



UNIVERSIDAD DE SONORA
DEPARTAMENTO DE INVESTIGACION EN FISICA

157 325
BIBLIOTECA
C. I. F. - U. S.
UNIVERSIDAD DE SONORA

**“DIFRACCION DE ONDAS INTERFERIDAS,
CASO DE SIMETRIA CIRCULAR”**

**TESIS, QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRIA EN
CIENCIAS, PRESENTA**

MARTIN EDUARDO MOLINAR TABARES

**BAJO LA DIRECCION DEL DR. MIGUEL CERVANTES M. Y LA
CODIRECCION DEL DR. ANTON A. LIPOVKA K.**

71069

HERMOSILLO SONORA, MAYO 17 DEL 2002.

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Agradecimientos y dedicatorias.

A Dios por haberme permitido llevar a cabo y culminar esta meta por tantos años anhelada.

A mi esposa Nidia y a mis hijos Guillermo Alberto e Irina Alejandra, por soportar tantas desveladas y ratos de mal humor durante mis estudios.

A los doctores Miguel Cervantes Montoya y Anton Lipovka, por haberme guiado durante el proceso de este trabajo.

A los señores. sinodales doctores Raúl García Llamas y Amir Maldonado Arce, por sus comentarios y correcciones relativas a este trabajo.

A los maestros, doctores Germán Campoy Güereña, Rodrigo Meléndrez Amavizca, Thomas Piters Droog, Felipe Ramos Mendieta y Ricardo Rodríguez Mijangos.

A mis compañeros Julio Campos García, Carlos Figueroa Navarro, Sandra Luz Gastélum Acuña y Angel Yocupicio, con quienes comparto buenos recuerdos de las épocas de estudiantes del programa.

Al personal del Departamento de Investigación en Física, especialmente a Sandra Mireya León González y Gildardo Vázquez Arvizu.

A Guillermo Tvarez Soto (+), quien siempre me dijo que era una necesidad seguir estudiando y que mejor me dedicara a trabajar, y a María Luisa Vargas Castro (+), quienes seguramente se encuentran llenos de orgullo y a quienes espero ver en el futuro.

Martín E. Molinar – Tapares, Mayo del 2002.

Prefacio.

Este trabajo es realizado para cumplimentar el requisito para obtener el grado de Maestro en Ciencias dentro del Posgrado en Física de la Universidad de Sonora.

El concepto central en este trabajo es el de una estructura tridimensional de energía luminosa que sirve para atrapar partículas microscópicas.

El trabajo consta de cuatro capítulos y un apartado donde se citan las referencias bibliográficas. En el primero se describe sin grandes detalles el funcionamiento de una trampa. Posteriormente en el mismo capítulo se enlistan varios tipos de trampas, señalando sus características.

En el segundo capítulo se repasan los resultados de los antecedentes de la línea de investigación de difracción de haces interferidos, ya que con base en ella se construye la rejilla toroidal dipolar óptica (RTDO o TODG, por sus siglas en inglés) propuesta; esto es debido a que en los textos no hay una referencia a este fenómeno.

En la tercera parte de este trabajo se detalla el proceso para construir la rejilla toroidal. En particular nos interesa estimar la flexibilidad y la estabilidad de la RTDO que proponemos con respecto a sus principales parámetros.

En la cuarta parte se señalan las conclusiones del trabajo.

Para hacer un poco mas ilustrativo el trabajo, se muestran esquemas que aparecen en artículos que sirvieron de referencia; en todos los casos, los esquemas fueron obtenidos de páginas web de internet, al pie de cada uno de ellos, el lector podrá conocer la fuente u origen de ellas. Un elemento importante es el de las gráficas, las cuales se obtuvieron haciendo uso de los paquetes Origin 6.1 (1999-2000) y Surfer (Surface Mapping System) 6.01 (1993-1998),

desarrollados por las compañías OriginLab Corporation de Northampton MA. Y Golden Software Inc. de Golden CO., ambas de los Estados Unidos.

Introducción.

Podemos definir una trampa como una región del espacio rodeada completamente por energía de campo electromagnético, lo cual constituye un recipiente donde tenemos partículas pequeñas o átomos encerrados. También, sirven como pinzas para sujetar y posicionar tales partículas o cúmulos de éstas.

En particular fijaremos nuestra atención en una trampa de forma de RTDO, queriendo decir con esto que se trata de una estructura de simetría circular constituida por un cierto número de anillos concéntricos, que confinan a las partículas por la acción de la fuerza dipolar óptica.

Las trampas ópticas son sistemas que recientemente han recibido considerable atención por su aplicación en varios campos, como en el *láser de átomos*, en las *pinzas ópticas para partículas y átomos* y en la *lógica cuántica*, un campo de la computación en el que se trabaja actualmente. Este es un campo relativamente joven, ya que los primeros trabajos datan de 1997, aunque los trabajos pioneros se remontan hasta 1978. En la actualidad, existe una gran actividad encaminada a producir tales estructuras por el interés de aplicarlas en áreas novedosas como la Condensación de Bose-Einstein (CBE o BEC, por sus siglas en inglés).

Este tema fue motivado también por que las trampas que se han usado en el pasado presentan desventajas con respecto a aquellas de naturaleza dipolar óptica. A su vez, estas presentan la ventaja de que pueden confinar diversas especies atómicas independientemente de su momento magnético. Además, este trabajo está circunscrito en una línea de investigación, *difracción de ondas interferidas*, actualmente en desarrollo en nuestro grupo, al cual se desea encontrar aplicaciones.

Este es un trabajo teórico, en el que tratamos de dilucidar el comportamiento, en primera aproximación, de estas estructuras ante cambios o variaciones de los

parámetros mas importantes del sistema. Este estudio lo hacemos con base en la fórmula escalar de la difracción de Rayleigh-Sommerfeld en la aproximación de Fresnel. En particular nos interesa la conducta del sistema en lo tocante a flexibilidad y estabilidad.

El presente estudio esta basado en soluciones numéricas de la mencionada fórmula de difracción, obtenidas con un programa en lenguaje C++ corrido en una computadora personal. Estas soluciones fueron procesadas con un paquete para generar gráficas de tres dimensiones, Origin versión 6.1 y un paquete para generar curvas de nivel, Surfer versión 6.01.

El resultado mas significativo es la obtención de un método novedoso, basado el la difracción de ondas interferidas, para producir una estructura tridimensional de campo electromagnético capaz de funcionar como una RTDO, que es potencialmente útil en el cometido de confinar partículas para lograr con ellas el CBE.

