UNIVERSIDAD DE SONORA

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

TODO-LTesis JMINAN

El concepto de presión en fluidos

Que para obtener el título de: Licenciado en Física Presenta:

P.L.F. Esteban Delgado Curiel

Director: Dr. Ricardo López Esparza Asesora: M.C. Ana Mizrahim Matrecitos Burruel

Hermosillo, Sonora.

Junio 2021

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON





Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Índice

Índice de figurasiii
Resumen1
Introducción3
Capítulo I: Generalidades6
Introducción6
1.1 Fuerzas tangenciales y normales en sólidos6
1.1.1. Cuerpo rígido6
1.1.2. Fuerza
1.1.2.1. Leyes de movimiento de Newton7
Primera ley de Newton8
Segunda ley de Newton:8
• Tercera ley de Newton8
1.1.3. Esfuerzo y deformación11
1. Esfuerzo de tensión y compresión12
2. Esfuerzo y deformación de volumen13
3. Esfuerzo y deformación por corte15
1.2 Fuerzas tangenciales y normales en líquidos y gases16
1.2.1. Fluidos
1.2.2. Presión
1.2.3. Densidad
1.2.4. Presión en un punto20
1.3 Presión estática y dinámica23
1.3.2. Presión atmosférica, absoluta y presiones de vacío
1.3.3. Principio de Pascal
1.3.4. Principio de Arquímedes
1.3.5. Trabajo y energía34
1.3.6 Ecuación de Bernoulli
1.4 Presión en gases44
1.4.1. Gases ideales44

1.4.2. Gases reales
1.4.3. Teoría cinética de los gases46
1.4.4. Presión en un gas47
1.5. Compresibilidad en fluidos51
1.5.1. Flujo compresible e incompresible52
Capítulo II: Presión en sistemas coloidales54
Introducción54
2.1. Dispersiones coloidales
2.1.1. Emulsiones
2.1.2. Espumas
2.1.3. Suspensiones
2.2. Presión Capilar o de Laplace60
2.2.1 Tensión superficial60
2.2.2 Ecuación Young-Laplace63
2.3. Presión osmótica70
Capítulo III: Presión de disyunción e interacciones
3.1. Interacción de Coulomb88
3.2. Interacción de van der Waals89
Fuerzas de dispersión90
Fuerzas de inducción91
Fuerzas de orientación91
3.3. Interacción estérica 92
3.4. Presión disyuntiva o de disyunción94
3.4.1. Componente molecular o de dispersión
3.4.2. Componente electrostático102
3.4.3. Componente estructural104
3.4.4 Presión de disyunción en materia condesada blanda y biofísica108
Conclusiones y perspectivas
Referencias

Índice de figuras

Figura 1. 6 a) Prisma cuadrangular de altura h y área A al que no se le aplica ninguna fuerza, b) Mismo prisma cuadrangular al que se le aplica una fuerza paralela a la base superior, desplazándola una distancia x, dando como resultado al esfuerzo de corte 16

Figura 1. 7 Ejemplo de la relación masa (círculos azules) - volumen (caja azul) en la definición de densidad, mostrando el cambio en cada caja respecto al aumento de la misma.

Figura 1. 8 Fluido en forma de cuña con longitudes unitarias en el que actúan fuerzas perpendiculares a cada superficie del triángulo [3].....20

Figura 1. 9 a) Disco sumergido en un recipiente con un fluido de densidad ρ a una altura y respecto a la base del recipiente. b) Algunas de las características del disco en la imagen

Figura 1. 15 Esquema donde se muestran los componentes de la definición de trabajo en una trayectoria desde el punto *P*1 al punto *P*2, siendo ϕ el ángulo entre *F* y *dl* [1] 36

Figura 1. 17 (a) Inicio de la trayectoria del flujo de la porción azul, (b) Fin de la trayectoria del flujo de la porción azul, [2]. Donde y1 y y2 indican a qué altura se encuentra A1 y A2, respectivamente, que son las áreas de las porciones azules del fluido......40

Figura 1. 18 Gráfica del factor de compresibilidad (Z) vs Presión (P), teniendo como ejemplos al nitrógeno molecular o dinitrógeno, *N*2, metano, *CH*4, y helio, *He* [4]45

Figura 2. 1 Cerveza, leche y pintura son ejemplos de sistemas coloidales......56

Figura 2. 6 (a) Cuerpo humano, (b) Sistema orgánico: Sistema cardiovascular,72

Figura 2. 7 Circulación sistémica y pulmonar. Siendo el lado izquierdo del corazón el responsable del bombeo del circuito sistémico y el lado derecho del circuito pulmonar. (Solo se muestra una arteria pulmonar por practicidad siendo que en realidad son dos) [7] 74

Figura 2. 8 Intercambio de sustancias entre el capilar, líquido intersticial y las células [9].

Figura 2. 9 Intercambio de sustancias del tipo Capilar – Líquido intersticial [9]. En este intercambio se lleva a cabo la difusión de sustancias a través de las membranas capilares.

Figura 2. 11 Intercambio de sustancias del tipo Líquido intersticial – Célula o tejido [9] ...79

Figura 3. 1 Representación esquemática de las interacciones intermoleculares de van der Waals en las que se muestran dipolos instantáneos, inducidos (nube de electrones alrededor del núcleo) y permanentes (dos átomos juntos con cargas opuestas) [14] 90

Figura 3. 2 En la imagen se aprecian las tres fases del sistema y cómo la película precursora se desplaza desde el depósito de líquido a través de la superficie horizontal [15].

Figura 3. 3 En esta imagen podemos ver una capa de grosor h(2), que separa a dos placas, (1) y (3), que representan dos fases, no necesariamente de la misma naturaleza......96

Figura 3. 4 (1) Representa el bulto del líquido, (2) son las capas limitantes en la cercanía de la interfaz líquido/aire y líquido sólido, (3) es la región donde las capas limitantes se traslapan, además de ser la región donde las fuerzas superficiales se llevan a cabo [16].97

Figura 3. 5 Doble capa eléctrica (EDL) en la interfaz de un sólido y un líquido [15] 101

Figura 3. 6 Formación de la capa de hidratación de dipolos de agua en la105

Resumen

En el transcurso del texto se realiza la revisión del concepto de presión en distintos sistemas, mencionando algunos conceptos y leyes de la física fundamentales para un mejor entendimiento del mismo.

Partiendo por la definición de cuerpo rígido con la intención de introducir el análisis de fuerzas tangenciales y normales tanto en sólidos como en fluidos, para posteriormente definir dos cantidades físicas: esfuerzo y deformación, componentes del módulo de elasticidad que dan lugar a la introducción del concepto de presión.

El estudio de líquidos y gases se vuelve parte importante del análisis ya que su comportamiento determina ciertas características y propiedades que fortalecen la estructura del concepto. Lo que posibilita el estudio de sistemas con mayor grado de complejidad como lo son las dispersiones coloidales, tales como emulsiones, espumas y suspensiones, en las que es posible abordar conceptos como tensión superficial y la presión de Laplace.

Otro sistema de interés que muestra características similares a una dispersión coloidal es el proceso de difusión de sustancias que se da a través de las membranas capilares en parte de nuestro sistema cardiovascular, sistema que da lugar al estudio de la presión osmótica, entre otras relacionadas con las fuerzas de Starling.

Al momento de tratar con interacciones entre interfaces el concepto de presión toma un papel protagonista, en esta ocasión, en términos de tres interacciones

importantes: interacción electrostática, de van der Waals y estérica, la cual recibe el nombre de presión disyuntiva, siendo una herramienta importante en áreas de biofísica y materia condensada blanda.

Introducción

En Física, el concepto de presión se maneja de forma casi cotidianamente. En los cursos de los estudiantes de licenciatura, la presión en gases y la presión atmosférica se usan para entender los estados de equilibrio en termodinámica, por ejemplo, mientras que, en carreras como ingeniería, la presión ejercida sobre una superficie entra como un concepto fundamental para entender los esfuerzos sufridos por los materiales.

El concepto de presión surge con Pascal y fue aplicado por Torricelli para estudiar y determinar el valor de la presión atmosférica y Otto van Guericke para ilustrar su magnitud en su experimento de los hemisferios de Magdeburgo. Pascal es reconocido por su "principio" y la unidad de presión lleva su nombre en su honor.

En 1662, Boyle estudió la relación presión - volumen para un gas ideal a temperatura constante y obtuvo la ley de Boyle (PV = constante) que fue formulada independientemente en 1672 por Henry Mariotte. La ley de Boyle, aunque sencilla, encierra ya el concepto de energía, puesto que el producto PV tiene unidades de energía, además de las ideas estadísticas que llevaron posteriormente a la mecánica estadística.

A inicios del siglo XIX, Gay-Lussac estudió la relación entre el volumen y la temperatura de un gas manteniendo la presión constante. La ley de Gay-Lussac (T/V=constante) llevó a la formulación de la ley de los gases ideales, la ecuación de estado que relaciona la presión, el volumen y la temperatura de un gas ideal (PV/T=constante).

En dinámica de fluidos se menciona la ecuación de Bernoulli para describir el movimiento de fluidos en tuberías asociado a presiones estáticas y dinámicas.

En estabilidad de burbujas se habla de presión de Laplace y la tensión superficial necesaria para que estas no se rompan.

Y en mojado de superficies e interacción entre fases, se habla de la presión disyuntiva o de disyunción, un concepto que toma las interacciones electrostáticas, estéricas y de van der Waals para explicar la película precursora y la forma que toma un líquido en una superficie cuando se ignora la atracción gravitacional sobre él.

El concepto de presión ha sido aplicado en diferentes contextos. En el área de salud, se habla que *el paciente tiene alta o baja presión*. Estas, son medidas por un esfigmomanómetro: un aparato que ejerce una presión en el brazo y que al reducirse esta gradualmente, da los valores de la presión sistólica y diastólica.

En mecánica, la presión es útil para el inflado de neumáticos, funcionamiento de gatos hidráulicos, etc.

Si se habla, por otra parte, de la apropiación del concepto por el ser humano, su significado no es el mismo que el que tiene en Física (como sucede también con el concepto de trabajo). Así, una suma de síntomas como angustia, desesperación, estrés, pueden ser interpretados como "estar bajo presión".

Así, para esta tesis es importante revisar este concepto, su interpretación en diferentes contextos y tratar de explicar el concepto de presión disyuntiva que se estudia de manera poco frecuente en licenciatura.

Para esta tesis, se ha seguido el siguiente orden:

En el Capítulo I, se revisa el concepto de presión y algunas generalidades que son estudiadas en licenciatura.

Se adentra en el Capítulo II, para explicar las cantidades físicas llamadas Presión de Laplace y Presión osmótica. La primera, es útil para estudiar la estabilidad de burbujas y películas delgadas; la segunda es importante para comprender la difusión de las moléculas de agua a través de la membrana celular.

En el Capítulo III, se revisan las interacciones: eléctrica, de van der Waals y estérica, para comprender el concepto de presión disyuntiva o de disyunción.

Capítulo I: Generalidades

Introducción

En este capítulo, se revisarán algunos conceptos y leyes de la física, fundamentales para la comprensión del concepto de presión. También se analizará el impacto de este concepto en distintos fenómenos físicos y las características relacionadas a los mismos.

1.1 Fuerzas tangenciales y normales en sólidos

1.1.1. Cuerpo rígido

Una forma de sumergirnos en este tema es partiendo de los cimientos del concepto de presión. Puede considerarse que, de cierta forma, estos comienzan durante el análisis del modelo de cuerpo rígido y el estudio de las propiedades de deformación y elasticidad de los materiales.

El concepto de **cuerpo rígido** hace referencia al modelo idealizado de un cuerpo con forma y tamaño definidos e indeformables [1]. Este concepto es bastante útil en el estudio de la materia, pero tiene un alcance limitado, ya que cuando un cuerpo real es sometido a alguna fuerza, llega un punto en el que se comienzan a percibir deformaciones en el mismo.

Para comprender las propiedades de deformación y cambios de elasticidad de un cuerpo definiremos la cantidad física denominada fuerza, ampliamente usada en todas las ramas de la física.

1.1.2. Fuerza

Llamamos **Fuerza** a la interacción existente entre dos o más cuerpos, o entre un cuerpo y su entorno, la cual es una cantidad vectorial que se denota como \vec{F} . Cuando una fuerza provoca el contacto entre dos cuerpos o superficies la llamamos fuerza de contacto [1]. Por otra parte, existen fuerzas a distancia, como la fuerza gravitacional, la fuerza eléctrica y la fuerza magnética, en las cuales la interacción se da sin necesidad de que exista un contacto entre los objetos. La fuerza la asociamos muy seguido por "empuje" o "jalón", como se aprecia en la Figura 1.1.



Figura 1. 1 Ejemplos de fuerzas. En a) se observa a una persona empujando una caja, es decir, ejerciendo una fuerza \vec{F} sobre ella, en b), una persona jala una cuerda atada a una caja, ejerciendo una fuerza de tensión \vec{F} , ambas fuerzas en la dirección señalada por la flecha roja.

1.1.2.1. Leyes de movimiento de Newton:

Las leyes de Newton son tres enunciados que hacen referencia a los principios de la dinámica, escritos por primera vez por el inglés Isaac Newton en su obra *Principios matemáticos de la filosofía natural (Philosphiae Naturalis Principia Mathematica)*, conocida generalmente como los *Principia*.

Primera ley de Newton: La primera ley de Newton o también conocida como ley de inercia, dice que, un cuerpo en el que no actúa alguna fuerza neta *F*, se mueve con velocidad constante (la cual puede ser cero) y su aceleración *a*⁻ es nula [1]. Así, la primera ley puede ser definida por la siguiente expresión:

$$\sum \vec{F} = 0. \tag{1.1}$$

 Segunda ley de Newton: También conocida como ley fundamental de la dinámica, menciona que, si alguna fuerza neta actúa sobre un cuerpo, este adquirirá una aceleración a⁻ que es inversamente proporcional a la masa m del cuerpo y que tiene la misma dirección que la fuerza que actúa sobre él [1]. Siendo descrita por la siguiente expresión:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}. \tag{1.2}$$

Tercera ley de Newton: Llamada también principio de acción y reacción, establece que, si un cuerpo A ejerce una fuerza *F* sobre un cuerpo B, este ejerce una fuerza de igual magnitud sobre el cuerpo A pero en dirección opuesta [1]. Es decir:

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}.\tag{1.3}$$

Algunos tipos de fuerza mencionadas en los libros universitarios son de interés en esta tesis. Enunciamos a continuación algunas de ellas.

Fuerza normal, \vec{n} : Cuando un objeto hace contacto con alguna superficie se ejerce una fuerza perpendicular a la superficie en la que se llevó a cabo el contacto, fuerza que se le conoce como normal [1], la cual se puede observar en la Figura 1.2.



Figura 1. 2 Fuerza normal, \vec{n} , actuando sobre las cajas de manera perpendicular a la superficie con las que hacen contacto.

Fuerza de fricción, \vec{f} : Fuerza que contrarresta el movimiento de los cuerpos y que se distingue por ser paralela al movimiento, pero con dirección contraria a él [1], mostrando como ejemplo la Figura 1.3.



Figura 1.3 Fuerza de fricción, \vec{f} , entre una caja en movimiento y la superficie en la que se encuentra.

Fuerza de tensión, \vec{T} : Es la fuerza generada por el jalón de un objeto por medio de una cuerda, cordón, etc. Un ejemplo de esta fuerza se muestra en la Figura 1.4.



Figura 1. 4 Fuerza de tensión, \vec{T} , realizada por una persona que jala una caja utilizando una cuerda.

Peso, \widetilde{W} : Tirón o jalón realizado por la gravedad sobre un objeto, cuya fuerza es de largo alcance, es decir, que actúa a distancia [1]. En la Figura 1.5 se muestra un ejemplo de esta fuerza actuando sobre una caja.



Figura 1. 5 Peso \overline{W} de una caja, generado por la atracción de la Tierra en dirección vertical hacia abajo, en este caso, tomando como referencia la superficie de color negro.

1.1.3. Esfuerzo y deformación

Algunos tipos de fuerzas pueden provocar alteraciones físicas a los objetos. Para analizar los cambios o alteraciones de forma, tamaño, etc. es necesario mencionar las cantidades físicas de esfuerzo y deformación.

Se le conoce como **esfuerzo** al efecto generado por una fuerza ejercida sobre una superficie o área determinada, también, definimos otra cantidad denominada **deformación**, la cual nos indica el cambio de forma resultante de un cuerpo o superficie al ser expuesta a una fuerza [1].

Existe una ley física que ayuda a comprender la relación existente entre estas dos cantidades llamada **ley de Hooke**, en honor al físico británico Robert Hooke, que define la proporcionalidad entre esfuerzo y deformación como una constante de proporcionalidad llamada **módulo de elasticidad** [1].

$$\frac{Esfuerzo}{Deformación} = Módulo \ de \ elasticidad.$$
(1.4)

Es común tratar con una versión distinta de la ley de Hooke, una que relaciona el alargamiento de un resorte ideal con la fuerza que lo estira ($\vec{F} = k\vec{x}$). No está de más mencionar que la llamada "ley de Hooke" en realidad es un resultado experimental que toma validez únicamente en un intervalo limitado.

