.10%	
<i>Sharpe ratio</i>	0.31	1.96	2.55	2.57	
<i>Calmar ratio</i>	0.18	2.57	4.79	4.96	
<i>Stability</i>	0	0.5	0.81	0.81	
<i>Max drawdown</i>	-25.10%	-12.60%	-9.50%	-9.20%	
<i>Omega ratio</i>	1.08	1.39	1.56	1.56	
<i>Sortino ratio</i>	0.36	2.91	3.78	3.79	
<i>Skew</i>	-7.27	-0.33	-0.56	-0.58	
<i>Kurtosis</i>	88.33	1.88	2.79	2.77	
<i>Tail ratio</i>	1	1.01	1.17	1.17	
<i>Daily value at risk</i>	-3.50%	-1.70%	-1.70%	-1.70%	
<i>Treynor Ratio</i>	0.10	0.26	0.32	0.33	
<i>Jensen-Alpha Ratio</i>	-0.17	0.01	0.08	0.08	
<i>Beta del Portafolio</i>	0.9126	0.9164	0.9164	1.1181	

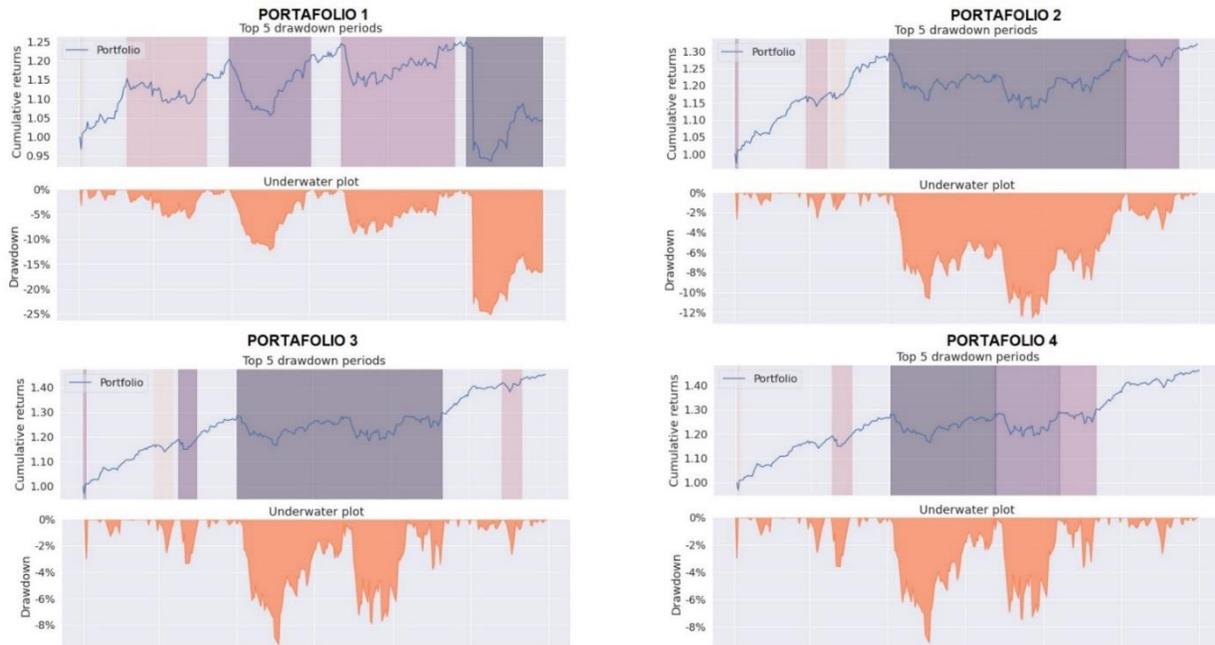
Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 23. Periodos Drawdowns