Indice.

1. Algunos tipos de trampas y sus características.	1
1.1. Generalidades del funcionamiento de una trampa.	1
1.2. Tipos de trampas.	7
1.2.1. La trampa magnética.	7
1.2.2. La trampa dipolar óptica.	9
1.2.2.1. El haz de botella óptica.	10
1.2.3. La trampa híbrida.	12
1.2.4. La trampa de superficie gravito – óptica.	12
2. Difracción de ondas interferidas.	14
2.1. Antecedentes.	14
2.2. Difracción de doble rendija de tres haces interferidos en la región de Fresnel.	15
2.3. Difracción de haces múltiples interferidos, a través de una apertura circular.	24
2.4. La rejilla dipolar toroidal.	34
3. Aspectos funcionales de la trampa óptica utilizada.	41
3.1. Características de la trampa.	41
3.2. Análisis de la flexibilidad de la trampa.	42
3.2.1. Comportamiento de la trampa al variar el espesor del etalón.	42
3.2.2. Comportamiento de la trampa al variar el diámetro de la apertura de difracción.	48

4. Conclusiones. 53

5. Bibliografía. 54

1. Algunos tipos de trampas y sus características.

1.1. Generalidades del funcionamiento de una trampa.

Es conveniente que antes de entrar a ver los tipos de trampas que existen, se describa como funciona una trampa. Podemos visualizar a una trampa como una región del espacio rodeada completamente por energía de campo electromagnético, lo cual constituye un recipiente donde tenemos partículas pequeñas o átomos encerrados.

De la mecánica estadística sabemos que hay una relación entre la energía cinética de las partículas y la temperatura. Esto nos hace pensar en que si enfriáramos al sistema para disminuir su temperatura, las partículas disminuirían su velocidad hasta detenerse y quedar atrapadas.

A la temperatura en que se encuentra una habitación, los átomos y las moléculas de las que consiste el aire se mueven en diferentes direcciones, a una velocidad del orden de miles de kilómetros por hora. Bajo estas condiciones es difícil estudiar estos átomos y moléculas, debido a que todas estas desaparecen rápidamente del área que esta siendo observada. En el párrafo anterior se señala que disminuyendo la temperatura uno puede reducir la velocidad, pero el problema es que cuando los gases se enfrían, ellos normalmente se condensan primero en líquidos y entonces se congelan en una forma sólida. En los cuerpos líquidos y sólidos el estudio es mucho más difícil, debido a que los átomos y moléculas están muy cercanos unos a otros. Sin embargo, si el proceso se hace en el vacío, la densidad se puede mantener lo suficientemente baja, para evitar la condensación y el congelamiento. Pero incluso, a temperaturas tan bajas como 3K las partículas tienen velocidades de alrededor de 400km/hr. Solamente cuando se tiende al cero absoluto (0K) la velocidad disminuye de manera importante. Cuando la temperatura esta a un millonésimo de grado ($1\mu\text{K}$) de este punto, los átomos

libres de hidrogeno, por ejemplo, se mueven a velocidades menores de 1 km/hr (25cm/seg).

Steven Chu, de la Stanford University; Claude Cohen-Tannoudji, del Collège de France et École Normale Supérieure; y William D. Phillips, del National Institute of Standards and Technology; desarrollaron métodos donde se usa la luz láser para enfriar gases a temperaturas del rango de μK , manteniendo a los átomos flotando o capturados en diferentes tipos de trampas de átomos. La luz láser funciona como un líquido espeso o melaza óptica, en el que los átomos se mueven lentamente. Los átomos pueden ser estudiados ahí, de forma individual, con muy grande exactitud y su estructura interna puede ser determinada. Al ser capturados mas y más átomos en el mismo volumen, se forma un gas tenue, y sus propiedades pueden ser estudiados en detalle. Este nuevo método de investigación le valió a Chu, Cohen-Tannoudji y a Phillips, el ser reconocidos con el Premio Nobel de Física en el año de 1997.

Todo esto, ha contribuido grandemente a aumentar nuestro conocimiento sobre la interacción entre radiación y materia. En particular, se ha abierto el camino a un entendimiento mas profundo de la conducta cuántica de los gases a bajas temperaturas. Los métodos pueden tener aplicaciones en la espectroscopía de resolución ultra alta, en el diseño de relojes atómicos más precisos, colisiones, física de superficies y efectos cuánticos colectivos [1].

La luz puede ser descrita como una corriente de partículas, a las que conocemos como fotones. Los fotones no tienen masa en el sentido normal, pero como una piedra que al colisionar con otra le puede transferir todo su momento y quedarse en reposo, al colisionar un fotón con un átomo le puede transferir todo su momento. Pero para que esto ocurra el fotón debe tener la energía adecuada, lo que equivale a decir que la luz debe de tener una frecuencia o color adecuado. Esto se debe a que la energía del fotón es proporcional a la frecuencia de la luz.

Lo que determina, cual es la energía adecuada para que los fotones sean capaces de afectar a los átomos, son los niveles de energía de los átomos. Si un átomo se esta moviendo las condiciones cambian debido al efecto Doppler: si el átomo se mueve hacia la luz, la luz debe de tener una energía mas baja que la que se requiere para un átomo en reposo. Supongamos que el átomo se mueve en dirección opuesta a la de la luz, con una velocidad considerable y es golpeado por una corriente de fotones. Si los fotones tienen la energía adecuada, el átomo será capaz de absorber uno de ellos y tomar toda su energía y momento. El átomo entonces se moverá más lentamente. Después de un período de tiempo extremadamente corto, normalmente de 10^{-8} segundos, el átomo retardado emite un fotón, y a partir de este momento, el átomo puede absorber otro de la corriente incidente. El fotón emitido tiene además un momento, que da al átomo una velocidad de retroceso. Pero la dirección del retroceso es aleatoria, tal que a partir de muchas absorciones y emisiones la velocidad del átomo ha disminuido considerablemente.

El efecto de frenado descrito anteriormente, es la base de un poderoso método de enfriamiento de átomos con luz láser. Este método fue desarrollado alrededor de 1985 por Chu y sus colaboradores en los Laboratorios Bell en Holmdel, New Jersey. Ellos usaron seis láseres opuestos en pares, y arreglados en tres direcciones perpendiculares (Fig. 1.1). Primero fueron detenidos átomos de sodio y entonces se llevaron a la intersección de los seis haces láser de enfriamiento. La luz en los seis láseres estaba levemente corrida al rojo, comparada con la característica longitud de onda absorbida por un átomo de sodio estacionario. El efecto fue que, a cualquier dirección hacia la que los átomos trataran de moverse, ellos encontrarían fotones de energía adecuada y serían empujados de regreso al área de intersección de los seis láseres. En este punto los átomos formaban lo que a simple vista se vio como una nube radiante del tamaño de un chicharo, consistente de alrededor de un millón de átomos enfriados. Este tipo de enfriamiento fue llamado enfriamiento Doppler.