Hay tres tipos de situaciones en las que podemos determinar distintos módulos de elasticidad:

1. Esfuerzo de tensión y compresión: El esfuerzo de tensión se da al momento de jalar o tirar en direcciones contrarias sobre dos extremidades en un cuerpo, aplicando fuerzas de igual magnitud, perpendiculares a la sección transversal de la superficie donde se aplican. En otras palabras, el esfuerzo de tensión es la fuerza de tensión ejercida sobre una unidad de área, denotada por $\vec{F}^{\text{L}}_{\vec{A}}$. La deformación por tensión es el cociente entre el alargamiento del cuerpo y su longitud original $\frac{Al}{l}$. Al módulo de elasticidad relacionado a estas cantidades se le conoce como módulo de Young [1]:

$$Y \equiv \frac{Esfuerzo \ de \ tensión}{Deformación \ por \ tensión} = \frac{\vec{F}_{\perp} \ /\vec{A}}{\Delta l/l}.$$
(1.5)

El esfuerzo de compresión actúa de manera análoga al de tensión, solo que, en lugar de tirar del cuerpo, las fuerzas empujan desde sus extremidades hacia adentro. La deformación por compresión se define de la misma forma que la deformación por tensión solo que con dirección contraria. El módulo de Young de muchos materiales no cambia de valor para el esfuerzo de tensión y el de compresión, así (1.5) aplica de igual forma para la compresión si el esfuerzo no es muy grande, es decir, existen excepciones [1]. 2. Esfuerzo y deformación de volumen: En este caso, llamamos esfuerzo de volumen o normal a la presión uniforme que se ejerce sobre un cuerpo al momento de sumergirse en algún líquido o gas (fluido). De igual forma, definimos deformación por volumen al cambio de volumen en un cuerpo al ser sumergido en un fluido.

El momento en el que un cuerpo es sumergido en un fluido en reposo, entre mayor sea la profundidad, el fluido ejercerá una mayor fuerza perpendicular a la superficie del cuerpo. A esta fuerza perpendicular \vec{F}_{\perp} por unidad de área se le define como **presión** [1]:

$$p = \frac{\vec{F}_{\perp}}{A^{\star}}.$$
(1.6)

Es importante mencionar que la presión hace la función del esfuerzo en un cambio de volumen.

Así, la deformación de volumen se define como el cambio de volumen por unidad de volumen, $\frac{\Delta V}{V}$. Por lo que, la ley de Hooke toma la siguiente forma:

$$\kappa = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}.$$
(1.7)

Resultado conocido como **módulo de elasticidad de volumen** o **coeficiente de compresibilidad,** κ , que indica la proporcionalidad entre el aumento de la presión y la deformación de volumen. El signo menos es

debido a que un aumento de presión siempre provocará una reducción de volumen, y el módulo de volumen, κ , siempre es positivo [1].

El inverso del coeficiente de compresibilidad se llama **compresibilidad isotérmica**, α , y se expresa de la siguiente forma [1]:

$$\alpha = \frac{1}{\kappa} = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}.$$
(1.8)

La compresibilidad isotérmica de un fluido representa el cambio relativo del volumen o densidad correspondiente a un cambio unitario de presión.

Es posible afirmar que la densidad de un fluido depende en mayor parte de la temperatura que de la presión, y la variación de la densidad con la temperatura causan numerosos fenómenos naturales, como los vientos, las corrientes de los océanos, entre otros. Para cuantificar estos efectos existe una propiedad llamada **coeficiente de expansión volumétrica**, β , que se puede expresar de manera aproximada en términos finitos como:

$$\beta = \frac{\Delta V/V}{\Delta T}.$$
(1.9)

Donde β muestra la variación del volumen de un fluido con la temperatura.

Una vez utilizado el concepto de temperatura, es importante definirlo, ya que será un parámetro que aparecerá de manera frecuente en el texto.

La **temperatura**, *T*, de un sistema, es una propiedad que determina si un sistema se encuentra o no en equilibrio térmico con otros sistemas. La existencia de un estado de equilibrio en un sistema depende de la proximidad de otros sistemas y de la naturaleza de la pared de separación entre ellos.

El equilibrio térmico es el estado alcanzado por dos o más sistemas, caracterizado por valores particulares de las coordenadas de los sistemas después de haber tenido alguna interacción a través de una pared diatérmica, es decir, que permita la transferencia de calor. Esta definición da cabida a que, si dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico con un tercero, también cuentan con equilibrio térmico entre sí. De acuerdo con el físico y astrónomo británico R. H. Fowler, a este postulado se le conoce como el principio o ley cero de la termodinámica [2].

3. Esfuerzo y deformación por corte: A diferencia de anteriores definiciones donde la fuerza actúa de manera perpendicular sobre el área, el esfuerzo de corte es la fuerza tangencial respecto al área a la que es ejercida $\frac{\vec{F}_{\parallel}}{A^*}$. La deformación por corte se define como $tan\theta$, apoyándonos de la *Figura* 1.6, $tan\theta = \frac{x}{l}$.



Figura 1. 6 a) Prisma cuadrangular de altura h y área A al que no se le aplica ninguna fuerza, b) Mismo prisma cuadrangular al que se le aplica una fuerza paralela a la base superior, desplazándola una distancia x, dando como resultado al esfuerzo de corte.

Considerando el intervalo de validez de la ley de Hook, se cumple la proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación de corte, que recibe el nombre de **módulo de corte**, *S*:

$$S = \frac{\vec{F}_{\parallel}/\vec{A}}{tan\theta} = \frac{\vec{F}_{\parallel}}{\vec{A}^{*}\Delta x}$$
(1.10)

Es importante tener en cuenta que los conceptos relacionados al esfuerzo y deformación de corte solo aplican en materiales sólidos. Ya que al momento en el que las fuerzas de corte se ausentan, el cuerpo vuelve a su forma original, en cambio los fluidos no tienen forma definida [1,2].

1.2 Fuerzas tangenciales y normales en líquidos y gases

En la sección anterior el enfoque fue sobre el tipo de propiedades que se muestran en los cuerpos en términos de las cantidades derivadas de ejercer una fuerza sobre un cuerpo, esfuerzo y deformación. A continuación, se definirá el concepto de fluido y se analizará su comportamiento en relación al concepto de presión.

1.2.1. Fluidos

En el caso de fuerzas ejercidas sobre cuerpos rígidos, es posible afirmar que no existe algún tipo de restricción en la dirección en la que se les ejerce una fuerza superficial.

En cambio, al tratar con algún fluido en reposo, debemos considerar que la fuerza superficial ejercida hacia él debe ser siempre perpendicular a su superficie, ya que este no puede soportar una fuerza tangencial debido a que su estructura en forma de capas ocasionaría que estas solo se deslizaran unas sobre otras generando un desplazamiento, es decir, comenzaría a fluir. Así, definimos a los **fluidos** como las sustancias o el estado de la materia con capacidad de fluir, entre ellos, líquidos y gases [3].

1.2.2. Presión

Comprendido el concepto anterior, profundizaremos en la definición de **presión** mencionada anteriormente, reconociéndola como la fuerza perpendicular ejercida sobre el elemento de área o superficie de un cuerpo que se encuentra en contacto con algún fluido en reposo [3]. Es decir, la fuerza \vec{F} que ejerce un fluido contra un elemento de área \vec{A} es:

$$\vec{F} = p \, \vec{A}.\tag{1.11}$$

Como \vec{F} y \vec{A} tienen la misma dirección, la presión p es

$$p = \frac{F}{A}.$$
 (1.12)

La unidad de la presión es el pascal (*Pa*), llamado así en honor al científico francés Blaise Pascal.

1 pascal = 1 Pa =
$$1\frac{N}{m^2}$$
.

También se utilizan como unidades para la presión al bar [1 bar = $10^5 Pa$], la $\frac{libra}{pulgada^2}$ o *psi* (pound per square inch), la atmósfera [1 atm = $14.7 \frac{lb}{plg^2}$ = 101325 Pa] y el milímetro de mercurio, mm Hg, [760 mm Hg = 1 atm] [3]. La presión también se usa para los sólidos, y recibe el nombre de esfuerzo de volumen o esfuerzo normal como se menciona en la sección **2** del **1.1.3**. *Esfuerzo y deformación de volumen*.

1.2.3. Densidad

Para continuar con el análisis del concepto de presión es necesario tener en claro el concepto de densidad. Por lo que, definimos como la **densidad** de un fluido homogéneo a la cantidad de masa de este fluido respecto a su volumen, como se muestra en el ejemplo de la Figura 1.7. Esta puede depender de factores como su temperatura y la presión a la que está sometido. La densidad de los líquidos varía muy poco en grandes intervalos de presión y temperatura. Sin embargo, sucede de forma contraría para los gases, ya que su densidad es muy sensible a cambios de temperatura y presión [4].

Matemáticamente se define por la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{m}{V}.\tag{1.13}$$

Donde ρ es la densidad del fluido, *m* su masa y *v* su volumen.

La unidad de medida de la densidad según el Sistema Internacional de Unidades



Figura 1. 7 Ejemplo de la relación masa (círculos azules) - volumen (caja azul) en la definición de densidad, mostrando el cambio en cada caja respecto al aumento de la masa.

En ocasiones podemos encontrar la densidad de una sustancia en términos de una sustancia conocida, a la cual se le llama **gravedad específica** o **densidad relativa**, y está definida como la razón entre la densidad de una sustancia y la densidad de alguna sustancia estándar, a una temperatura específica. Considerando agua a 4° C, $\rho_{H_{20}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$, tenemos [4]:

Gravedad específica:
$$GE = \frac{\rho}{\rho_{H20}}$$
, (1.14)

donde, $\rho_{H_{20}}$, es la densidad del agua, densidad conocida con la que se busca determinar ρ , que es la densidad del fluido a obtener en términos de $\rho_{H_{20}}$.

1.2.4. Presión en un punto

Una de las características más importantes a tener en claro es que la presión que es ejercida por un fluido en un punto es la misma en magnitud, independientemente de la dirección en la que se ejerza, es por eso que la presión se denomina como una cantidad escalar. Esto se puede demostrar de la siguiente forma:

Considerando un elemento de fluido en forma de cuña con longitudes unitarias que se encuentra en equilibrio, como la que se puede ver en la Figura 1.8 [4]:





Donde, utilizando la ecuación (1.11):

$$\overrightarrow{F_1} = p_1 \, \Delta z, \tag{1.15}$$

$$\overrightarrow{F_2} = p_2 \,\Delta x,\tag{1.16}$$

$$\overrightarrow{F}_3 = p_3 l. \tag{1.17}$$

Donde, de la Figura 1.8 se puede apreciar que, p_n , es la presión ejercida por la fuerza \vec{F}_n , donde, n = 1,2,3. Así, realizando una sumatoria de fuerzas, de la segunda ley de Newton (1.2):

De la Figura 1.8, en el eje *x*:

$$\sum \overrightarrow{F_x} = m \, \overrightarrow{a_x} = 0, \tag{1.18}$$

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \Delta z - p_3 l \, \operatorname{sen} \theta = 0.$$
(1.19)

En el eje z:

$$\sum \vec{F}_z = m \, \vec{a}_z = 0, \tag{1.20}$$

$$\sum \vec{F_z} = \vec{F_2} + \vec{F_3} - \vec{W} = p_2 \,\Delta x - p_3 \,l \,\cos\theta - \vec{W} = 0. \tag{1.21}$$

Donde $\vec{W} = mg$, es el peso de la cuña, y de la definición de densidad, (1.13), $m = V\rho$, donde, en este caso, *V* es el volumen de la cuña, que al ser un triángulo rectángulo, $V = \frac{\Delta x \Delta z}{2} \Delta y$, y ρ su densidad. Así,

(1.22)

$$\Sigma \stackrel{\text{def}}{F_x} = \stackrel{\text{def}}{F_2} + \stackrel{\text{def}}{F_3} - \stackrel{\text{def}}{W} = p_2 \, \Delta x - p_3 \, l \, \cos \theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta z \Delta y = 0.$$

Ahora, de las identidades trigonométricas fundamentales, $sen\theta = \frac{CO}{H}y \ cos\theta = \frac{CA}{H}y$

observando la Figura 1.8, siendo $CO = \Delta z$, $CA = \Delta x$ y H = l:

$$\Delta x = l\cos\theta,\tag{1.23}$$

$$\Delta z = l \, \mathrm{sen} \, \theta. \tag{1.24}$$

Así, sustituyendo (1.24) en (1.19) y dividiendo entre Δz :

$$p_1 - p_3 = 0, (1.25)$$

Y sustituyendo (1.23) en (1.22) y dividiendo entre Δx :

$$p_2 - p_3 - \frac{1}{2}\rho g \Delta x \Delta z = 0.$$
(1.26)

Considerando que Δz reduce sus dimensiones de modo que tienda a cero, $\Delta z \rightarrow 0$, (1.26) queda:

$$p_2 - p_3 = 0,$$
 (1.27)

y la cuña se vuelve infinitesimal, por lo tanto, el elemento de fluido se contrae hasta cierto punto.

Así, de (1.25) y (1.27)

$$p_1 = p_2 = p_3 = p, \tag{1.28}$$

sin importar el ángulo θ . Por lo que se concluye que la presión en un punto del fluido tiene la misma magnitud en todas las direcciones [4].

1.3 Presión estática y dinámica

Concluida la demostración anterior, procedemos a analizar el comportamiento de la presión que es ejercida sobre un cuerpo que se encuentra inmerso en un fluido en reposo, dando entrada al cálculo de la variación de la presión en un fluido en reposo.

1.3.1. Variación de la presión

Para proceder, consideremos un disco delgado de área *A*, espesor *dy* y peso $d\overline{W}$ que está sumergido totalmente dentro de un recipiente que contiene un fluido con densidad constante ρ , como se muestra en la Figura 1.9 [3]:



Figura 1.9 a) Disco sumergido en un recipiente con un fluido de densidad ρ a una altura *y* respecto a la base del recipiente. b) Algunas de las características del disco en la imagen a), el cual tiene área *A* y espesor *dy*, y se muestran las fuerzas que se

involucran en el sistema, derivadas de los efectos de la presión ejercida por el fluido en toda su superficie y del peso del disco.

Analizando el esquema y considerando que el disco está en reposo, sabemos que la fuerza neta que actúa sobre él es nula. En el eje x las fuerzas generadas por la presión son iguales, esto debido a la simetría del sistema. Pero no sucede de la misma forma en el eje y, ya que no solo interviene la presión, sino también, el peso del disco $d\vec{W}$.

Por lo que, utilizando (1.2)

$$\sum \widetilde{F_{\chi}} = 0, \qquad (1.29)$$

$$\sum \vec{F}_{\mathcal{Y}} = 0, \qquad (1.30)$$

$$\sum \vec{F_y} = -(p+dp)A + pA - d\vec{W} = 0, \qquad (1.31)$$

$$pA = (p+dp)A + d\vec{W}.$$
(1.32)

Donde

$$d\vec{W} = gdm \,, \tag{1.33}$$

$$dm = \rho dV, \tag{1.34}$$

У

$$dV = Ady. \tag{1.35}$$

Sustituyendo (1.33) y (1.34) en (1.32):

$$pA = (p+dp)A + \rho gAdy.$$
(1.36)

Dividiendo (1.36) entre *A*:

$$p = p + dp + \rho g dy, \tag{1.37}$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g. \tag{1.38}$$

Donde el término ρg es conocido como el **peso específico** del fluido, es decir, el peso por unidad de volumen [3].

Ahora, integrando (1.38) y considerando una presión p_1 correspondiente a una altura y_1 , y una presión p_2 a una altura y_2 , obtenemos lo siguiente:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g \, dy.$$
(1.39)

En un líquido homogéneo, es posible considerar ρ como constante ya que los líquidos son casi incompresibles, y también, es difícil que las diferencias de nivel sean tan grandes como para considerar cambios en g, por lo que

$$p_2 - p_1 = -\rho g[y_2 - y_1] = -\rho gh, \qquad (1.40)$$

$$\Delta p = -\rho gh. \tag{1.41}$$

En (1.40) nos encontramos con la relación entre el cambio de la presión ejercida por un fluido sobre un cuerpo en equilibrio estático y el cambio en la altura a la que se encuentra sobre algún punto de referencia. Lo que nos dice que conforme la altura aumente (o la profundidad disminuya) la presión que ejerza el fluido sobre el cuerpo decrecerá, y viceversa, si la altura disminuye, la presión aumentará.

Esto debido a que las capas inferiores del fluido sostienen más peso conforme se aumenta la profundidad, y este aumento gradual de peso sobre cada capa más profunda se equilibra con un aumento en la presión [4].