Peores periodos drawdown	Drawdown Neto en %	Día del Pico	Día del Valle	Día de recuperación	Duración en días
PORTAFOLIO 1					
0	12.55	03/05/2019	23/08/2019	04/11/2019	132
1	3.7	04/11/2019	03/12/2019	16/12/2019	31
2	2.65	02/01/2019	03/01/2019	04/01/2019	3
3	2.56	27/02/2019	07/03/2019	15/03/2019	13
4	1.74	18/03/2019	22/03/2019	29/03/2019	10
PORTAFOLIO 2					
0	25.11	01/11/2019	20/11/2019	NaT	NaN
1	12.23	29/04/2019	31/05/2019	02/07/2019	47
2	8.95	26/07/2019	15/08/2019	23/10/2019	64
3	5.79	08/02/2019	29/03/2019	11/04/2019	45
4	3.18	02/01/2019	03/01/2019	04/01/2019	3
PORTAFOLIO 3					
0	9.47	03/05/2019	03/06/2019	11/10/2019	116
1	3.35	18/03/2019	22/03/2019	01/04/2019	11
2	2.99	02/01/2019	03/01/2019	04/01/2019	3
3	2.64	27/11/2019	03/12/2019	12/12/2019	12
4	2.53	27/02/2019	07/03/2019	13/03/2019	11
PORTAFOLIO 4					
0	9.2	03/05/2019	03/06/2019	24/07/2019	59
1	7.53	24/07/2019	15/08/2019	12/09/2019	37
2	3.66	12/09/2019	02/10/2019	11/10/2019	22
3	3.55	18/03/2019	25/03/2019	02/04/2019	12
4	2.95	02/01/2019	03/01/2019	04/01/2019	3

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 24. Periodos Drawdowns 2019



Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 25. Comparativo Retornos Acumulados