En la intersección de los seis láseres, los átomos se movían como en un líquido espeso, al que se le dio el nombre de melaza óptica. Para calcular la temperatura de los átomos enfriados en la melaza, los láseres fueron apagados, encontrando que la temperatura era de $240\mu\text{K}$. Para un átomo de sodio, esto corresponde a una velocidad de 30 cm/s , y está de acuerdo con la temperatura teóricamente calculada, (el límite Doppler), considerada la temperatura más baja que la nube podría alcanzar con el enfriamiento Doppler.

Los átomos en el experimento anterior fueron enfriados, pero no capturados. La gravedad origina que ellos salgan de la melaza óptica en alrededor de un segundo. Para capturar realmente a los átomos es requerida entonces una trampa, y en el año de 1987 fue construida una altamente eficiente, ésta fue denominada trampa magneto – óptica (TMO). Esta usa seis haces láser del mismo modo como se usaron en el arreglo descrito antes, pero lleva adicionadas dos bobinas que generan dos campos magnéticos de ligera variación, pero con un mínimo en el área donde se intersectan los haces. Dado que el campo magnético afecta a los niveles de energía de los átomos (efecto Zeeman), se desarrolla una fuerza más grande que la de gravedad que mantiene a los átomos en medio de la trampa.

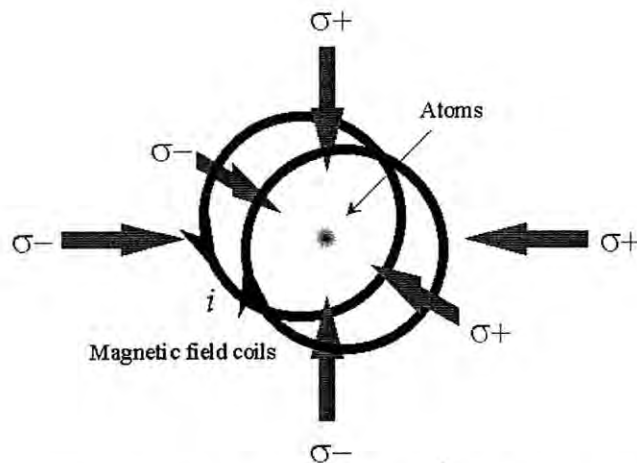


Fig. 1.1. Esquema que muestra los seis láseres usados en el arreglo de S. Chu y las bobinas agregadas por W. D. Phillips. Imagen obtenida de Internet: http://www.physics.otago.ac.nz/research/bec/exp_aspects.htm

Los campos magnéticos habían sido usados a principios de la década de los ochentas por Phillips y sus colaboradores, en un método para frenar y detener completamente átomos en haces lentos. Phillips había desarrollado lo que se conoció como un retardador Zeeman: una bobina con un campo magnético variante; con esto, Phillips en 1985 detuvo y capturo átomos en una trampa netamente magnética [2]. Esta trampa sin embargo es débil, por la razón de que los átomos deben estar muy fríos para permanecer ahí. Cuando Chu trabajó con el enfriamiento de átomos en melazas ópticas, Phillips diseñó un experimento similar e inicio un estudio sistemático de la temperatura de los átomos en las melazas (Fig. 1.1). El desarrolló varios métodos nuevos de medición de la temperatura, incluyendo uno en el que se permite que los átomos se muevan bajo la influencia de la gravedad.

Phillips encontró en 1988, que podría ser alcanzada una temperatura tan baja como $40\mu\text{K}$. Este valor fue seis veces más bajo que el límite Doppler teórico. Debe señalarse, que el límite Doppler había sido calculada para un modelo simplificado, que había sido considerado lo suficientemente realista. No obstante, Cohen-Tannoudji y sus colaboradores en la École Normale Supérieure, habían estudiado esquemas de enfriamiento mas complicados.

La velocidad de retroceso que gana un átomo cuando emite un fotón sencillo, corresponde a una temperatura que se conoce como el límite de retroceso. Para los átomos de sodio el límite de retroceso es $2.4\mu\text{K}$, mientras que para átomos mas pesado como el de cesio, es de alrededor de $0.2\mu\text{K}$. En colaboración con Cohen-Tannoudji y sus colegas, Phillips demostró que los átomos de cesio podrían ser enfriados en melazas ópticas en alrededor de 10 veces el límite de retroceso, por ejemplo, $2\mu\text{K}$. Pareció primeramente que en las melazas fue generalmente posible alcanzar solamente temperaturas 10 veces más altas que el límite de retroceso. En un desarrollo posterior, Phillips y Cohen-Tannoudji habían mostrado que con arreglos láser adecuados, es posible atrapar átomos, de tal manera que ellos se agrupen en intervalos regulares en el espacio, formando lo

que se conoce como una rejilla óptica. Entre cada agrupamiento de átomos en la rejilla, hay una distancia de una longitud de onda. Los átomos en una rejilla óptica pueden, como ha sido mostrado, ser enfriados a una temperatura cinco veces más alta que el límite de retroceso.

La razón, por la que la velocidad de retroceso que un átomo obtiene de un fotón sencillo, es un límite al enfriamiento Doppler, es que hasta los átomos más lentos son continuamente forzados a absorber y emitir fotones. Estos procesos dan al átomo una velocidad pequeña pero no despreciable, y de aquí que el gas tenga una temperatura. Si los átomos más lentos pudiesen despreciar todos los fotones en la melaza óptica, tal vez se podrían alcanzar temperaturas mas bajas. Otro mecanismo, a través del que un átomo estacionario puede asumir un estado oscuro en el que no absorba fotones fue conocido. Pero fue una dificultad combinar este método con el enfriamiento láser.