También, de (1.41), se puede apreciar que, para un intervalo específico, el cambio de la presión respecto a la altura es despreciable para los gases debido a su baja densidad. Así, se puede suponer que la presión en una habitación llena con aire es constante.

1.3.2. Presión atmosférica, absoluta y presiones de vacío

Al momento de calcular la presión de un líquido que se encuentre confinado en un recipiente abierto, es decir, que una de sus superficies esté expuesta a la atmósfera, a la presión en el punto de la superficie se le llamará *presión externa* p_0 , como se muestra en la Figura 1.10:



Figura 1. 10 Presión en un punto p que se encuentra a una profundidad h en un recipiente abierto de altura y_2 con presión externa p_0 .

De los datos de la *Figura* 1.10, utilizando (1.40):

$$p_2 - p_1 = p_0 - p = -\rho gh,$$
 (1.42)
 $p = p_0 + \rho gh.$ (1.43)

Lo que nos indica que la presión es igual en cualquier punto que se encuentre a la misma profundidad *h*. Debido a esto, tanto (1.42) como (1.41) aplican para cualquier recipiente, independientemente de su forma [3].

Llamamos **presión atmosférica** (p_{atm}) a la presión ejercida por el peso de una columna de aire en cualquier punto de la atmósfera que se extiende desde dicho
punto hasta el fin de la atmósfera [4]. El valor de esta presión fue calculado por Evangelista Torricelli en 1643, utilizando su invento, el barómetro de mercurio.

Lo que se realizó en este experimento fue llenar un tubo de mercurio e introducirlo en otro recipiente con el mismo líquido, como se muestra en la Figura 1.11.



Figura 1. 11 Barómetro de mercurio, creado por Evangelista Torricelli en 1643, utilizado para calcular el valor de la presión atmosférica p_{atm} , considerando una presión externa $p_0 = 0$ debido a que la columna de mercurio genera vapor cuya presión es despreciable [1].

Donde $p = p_{atm}$, ya que p es la presión en el punto de interés, en este caso, la presión atmosférica, p_{atm} . Y la presión externa $p_0 = 0$, ya que en ese punto solo existe vapor de mercurio y su presión es despreciable en comparación a p_{atm} .

Así, utilizando (1.43) y sustituyendo los datos conocidos:

$$p = p_0 + \rho g h, \tag{1.44}$$

$$p_{atm} = \rho g h. \tag{1.45}$$

Donde ρ es la densidad del mercurio, g es la aceleración gravitacional local y h es la altura de la columna de mercurio por arriba de la superficie libre. La atmósfera estándar es una de las unidades de presión más comunes, y es definida por ser la presión por una columna de mercurio de 760 mm de altura a 0°C ($\rho_{H_g} = 13595 \frac{kg}{m^3}$) bajo la aceleración gravitacional estándar ($g = 9.807 \frac{m}{c^2}$).

La presión atmosférica estándar p_{atm} cambia desde 101.325 kPa, a nivel del mar, hasta 89.88 kPa a 1000*m*, 54.05 kPa a 2000*m*, entre otras [4]. Es importante tener claro que la presión atmosférica en un lugar es el peso del aire sobre ese punto por unidad de área superficial. Es decir, que no solo depende de la altura, sino también de las condiciones atmosféricas. También, la presión atmosférica sirve como nivel de referencia para la definición de otro tipo de presiones.

Así, se define como **presión absoluta**, P_{abs} , a la presión real en un punto determinado, y se mide respecto a la presión cero absoluta. La mayoría de instrumentos que miden la presión están calibrados para comenzar a medir a partir del valor de la presión atmosférica, es decir, teniendo su 0 en el valor correspondiente a P_{atm} .

Así, lo que hacen es medir la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica local. A esta diferencia se le conoce como **presión manométrica** P_{man} .

A las presiones menores a la atmosférica se les llaman **presiones de vacío** P_{vac} y se miden con instrumentos de vacío, y de manera análoga a lo mencionado anteriormente, indican la diferencia entre la presión atmosférica y la absoluta [4]. Un muy buen ejemplo gráfico de esto se muestra en la Figura 1.12:



Figura 1. 12 Esquema de presiones tomando como referencia a la presión atmosférica, P_{atm} . Cuando el valor de la presión absoluta, P_{abs} , sea menor al de P_{atm} , recibe el nombre de presión de vacío, P_{vac} . En cambio, si el valor es mayor al de P_{atm} , se le llama presión manométrica, P_{man} [4].

Explicando brevemente la Figura 1.12, se le conocen como presiones manométricas a las presiones con valor mayor al de la presión atmosférica, y presiones de vacío a aquellas con valor menor a la atmosférica. Y se pueden definir de la siguiente manera:

$$p_{man} = p_{abs} - p_{atm},\tag{1.46}$$

$$p_{vac} = p_{atm} - p_{abs}.$$
 (1.47)

Donde siempre p_{abs} , p_{man} , $p_{vac} > 0$ [4].

1.3.3. Principio de Pascal

En el momento en el que aplicamos una fuerza externa \vec{F} en un recipiente cerrado que contiene un fluido, tal vez por medio de un pistón, como en la Figura 1.13, considerando que los líquidos son prácticamente incompresibles, es decir, su densidad ρ no cambia, podemos llegar a notar cómo la presión del fluido incrementa en la misma cantidad a cualquier nivel de profundidad [3].



Figura 1. 13 Fuerza aplicada a un pistón en un recipiente que contiene algún fluido y que provoca que la presión del mismo se propague de manera uniforme por el recipiente, ilustrando el principio de Pascal.

A esto se le conoce como el **principio de Pascal**, en honor al científico francés Blaise Pascal.

Propiamente, el principio de Pascal nos dice que *"la presión aplicada a un fluido contenido en un recipiente se transmite íntegramente a toda porción de dicho fluido y a las paredes del recipiente que lo contiene"* [3]. Es importante mencionar que, aunque se considere a los líquidos como incompresibles, no lo son del todo.

Al llevarse a cabo un cambio de presión como el mencionado en el ejemplo anterior, este se propaga por el líquido en forma de onda a la velocidad del sonido. Solo cuando la propagación se complete y el líquido vuelva a su estado de equilibrio es cuando se cumple el principio de Pascal. Este también aplica para gases, pero las modificaciones en el volumen son severas debido al cambio de presión de un gas dentro un recipiente [3].

1.3.4. Principio de Arquímedes

La mayoría hemos experimentado un tipo de resistencia al momento de intentar sumergir algún objeto en el agua. Por ejemplo, al intentar sumergir un balón de futbol en el mar o un patito de hule en la bañera. Esta resistencia que sentimos es una fuerza que tiende a levantar el cuerpo y que nos impide sumergirlo, cuyo nombre es **fuerza de flotación** \vec{F}_B .

Esta fuerza de flotación se debe al aumento de la presión del fluido sobre el cuerpo respecto a la profundidad. Para ejemplificar, consideremos una placa plana de

grosor *h* sumergida en un líquido de densidad ρ_f , paralela a la superficie libre del fluido, como se muestra en la Figura 1.14 [4]:



Figura 1. 14 Placa de área *A* y grosor *h* sumergida en un líquido de densidad ρ_f , el cual ejerce una fuerza en las caras superior e inferior de la placa, \vec{F}_{sup} y \vec{F}_{inf} , respectivamente [4].

Donde se ve claramente que el área de la placa es A, y su distancia a la superficie o profundidad es, s, para la cara superior, y, (s + h), para la cara inferior. Además, de (1.43):

$$\vec{F}_{sup} = p_{sup}A = (p_0 + \rho_f g_s)A,$$
 (1.48)

$$\vec{F}_{inf} = p_{inf}A = (p_0 + \rho_f g(s+h))A.$$
 (1.49)

Donde

$$\vec{F}_{\rm B} = \vec{F}_{\rm inf} - \vec{F}_{sup} = \rho_f g(s+h)A - \rho_f gsA = \rho_f ghA,$$
 (1.50)

Así,

$$\vec{F}_{\rm B} = \rho_f g V. \tag{1.51}$$

Donde, $m = \rho_f V$ y $\overrightarrow{W} = mg$. Es decir,

$$\vec{F}_{\rm B} = \vec{W}. \tag{1.52}$$

Siendo $\vec{F}_{\rm B}$ la fuerza de flotación, que resulta ser igual al peso de la placa, $\vec{W} = mg$, donde *m* es la masa de la placa y $g = 9.807 \frac{m}{s^2}$ la aceleración gravitacional.

Lo que nos indica que la fuerza de flotación que actúa sobre la placa es igual al peso del volumen desplazado por la propia placa. Siendo \vec{F}_B independiente de *s* y de la densidad de la placa. A esto se le conoce como **principio de Arquímedes**, y se expresa de la siguiente forma: "*La fuerza de flotación que actúa sobre un cuerpo sumergido en un fluido es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo y actúa hacia arriba pasando por el centroide del volumen desplazado"* [4].

1.3.5. Trabajo y energía

Para adentrarnos en el mundo de fluidos en movimiento, es necesario tomar un enfoque distinto, el cual involucra a los conceptos de trabajo y energía. Así, partiendo desde un punto de vista un poco más general, podemos considerar que una de las interrogantes al momento de analizar el movimiento de las partículas es sobre su comportamiento cuando alguna fuerza actúa sobre ellas.

Así, considerando una fuerza de magnitud *F* constante que desplaza a una partícula una distancia *d*, se reconoce como **trabajo** *W* al efecto debido a esta fuerza \vec{F} ejercida sobre la partícula [1]. Y es definido algebraicamente por el producto escalar entre la fuerza \vec{F} y la distancia recorrida por la partícula, \vec{d} :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}, \tag{1.53}$$

Ο,

$$W = Fd\cos\theta. \tag{1.54}$$

Donde θ , es el ángulo existente entre las direcciones de \vec{F} y \vec{d} , con \vec{F} constante en dirección del desplazamiento rectilíneo.

De manera general, la definición de trabajo para incluir una fuerza que varía en dirección, no sólo en magnitud, con un desplazamiento curvo, es la siguiente:

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F \cos \phi dl = \int_{P_1}^{P_2} F dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot \vec{dl}.$$
 (1.55)

Donde se considera una partícula desplazándose de P_1 a P_2 siguiendo una curva, en la cual \vec{dl} representa un desplazamiento vectorial infinitesimal tangente a la trayectoria en su posición. Siendo \vec{F} la fuerza en un punto representativo de la trayectoria y ϕ el ángulo entre y \vec{F} y \vec{dl} en ese punto. Con $F_{\parallel} = Fcos\phi$ siendo la componente de \vec{F} en la dirección paralela a \vec{dl} [1]. Esto descrito gráficamente en la Figura 1.15.



Figura 1. 15 Esquema donde se muestran los componentes de la definición de trabajo en una trayectoria desde el punto P_1 al punto P_2 , siendo ϕ el ángulo entre \vec{F} y \vec{dl} [1].

Una vez abarcado el concepto de trabajo, partimos de (1.54), donde \vec{F} es una fuerza resultante, la cual actúa sobre una masa m provocando que tome una aceleración constante \vec{a} (Figura 1.16), donde tanto \vec{F} como \vec{a} , coinciden en dirección (eje x), es decir, $\theta = 0$, por lo tanto:



Figura 1. 16 Jalón que ejerce una fuerza \vec{F} produciendo una aceleración \vec{a} en la caja de masa *m*, la cual se desplazará una distancia *x* [1].

$$W = Fd\cos\theta = Fd(\cos\theta). \tag{1.56}$$

Donde F = ma y d = x, así:

$$W = max, \tag{1.57}$$

y considerando las ecuaciones de cinemática para aceleración constante:

$$a = \frac{v - v_0}{t},\tag{1.58}$$

$$x = \frac{v + v_0}{2}t . (1.59)$$

Donde v representa la velocidad que lleva la masa, v_0 su velocidad inicial y t el tiempo.

Con $x_0 = 0$, de (1.58) y (1.59) en (1.57):

$$W = m\left(\frac{v-v_0}{t}\right)\left(\frac{v+v_0}{2}\right)t,$$
(1.60)

$$W = \frac{1}{2} \frac{mv^2}{-mvv_0 + mvv_0 - \frac{1}{2} \frac{2}{mv_0},$$
(1.61)

$$W = \frac{1}{2} \frac{mv^2}{-\frac{1}{2}mv_0}.$$
(1.62)

Donde:

$$K = \frac{1}{2}m\nu^2,\tag{1.63}$$

Con m como la masa de la caja y v su velocidad.

Siendo (1.63) la *energía cinética*, es decir, energía debida al movimiento de la partícula. Por lo que podemos afirmar que "*el trabajo hecho por la fuerza resultante que actúa sobre una partícula es igual a la variación de la energía cinética de dicha*

partícula" [1]. A lo que llamamos **Teorema de trabajo y energía cinética** de una partícula, y se puede reescribir de la siguiente forma:

$$W = \Delta K. \tag{1.64}$$

Siendo este un resultado para una fuerza resultante, aplica de igual forma si la fuerza resultante es constante o variable.

1.3.6 Ecuación de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli es una relación entre la presión, la velocidad y la elevación de un fluido, y es válida en ciertas regiones donde el flujo del fluido es estacionario e incompresible, además de ser no viscosas, es decir, que los efectos que se puedan presentar debido a la viscosidad del fluido son despreciables en comparación a los efectos de inercia, gravitación y de presión.

Fue enunciada por primera vez por el matemático suizo Daniel Bernoulli en 1738 y deducida en forma de ecuación por Leohnard Euler, en 1775 [3].

Antes de continuar es necesario definir dos conceptos importantes como lo son el flujo y la viscosidad.

El **flujo** describe la forma en la que el fluido se desplaza de un punto a otro [37]. Este puede presentar distintas características:

Ser estacionario o no estacionario, es decir, que la velocidad del fluido no varía con el tiempo. En otras palabras, que la velocidad de cada partícula en cualquier punto del fluido es la misma.

Rotacional o irrotacional. Esto quiere decir que, si un fluido muestra una trayectoria giratoria, es rotacional, y si algún punto en el fluido no cuenta con alguna velocidad angular a su alrededor, el fluido es irrotacional.

Compresible o incompresible. Este es un punto importante y se profundizará sobre él en el transcurso del texto. El flujo de los líquidos puede considerarse incompresible, pero en algunos gases muy compresibles su densidad cambia de manera despreciable, tanto que su flujo puede considerarse como casi incompresible.

Y también, puede ser viscoso o no viscoso [3]. La **viscosidad** se debe a la fuerza de fricción interna que se desarrolla entre las diferentes capas de los fluidos a medida que se obligan a moverse una con relación a las otras. En los líquidos, la viscosidad se origina por las fuerzas de cohesión entre las moléculas mientras que, en los gases, se debe a colisiones moleculares [4].

Ya explicados estos conceptos, en la Figura 1.17 consideremos el flujo no viscoso, estacionario e incompresible de una porción del fluido [3]:



Figura 1. 17 (a) Inicio de la trayectoria del flujo de la porción azul, (b) Fin de la trayectoria del flujo de la porción azul, [3]. Donde y_1 y y_2 indican a qué altura se encuentra A_1 y A_2 , respectivamente, que son las áreas de las porciones azules del fluido.

En la imagen observamos la trayectoria del fluido en un conducto donde se puede apreciar claramente que al ejercer una fuerza $\overrightarrow{F_1}$, la porción azul, A_1 , en (a) se mueve hasta la porción señalada en (b), A_2 , donde también se le ejerce una fuerza $\overrightarrow{F_2}$. Además, de (1.11) sabemos que [3]:

$$\overrightarrow{F_1} = p_1 \overrightarrow{A_1}, \tag{1.65}$$

$$\overrightarrow{F}_2 = -p_2 \overrightarrow{A}_2^2. \tag{1.66}$$

Siendo \vec{F}_2 una cantidad negativa debido a que va en dirección contraria al movimiento de la porción azul. Es importante destacar que en la parte más angosta del conducto el fluido tendrá una presión p_1 y velocidad v_1 , y conforme el conducto se hace más ancho, el fluido tendrá una presión distinta p_2 y cambiará su velocidad a v_2 [3].

Planteado el problema, podemos hacer un análisis del trabajo W del sistema debido a las fuerzas resultantes, considerando 3 fuerzas actuando en el sistema,

$$W = W_1 + W_2 + W_3. \tag{1.67}$$

De la definición de trabajo para una fuerza constante en la ecuación (1.54):

$$W_1 = F_1 d_1 \cos(0), \tag{1.68}$$

$$W_2 = F_2 d_2 \cos(0), \tag{1.69}$$

$$W_3 = F_3 d_3 \cos(0). \tag{1.70}$$

Donde $F_3 = W = -mg$ es la magnitud del peso del fluido de la porción azul, que es una cantidad negativa ya que va en dirección contraria al componente en el eje y del movimiento de la porción azul, y $d_3 = y_2 - y_1$, siendo la diferencia entre las posiciones entre el caso (*a*) y (*b*) [3].