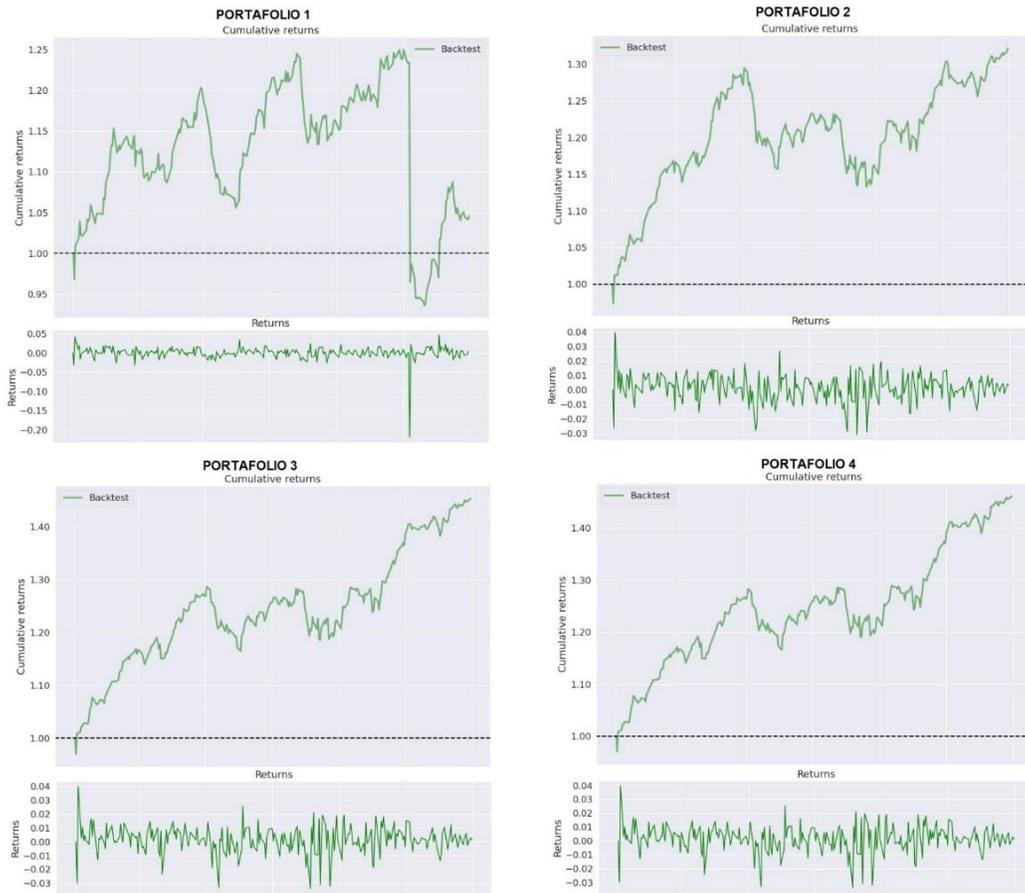
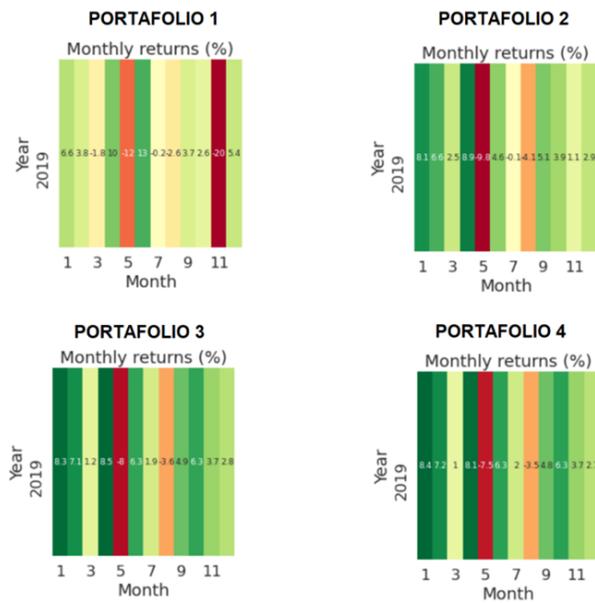
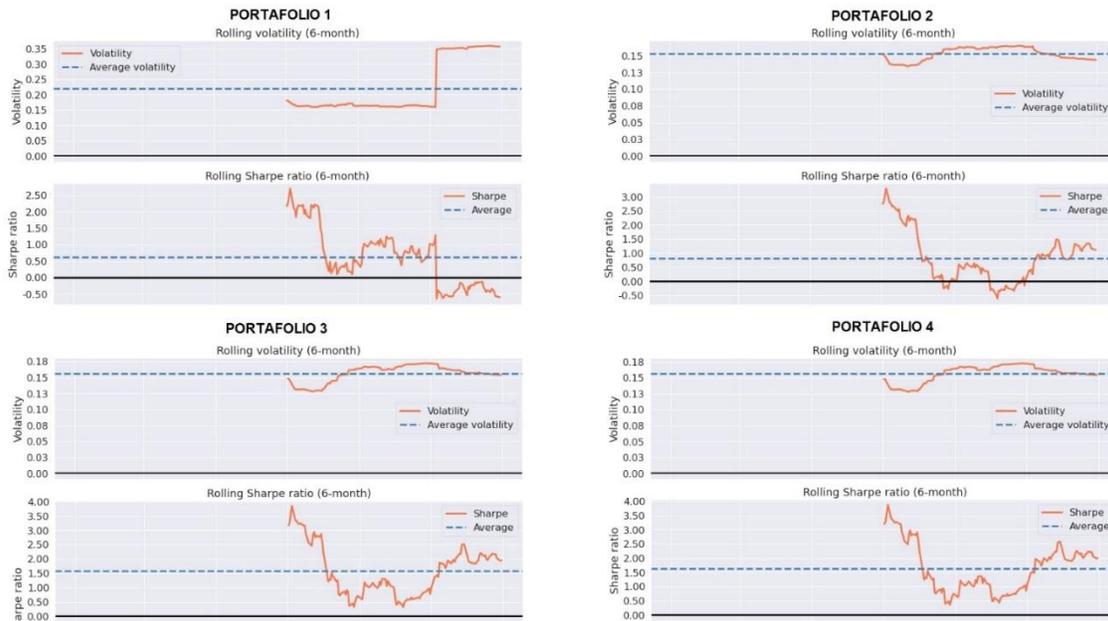


Gráfico 26. Retornos Mensuales



Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 27. Volatilidad y Sharpe Ratio Móvil (6 meses)



Fuente: Elaboración Propia

V. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran evidencia suficiente para afirmar que la inteligencia artificial permite obtener evaluación y estructuración de portafolios de activos sujetos a riesgos de mercado más eficientes en términos de rendimiento y riesgo. En los indicadores de desempeño se puede apreciar un aumento notable en los rendimientos y una reducción en la volatilidad del portafolio 4, realizado con expectativas mediante Redes Neuronales, lo cual soporta en gran medida la hipótesis de este trabajo.

La aplicación de Redes Neuronales a las expectativas de Black & Litterman pudieran tener áreas de oportunidad de mejorar aspectos como la temporalidad, variables externas, la precisión o la automatización del proceso de administración de portafolios. No obstante, este trabajo se enfocó en demostrar y abrir a debate en la adopción de herramientas de la inteligencia artificial y la ciencia de datos para el ramo de las finanzas y poder considerar nuevas aplicaciones en el ramo, con fines de estructurar estas herramientas en la formación de los analistas financieros.