Cohen-Tannoudji y su grupo, entre 1985 y 1988, desarrollaron un método basado en el uso del efecto Doppler; el cual, convierte a los átomos más lentos en un estado oscuro. El y sus colegas demostraron que el método funciona en una, dos y tres dimensiones. Todos sus experimentos usan átomos de helio, para el que el límite de retroceso es de $4\mu\text{K}$. En el primer experimento fueron usados dos haces láser opuestos, y fue lograda una distribución de velocidad que correspondió a media temperatura límite de retroceso. Con cuatro haces láser, se logró una distribución bidimensional de velocidad, correspondiente a una temperatura de $0.25\mu\text{K}$, 16 veces más baja que el límite de retroceso. Finalmente, con seis haces láser, se obtuvo un estado en el que la distribución de velocidad entera correspondió a una temperatura de $0.18\mu\text{K}$. Bajo estas condiciones, los átomos de helio tuvieron una velocidad de 2cm/s .

Estas técnicas son la base para la producción del CBE en gases atómicos.

Ya que se menciona la relación entre las trampas y los CBE, es importante decir que en 1995 se realizaron experimentos con gases diluidos, que probaron la analogía del sistema de partículas confinadas con la luz láser; a esto se le conoce como láser de átomos. De forma similar a como las fuentes láser de alta intensidad abrieron varias áreas de investigación, los láseres de átomos han abierto muchas áreas análogas de la *física atómica coherente*

Como hemos visto hasta este punto, un elemento indispensable para obtener el condensado de partículas es el de las trampas. Existen varios tipos de trampas [4]: la trampa magnética, la trampa toroidal dipolar óptica, trampa gravito – óptica, etc. Cada una de esas trampas tiene sus características que les hace diferentes entre sí, una de ellas es el grado de flexibilidad que aportan al usarse en determinado experimento y su facilidad de implementación. Preferentemente, toda herramienta física debe tener la propiedad de poder cambiar su configuración, si en determinadas circunstancias así se requiere; a esto es a lo que nos referiremos como flexibilidad.

A continuación describiremos las características de algunas trampas.

1.2. Tipos de trampas.

1.2.1. La trampa magnética.

Este tipo de trampas fue el primero en emplearse en estudios experimentales. Su uso limitó la investigación debido a la interacción de las partículas con el campo magnético; en esta interacción, los átomos absorben energía del campo y el sistema se puede calentar ocasionándose una probable pérdida de la trampa.

Una manera de evitar esto es a través del uso de una trampa óptica, la cual se basa en la *fuerza dipolar óptica*, que confina átomos en todos los estados hiperfinos. Esto ha sido uno de los motivos para el desarrollo de técnicas de

sobreenfriamiento [3,4], el desarrollo de varias trampas dipolares ópticas [5 – 9], donde se puede usar el enfriamiento Raman [10,11] y el enfriamiento evaporativo [12].

Ya que en el párrafo anterior, se menciona a la fuerza dipolar óptica, conviene hablar un poco sobre ella. Las fuerzas que la luz ejerce sobre los átomos se pueden clasificar en dos grupos. Estas fuerzas son la presión de radiación o fuerza de esparcimiento, y la fuerza dipolar o de gradiente [13].

Podemos entender a la fuerza de esparcimiento como la transferencia de momento al átomo. Esta fuerza lleva la dirección de propagación del fotón, y su magnitud es igual al producto del momento del fotón, $\hbar k$, y la tasa de esparcimiento del fotón. La fuerza promedio alcanza un máximo cuando la luz es resonante con una transición atómica.

El origen de la fuerza dipolar o de gradiente es menos obvio, aunque ciertas de sus propiedades tienen una interpretación clásica. Podemos pensar en el átomo como un cuerpo polarizable. El campo eléctrico óptico induce un momento dipolar en el átomo. Si la intensidad óptica es inhomogénea espacialmente, la interacción dipolar origina una fuerza a lo largo del gradiente de la intensidad.

La fuerza dipolar es diferente a la fuerza de esparcimiento, ya que es dispersiva por naturaleza [13]. Su signo es tal, que es atractiva sobre un átomo en una región de alta intensidad de luz o bien, repulsiva en situación contraria.

En el confinamiento magnético de plasmas para la fusión nuclear (tokamaks, stellarator), se da una aplicación de las trampas magnéticas para crear y mantener caliente el plasma. Aquí, la trampa magnética se conoce como un *dispositivo de fusión por confinamiento magnético*, [14].

1.2.2. La trampa dipolar óptica.

Las trampas dipolares ópticas (TDO o ODT, por sus siglas en inglés) [15], basadas en luz láser, se han convertido en herramientas muy versátiles para el almacenamiento de gases atómicos y pueden emplearse en una amplia variedad de experimentos relacionados por ejemplo con fenómenos cuánticos, mediciones de precisión, colisiones ultrarápidas y gases cuánticos [16]. Las TDO han abierto nuevas y fascinantes posibilidades experimentales, las que no son ofrecidas por otros tipos de trampas.

Al compararlas con las trampas magnéticas, este tipo de trampas tiene una ventaja debida al hecho de que la trampa dipolar puede almacenar átomos en cualquier subestado o mezclas de subestados del estado base electrónico. Otra propiedad es que en átomos que presentan propiedades inusuales de *esparcimiento*, como el cesio, el uso de una TDO puede ser la única alternativa que permite alcanzar el CBE.

Una referencia del empleo de este tipo de trampas es dada por D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, y otros, [17], quienes hicieron uso de una ODT para confinar átomos de Na; usando un simple haz láser infrarrojo enfocado. En este experimento se logró confinar átomos en varios estados hiperfinos. En aquel artículo se reporta la obtención exitosa de la trampa óptica, realizando primeramente un enfriamiento evaporativo [17] de los átomos en una trampa magnética, antes de transferirlos a una trampa óptica.

El proceso de evaporación se realizó usando radiofrecuencia, ya que, contrariamente a lo que ocurre con el enfriamiento por láser, el empleo de la radiofrecuencia reduce la pérdida de partículas por calentamiento [17].

La configuración experimental para confinar a las partículas fue similar a la empleada en un trabajo previo. La trampa óptica fue formada enfocando un haz

láser cercano al infrarrojo en el centro de la trampa magnética, a lo largo de la dirección axial [18].

1.2.2.1. El haz de botella óptica.

La base de este tipo de trampa es el uso de un holograma generado por computadora. Con este holograma se forma un haz óptico que tiene una intensidad nula localizada sobre su foco. Este haz es una superposición de dos modos Laguerre-Gaussiano que están en fase, de manera que ellos interfieren destructivamente para dar un haz enfocado que esta rodeado en todas direcciones por regiones de intensidad superior. Los haces de este tipo, tienen aplicación en trampas ópticas de objetos macroscópicos o átomos, a las que se les conoce como *haces de botella óptica* [19].