Sustituyendo (1.65) en (1.68) y (1.66) en (1.69):

$$W_1 = p_1 A_1 d_1, (1.71)$$

$$W_2 = -p_2 A_2 d_2, (1.72)$$

$$W_3 = -mg(y_2 - y_1). \tag{1.73}$$

Así, de (1.71), (1.72) y (1.73) en (1.67):

$$W = p_1 A_1 d_1 - p_2 A_2 d_2 - mg(y_2 - y_1).$$
(1.74)

Donde sabemos del esquema que $A_1d_1 = A_2d_2$, es decir, $V_1 = V_2 = V$. Por lo que (1.74) queda:

$$W = (p_1 - p_2)V - mg(y_2 - y_1), \qquad (1.75)$$

Además, de la definición de densidad, ρ , en la ecuación (1.13):

$$V = \frac{m}{\rho},\tag{1.76}$$

Por lo que, reescribiendo (1.75):

$$W = (p_1 - p_1) (\frac{m}{\rho}) - mg(y - y_1)$$
(1.77)

Aplicando el teorema del trabajo y energía cinética de la ecuación (1.64),

$$W = \Delta K, \tag{1.78}$$

donde el cambio en la energía cinética del fluido en el conducto es:

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2, \qquad (1.79)$$

Tenemos, de (1.77) y (1.79):

$$(p_1 - p_2)(\frac{m}{\rho}) - mg(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}mv_2 - \frac{1}{2}mv_1, \qquad (1.80)$$

multiplicando a (1.80) por $\frac{\rho}{m}$:

$$p_1 - p_2 - \rho g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2, \qquad (1.81)$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2.$$
(1.82)

Donde los subíndices hacen referencia a 2 puntos cualesquiera del fluido en el conducto, es decir,

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y \equiv Constante.$$
(1.83)

Siendo (1.83) la Ecuación de Bernoulli [3].

Cada uno de los términos de esta ecuación representa un tipo de presión:

p es la presión real del fluido, mencionada anteriormente en la sección 1.3.2.,
 también llamada presión estática ya que no representa efectos dinámicos.

Al segundo término, $\frac{1}{2}\rho v^2$, se le conoce como **presión dinámica**.

El tercer término, $\rho g y$, recibe el nombre de **presión hidrostática**, su valor depende del punto de referencia elegido y muestra los efectos del peso del fluido sobre la presión [3].

La ecuación de Bernoulli fue mencionada por primera vez por el matemático suizo Daniel Bernoulli (1700-1782). Después fue deducida en forma de ecuación por Leonhard Euler, en 1775 [4].

1.4 Presión en gases

Continuando con el análisis del concepto de presión, ahora se revisará desde la perspectiva de los gases, lo que nos lleva a definir tanto a los gases ideales como los reales, adentrar un poco en los supuestos de la teoría cinética de los gases y describir la presión de un gas en términos de la velocidad de sus moléculas.

1.4.1. Gases ideales

Los gases ideales forman parte del concepto hipotético de un gas que cumple con las siguientes características: 1) sus moléculas son de volumen despreciable, y 2) no existe ningún tipo de interacción entre sus moléculas. Un gas ideal obedece la ecuación

$$PV = NRT, (1.84)$$

que recibe el nombre de ecuación de los gases ideales la cual es una ecuación de estado, ya que relaciona a la presión, volumen y temperatura de una sustancia [2]. Donde *P* es la presión del gas ideal, *V* su volumen, *N* su número de moléculas, *T* su temperatura y *R* es una constante de proporcionalidad, llamada *constante del gas*. Donde, obtenemos que un mol (N = 1 mol) de gas ideal a una presión *P* = 1 *atm* ocupa un volumen *V* = 22.414 *L*, a una temperatura *T* = 273.15 *K* [2], de (1.84):

$$R = \frac{(1 \text{ atm})(22.414 \text{ L})}{(1 \text{ mol})(273.15 \text{ K})} = 0.08206 \frac{L \text{ atm}}{K \text{ md}} = 8.314 \frac{J}{K \text{ mol}}.$$
(1.85)

1.4.2. Gases reales

Cuando un gas se comprime, la distancia entre sus moléculas se reduce, lo que da lugar a la interacción entre ellas, así, el gas comienza a alejarse de su comportamiento ideal de manera notable. Existe una forma de saber que tan alejado de las condiciones ideales se encuentra un gas, y es por medio del *factor de compresibilidad* (*Z*) [2]. Esto al graficar *Z vs P*, que se puede ver en la Figura 1.18:



Figura 1. 18 Gráfica del factor de compresibilidad (Z) vs Presión (P), teniendo como ejemplos al nitrógeno molecular o dinitrógeno, N_2 , metano, CH_4 , y helio, He [2].

Los gases ideales presentan Z = 1 para cualquier valor de presión P a una temperatura T fija. Como se puede observar en la *Figura* 1.18, las curvas correspondientes al nitrógeno molecular o dinitrógeno, N_2 , metano, CH_4 , y helio, He,

cuando $P \rightarrow 0$, se comportan de manera ideal, ya que a presiones bajas todos los gases comparten esta característica.

Conforme la presión aumenta, algunos muestran distintos comportamientos, en el caso del metano, CH_4 , Z < 1, lo que significa que es más sencillo de comprimir en comparación a un gas ideal. Si la presión sigue aumentando, todos los gases presentan Z > 1, en esta región los gases son más difíciles de comprimir en comparación a los gases ideales [2].

1.4.3. Teoría cinética de los gases

La teoría cinética de los gases nos ayuda a explicar el comportamiento de los gases desde un punto de vista enfocado en la dinámica de las moléculas que los conforman, además, facilita la interpretación de las propiedades de estas moléculas de forma cuantitativa.

El modelo de la teoría cinética de los gases se basa en los siguientes supuestos [2]:

1.- Un gas está compuesto por un gran número de átomos o moléculas, los cuales están separados por grandes distancias en comparación con su tamaño.

2.- Las moléculas tienen masa, pero tienen un volumen despreciable debido a que es muy pequeño.

3.- Las moléculas se encuentran en un movimiento aleatorio constante.

4.- Las colisiones entre las mismas moléculas, y entre ellas y las paredes del contenedor donde se encuentran confinadas, son elásticas, es decir, se

pueden transferir energía cinética entre sí, pero esta energía no cambia su forma.

5.- No existe ningún tipo de interacción entre las moléculas, ya sea atracción o repulsión.

1.4.4. Presión en un gas

En base al modelo de la teoría cinética de los gases, es posible obtener una expresión que describa el comportamiento de la presión de un gas en términos de sus propiedades moleculares. Esto considerando un gas ideal confinado en una caja cúbica de lado l, compuesto por N moléculas, cada una de masa m.

Sabiendo que, en cualquier instante, el movimiento molecular dentro del contenedor es completamente aleatorio. Partimos por enfocar nuestra atención en una molécula en particular cuya velocidad resultante es

$$v = v_x \hat{\imath} + v_y \hat{\jmath} + v_z \hat{k} \tag{1.86}$$

Donde los componentes de v describen la rapidez del movimiento de la molécula a lo largo de las direcciones x, y, z [2].

Elevando (1.86) al cuadrado:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2. \tag{1.87}$$

Ahora, analizaremos el comportamiento de la molécula en la caja con ayuda de la Figura 1.19:



Figura 1. 19 Caja cúbica de lado *l* donde se encuentra una molécula que se me mueve con magnitud de velocidad v_x , donde se muestra que antes de la colisión con la pared de la caja tiene una velocidad $-v_x$ y después de la colisión una velocidad v_x [2].

Donde solo consideramos el movimiento de la molécula en la dirección de *x*. Así, observando que al dirigirse a la pared del contenedor en dirección–*x*, la molécula toma una velocidad $-v_x$, velocidad que mantiene en magnitud, pero invierte su dirección al chocar de manera elástica con la pared del contenedor [2]. Dicho esto, de la definición de momento lineal, $\vec{P} = m\vec{v}$, tenemos que el cambio de momento de la partícula es:

$$\Delta \vec{P}_x = \vec{P}_{X_2} - \vec{P}_{X_1}, \tag{1.88}$$

$$\Delta \vec{P}_x = mv_x - m(-v_x), \qquad (1.89)$$

$$\Delta \vec{P}_x = 2mv_x. \tag{1.90}$$

Donde \overrightarrow{P}_{X_1} es el momento lineal de la molécula antes de la colisión con la pared del contenedor y \overrightarrow{P}_{X_2} es su momento lineal después de la colisión. Justo después de la colisión, la molécula chocará con la pared contraria en un tiempo $t_{\frac{1}{2}} = \frac{l}{v_x}$, y le tomará $t = \frac{2l}{v_x}$ en volver a chocar con la misma pared, es decir, completar un ciclo. Esto sin considerar colisiones entre moléculas [2].

Sabiendo esto, podemos conocer la frecuencia de las colisiones entre la molécula y una de las paredes del contenedor (número de colisiones por unidad de tiempo), $f = \frac{1}{t} = \frac{w}{2l}$, y el cambio de momento por unidad de tiempo es; de la segunda ley de Newton (2):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt},\tag{1.91}$$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$
(1.92)

Por lo que,

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{\frac{2mv_x}{v_x}}{v_x} = \frac{mv^2}{l}.$$
(1.93)

Siendo (1.93) la fuerza ejercida por una molécula sobre una pared al chocar contra ella. Considerando *N* moléculas:

$$\vec{F}_N = \frac{N}{l} \frac{2}{x}$$
 (1.94)

Así, de la definición de presión de la ecuación (1.6):

$$P = -\frac{F}{A}, A = P, \qquad (1.95)$$

$$P = \frac{\frac{Nmv_x^2}{l}}{l^2} = \frac{Nmv_x^2}{l^3} = \frac{Nmv_x^2}{V},$$
(1.96)

о,

$$PV = Nmv_x^2. \tag{1.97}$$

Donde V es el volumen de la caja.

Al tratar con una gran cantidad de moléculas ($N = 6x10^{23}$), las velocidades de las moléculas se distribuyen de manera uniforme en el contenedor, por lo que es más apropiado reemplazar v_x^2 en (1.97) por la velocidad media o promedio, \overline{v}_x^2 Y considerando (1.87):

$$\vec{v} = \frac{x^{2} \vec{v} + v_{y} + \dots + \vec{n}}{n}.$$
(1.98)

Donde ²recibe el nombre de velocidad cuadrática media.

Cuando N es un número muy grande es correcto considerar que los movimientos moleculares a lo largo de las direcciones x, y, z, son igualmente probables. Por lo tanto:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{x} \frac{1}{y} \frac{1}{z} \frac{1}$$

Y sustituyendo (1.99) en (1.96):

$$P = \frac{Nm\overline{v}^2}{3V},\tag{1.100}$$

O de igual forma, multiplicando (100) por $1 = \frac{2}{2}$.

$$P = \frac{2}{2} \frac{N\bar{m}v}{3V}, = \frac{2N}{3V} (\frac{1}{2} \bar{m}v), \qquad (1.101)$$

Y recordando (1.63):

$$P = \frac{2N}{3V} K \tag{1.102}$$

Donde *K*es la energía cinética promedio.

Siendo (1.102) la presión ejercida por N moléculas sobre una pared, lo que nos dice que la presión es directamente proporcional a la energía cinética promedio, de manera más explícita, a la velocidad cuadrática media de la molécula. El significado físico de esta ecuación es que entre mayor sea la velocidad, mayor será el número de colisiones y aumentará el cambio de momento [2].

1.5. Compresibilidad en fluidos

Una característica de los fluidos es que su volumen cambia al variar su temperatura o la presión a la que están sometidos. Al aumentar la temperatura o al despresurizarse los fluidos se expanden, de forma contraria, cuando se enfrían o presurizan se contraen. Pero la forma en la que el volumen cambia es distinta dependiendo el fluido, eso lleva a la necesidad de definir las propiedades que relacionan los cambios en el volumen con los cambios de presión y temperatura [4]. Dos de esas propiedades son el módulo de elasticidad de volumen κ y el coeficiente de expansión volumétrica β . Los cuales se mencionan en la subsección **2** de la sección **1.1.3. Esfuerzo y deformación**.

1.5.1. Flujo compresible e incompresible

Una de las características del flujo de un líquido es que puede ser compresible o incompresible, como se menciona en la sección **1.3.6. Ecuación de Bernoulli.** Esto depende de la variación de la densidad del fluido durante ese flujo. La incompresibilidad es una aproximación y se dice que el flujo es **incompresible** si la densidad mantiene un valor aparentemente constante a lo largo del flujo [4]. Así, al contar con un fluido incompresible, el volumen de todas sus porciones permanece inalterado durante el flujo.

Se da por sentado que las densidades de los líquidos son constantes, por lo que su flujo se reconoce por ser incompresible. Un ejemplo claro es el del agua líquida a 1 *atm*, ya que al aplicarle una presión de 210 *atm* cambia tan sólo un 1 por ciento. En cambio, los gases son intensamente compresibles. Un cambio de presión de solo 0.01 *atm* causa un cambio de 1 por ciento en la densidad del aire atmosférico [4].

Existen sistemas en los que intervienen flujos de gas a velocidades muy altas como en el análisis de cohetes o naves espaciales, en estos casos la velocidad del flujo se expresa generalmente en términos del **número adimensional** de **Mach** que se define como

$$Ma = \frac{V}{c'} \tag{1.103}$$

Donde, en este caso, *V* es la velocidad del flujo y *c* es la velocidad del sonido cuyo valor es de $346\frac{m}{s}$, en el aire a temperatura ambiente a nivel del mar. Se considera flujo sónico cuando Ma = 1, subsónico cuando Ma < 1, e hipersónico cuando $Ma \gg 1$.

El flujo de líquidos es incompresible de cierta forma, pero al referirnos al flujo de gases, la variación en la densidad durante el flujo y las aproximaciones necesarias para modelarlo como incompresible, dependen del número de Mach.

Es posible aproximar el flujo de gases como incompresible si los cambios en la densidad son menores al 5 por ciento, lo cual sucede cuando Ma < 0.3. Por lo tanto, los efectos de compresibilidad del aire se pueden despreciar a velocidades menores a $100 \frac{m}{s}$ Es importante aclarar que el flujo de un gas no es necesariamente compresible [4].

Capítulo II: Presión en sistemas coloidales

Introducción

En este capítulo se aborda la definición de coloide y el papel de la presión en sistemas con partículas de estas dimensiones, sistemas que frecuentamos en nuestro día a día o forman parte de nuestra fisionomía.

2.1. Dispersiones coloidales

Una dispersión, suspensión o sistema coloidal, contiene una colección de pequeñas partículas, gotas o burbujas de alguna fase, dispersa en una segunda fase. Una o ambas fases pueden ser gaseosas, líquidas o sólidas, con al menos una de sus dimensiones de 1 - 1000 nm de longitud [5]. La dimensión coloidal está distribuida desde las regiones moleculares hasta el macromundo de sistemas biológicos, por lo tanto, puede ser considerada entonces mesoscópica.

En vista de esta dimensión intermedia de los sistemas coloidales, los resultados de investigaciones en esta escala permiten comprender la fenomenología, en términos de propiedades moleculares e interacciones, del mundo macroscópico [6].

La definición de especies coloidales no solo involucra a partículas, gotas y burbujas, sino también a películas delgadas de superficies largas y películas líquidas como cosméticos sobre la piel. Por lo que toma gran importancia que, debido a que el área específica de la superficie (área de superficie por unidad de masa) en las especies coloidales son relativamente largas, las propiedades de las interfaces pueden influir de manera considerable en sus propiedades.

Es importante destacar que a pesar de que la definición de los coloides especifica que sus dimensiones van de $1nm - 1\mu m$. En la práctica, el límite superior se extiende hasta decenas o hasta cientos de micrómetros. Por otro lado, el campo de la nanotecnología arrastra el límite inferior para estructuras organizadas con dimensiones menores a 1 nm [5].

Los átomos y moléculas de la química clásica son extremadamente pequeños, con dimensiones del orden de 1 – 10 Å, donde 1 Å = $1x10^{-10}m$. Las partículas macroscópicas se encuentran dentro del terreno de la física clásica y pueden ser analizadas en términos de la mecánica newtoniana. Entre estos dos puntos de referencia se encuentra el intervalo de lo que podemos llamar longitudes coloidales de partículas cuyas pequeñas dimensiones hacen que las propiedades de sus superficies sean tan importantes que conduzcan a propiedades físicas únicas.

Estas partículas pueden contar con depresiones en el punto de congelación indetectables, y sus dispersiones, aun siendo muy diluidas, pueden sedimentarse de manera muy lenta. También, donde las partículas de la química clásica tienen una o pocas cargas eléctricas, las partículas coloidales pueden llevar miles. Es por eso que la completa disociación es una característica fundamental para las especies coloidales, ya que las fuerzas de repulsión entre las partículas que comparten la misma carga evitan que estas se aglomeren y se asienten debido a la acción de la gravedad [5].