La estrategia de los portafolios se basó en “Buy & Hold”, es decir, comprar y retener los activos, para el periodo de un año. Con base en estos resultados, se podría afirmar que

una estrategia de menor corto plazo, en un periodo menor a un año, podría tener mejores resultados en términos de rendimiento. No obstante, la idea principal de este trabajo es valorar, comparar y afirmar que el uso de inteligencia artificial en la administración de portafolios podría generar resultados más eficientes en términos de rendimiento y riesgo.

El hecho de afirmar que el uso de la inteligencia artificial permite obtener resultados más eficientes en términos de rendimiento y riesgo conduce a reflexionar y considerar que en las finanzas se logre profundizar y adoptar temáticas de inteligencia artificial y aprendizaje automático para la formación integral en herramientas para los financieros. Asimismo, considerar el desarrollo de estas herramientas para poder realizar un análisis financiero más robusto y preciso para la toma de decisiones en las áreas financieras, como lo son inversiones y créditos.

BIBLIOGRAFÍA

- Alonso, M. N. I., & Srivastava, S. (2020). Deep reinforcement learning for asset allocation in us equities. In *arXiv*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3711487>
- Amidi, Shervine; Amidi, A. (2019). *CS 230 — Deep Learning*. Stanford University Teaching.
- Baesens, B. (2014). *Analytics in a Big Data World*. Wiley.
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, 48(5), 28–43. <https://doi.org/10.2469/faj.v48.n5.28>
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Brownlee, J. (2019). *Loss and Loss Functions for Training Deep Learning Neural Networks*. Machine Learning Mystery, Deep Learning Performance.
- Castañeda, A. (2021). *Clase de Redes Neuronales en la Maestría en Ciencia de Datos de la Universidad de Sonora*. Universidad de Sonora.
- FMP. (2021). *Financial Modeling Prep API Documentation*. <https://financialmodelingprep.com/developer/docs/>
- Jehle, G., & Reny, P. (2011). *Advanced Microeconomic Theory* (Third). Pearson.
- Kourtis, A. (2015). A Stability Approach to Mean-Variance Optimization. *Financial Review*, 50(3), 301–330. <https://doi.org/10.1111/fire.12068>
- Linton, O. (2019). *Financial Econometrics*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316819302>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Morris, R., Staudemeyer, E. (2019). *Understanding LSTM -- a tutorial into Long Short-Term Memory Recurrent Neural Networks*. <https://arxiv.org/pdf/1909.09586.pdf>
- Obeidat, Samer; Shapiro, Daniel ; Lemay, Mathieu; MacPherson, Mary Kate; Bolic, M. (2018). Adaptive Portfolio Asset Allocation Optimization with Deep Learning. *International Journal on Advances in Intelligent Systems*, 11(1 & 2).
- Olsson, Sebastian; Trollsten, V. (2018). *The Black Litterman Asset Allocation Model: An empirical comparison of approaches for estimating the subjective view vector and implications for risk-return characteristics*. Linköping University.
- Russel, S., & Norvig, P. (2004). *Inteligencia Artificial Un enfoque moderno* (Segunda Ed). Pearson Education, S.A.
- Ryll, L., Barton, M., & Zhang, B. (2020). *AI has started a Financial Revolution - here's now*. World Economic Forum.
- Ryll, L., Barton, M., Zhang, B., & McWaters, J. (2020). *Transforming Paradigms: A Global AI in Financial Services Survey*.
- Samuel, A. L. (1959). Some Studies in Machine Learning Using the Game of Checkers. *IBM Journal of Research and Development*, 3(3), 210–229. <https://doi.org/10.1147/rd.33.0210>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- Stewart, S., Piros, C., & Heisler, J. (2019). *Portfolio Management: Theory and Practice*. Wiley.
- Torres, J. (2020). *Python Deep Learning* (Alfaomega (ed.); Primera Ed).
- Xing, F. Z., Cambria, E., Malandri, L., & Vercellis, C. (2019). Discovering Bayesian Market Views for Intelligent Asset Allocation. In *Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases* (pp. 120–135). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-10997-4_8