Los modos Laguerre-Gaussianos en coordenadas cilíndricas tienen distribuciones de intensidad simétricamente radial. La amplitud del campo, u_p^l , del modo Laguerre-Gaussiano, LG_p^l , es dada por [19]:

$$u_p^l(r, \phi, z) \propto \exp[-ikr^2/2R(z)] \exp[-r^2/w(z)^2] \exp[-i\Psi(z)] \exp(-il\phi) \quad (1.1)$$

$$X\left[r\sqrt{2}/w(z)\right] L_p^l\left[2r^2/w(z)^2\right]$$

donde r es la distancia desde el eje del haz, ϕ es el ángulo azimutal, $w(z)$ es la cintura del haz, z es la distancia desde la cintura del haz, k es el número de onda de la luz, $R(z)$ es el radio de curvatura del frente de onda, $\Psi(z)$ es la fase de Gouy [19], dada por

$$\Psi(z) = (2p + l + 1) \arctan(z/z_R), \quad (1.2)$$

y $L_p^l(x)$ es un polinomio asociado de Laguerre, con l y p los índices de los modos azimutal y radial, respectivamente.

Los modos con $l > 1$ abarcan $(p+1)$ anillos concéntricos y un frente de onda de l hélices entrelazadas. Cuando $l=0$, los frentes de onda son planos y los modos incluyen una mancha central brillante, rodeada por p anillos concéntricos de intensidad decreciente. Cuando $l=0$ y $p=0$, el haz tiene un simple perfil Gaussiano y es idéntico al modo fundamental Hermite-Gaussiano. Este modo Gaussiano fundamental es el único que usualmente se observa desde un láser convencional.

La figura 1.2 muestra perfiles de intensidad para modos Laguerre-Gaussianos con índices $l=1, p=0$; $l=1, p=1$; y $l=0, p=2$.

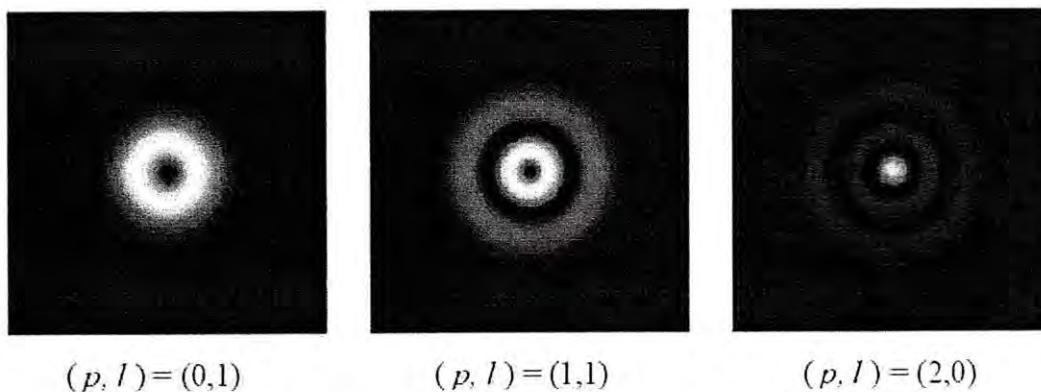


Fig. 1.2. Sección Transversal de la Intensidad Transversa de Modos Laguerre-Gaussianos. Optical Trapping Group, St. Andrews University. Imagen obtenida de Internet: http://www.st-and.ac.uk/~www_pa/group/atomtrap/beam.html.

El tamaño de la botella óptica depende de la tasa de variación de la fase de Gouy, y puede ser definido más precisamente con el uso de modos con una gran diferencia en su índice radial.

Un haz de este tipo tiene aplicaciones en *pinzas ópticas*, para trampas de partículas con un índice refractivo mas bajo que el medio circundante, donde la fuerza del gradiente estaría dirigida hacia la región de mas baja intensidad.

1.2.3. La trampa híbrida.

Ya que se ha hablado de las trampas magnética y dipolar óptica, conviene hablar sobre la trampa híbrida. K. Bongs, S. Burger y otros [20], reportan la creación de una trampa híbrida (combinación de la dipolar con la magnética), para crear un CBE de ^{87}Rb . Esta trampa permite la transferencia coherente de ondas de materia a guías de onda de potencial dipolar, basada en un *haz de rosquilla*.

En el caso de las trampas híbridas, funciona primeramente una etapa donde las partículas quedan confinadas por la acción del campo magnético; y finalmente, en la segunda etapa se trabaja con la trampa óptica.

1.2.4. La trampa de superficie gravito – óptica.

En el artículo “Optical and Evaporative Cooling of Cesium Atoms in the Gravito – Optical Surface Trap” [15], se describen las características de este tipo de trampas y se ve su aplicación en el condensado de átomos de cesio.

Podemos visualizar a la trampa de superficie gravito – óptica (TSGO o GOST, por sus siglas en inglés), como es una “vasija”, cuyo fondo consiste de un espejo de onda fugaz de átomo (*Evanescent – Wave, EW*), generado por una reflexión interna total de un haz de luz láser corrida al azul desde la superficie de un prisma; mientras las paredes son formadas por un haz hueco intenso (*Hollow Beam, HB*) que pasa verticalmente a través de la superficie del prisma (Fig. 1.3).

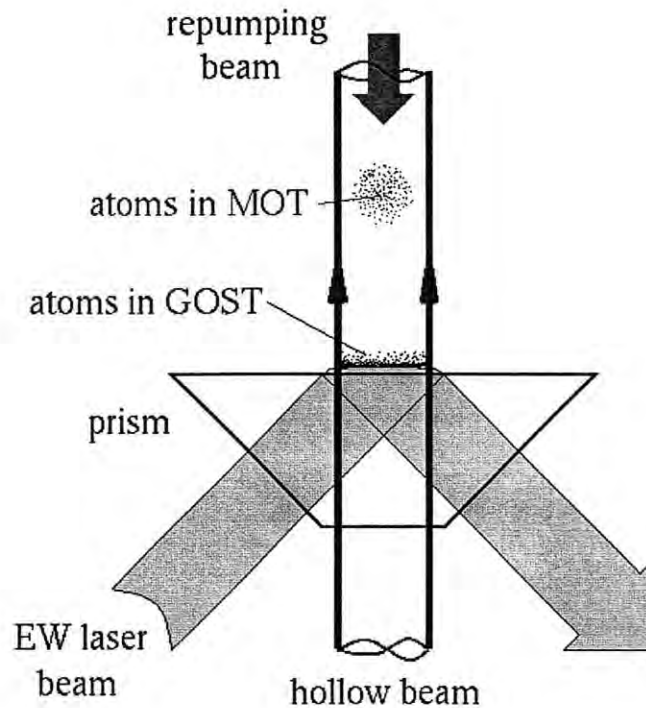


Fig. 1.3. Trampa de Superficie Gravito – Óptica . “Surface Trap for Cs Atoms Based on Evanescent – Wave Cooling”, Yura Ovchinnikov y otros, Phys. Rev. Lett. 79, 2225 (1997). Imagen obtenida de Internet: <http://www.mpi-hd.mpg.de/ato/lásercool/gost1.html>.