Los sistemas que contienen partículas, gotas o burbujas de tamaño coloidal son de gran relevancia debido a que encajan en una gran variedad de disciplinas, productos y procesos industriales. Ejemplos de sistemas coloidales son la espuma de cerveza, la mayonesa, la pintura, las micelas formadas por tensioactivos, emulsiones de biofarmacia y algunos productos en cosmetología (Figura 2.1).



Figura 2. 1 Cerveza, leche y pintura son ejemplos de sistemas coloidales.

2.1.1. Emulsiones

Las emulsiones son dispersiones coloidales en las que un líquido se encuentra disperso en una fase líquida continua de diferente composición. La fase dispersa en ocasiones también es conocida como fase interna y la continua como fase externa. Emulsiones comunes pueden contener gotas que excedan los límites definidos en el rango coloidal, a veces aumentando decenas o cientos de micrómetros. También, en la mayoría de emulsiones, uno de los líquidos es acuoso mientras que el otro es aceite. Los dos tipos de emulsiones más usuales, en principio, son las siguientes [5]:

- Aceite en agua, oil-in-water (O/W) para gotas de aceite dispersas en agua.
- Agua en aceite, water-in-oil (W/O) para gotas de agua dispersas en aceite.

La mayoría de emulsiones no son termodinámicamente estables, pero de manera práctica, es posible que emulsiones moderadamente estables ocurran, capaces de resistir tratamientos desemulsificantes (tratamientos utilizados para romper emulsiones) y mantenerse estables por semanas, meses e incluso años. Gran cantidad de emulsiones metaestables que se manejan usualmente contienen aceite, agua y algún agente emulsificante (o estabilizador) el cual es normalmente un surfactante, una macromolécula, o solidos finamente divididos [26].

El emulsificante facilita la formación de la emulsión, o puede llegar a crear una película protectora que evita que la emulsión se rompa. Las emulsiones no solo contienen aceite, agua y emulsificantes, también pueden contener partículas sólidas e incluso gas [5].

2.1.2. Espumas

Las espumas son dispersiones coloidales en las que un gas en forma de burbujas se encuentra disperso en una fase líquida continua. La estructura general de una espuma está contenida por un volumen de algún líquido que se encuentra debajo de otro volumen, pero en distinta fase, en este caso, en forma de gas (Figura 2.2) [5].



Figura 2. 2 Composición de una espuma establecida por sus tres fases, Gas, Espuma y Volumen líquido, resaltando la estructura de la espuma y sus componentes, como lo son: las lamelas, región que engloba la película delgada y

las interfaces que la rodean, y el borde de Plateau, que es el punto de intersección de un par de lamelas [5].

En una espuma persistente, las burbujas no son esféricas, pero se transforman en celdas espumosas, poliedros apenas separados por películas líquidas planas. A ese tipo de espumas se les llama espumas secas o "*dry foams*". Los poliedros son casi, pero no completamente, dodecaedros regulares [27].

La fase gaseosa se encuentra separada de las películas líquidas delgadas por una interfaz bidimensional [38]. Determinado por conveniencia matemática, el comportamiento de esta región de la interfaz se aproxima a una fase superficial bidimensional, llamada superficie de Gibbs. Donde se le conoce como lamela a la región que engloba la película delgada, las dos interfaces pertenecientes a cada lado de la película delgada y a parte de la unión con otra lamela [5].

Un arreglo de películas delgadas está separado por ángulos iguales de 120° (ángulo Steiner) debido a la tensión superficial o fuerzas de contracción a lo largo de las películas líquidas. Las burbujas en una espuma forman un poliedro tal que, a lo largo del borde de una lamela, tres lamelas se unen formando ángulos de 120°, el borde donde las lamelas se reúnen es llamado el borde de Plateau [5].

2.1.3. Suspensiones

Una suspensión es una dispersión coloidal donde un sólido se encuentra disperso en una fase líquida continua. Las suspensiones pueden ser tanto acuosas como no

acuosas. El rango establecido de las dimensiones de las dispersiones coloidales va de 1 $nm - 1\mu m$, asumiendo una forma esférica. Cuando otras formas son consideradas, partículas con diámetros de más de 2 μm pueden ser catalogadas como coloides también. Los principios de la ciencia de los coloides siguen siendo importantes en el comportamiento de partículas tan grandes.

Una suspensión de partículas en un gas o líquido turbulentos, o la combinación de ambos, se comporta muy parecido a un fluido, a eso se deben los términos fluidización y cama o lecho fluidizado. En el estado fluidizado, partículas de mayor tamaño de las que se podrían bajo condiciones de flujo estático o laminar, pueden mantenerse en suspensión [5,7].

Para ilustrar la relevancia del concepto de presión en sistemas coloidales, tomaremos el caso de la presión de Laplace en burbujas, así como la presión osmótica en eritrocitos.

2.2. Presión Capilar o de Laplace

2.2.1 Tensión superficial

Antes de comenzar con la definición de presión de Laplace es importante estar familiarizado con el concepto de tensión superficial. Es notable que en ciertas situaciones algunos fluidos muestren un comportamiento curioso, esto en referencia a que toman una forma peculiar siendo que estos se distinguen por adoptar la forma del recipiente que los contiene o simplemente no tenerla. Un ejemplo de esto es cuando las gotas de rocío se sostienen sobre los pétalos de las flores, o las gotas

que se crean y descansan sobre el cristal de un automóvil que se acaba de mojar por la lluvia.

En estas situaciones es fácil apreciar que las gotas de líquido toman una forma casi esférica cuya superficie actúa como una delgada membrana elástica estirada que parece estar sometida a algún tipo de tensión. La fuerza que causa esta tensión es paralela a la superficie y se debe a las fuerzas de atracción entre las moléculas del líquido. La magnitud de esta fuerza por unidad de longitud recibe el nombre de **tensión superficial** denotada por " σ_s " ó " γ ".

A este efecto también se le conoce como energía superficial, caso en el que σ_s representa el trabajo de estiramiento realizado por unidad de incremento en el área superficial del líquido [4], donde

Una forma de visualizar la tensión superficial se muestra en el ejemplo de la Figura 2.3, que representa una vista macroscópica donde se consideran dos moléculas de líquido, una en la superficie (1) y otra a cierta profundidad en la masa del líquido (2).



Figura 2. 3 Fuerzas presentes en moléculas de agua, una situada en el interior y otra en la interfaz [4].

Las fuerzas de atracción que se aplican sobre la molécula interior por las moléculas que la rodean se equilibran entre sí debido a la simetría. En cambio, las fuerzas de atracción que actúan sobre la molécula en la superficie no son simétricas. Por lo que existe una fuerza de atracción neta que actúa sobre la molécula en la superficie del líquido, la cual tiende a jalar de las moléculas que están en la superficie hacia el interior del líquido [3,7].

Se utiliza la tensión superficial para los líquidos solo en las interfaces líquido-líquido o líquido-gas. Por lo que, es importante distinguir el líquido o gas adyacente cuando se especifica la tensión superficial. Así, la tensión superficial ayuda a determinar el tamaño de las gotas de líquido que forma, la cual sigue creciendo conforme se le aumente masa hasta llegar a un punto en el que la tensión superficial ya no pueda mantenerla, lo que ocasiona que se reviente, es decir, que la tensión con la que se estira esta membrana elástica sea tanta que termine por romperse [4].

2.2.2 Ecuación Young-Laplace

Una de las tantas aplicaciones donde podemos ver en función a la tensión superficial es en las interfaces curvas, por ejemplo, en el caso de una gota sobre una superficie. Dependiendo de la forma en la que la gota fue depositada sobre la superficie, usualmente se aprecia una forma alargada que tiene un área de contacto con la superficie de forma elíptica. Si dos ejes de la elipse son idénticos, el área superficial es un círculo.

Si la presión dentro de la gota es mayor que la presión fuera de la misma, la gota tenderá a expandirse con el fin de que la diferencia de presión disminuya. Esto aumentará el área de la superficie, en una lucha de fuerzas contra de la tensión superficial de la gota, ya que la expansión se llevará a cabo hasta que la retención debido a la tensión superficial lo permita. Llegado este punto, se alcanza el estado de equilibrio de fuerzas en la gota [3,25].
De lo mencionado en el **Capítulo I**, sabemos que para un fluido que se encuentra en reposo, la presión podrá ser descrita por la ecuación (38.2). Por ejemplo, en un recipiente con agua que esté abierto, la presión externa p_0 sería la presión atmosférica p_{atm} , así, la presión a cualquier profundidad quedaría descrita por la expresión (1.43), es decir, $p = p_{atm} + \rho g h$.

Es importante recalcar que en esta situación se considera que la interfaz aire-agua es perfectamente plana. Lo que nos lleva a nuestro siguiente objetivo, estudiar el comportamiento de la presión al considerar una interfaz que no sea plana. La discontinuidad en la presión sobre una interfaz no plana fue descubierta por Thomas Young (1805) y Pierre-Simon Laplace (1806), derivando así la ecuación Young-Laplace.

Un ejemplo de interfaz no plana es la esférica. Cualquier superficie curva en general puede ser trazada en cualquier punto en términos de dos radios locales de curvatura ($R_1 \ y \ R_2$) ortogonales entre ellos. Para una interfaz esférica, los radios ortogonales serían iguales $R_1 = R_2 = R$.

Así, considerando tanto una gota, como una burbuja esférica de radio R y presión interna P'' y externa P':



Figura 2. 4 Fuerzas en el interior y superficie de a) una gota y b) una burbuja, donde en el interior, la diferencia de presión actúa sobre el área del círculo correspondiente, y en la superficie, la tensión superficial actúa sobre el área de cada esfera [4].

Haciendo un equilibrio de fuerzas en ambos sistemas:

$$F_{gota} = F_{gota\leftarrow} - F_{gota\rightarrow} = 0, \tag{2.2}$$

$$F_{gota\leftarrow} = F_{gota\rightarrow}.$$
(2.3)

$$F_{burbuja} = F_{burbuja_{\leftarrow}} - F_{burbuja_{\rightarrow}} = 0, \tag{2.4}$$

$$F_{burbuja\leftarrow} = F_{burbuja\rightarrow}.$$
(2.5)

Para una gota, donde:

$$F_{gota_{\leftarrow}} = (\pi R^2) \Delta P_{gota}, \tag{2.6}$$

$$F_{gota} = (2\pi R)\sigma_s. \tag{2.7}$$

Sustituyendo (2.6) y (2.7) en (2.3):

$$(\pi R^2)\Delta P_{gota} = (2\pi R)\sigma_S, \tag{2.8}$$

$$\Delta P_{gota} = \frac{2\sigma_S}{R}.$$
(2.9)

Para una burbuja, de manera análoga:

$$F_{burbuja_{\leftarrow}} = (\pi R^2) \Delta P_{burbuja}, \tag{2.10}$$

$$F_{burbuja_{\rightarrow}} = 2(2\pi R)\sigma_{S}. \tag{2.11}$$

Así, de (2.10) y (2.11) en (2.5):

$$(\pi R^2)\Delta P_{burbuja} = 2(2\pi R)\sigma_s, \qquad (2.12)$$

$$\Delta P_{burbuja} = \frac{4\sigma_S}{R}.$$
 (2.13)

Donde (2.9) y (2.13) representan la presión de Laplace para una gota y una burbuja, respectivamente.

Considerando que la gota o la burbuja se encuentren en la atmósfera, P' sencillamente es la presión atmosférica. El factor 2 en el equilibrio de fuerzas para la burbuja se debe a que esta consta de una película de dos superficies, ya que se tienen dos circunferencias en la sección transversal [4].

De igual forma se puede determinar el cambio de presión en una gota o burbuja cuando se considera el incremento diferencial en sus respectivos radios debido a la adición de una cantidad diferencial de masa y considerando a la tensión superficial como el incremento en la energía superficial por unidad de área [22]. Por lo que, de

la definición de trabajo (1.54), el incremento en la energía superficial de la gota durante la expansión diferencial de su radio resulta:

$$\delta W_{superficial} = F_{superficial} dR = \sigma_s dA dR = \sigma_s d(4\pi R^2) dR = 8\pi R \sigma_s dR.$$
(2.14)

Y el trabajo de expansión en el radio de la gota que se realiza durante este proceso diferencial, se obtiene de la siguiente forma:

$$\delta W_{expansión} = Fuerza \times Distancia = FdR = (\Delta PA)dR = 4\pi R^2 \Delta P dR.$$
(2.15)

Así, igualando (2.14) y (2.15):

$$\delta W_{superficial} = \delta W_{expansión} \tag{2.16}$$

$$8\pi R\sigma_s dR = 4\pi R^2 \Delta P dR \tag{2.17}$$

$$\Delta P = \frac{2\sigma_s}{R}.$$
(2.18)

De (2.18) podemos observar que ΔP es una cantidad positiva por lo que P'' (la presión en la parte cóncava) es mayor que P', la presión atmosférica.

Para obtener la ecuación de Young-Laplace para una superficie curva no esférica partimos del siguiente esquema mostrado en la Figura 2.5:



Figura 2. 5 Porción de superficie curva no esférica, donde R_1 y R_2 representa la distancia desde el centro a la superficie de la porción seleccionada, con *x* y *y* como los lados de la porción, donde al momento de la expansión se les agrega un diferencial en sus respectivas direcciones, dx, dy y dz.

En el cual se considera que la superficie curva no esférica tiene área xy y cualquier punto de su superficie puede ser representado por dos curvas.

Al momento de aplicar energía se genera un cambio en la superficie del área, que se puede expresar de la siguiente forma:

$$dA = A_2 - A_1 = (x + dx)(y + dy) - xy, \qquad (2.19)$$

$$dA = xdy + ydx. (2.20)$$

De la definición del cambio de energía superficial

$$dE_s = \sigma_S dA. \tag{2.21}$$

Sustituyendo (2.20) en (2.21)

$$dE_s = \sigma_s(xdy + ydx). \tag{2.22}$$

Y calculando el trabajo realizado debido a la expansión de la burbuja

$$dW_{expansión} = F \cdot dR = (\Delta PA)dz, \qquad (2.23)$$

$$dW_{expansión} = \Delta P x y dz. \tag{2.24}$$

Ahora, considerando que el valor de los ángulos de la superficie curva θ y α son muy pequeños, podemos observar del esquema que las partes de la superficie toman forma de triángulos similares, así, podemos ver que la razón de las longitudes de crecimiento es igual en cada triángulo, es decir:

$$\frac{x+dx}{R_1+dz} = \frac{x}{R_1},$$
(2.25)

$$\frac{y+dy}{R_2+dz} = \frac{y}{R_2}$$
 (2.26)

Desarrollando (2.25) y (2.26):

$$1 + \frac{dx}{x} = 1 + \frac{dz}{R_1}.$$
 (2.27)

$$dx = \frac{x}{R_1} dz. \tag{2.28}$$

69

$$1 + \frac{dy}{y} = 1 + \frac{dz}{R_2}.$$
 (2.29)

$$dy = \frac{y}{R_2} dz. \tag{2.30}$$

Ahora, de (2.28) y (2.30) en (2.22):

$$dE_{s} = \sigma_{S} \left(x \left(\frac{y}{R_{2}} dz \right) + y \left(\frac{x}{R_{1}} dz \right) \right),$$
(2.31)

$$dE_s = \sigma_s \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) xydz.$$
 (2.32)

Igualando (2.32) con (2.24):

$$dW_{expansión} = dE_s, \tag{2.33}$$

$$\Delta Pxydz = \sigma_S \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) xydz, \qquad (2.34)$$

$$\Delta P = \sigma_S \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right). \tag{2.35}$$

(2.35) Es la expresión para la ecuación de Young-Laplace, o presión de Laplace, para una superficie curva arbitraria donde cualquier punto puede ser representado por dos radios ortogonales R_1 y R_2 , los cuales forman la curvatura de la superficie. Además, con ΔP conocida, la curvatura de la superficie puede ser determinada en el equilibrio, utilizando la ecuación Young-Laplace.

2.3. Presión osmótica

La composición y estructura del cuerpo humano es bastante compleja, dentro de él suceden procesos increíbles y la ósmosis es uno de ellos. Para ejemplificar este

proceso partamos por recordar que nuestro cuerpo está compuesto por distintos tipos de sistemas orgánicos, que son grupos de órganos que trabajan de forma conjunta para realizar alguna función en específico, como el sistema nervioso, que es el encargado de la reacción de nuestro cuerpo a su entorno mediante receptores sensoriales, o el sistema tegumentario, es decir, la piel, el sistema digestivo, circulatorio, entre otros [7].

Los órganos son estructuras compuestas de distintos tipos de tejidos, que a su vez se componen de un gran conjunto de células. Cada órgano cumple su respectiva función, por ejemplo, los pulmones, que es donde se produce el intercambio de oxígeno y el dióxido de carbono. Las células juegan un papel importantísimo en la estructura y composición de los tejidos y en general del cuerpo humano, ya que son la unidad de vida básica [7].

En la Figura 2.6 que se muestra a continuación, se busca ilustrar la estructura del cuerpo humano de acuerdo a la siguiente secuencia de sus componentes: **cuerpo humano – sistema orgánico – órgano – tejido – célula**.