El decaimiento exponencial brusco de la intensidad del EW a lo largo de la dirección vertical, y el enfocamiento agudo del haz hueco, llevan a gradientes de intensidad grandes y de este modo, en combinación con el corrimiento al azul de ambos campos de luz a una fuerza dipolar repulsiva. Se puede aprovechar este hecho para mantener eficientemente a los átomos en la región interna oscura de la trampa, donde es eliminado el efecto no deseado de calentamiento a través del esparcimiento de fotones de luz atrapados. En adición a esto, el concepto presenta además un gran volumen atrapado que permite transferir un gran número de átomos hacia la GOST. Debido al preciso enfocado del haz láser hueco hacia un perfil de intensidad anular [21], la forma del potencial es como de una caja a lo largo de la dirección horizontal, mientras la combinación de la gravedad y la pared repulsiva del EW lleva a un potencial de forma de cuña verticalmente.

2. Difracción de ondas interferidas.

2.1. Antecedentes.

Antes de entrar a un análisis completo del caso de la difracción de ondas múltiples interferidas, conviene citar dos antecedentes relativos al caso.

El primero de ellos es el de la "Difracción de ondas interferidas: Dos haces ópticos en la región de Fresnel", artículo publicado por Cervantes y Kurmyshev [22]. En este trabajo se analiza la difracción por una pantalla opaca de borde recto, de dos haces de luz interferidos, en la región de Fresnel.

Este trabajo revela la interacción entre los efectos de interferencia y difracción. A partir de esto se analiza la posibilidad de controlar el fenómeno de la difracción a través del de interferencia. Los resultados experimentales reportados por los autores señalan que el efecto de la difracción puede ser disminuido, si se da la condición de que las franjas de nula intensidad coincidan con el borde de la pantalla difractora.

El segundo de los antecedentes es un trabajo llevado a cabo por Cervantes: "Single slit diffraction of two interfered optical beams in the Fresnel region" [23], quién analiza la difracción de dos haces ópticos por una rejilla rectangular, en la región de Fresnel.

La conclusión que aquí surge es que los efectos de difracción disminuyen considerablemente, ya que el haz resultante se comporta como si no se hubiese sido difractado. Al igual que en el primero de los casos, esto se origina siempre y cuando los bordes de la rejilla coincidan con dos franjas oscuras consecutivas de intensidad nula.

2.2. Difracción de doble rendija de tres haces interferidos en la región de Fresnel.

En su artículo "Difracción de doble rendija de tres haces interferidos en la región de Fresnel", [24], Cervantes, Lipovka y Molinar; tratan un problema bidimensional de la difracción de tres frentes de onda, a través de dos rendijas infinitas de anchura finita. Se resuelve la fórmula *escalar* de la difracción de Rayleigh-Sommerfeld analítica y numéricamente en la aproximación de Fresnel, comparando ambos tipos de soluciones. Los haces se consideran como monocromáticos y mutuamente coherentes. La anchura de las rendijas y los ángulos de interferencia se eligen de tal forma, que la amplitud del campo incidente en los bordes de las rendijas es nula. Las soluciones analíticas se obtienen en términos de las integrales de Fresnel.

Es muy conocido el experimento que sirvió para demostrar la naturaleza ondulatoria de la luz (Young, 1801) y de los electrones. En éste se emplea una pantalla con una doble rendija y en ambos casos, la luz y los electrones, se difractan al pasar por las rendijas. No obstante su antigüedad, este experimento continúa siendo de interés por su aplicación en la óptica instrumental; además, en tiempos recientes, la doble rendija ha sido usada en la óptica de haces atómicos según se refiere en [24].

En estos trabajos, la difracción ocurre sobre una onda simple. En contraste, en el artículo de Cervantes *et al.* se considera de interés la difracción de varios haces, pasando simultáneamente a través de la doble rendija; esto se debe a que con esta configuración, se producen varios resultados para posibles aplicaciones de este evento.

En un trabajo previo, se estudió la difracción de dos frentes de onda planos, que bajo condiciones de interferencia fueron difractados por la misma rendija; produciendo dos patrones de difracción coherentes, los cuales fueron sumados de

acuerdo al principio de superposición lineal. La situación más interesante fue aquella en las que los puntos de amplitud cero, coincidían con los bordes de la rendija. Bajo estas condiciones, el patrón de difracción resultante correspondió a una versión truncada del patrón de interferencia formado antes de ocurrir la difracción. El truncamiento ocurrió sobre los puntos de los bordes de la rendija. Esto equivale a afirmar que una franja de interferencia (del tipo \cos^2), se propaga como una eigenfunción del fenómeno de propagación gobernado por la ecuación de Helmholtz.

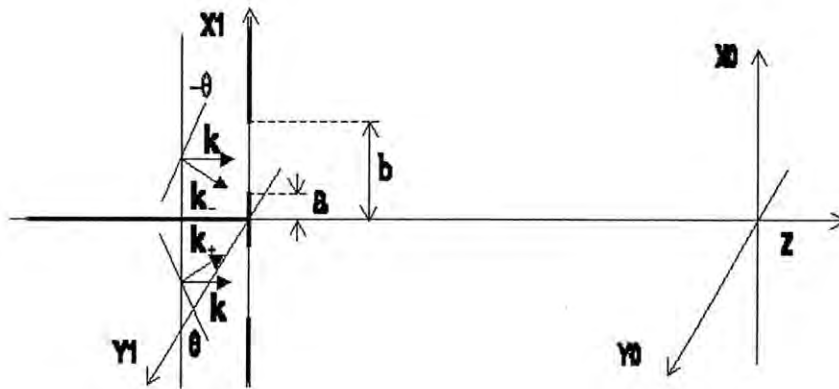


Fig. 2.1. Sistema de dos rendijas con orientación paralela a las franjas.

En el caso de la doble rendija, se tiene una situación que añade varios grados de libertad, como la anchura de las rendijas y su separación. La Fig. 2.1 ilustra al sistema de dos rendijas consideradas, el cual tiene una orientación paralela a las franjas. Si se mantiene la restricción, de que las amplitudes de los campos interferidos sea cero en los bordes de cada rendija, entonces se tiene que modificar de manera conveniente el ángulo de interferencia.

De este modo, en el problema base de este estudio, tres frentes de onda coherentes se propagan de manera tal, que para dos de ellos el vector k forma un ángulo θ , mientras que el tercero se propaga normalmente al plano de difracción.

Sobre el plano de observación se coloca un sistema de coordenadas (x_0, y_0, z) , otro sistema de coordenadas (x_1, y_1) se coloca en el plano de la pantalla de difracción; ambos sistemas de coordenadas tienen sus ejes paralelos.

En la aproximación de Fresnel, la fórmula escalar de la difracción de Rayleigh-Sommerfeld (de "Introduction to Fourier Optics", Joseph W. Goodman), nos da el campo difractado a una distancia z :

$$U(x_0, y_0 | z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) \exp\left[i \frac{k}{2z} \left[(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 \right]\right] dx_1 dy_1, \quad (2.1)$$

donde $U(x_1, y_1)$ es la amplitud compleja del campo sobre la apertura, λ es la longitud de onda y $k=2\pi/\lambda$ es el número de onda.

Hay que mencionar que se tienen tres ondas planas que son difractadas, pero que solamente dos de ellas interfieren en la región $z < 0$. Consideremos las ondas

$$E_n(r) = \exp(ikz),$$

una onda plana normalmente incidente de amplitud unitaria, y

$$E_{\pm\theta}(r) = \exp[i(k \cdot r + \alpha)] = \exp(ik_x x) \exp(ik_z z) \exp(i\alpha)$$

una onda plana (incidente a un ángulo $\pm\theta$); donde

$$k = (k_x, 0, k_z) = [k \sin(\pm\theta), 0, k \cos(\pm\theta)],$$

y \pm corresponde a diferentes rendijas. La distribución de la amplitud total en la región $z < 0$ es:

$$E(r) = E_n(r) + E_{\pm\theta}(r) = 2 \cos \frac{(k_z - k)z + k_x x + \alpha}{2} \exp \left[i \frac{(k_z + k)z + k_x x + \alpha}{2} \right], \quad (2.2)$$

y sobre el plano de la apertura ($z=0$), se tiene $E(r)=2\cos\beta e^{i\beta}$, donde $2\beta=kx\sin\theta+\alpha$, y α es el ángulo de época. De la ecuación para la intensidad en el plano de la apertura $I(x_1, y_1, z=0)=EE^*=4\cos^2\beta$, tenemos las condiciones de frontera: $2\beta=\pm kx\sin\theta+\alpha=2\pi(m+1/2)$ sobre los bordes y $x_1=\pm a$ (para $m=0$), y $x_1=\pm b$ (para $m=1$). En este caso, las franjas están separadas una distancia $\Delta x=\lambda/\sin\theta$.

Dados los parámetros k , θ y α , se tienen los límites de integración

$$a = \frac{\pi - \alpha}{k \sin|\theta|}, \quad b = \frac{3\pi - \alpha}{k \sin|\theta|} \quad (2.3)$$

Entonces, de la ecuación (2.1), se llega a una expresión para la fórmula de difracción en la región de Fresnel para un campo en la apertura, dada en términos de

$$U(x_0, y_0 | z) = (1+i) \sqrt{\frac{\pi z}{k}} \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} (I_+ + I_-), \quad (2.4)$$

donde

$$I_{\pm} = 2 \int \cos \frac{\pm kx_1 \sin\theta + \alpha}{2} \exp \left(i \frac{\pm kx_1 \sin\theta + \alpha}{2} \right) \exp \left[\frac{ik}{2z} (x_0 - x_1)^2 \right] dx_1, \quad (2.5)$$

la integración para I_+ se hace de a hacia b y para I_- , de $-b$ hacia $-a$. Se ha considerado que en la ecuación (2.1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[\frac{ik}{2z} (y_0 - y_1)^2 \right] dy_1 = (1+i) \sqrt{\frac{\pi z}{k}}. \quad (2.6)$$

Estas fórmulas son convenientes para una integración numérica, pero para obtener soluciones analíticas, es mejor aplicar el principio de superposición lineal para el campo difractado. Sustituyendo $E_n(r)$ y $E_{\pm}(r)$ en (2.1), se obtiene

$$U(x_0, y_0 | z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} (1+i) \sqrt{\frac{\pi z}{k}} (J_1 + J_2 + J_3 + J_4); \quad (2.7)$$

donde J_1, J_2, J_3 y J_4 son:

$$J_1 = \int_a^b \exp\left(\frac{ik}{2z} (x_0 - x_1)^2\right) dx_1, \quad (2.8)$$

$$J_2 = \int_b^a \exp\left(\frac{ik}{2z} (x_0 - x_1)^2\right) dx_1,$$

$$J_3 = e^{i\alpha} \int_a^b \exp(-ikx_1 \sin\theta) \exp\left(\frac{ik}{2z} (x_0 - x_1)^2\right) dx_1, \quad (2.9)$$

$$J_4 = e^{i\alpha} \int_b^a \exp(ikx_1 \sin\theta) \exp\left(\frac{ik}{2z} (x_0 - x_1)^2\right) dx_1. \quad (2.10)$$

Estas integrales se pueden expresar en términos de integrales de Fresnel después de hacer transformaciones simples, y el resultado final se puede escribir como:

$$U(x_0, y_0 | z) = \frac{1}{2} \{C(\beta_1) + C(\beta_2) - C(\alpha_1) - C(\alpha_2) + [C(\beta_3) - C(\alpha_3)] \cos \gamma_3 -$$

$$[S(\beta_3) - S(\alpha_3)] \sin \gamma_3 + [C(\beta_4) - C(\alpha_4)] \cos \gamma_4 - [S(\beta_4) - S(\alpha_4)] \sin \gamma_4 \}^2 +$$

$$\frac{1}{2} \{S(\beta_1) + S(\beta_2) - S(\alpha_1) - S(\alpha_2) + [S(\beta_3) - S(\alpha_3)] \cos \gamma_3 + \quad (2.11)$$

$$[C(\beta_3) - C(\alpha_3)] \sin \gamma_3 + [S(\beta_4) - S(\alpha_4)] \cos \gamma_4 - [C(\beta_4) - C(\alpha_4)] \sin \gamma_4 \}^2,$$

donde

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (a - x_0), \quad \beta_1 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (b - x_0), \quad (2.12)$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (a + x_0), \quad \beta_2 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (b + x_0), \quad (2.13)$$

$$\alpha_3 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (a - x_0 - z \sin \theta), \quad \beta_3 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (b - x_0 - z \sin \theta), \quad (2.14)$$

$$\alpha_4 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (a + x_0 - z \sin \theta), \quad \beta_4 = \sqrt{\frac{k}{\pi z}} (b + x_0 - z \sin \theta), \quad (2.15)$$

$$\gamma_3 = \alpha - \frac{k}{2} \sin \theta (2x_0 + z \sin \theta), \quad \gamma_4 = \alpha + \frac{k}{2} \sin \theta (2x_0 - z \sin \theta). \quad (2.16)$$