Figura 2.6 (a) Cuerpo humano, (b) Sistema orgánico: Sistema cardiovascular,

(c) Órgano: Corazón, (d) Tejido: Capilar, (e) Célula: Eritrocito [7].

Es importante recalcar que, así como nuestro cuerpo se compone de sistemas orgánicos, cuyos órganos son similares por su estructura o tipo de tejido predominante, también se compone de aparatos, en los cuales sus órganos no necesariamente son similares ni hay un tipo tejido predominante.

Ahora, enfocamos nuestra atención en el sistema cardiovascular, el cual se compone principalmente del corazón y los vasos sanguíneos, que proporcionan

oxígeno, nutrientes, hormonas y otras sustancias disueltas en la sangre a las células tisulares donde se realizan los intercambios.

En este sistema, el corazón se encarga de bombear sangre a cada rincón del cuerpo por medio de los vasos sanguíneos, proceso bastante riguroso que comienza transportando sangre desde el lado derecho del corazón a los pulmones por medio de las arterias pulmonares, lugar donde se toma el oxígeno y se descarga dióxido de carbono [7].

La sangre rica en oxígeno se drena desde los pulmones y regresa al lado izquierdo del corazón a través de las venas pulmonares, proceso llamado circulación pulmonar. La sangre devuelta se bombea fuera del corazón en la aorta, que fluye por las arterias que se ramifican para nutrir a los tejidos corporales, como se observa en la Figura 2.7. La sangre pobre en oxígeno circula desde los tejidos de vuelta a la aurícula derecha a través de las venas sistemáticas, proceso llamado circulación sistémica [7].



Figura 2. 7 Circulación sistémica y pulmonar. Siendo el lado izquierdo del corazón el responsable del bombeo del circuito sistémico y el lado derecho del circuito pulmonar. (Solo se muestra una arteria pulmonar por practicidad siendo que en realidad son dos) [7].

Llega un punto en el proceso en el que las arterias descargan la sangre en los capilares, donde se lleva a cabo el intercambio de líquidos, nutrientes, electrolitos,

hormonas y otras sustancias en la sangre y en el líquido intersticial. Esto es posible ya que las paredes del capilar son muy finas y tienen muchos poros capilares diminutos, los cuales son permeables al agua y a otras moléculas pequeñas [8].

Este intercambio de sustancias se debe al movimiento neto que presentan las moléculas en dirección al gradiente de concentración, movimiento que recibe el nombre de difusión [36]. Este proceso de difusión lo analizaremos en dos etapas: Intercambio **Capilar – Líquido intersticial** e intercambio **Líquido intersticial** – **Tejido**, apoyándonos de la Figura 2.8:





Una sexta parte del volumen total que se encuentra en nuestro cuerpo es el espacio que existe entre las células, espacio conocido como el intersticio [10]. El líquido de estos espacios es el líquido intersticial, el cual contiene casi los mismos componentes que el plasma, excepto por concentraciones mucho más bajas de proteínas, ya que las proteínas no atraviesan los poros de los capilares [8], lo que nos lleva a la primera etapa del proceso de difusión, el intercambio de sustancias **Capilar – Líquido intersticial,** que se lleva a cabo en la zona que muestra la Figura 2.9:



Figura 2. 9 Intercambio de sustancias del tipo Capilar – Líquido intersticial [9]. En este intercambio se lleva a cabo la difusión de sustancias a través de las membranas capilares.

Zona en la que las proteínas y nutrientes que contiene el plasma y las células de nuestra sangre tienden a provocar una atracción sobre las moléculas de agua que se encuentran en el líquido intersticial, por lo que el agua se difunde a través de los poros capilares hacia el interior de los capilares, y de igual forma los nutrientes se difunden hacia el exterior de estos, con el fin de llegar a las células tisulares.

Cada segundo se difunde bastante agua en ambas direcciones a través de la membrana del eritrocito, aproximadamente 100 veces el volumen de la propia célula. Sin embargo, la cantidad difundida de sustancias en ambas direcciones está equilibrada de tal forma que el movimiento neto de sustancias es cero.

Reconocemos como ósmosis a este proceso de difusión neta de agua a través de una membrana con una permeabilidad selectiva, que se lleva a cabo desde una región con una concentración alta de agua a otra que contiene una concentración baja o con una gran cantidad de solutos [8].

En la Figura 2.10 podemos observar algunas de las fuerzas principales que determinan si la difusión será hacia el líquido intersticial o en sentido opuesto:



Figura 2. 10 Fuerzas de Starling, correspondientes a la presión ejercida por el flujo a través de la membrana capilar (P_c , P_{if}) y a la presión osmótica tanto del líquido intersticial como del plasma en el capilar (M_p , M_{if}) [8].

Estas fuerzas reciben el nombre de fuerzas de Starling en honor al fisiólogo que demostró su importancia por primera vez, y se definen de la siguiente forma [8]:

- La presión capilar (*P_c*), que tiende a forzar la salida del líquido a través de la membrana capilar.
- La presión del líquido intersticial (*P_{if}*), que tiende a forzar la entrada del líquido a través de la membrana capilar cuando la *P_{if}* es positiva, pero fuerza la salida cuando la *P_{if}* es negativa.
- La presión coloidosmótica del plasma en el capilar (Π_p), que tiende a provocar ósmosis de líquido hacia el interior a través de la membrana capilar.
- La presión coloidosmótica del líquido intersticial (Π_{if}), que tiende a provocar la ósmosis del líquido hacia el exterior a través de la membrana.

Si la suma de las fuerzas de Starling, es decir, la presión de filtración neta, es positiva, habrá filtración neta de líquidos a través de los capilares, de lo contrario, habrá una absorción neta de líquido desde los espacios intersticiales hacia los capilares [8].

La presión hidrostática en los capilares debida al flujo de sangre tiende a empujar al líquido y a las sustancias disueltas a través de los poros capilares hacia espacios intersticiales. Por el contrario, la presión osmótica provocada por las proteínas que se encuentran en el plasma, mejor conocida como presión coloidosmótica, tiende a provocar el movimiento del líquido por osmosis desde los espacios intersticiales hacia la sangre. Esta presión osmótica ejercida por las proteínas plasmáticas se da debido a la pérdida significativa del bulto del volumen desde la sangre hacia los espacios intersticiales [9,12]. Además de las proteínas plasmáticas, aquellas moléculas o iones que no atraviesan los poros de una membrana semipermeable, como la del capilar, también ejercen una presión osmótica. Para distinguir esta presión osmótica que se produce en la membrana celular se denomina presión coloidosmóstica o presión oncótica [35]. El término presión coloidosmótica se debe a que la solución de proteínas se parece a una solución coloidal [8].

La segunda etapa de difusión, el intercambio de sustancias **Líquido intersticial – Tejido** o **Célula**, se lleva a cabo en la zona mostrada en la Figura 2.11:



Figura 2. 11 Intercambio de sustancias del tipo Líquido intersticial – Tejido o célula [9].

Esta etapa consiste en el proceso de difusión en el que algunas de las sustancias que provienen de la sangre y otras del líquido intersticial interactúan con las células tisulares, sustancias que forman parte de lo que conocemos como líquido extracelular, que se define por ser el líquido que se encuentra en los espacios exteriores a las células, espacios donde se encuentran los iones y nutrientes que necesitan las células para mantenerse vivas.

Este líquido extracelular está en movimiento constante y se transporta por medio de la sangre, ocupando una tercera parte del líquido que se encuentra en nuestro cuerpo. También, dentro de las células se encuentra una gran parte del líquido que compone al cuerpo humano, y recibe el nombre de líquido intercelular [8].

Las células están cubiertas por una capa que recibe el nombre de membrana celular, o membrana plasmática. La membrana celular es una estructura elástica, fina y flexible que tiene un grosor que oscila entre 7.5 - 10 nm. Está formada casi totalmente por proteínas y lípidos, y muestra una estructura bastante curiosa, formada por una bicapa lipídica, que es una película fina de doble capa de lípidos con tan solo una molécula de grosor que rodea de forma continua toda la superficie celular [8], ejemplo mostrado en la Figura 1.12.



Figura 2. 12 Bicapa lipídica [11]. Formada por moléculas de fosfolípidos, las cuales se alinean de tal forma que sus extremos hidrófobos, es decir, solubles solo en grasas, tienen a ser repelidos por el agua, provocando que se atraigan mutuamente

en la zona media de la membrana, dejando el extremo hidrófilo (soluble en agua) en las superficies.

La bicapa lipídica básica está formada por moléculas de fosfolípidos. Un extremo de cada molécula de fosfolípido es hidrófilo, es decir, soluble en agua, y el otro es hidrófobo, soluble solo en grasas. Como las porciones hidrófobas de las moléculas de fosfolípidos son repelidas por el agua, pero se atraen mutuamente entre sí, tienden naturalmente a unirse unas a otras en la zona media de la membrana.

Las porciones hidrófilas de fosfato constituyen entonces las dos superficies de la membrana celular completa que están en contacto con el agua intracelular en el interior de la membrana y con el agua extracelular en la superficie externa [8].

Uno de los procesos básicos que da lugar al transporte a través de la membrana celular, ya sea a través de la bicapa lipídica o a través de las proteínas, es la difusión. La difusión a través de la membrana celular se divide en dos subtipos: difusión simple y difusión facilitada.

Difusión simple significa que el movimiento cinético de las moléculas o de los iones se produce a través de una abertura de la membrana o a través de espacios intermoleculares sin ninguna interacción con proteínas transportadoras de la membrana. La velocidad de difusión depende de la cantidad de sustancia disponible, la velocidad del movimiento cinético y del número y tamaño de las aberturas de la membrana por las que se pueden mover las moléculas o iones.

81

La difusión facilitada es cuando interviene una proteína transportadora, la cual ayuda al paso de las moléculas o iones a través de la membrana mediante su unión química [8].

El proceso de difusión es el que da lugar a la ósmosis, la cual, como se mencionó anteriormente, sucede debido a la diferencia de concentración de solutos en el líquido, donde el número de solutos en una concentración se mide en osmoles. Un osmol (*osm*) es igual a 1 mol (1 *mol*= $6.02x10^{23}$) de partículas de soluto. Cuando una solución tiene 1 mol de glucosa en cada litro tiene una concentración de 1 osm/l. En general, se utiliza el término miliosmol (*mOsm*), que es $\frac{1}{1000}$ osmoles, ya que el osmol es una actividad demasiado grande para expresar la actividad osmótica de los solutos en los líquidos corporales [8].

El término osmolalidad se refiere a la concentración de una solución expresada en osmoles por kilogramo de agua, y osmolaridad cuando se expresa en osmoles por litro de solución. En la Figura 2.13 analizaremos cómo distintas concentraciones de solutos no difusibles por la membrana celular pueden llegar a modificar a las propias células:



Figura 2. 13 Efectos de soluciones isotónicas (A), hipertónicas (B) e hipotónicas (C) sobre el volumen celular, los cuales dependen directamente de la osmolaridad de la solución, es decir, la concentración de solutos en el líquido por litro [8].

Si una célula se coloca en una solución de solutos no difusibles con osmolaridad de $280 \frac{mOsm}{l}$, esta no sufrirá ningún tipo de modificación ya que la concentración en los líquidos extracelular e intracelular es igual y los solutos no pueden entrar ni salir de la célula. Este tipo de solución se llama isotónica.

Una solución hipotónica es aquella que tiene una concentración de solutos no difusibles menor a $280 \frac{mOsm}{l}$ Lo que provoca que, al ingresar una célula a una solución de este tipo, la célula tienda a hincharse debido a la difusión de agua hacia el interior, diluyendo el líquido intracelular al exterior hasta que ambas soluciones tengan la misma osmolaridad.

Una célula que se encuentra en una solución hipertónica se contrae debido a que el agua saldrá de la célula hacia el líquido extracelular concentrando el líquido intercelular y diluyendo el extracelular. La contracción se detendrá hasta que las concentraciones de ambas soluciones se igualen [8].

Ahora, desde un punto de vista cuantitativo:

Podemos representar el flujo de volumen a través de una membrana como el número de poros de la membrana multiplicado por el flujo de volumen por poro:

$$Q_V = Nq_V, \tag{2.36}$$

donde, Q_V representa el flujo macroscópico total observado, N es el número de poros, y q_V es el flujo a través de un poro [12]. Considerando un flujo laminar, el cual se define por ser el movimiento intensamente ordenado de un fluido y se caracteriza por tener capas no alteradas, flujo que generalmente lo realizan los fluidos altamente viscosos, como aceites a bajas velocidades. El flujo a través de cada poro se obtiene de la Ley de Poiseuille, donde el flujo a través de una pipa cilíndrica recta de radio a y longitud δ está dado por:

$$q_V = \frac{\pi a^4}{8y\delta} \Delta P, \qquad (2.37)$$

donde η es la viscosidad del fluido [12]. El flujo macroscópico observado, J_V , es el flujo por unidad de área de la membrana por unidad de tiempo.

$$J_V = \frac{Nq_V}{A}.$$
(2.38)

De (2.36) y (2.37), y considerando $n = \frac{N}{A}$ como la densidad de poros de la membrana:

$$J_V = nq_V = \frac{n\pi a^4}{8\eta\delta} \Delta P.$$
(2.39)

De acuerdo a esta ecuación, el flujo macroscópico observado está relacionado a la diferencia de presión por medio de un coeficiente que contiene el ancho de la membrana, δ , la densidad de los poros de la membrana, n, y la viscosidad del fluido, η . Esta relación pueda ser reescrita de la siguiente forma:

$$J_V = L_p \Delta P, \tag{2.40}$$

donde, $I_p = \frac{n\pi a^4}{8y\delta}$ parámetro determinado completamente por las características de la membrana y la viscosidad del fluido [12]. Este coeficiente relaciona el flujo del fluido y la diferencia de presión, y se le conoce por el nombre de coeficiente de filtración, conductividad hidráulica o permeabilidad hidráulica.

En 1887, van't Hoff argumentó a partir de los resultados de Pfeffer, considerando a los gases en equilibrio con las soluciones, que la presión osmótica debe ser dada por:

$$\varphi = RTC_s, \tag{2.41}$$

donde *R* es la constante de los gases $(0.082 \frac{Latm}{Kmol})$, *T* es la temperatura absoluta, y *C* es la concentración molar del soluto en el compartimento interior [12]. (66) es conocida como la ley de van t Hoff, con la cual podemos obtener la presión osmótica debida a un soluto *s*. En una mezcla, la presión osmótica debida a cada partícula de soluto se suma, dando como resultado [12]:

$$\varphi = RT \sum C_s. \tag{2.42}$$

La concentración en la ley de van't Hoff, $\sum C_s$, se refiere a la concentración de las partículas del soluto osmóticamente activas en la solución. Compuestos orgánicos como la glucosa típicamente se disuelven en una partícula por cada molécula de soluto, y para estos compuestos C_s es la misma que la concentración molar. Por otro lado, las sales fuertes se disocian para formar más de una partícula por cada mol de sal. Por ejemplo, *NaCl* se disocia en una solución para formar un *Na*⁺ y un

ion Cl^- . La concentración de las partículas osmóticamente activas es el doble de la concentración de NaCl [12].

Ya que las soluciones reales no son ideales, la ecuación de van't Hoff debe ser modificada para incluir un término de corrección, el coeficiente osmótico, φ_s :

$$\varphi = RT \sum \varphi_s C_s. \tag{2.43}$$

De manera experimental, el coeficiente osmótico puede obtenerse de la siguiente forma:

$$\varphi_{s} = \frac{\varphi \text{ observada}}{\varphi \text{ calculada}} = \frac{\varphi \text{ observada}}{RTC_{s}}.$$
(2.44)

Los valores de φ_s varian con la temperatura, concentración, y naturaleza del soluto.

A concentraciones fisiológicas:

$$\varphi_{NaCl} = 0.93, C_{NaCl} = 150 \frac{mmol}{L}$$
 (2.45)

Así, de (2.45) en (2.43):

$$\varphi = RT2\varphi_{NaCl}C_{NaCl},$$

$$= (0.082 \frac{Latm}{Kmol}) (310 \ K)(2)(0.93)(150 \frac{mmol}{L}),$$

$$\varphi = 7.09 \ atm.$$
(2.46)

La cual es una gran presión a escala fisiológica [12].

Capítulo III: Presión de disyunción e interacciones

En este capítulo abordaremos el concepto de presión disyuntiva, o también llamada, de disyunción. Para revisarlo, partiremos de un análisis simple de las interacciones entre superficies, entre ellas, la interacción de Coulomb, de van der Waals y la interacción estérica.

3.1. Interacción de Coulomb

La ley de Coulomb describe la fuerza de interacción entre cargas puntuales, q_1 y q_2 , en el vacío [32]. Dada por la ecuación:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{q_1 r_1} (\vec{r} - \vec{r}), \ \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0, \tag{3.1}$$

donde $\varepsilon_0 = 8.85 x 10^{-12} \frac{F}{m}$ es la permitividad del vacío y $\varepsilon \ge 1$ es la permitividad relativa del medio. Respecto a un origen definido, \vec{r} es el vector de posición que ubica una de las cargas y \vec{r} \vec{r} el vector que va del origen a la segunda carga [13].

Esta fuerza de interacción a distancia se puede expresar introduciendo el concepto de campo eléctrico, que se define como el límite cuando la razón fuerza-carga de prueba q_0 tiende a cero, es decir,

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \left(\frac{F}{q_0} \right). \tag{3.2}$$

El campo eléctrico en un punto \vec{r} creado por una carga q ubicada en \vec{r} \vec{r} está dado entonces por la relación:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi s_r s_0} \vec{r} - \vec{r}^{**}.$$
(3.3)

En general, si se busca calcular el campo eléctrico en un punto, debido a n cargas, se aplica el principio de superposición, así:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i. \tag{3.4}$$

Ahora bien, para distribuciones de carga, por ejemplo, una superficie, el campo eléctrico se obtiene por la expresión:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int S \frac{\sigma(r^{*})(r^{*} - r^{*}_{3})dS^{*}}{|r - r^{*}|}.$$
(3.5)

Con $\sigma(\vec{r})$ la densidad superficial de carga y $d\vec{S}$ el elemento de superficie. En materiales dieléctricos, la aplicación de campos eléctricos externos produce orientación de los dipolos que lo conforman e induce cargas superficiales σ_p y volumétricas ρ_p ligadas [14]. De esta forma, el campo eléctrico se determina por:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int S \frac{\sigma_p(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r_3}')d\vec{S'}}{|\vec{r}-r'|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int V \frac{\rho_p(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r_3}')d\vec{V'}}{|\vec{r}-r'|}.$$
(3.6)

3.2. Interacción de van der Waals

Las fuerzas de van der Waals actúan en todos los tipos de especies moleculares, sean iónicos, polares o no polares. Estas son divididas de manera conveniente en tres distintas contribuciones, en la que todas dependen de la polarización de las moléculas (Figura 3.1) [28]:



Figura 3. 1 Representación esquemática de las interacciones intermoleculares de van der Waals en las que se muestran dipolos instantáneos, inducidos (nube de electrones alrededor del núcleo) y permanentes (dos átomos juntos con cargas opuestas) [15].

Fuerzas de dispersión: Estas fuerzas nacen de la interacción entre un dipolo instantáneo y un dipolo inducido en una molécula cercana debido a la presencia del dipolo. Un dipolo instantáneo se forma cuando se da una distribución desigual de cargas en una molécula debido a los electrones con carga negativa moviéndose alrededor del núcleo cargado positivamente. Este dipolo instantáneo genera un campo eléctrico que induce un dipolo en una molécula cercana, generando una fuerza atractiva entre los dos dipolos [13,14].

Fuerzas de inducción: Estas fuerzas se llevan a cabo debido a la interacción entre un dipolo permanente y un dipolo inducido en una molécula cercana debido a la presencia del dipolo permanente. El dipolo permanente provoca una alteración en la distribución de electrones de la molécula cercana que lleva a la formación del dipolo inducido. La interacción entre el dipolo permanente y el inducido lleva a una fuerza de atracción entre sus moléculas [16].

Un dipolo permanente solo ocurre en moléculas asimétricas, es decir, que alguno de sus átomos tiene mayor carga negativa que el resto, lo que provoca que este tipo de moléculas no tengan una carga neta (como un todo, la molécula es neutra) recibiendo el nombre de moléculas polares [13,14].

La fuerza de un dipolo está condicionada por el *momento dipolar* $\mu = ql$, donde l es la distancia entre dos cargas +q y – q. Entre mayor sea la magnitud de las cargas, o mayor sea su separación, mayor es el momento dipolar de la molécula [13,14].

Fuerzas de orientación: Estas fuerzas son resultado de la interacción entre dos dipolos permanentes que se encuentran rotando continuamente. Generalmente, cada dipolo giratorio no tiene carga neta, pero existe una ligera fuerza atractiva entre los dipolos debido a que el movimiento de uno de ellos induce el movimiento del dipolo vecino [29]. Cuando la interacción entre los dipolos es lo suficientemente fuerte para alinearlos, la interacción se vuelve de forma electrostática dipolo-dipolo [13,14].

El potencial intermolecular general debido a las interacciones de van der Waals está dado por

91

$$w_{vdW}(s) = -\frac{C_{disp} + C_{ind} + C_{orient}}{(4\pi s_0 s_R)^2 s^6},$$
(3.7)

donde C_{disp} , C_{ind} , y C_{orient} son constantes positivas que dependen de las contribuciones de dispersión, inducción, y orientación, respectivamente, por lo que el signo de la interacción siempre es negativo [13,15].

La magnitud de C_{disp} , C_{ind} , y C_{orient} depende del momento dipolar (en el caso de dipolos permanentes) y de la polarizabilidad (para dipolos inducidos) correspondientes a las moléculas que forman parte de la interacción, cuyo rango es relativamente corto, decreciendo rápidamente conforme aumenta la separación intermolecular ($1/s^6$).

La polarizabilidad es la medida de fuerza de un dipolo inducido en una molécula cuando se encuentra en presencia de un campo eléctrico. A mayor polarizabilidad, la facilidad de inducir un dipolo en una molécula aumenta.

Para la mayoría de moléculas biológicas, la contribución dominante de la interacción de van der Waals es la fuerza de dispersión, con excepción del agua, ya que su mayor contribución es por parte de la fuerza de orientación [13,14].

3.3. Interacción estérica

Cuando dos átomos o moléculas se acercan, sus nubes de electrones se traslapan, lo que provoca que se genere una fuerza repulsiva entre ellas [13,14]. Esta fuerza estérica de traslape es de muy corto alcance e incrementa de manera rápida cuando

92

la separación entre las dos moléculas se vuelve menor que la suma de sus radios $(\sigma = r_1 + r_2).$

Existen distintas ecuaciones que describen la dependencia del potencial en el traslape estérico intermolecular, $w_{steric}(s)$, respecto a la separación molecular, *s*. Entre ellas existe el modelo de *esferas duras*, el cual, asume que la interacción repulsiva es cero cuando la separación es mayor que σ , pero que tiende a infinito cuando es menor a σ [13,14]:

$${}^{W}_{steric} \left({s} \right) = \left({\sigma \over s} \right)^{\infty}. \tag{3.8}$$

Las moléculas son ligeramente compresibles, por lo que el incremento de la repulsión estérica del traslape no es tan radical como lo muestra la ecuación anterior. La ligera compresibilidad de las moléculas es considerada en el modelo de *esferas suaves*, que se describe de la siguiente forma [13,14]:

$${}^{W}_{steric} \left({s} \right) = \left({\sigma \over s} \right)^{12}. \tag{3.9}$$

A separaciones mayores que σ , la repulsión estérica es despreciable, pero a separaciones menores de σ , existe un notorio incremento en el potencial de interacción, lo que nos dice que las moléculas se repelen fuertemente entre ellas [31]. La intensa repulsión que provoca el traslape estérico determina de manera efectiva el tamaño y la forma de los átomos y moléculas, y determina qué tanto pueden acercarse. También tiene una gran influencia en las configuraciones de átomos y moléculas en líquidos y sólidos [13,14].

La repulsión estérica también puede llamarse repulsión osmótica, esto considerando partículas coloidales cuyas superficies están enlazadas con algún polímero, o moléculas de grandes cadenas, de manera covalente (enlace que se da entre dos átomos no metales donde comparten electrones para alcanzar estabilidad) o absorbidas por la superficie.

Donde estás partículas se encuentran en lo que se le conoce como un *buen solvente,* que hace referencia a un solvente donde se llevan a cabo interacciones polímero-solvente con mayor preferencia, es decir, que existe una mayor repulsión entre las cadenas moleculares o polímeros al interactuar entre sí.

Conforme dos partículas coloidales con sus respectivos polímeros cubriendo sus superficies se acercan el uno al otro, la presión osmótica (concepto que se analiza en la sección 2.3 del capítulo II) de la región donde se lleva a cabo el traslape de las nubes de electrones, aumenta de forma drástica debido a necesidad de las cadenas moleculares o polímeros de ocupar el mismo volumen. Esta competición lleva a una interacción repulsiva que debe tomarse en cuenta en cálculos de repulsión entre superficies.

3.4. Presión disyuntiva o de disyunción

Una vez arribado el concepto de coloides y su relación con la presión en el capítulo anterior, continuamos con el análisis de superficies e interfaces de las distintas dispersiones coloidales mencionadas, ya que es ahí donde se llevan a cabo distintos fenómenos, entre ellos, la presión de disyunción.

94

Considerando un sistema gas-líquido-sólido. Si el líquido tiene la capacidad de propagarse sobre una superficie plana, una película del líquido será la transportadora y se desplazará partiendo del depósito de líquido sobre la superficie, como se muestra en la Figura 3.2:



Figura 3. 2 En la imagen se aprecian las tres fases del sistema y cómo la película precursora se desplaza desde el depósito de líquido a través de la superficie horizontal [17].

La propagación es controlada por las propiedades de los fluidos involucrados, al igual que por las distintas fuerzas de interacción que se llevan a cabo en las interfaces del sistema. La película transportadora normalmente tiene dimensiones cercanas a $1\mu m$ de grosor *h*, con capas de múltiples moléculas desarrollándose de manera más lenta en la parte superior de la misma.

Este grosor establecido de la película, h, depende del total de fuerzas interactuando entre el fluido y el sólido en el sistema, siendo la presión que presenta oposición a las fuerzas atractivas entre el fluido y el sólido a lo que nos referimos conceptualmente como **presión disyuntiva**, **o de disyunción**, del sistema [33]. Para entender un poco más la naturaleza de esta presión, tomemos en cuenta la Figura 3.3 [18]:



Figura 3. 3 En esta imagen podemos ver una capa de grosor h (2), que separa a dos placas, (1) y (3), que representan dos fases, no necesariamente de la misma naturaleza.

Existe una forma de medir la interacción entre las dos placas en términos del grosor, *h*. Si *h* supera los ~ $10^{-5}cm = 0.1 \ \mu m$, la fuerza total de interacción es nula. En cambio, si *h* < $10^{-5}cm$, la fuerza total de interacción aparece. La fuerza total de interacción dividida por la superficie del área de la placa tiene dimensiones de presión y recibe el nombre de **presión de disyunción** [18].

Es importante mencionar que el término de presión de disyunción puede llegar a malinterpretarse, ya que la presión mencionada anteriormente puede representar

tanto a la repulsión entre las dos placas, es decir, disyunción, como a la atracción entre las dos placas, o conjunción.

En la proximidad de cualquier interfaz se encuentran las capas limitantes, que son donde las propiedades de la fase a la que pertenecen difieren del bulto de su respectiva fase. La naturaleza de la presión de disyunción se encuentra en el traslape de las capas limitantes que se encuentra en la cercanía de la línea de contacto de las tres fases. En la Figura 3.4 podemos ver de manera gráfica lo mencionado anteriormente:



Figura 3. 4 (1) Representa el bulto del líquido, (2) son las capas limitantes en la cercanía de la interfaz líquido/aire y líquido sólido, (3) es la región donde las capas limitantes se traslapan, además de ser la región donde las fuerzas superficiales se llevan a cabo [18].

Como consecuencia de la presión de disyunción, se han identificado varios fenómenos que definen sus componentes y los dividen en tres términos: componente molecular o de dispersión, componente electrostático, y el componente estructural.

3.4.1. Componente molecular o de dispersión:

Siendo uno de los componentes de las fuerzas superficiales más investigados, es bien sabido que, a largas distancias, las moléculas neutrales interactúan entre sí, y la energía de esta interacción es proporcional a I a $\frac{cte}{r^6}$, donde, r, es la distancia intermolecular y, *cte*, representa algún valor constante.

Considerando dos placas de distinta composición separadas por una capa delgada de grosor h, como en la Figura 3.3. Asumiendo todas las interacciones de las moléculas del sistema, es posible obtener una expresión para el componente molecular o de dispersión de la presión de disyunción:

$$\Pi_D = -\frac{A}{6\pi h^3},\tag{3.10}$$

donde *A* hace referencia a la constante de Hamaker, llamada así por el científico neerlandés Hugo Christiaan Hamaker, quien llevó a cabo su cálculo hace más de medio siglo [18].

La constante de Hamaker (A) es un coeficiente que relaciona la energía de la interacción de van der Waals (E_{vdW}) con la distancia de separación entre dos

moléculas donde la fuerza de interacción es aditiva por pares e independiente del medio de intervención. Hamaker (1937) calculó la interacción entre moléculas basada en la composición y estructura de las partículas.

Tiempo después, Lifshiz (1956) desarrolló una relación teórica para las fuerzas de interacción colectivas entre las partículas macroscópicas que involucraba la energía de interacción y la distancia de separación de las partículas [17]. Los valores típicos para la constante de Hamaker para fases condensadas, sean líquidas o sólidas, es $A \approx 10^{-19} J$ para interacciones en el vacío [19].

Antes de continuar con el siguiente componente de la presión de disyunción es importante tener en claro la definición de la doble capa eléctrica, (también llamada *EDL*, del inglés *Electric Double Layer*), ya que en la *EDL* es donde se llevan a cabo las interacciones electrostáticas entre las fases, lo que da lugar al componente electrostático de la presión de disyunción.

Las moléculas neutras de muchas sales, ácidos y alcalinos se disocian en iones (aniones - y cationes +) al entrar en contacto con el agua, formando soluciones electrolíticas acuosas, las cuales se definen por conducir corriente eléctrica al disociarse de manera espontánea.

El proceso de disociación es un fenómeno de transformación química en la que la sustancia se descompone generalmente en dos especies llamadas iones. Por ejemplo, *NaCl* se disocia con la formación de un catión *Na*⁺ y un anión *Cl*⁻[18].

99
Es importante saber que, en las soluciones electrolíticas acuosas, la mayoría de las superficies del sólido adquieren carga, y recordando la condición de neutralidad eléctrica, esta requiere concentraciones iguales de aniones y cationes en el bulto de la solución alejada de la superficie cargada.

Por lo que, considerando una distribución de iones en la cercanía de una superficie cargada negativamente que se encuentra en contacto con una solución electrolítica, cerca de esta superficie, de acuerdo a la Ley de Coulomb, los cationes libres son atraídos, y los aniones son repelidos por la misma.

Como resultado, la concentración de cationes es mayor cerca de la superficie y la concentración de aniones es menor que la correspondiente a la del bulto de la solución. La difusión, concepto definido en la sección **2.3 Presión Osmótica** del **Capítulo II: Presión en sistemas coloidales,** en la solución, actúa de manera contraria en comparación de la interacción de Coulomb: disminuye la concentración de cationes cerca de la superficie e incrementa la concentración de aniones.

Debido a estas dos tendencias opuestas cerca de la superficie cargada de forma negativa, se crea una capa de un grosor finito, dentro de la que la concentración de los cationes alcanza su nivel máximo cerca de la superficie y disminuye de manera uniforme conforme se profundiza en la solución hasta llegar al respectivo valor del bulto de dicha fase, mientras que la concentración de aniones incrementa uniformemente desde su valor mínimo, cerca de la superficie, hasta su valor en el bulto conforme se profundiza en la solución [18].

Esta capa, donde el valor de la concentración de cationes y aniones difiere del valor en el bulto de la dispersión, se le conoce como a la parte de difusión de la doble capa eléctrica (*EDL*). El grosor característico de la parte difusiva de la *EDL* es la longitud de Debye, R_i , donde $R_i = \frac{3x10^{-8}}{c_i^2}cm$, donde la concentración electrolítica,

c, se expresa en $\frac{mol}{L}$.

De la expresión anterior es notable que entre mayor sea la concentración electrolítica, la *EDL* reduce su grosor. La *EDL* se compone de dos partes: la superficie cargada (normalmente cargada de forma negativa) cubierta por iones estacionarios, conocida como la capa de Stern, y la parte difusiva o capa difusiva. En la Figura 3.5 se puede observar un diagrama que ilustra la doble capa eléctrica y algunos elementos relacionados [18]:



Figura 3. 5 Doble capa eléctrica (EDL) en la interfaz de un sólido y un líquido [17]. Con: $x_s \equiv$ superficie del sólido, $x \equiv$ plano de corte, $x_{\infty} \equiv$ bulto del líquido,

 $T \equiv$ Potencial zeta, potencial en el plano de corte, $T_{\infty} \equiv$ Potencial en el bulto del líquido (= 0). *Donde*: $x - x_s \equiv$ Capa de Stern, $x_{\infty} - x \equiv$ Capa de difusión (Capa de Gouy).

El grosor de la capa de Stern es solamente del diámetro de una o dos moléculas que consisten en una capa inamovible de iones atraídos fuertemente por la carga de la superficie del sólido. El otro borde de la capa de Stern, donde los iones se pueden mover, es conocido como el plano de corte.

Se puede observar de la gráfica que existe un descenso en el potencial a lo largo de la capa de Stern ($\Psi_S - \Psi$), seguido de una diferencia de potencial exponencial a lo largo de la capa de difusión entre el plano de corte y el bulto de la solución ($\Psi - \Psi_{\infty}$); al bulto de la solución se le designa un potencial de referencia igual a 0.A la diferencia entre el potencial del plano de corte y el potencial del bulto del fluido se le conoce como potencial zeta [17].

Una vez aclarado el concepto de EDL, abordamos la siguiente definición de uno de los componentes de la presión de disyunción:

3.4.2. Componente electrostático:

Retomando el esquema de la Figura 3.3, en una solución electrolítica acuosa, se asume que las placas son de carga igual u opuesta, es decir, que cada una cuenta con su doble capa eléctrica. Por lo que, es importante destacar que si la distancia

entre las placas es $h \gg R_d$, las EDLs de las placas no se traslapan y no se lleva a cabo interacción electrostática entre las placas.

Por otro lado, si h es comparable con R_d , entonces las EDLs se traslaparán, lo que da lugar a la interacción entre las placas. Si estas tienen la misma carga, sus capas de difusión tendrán la misma carga también, es decir, habrá repulsión como consecuencia del traslape por lo que se considera que el comportamiento de la componente electrostática de la presión de disyunción es positiva para este caso.

Si las placas tienen cargas opuestas, la atracción entre ellas será notable debido a su traslape, y el componente electrostático de la presión de disyunción será negativo [18].

Existen varias expresiones para el componente electrostático de la presión de disyunción. En el caso de considerar el potencial zeta (Ψ_{ξ_1} , Ψ_{ξ_2}) de ambas superficies, la siguiente expresión es válida:

$$\Pi_{\rm E}({\rm h}) = \frac{\frac{\epsilon^{\rm m^2}}{8\pi} 2\Psi_{\xi_1} \Psi_{\xi_2} \cosh{\rm mh} - (\Psi^2 + \Psi^2)}{\sinh^2{\rm mh}},$$
(3.11)

donde $\frac{1}{\kappa} = R_d$ y ε es la constante dieléctrica o permitividad relativa, la cual describe cómo un campo eléctrico afecta y es afectado por un medio [18]. De (3.11) podemos notar que la presión de disyunción no se anula en caso de que solo una de las dos superficies esté cargada ($\Psi_{\xi_1} = 0$, ó, $\Psi_{\xi_2} = 0$).

Físicamente esto es posible debido a la deformación de la doble capa eléctrica cuando la distancia entre las superficies es menor al radio de Debye, es decir, $h < R_d$. La teoría que descansa en el cálculo de la presión de disyunción basado en los

dos componentes mencionados, es decir, el componente de dispersión, $\Pi_D(h)$, y el componente electrostático, $\Pi_E(h)$, se le conoce como la teoría de DLVO, esto por el nombre de sus autores (B.V. Derjaguin, L.D. Landau, E.J. Verwey y J.T.G. Overbeek) [29,30]. De acuerdo a esta teoría, la presión de disyunción total es la suma de los dos componentes, es decir:

$$\Pi(h) = \Pi_D(h) + \Pi_E(h). \tag{3.12}$$

Por medio de la teoría de DLVO fue posible la explicación de un gran número de datos experimentales relacionados a la estabilidad de las suspensiones y emulsiones coloidales. Después se llegó a la conclusión de que estos dos componentes por sí solos eran insuficientes para explicar los fenómenos que se dan en películas delgadas líquidas, capas y en dispersiones coloidales [18].

3.4.3. Componente estructural:

Este componente de la presión de disyunción es causado por la orientación de las moléculas de agua en la cercanía del sustrato de la solución/sólido acuoso, o de las interfaces solución acuosa/aire. Es importante mencionar que todas las moléculas de agua pueden ser modeladas como dipolos eléctricos, los cuales consisten de dos cargas iguales de cargas opuestas separadas por una distancia *d*.

Esto se debe a que los dos electrones pertenecientes a los dos átomos de hidrógeno se desplazan hacia el átomo de oxígeno, conteniendo la mayor densidad electrónica y creando un polo negativo donde está el oxígeno. Del otro lado, dos polos positivos

donde se encuentran los átomos de hidrógeno debido a la baja densidad electrónica [18].

En la cercanía de la interfaz cargada negativamente, la parte positiva de los dipolos de agua son atraídos a la superficie, esto da lugar a que la parte negativa de los dipolos de agua se oriente en dirección opuesta. Por lo que los demás dipolos de la solución se encuentran con la parte cargada negativamente de los dipolos ya orientados, formando así, la siguiente capa de dipolos, que recibe el nombre de *capa de hidratación*.



Figura 3. 6 Formación de la capa de hidratación de dipolos de agua en la cercanía de la interfaz cargada negativamente [18].

Existe una ecuación aproximada, la cual muestra la dependencia del componente estructural de la presión de disyunción respecto al grosor de la película liquida:

$$\Pi_s(h) = K e^{-\lambda h},\tag{3.13}$$

donde *K* y λ son constantes. Siendo, $\frac{1}{\lambda} \approx 10 - 15$ Å, el grosor característico de la capa de hidratación [18].

Es asumido que la presión de disyunción de una película acuosa delgada es igual a la suma de los tres componentes pertenecientes a las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.13):

$$\Pi(h) = \Pi_D(h) + \Pi_E(h) + \Pi_s(h).$$
(3.14)



Figura 3. 7 Dos tipos de isotermas de la presión de disyunción: (1) humectación completa; (2) humectación parcial. Donde la curva 1 representa el componente de dispersión de la presión disyuntiva y la curva 2 pertenece a la suma de los tres componentes de la presión disyuntiva [18].

En la Figura 3.7 se presenta la dependencia de la presión de disyunción respecto al grosor de la película plana líquida en el caso de humectación completa, a la que pertenece la curva 1 y corresponde al componente molecular o de dispersión de la presión de disyunción, $\Pi_D(h)$, por ejemplo, gotas de aceite sobre sustrato de vidrio.

De igual forma, en el caso de humectación parcial, que aparece en la curva 2, corresponde a la suma de los tres componentes de la presión de disyunción, (3.14), por ejemplo, soluciones electrolíticas acuosas sobre sustrato de vidrio [18].

En la Figura 3.8 se muestra una gráfica donde traslapan los distintos componentes de las presión de disyunción, (Π_D , Π_E , Π_S), con la presión de disyunción total (Π_T) contra el grosor de la película *h*.



crosor ac la peneula, re

Figura 3. 8 Gráfica del traslape de los distintos componentes de la presión disyuntiva M_T , donde se muestra el componente electrostático M_E , estérico M_S y de dispersión o de van der Waals M_D [5].

3.4.4 Presión de disyunción en materia condesada blanda y biofísica

El concepto de presión disjunta ha sido considerado en diferentes sistemas de la materia condensada blanda, incluyendo aquellos que se encuentran dentro de la biofísica. A continuación, se revisa brevemente la presión disjunta en cada una de estas áreas.

La materia condensada blanda abarca sistemas como micelas, emulsiones, liposomas, fases de tensioactivos, líquidos complejos, etc. Es una rama de la Física que se enfoca en estudiar el comportamiento a un nivel mesoscópico utilizando técnicas como Dispersión de rayos X a ángulos pequeños (SAXS, Small Angle X-Ray Scattering), Microscopía confocal y métodos de calorimetría, entre otras.

Espumas generadas por un tensioactivo zwiteriónico, como C14DMAO, permite introducir la presión disjunta para estudiar la estabilidad de la espuma en función de la concentración de tensioactivo [20]. Los resultados de este estudio muestran que las curvas de presión disjunta $\Pi v h$ (espesor de la película que forma la espuma), obtenidas a baja concentración de tensioactivo, son muy importantes para estudiar su estabilidad.

En lípidos, El-Beyrouty et al [21] usan la presión disjunta para estudiar el efecto de esta en la tensión superficial y cuantificar las interacciones lípido–lípido en presencia de colesterol. Mediante dos gotas en contacto, los autores miden el ángulo de contacto entre las gotas y determinan la tensión superficial.

Por otra parte, Rozhkov y Goryunov proponen un "enfoque cualitativo para la descripción de los estados y transformaciones de soluciones de proteínas saturadas

a baja y alta temperatura" [22]. En el rango de temperaturas estudiado, los estados conformacionales de las proteínas y las interacciones intermoleculares y de hidratación, son modificadas debido a la presión disjunta.

Esta, es introducida dentro de la condición de equilibrio mecánico de las moléculas en el estado N, que conforman las proteínas. Así, la presión necesaria para proteínas parcialmente desnaturalizadas se puede representar como:

$$P_{\underline{\gamma}} = P_{\underline{\gamma}} + \Pi,$$
(3.15)

donde γ es tensión superficial, R_1 es el radio de la proteína y R_2 es el radio de la microfase que rodea la proteína. La presión disjunta se interpreta en este caso como "la presión que ejerce la capa intermedia de agua entre la proteína y las microfases" [22].

En palabras de estos mismos autores: "La teoría de fuerzas de capilaridad y presión disjunta para partículas a nivel manoscopio no ha sido desarrollada de manera suficiente" [22]. Sin embargo, el concepto de presión disjunta se puede seguir estudiando en sistemas de materia condensada blanda y biofísica para comprender fenómenos superficiales como la movilidad de bacterias sobre una superficie, la fusión de liposomas y de células y la interacción de la superficie de macromoléculas con la membrana celular.

Conclusiones y perspectivas

Se ha realizado la revisión del concepto de presión comenzando por sus generalidades, entre otras definiciones y conceptos que ayudan a crear una base sólida de conocimientos útiles para profundizar en el análisis de distintos sistemas en los que el concepto de presión interviene de forma relevante.

Entre estos sistemas, fueron estudiados fenómenos con los que se llega a interactuar de manera frecuente y forman parte de nuestra cotidianidad, tales como la diferencia de presión llegando a un equilibrio con la tensión superficial que se provoca en una gota de rocío, conocida como presión de Laplace, o la importancia de la presión osmótica en el proceso necesario para llevar a cabo la difusión de nutrientes y sustancias a través de las membranas capilares que llegan a todos los rincones de nuestro cuerpo.

También se abarcó el concepto de presión disyuntiva, el cual conduce al estudio de algunas de las interacciones principales entre superficies como lo son la interacción electrostática, de van der Waals e interacción estérica, siendo una oportunidad de estudio en el área de biofísica y materia condensada blanda.

La perspectiva de este trabajo es importante puesto que puede servir para revisar otros conceptos físicos que son utilizados en materia condensada blanda y biofísica. Por ejemplo, las unidades de presión son $\frac{N}{m^2}$ y también son de forma equivalente $\frac{1}{m^3}$ es decir, energía por unidad de volumen. Esta idea está presente en Teoría electromagnética donde la densidad de energía que trasporta la onda ejerce una

"presión de radiación" en una superficie. Otro ejemplo se presenta en la ecuación de Bernoulli, donde cada término de la ecuación, tiene unidades de energía por unidad de volumen.

Otra extensión del trabajo, es un análisis amplio de la presión disjunta y su importancia para comprender el mojado de superficie tanto en superficies hidrófilas como hidrófobas y su función en interfaces biológicas.

Referencias

- H. D. Young and R. A. Freedman, Sears and Zemansky's Univiversity Physics with Modern Physics, 12th ed. Sansome St., San Francisco: Pearson Addison-Wesley, 2008.
- [2] R. Chang, *Physical Chemistry for the Chemical and Biological Sciences*, 3rd ed. University Science Books, 2000.
- [3] D. Resnick, R. & Halliday, *Physics Part One*. USA: Continental, 1977.
- [4] Y. A. Cengel and J. M. Cimbala, *Fluid Mechanics. Fundamentals and Applications*. 2006.
- [5] L. L. Schramm, *Emulsions, Foams, and Suspensions: Fundamentals and Applications*. 2006.
- [6] B. P. Binks and T. S. Horozov, *Colloidal particles at liquid interfaces*. Cambridge Universitiy Press, 2006.
- [7] E. N. Marieb, *Essentials of Human Anatomy & Physiology*, 9th ed. Pearson Education, 2009.
- [8] J. E. Hall and A. C. Guyton, *Textbook of Medical Physiology*, 12th ed. .
- [9] D. Mandikian, I. Figueroa, A. Oldendorp, H. Rafidi, and S. Ulufatu, "Tissue Physiology of Cynomolgus Monkeys: Cross-Species Comparison and Implications for Translational Pharmacology.," *AAPS J.*, [Online]. Available: https://doi.org/10.1208/s12248-018-0264-z.
- [10] J. Granger and E. Taylor, "Interstitial Fluid Pressure," vol. 51, no. 3, 1971.
- [11] H. Zhao and P. Lappalainen, "A simple guide to biochemical approaches for analyzing protein-lipid interactions," *Mol. Biol. Cell*, vol. 23, no. 15, pp. 2823– 2830, 2012, doi: 10.1091/mbc.E11-07-0645.
- [12] J. J. Feher, Quantitative Human Physiology. .
- [13] J. R. Reitz, F. J. Milford, and R. W. Christy, *Foundations of Electromagnetic Theory*.
- [14] D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics David J. Griffiths Fourth Edition, vol. 53, no. 9. 2013.
- [15] D. J. McClements, *Food Emulsions*, 3rd ed. 2016.

- [16] M. W. Cole, D. Velegol, H. Y. Kim, and A. A. Lucas, "Nanoscale van der Waals interactions," *Mol. Simul.*, vol. 35, no. 10–11, pp. 849–866, 2009, doi: 10.1080/08927020902929794.
- [17] E. C. Donaldson and W. Alam, *Wettability*. 2013.
- [18] T. F. Tadros, Ed., Colloid Stability: The Role of Surface Forces, PArt II, vol. 2.2007.
- [19] J. N. Israelachvili, Intermolecular and Surface Forces: Third Edition. 2011.
- [20] J. Schulze-Schlarmann, N. Buchavzov, and C. Stubenrauch, "A disjoining pressure study of foam films stabilized by tetradecyl trimethyl ammonium bromide," *Soft Matter*, 2006.
- [21] J. El-Beyrouth, M. Makhoul-Mansour, G. Taylor, S. Sarles, and E. Freeman, "A new approach for investigating the response of lipid membranes to electrocompression by coupling droplet mechanics and membrane biophysics," *Natl. Libr. Med.*
- [22] S. P. Rozhkov and A. S. Goryunov, "Stable, metastable, and supercritical phases in solutions of globular proteins between upper and lower denaturation temperatures," *Byophysics*, 2017.
- [25] Bentsen, Ramon G., and Jun Anli. "A New Displacement Capillary Pressure Model." J Can Pet Technol 15, 1976.
- [26] Hailing, P. J., & Walstra, P. (1981). Protein-stabilized foams and emulsions. C R C Critical Reviews in Food Science and Nutrition.
- [27] Timothy N. Hunter, Robert J. Pugh et al, The role of particles in stabilising foams and emulsions, Advances in Colloid and Interface Science, Volume 137, Issue 2, 2008.
- [28] A. Dalgarno, W.D. Davison, The Calculation of Van Der Waals Interactions, Editor(s): D.R. Bates, Immanuel Estermann, Advances in Atomic and Molecular Physics, Academic Press, Volume 2, 1966.
- [29] Cole, M. W., Velegol, D., Kim, H.-Y., & Lucas, A. A. (2009). Nanoscale van der Waals interactions. Molecular Simulation.
- [30] Badenhoop, J.K., & Weinhold, F. (1997). Natural bond orbital analysis of steric interactions. The Journal of Chemical Physics.

- [31] Gompper, G., & Kroll, D. M. (1989). Steric Interactions in Multimembrane Systems: A Monte Carlo Study. Europhysics Letters.
- [32] Huh, Y., Moon, E.-G., & Kim, Y. B. (2016). Long-range Coulomb interaction in nodal-ring semimetals. Physical Review B.
- [33] Stubenrauch, C., & Klitzing, R. von. (2003). Disjoining pressure in thin liquid foam and emulsion films—new concepts and perspectives. Journal of Physics: Condensed Matter.
- [34] J. Phys. Chem. Lett. 2010, 1, 1, 183–189 November 13, 2009.
- [35] WEIL, M. H., HENNING, R. J., & PURI, V. K. (1979). Colloid oncotic pressure. Critical Care Medicine.
- [36] Peter M. Ray, On the Theory of Osmotic Water Movement, *Plant Physiology*, Volume 35, Issue 6, November 1960.
- [37] Secor, D. T. (1965). Role of fluid pressure in jointing. American Journal of Science.
- [38] Pugh, R. J. (1996). Foaming, foam films, antifoaming and defoaming.Advances in Colloid and Interface Science.
- [39] Ninham, B. W. (1999). On progress in forces since the DLVO theory.Advances in Colloid and Interface Science.
- [40] Ohshima, H. (2012). Electrical Phenomena at Interfaces and Biointerfaces: Fundamentals and Applications in Nano-, Bio-, and Environmental Sciences (1st ed.). Wiley.