Los patrones de difracción producidos con el arreglo de la Fig. 2.1 son mostrados en la Figs. 2-5. En este caso, para apreciar diferencias mas claramente, tomamos una distancia entre las rendijas lo suficientemente grande. Se puede señalar que cuando la separación entre las rendijas aumenta, las franjas se hacen mas pronunciadas debido a la presencia de la segunda rendija, localizada simétricamente con respecto al origen del eje x_0 .

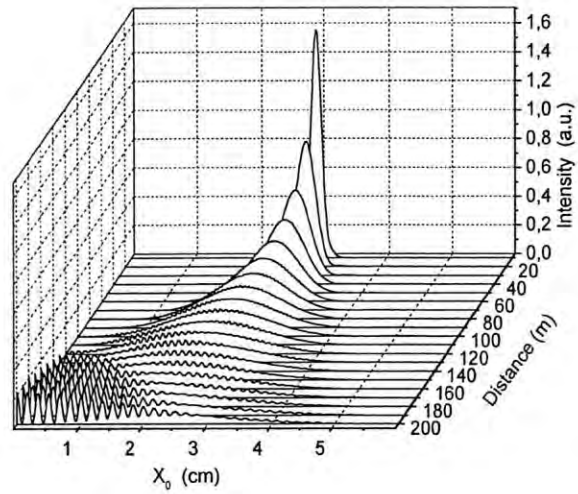


Fig. 2.2. Patrón de difracción producido con el arreglo de la Fig. 2.1.

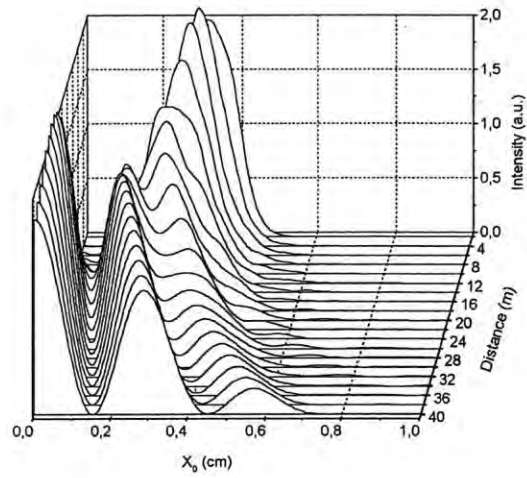


Fig. 2.3. Patrón de difracción producido con el arreglo de la Fig. 2.1.

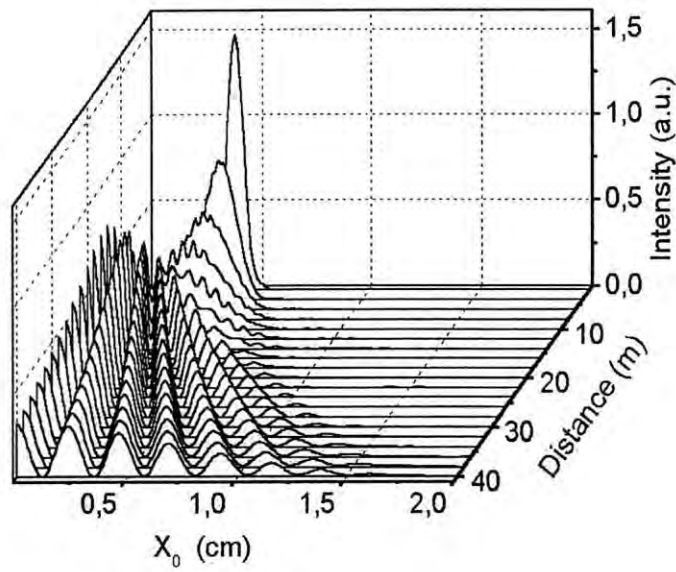


Fig. 2.4. Patrón de difracción producido con el arreglo de la Fig. 2.1.

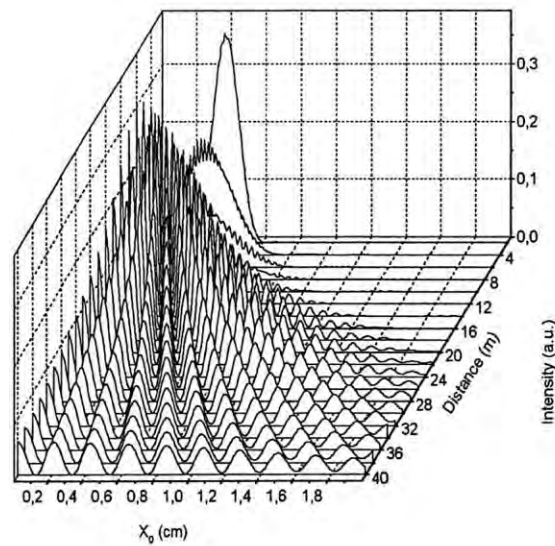


Fig. 2.5. Patrón de difracción producido con el arreglo de la Fig. 2.1.

Para calcular los patrones presentados en las figuras 2-5, se disminuyó la separación de las rendijas y se mantuvo constante la distancia entre los bordes externos, denotada como b en la siguiente tabla.

Número	Figura	$\theta(\text{rad})$	a(cm)	b(cm)
1	2	1.5×10^{-4}	2.833	3.166
2	3	1.5×10^{-4}	0.166	0.5
3	4	3.5×10^{-4}	0.57	0.5
4	5	7.5×10^{-4}	0.433	0.5

Tabla 2.1. Angulo entre los haces incidentes y localización de los bordes de la rendija ($\pm a, \pm b$), para las figuras 2, 3, 4 y 5.

El arreglo mostrado en la Fig. 2.1 tiene tres parámetros característicos: el ancho de las rendijas, la separación entre sus centros y el ángulo entre las ondas incidentes. En este problema se considera como constante la longitud de onda, con un valor de $0.5 \mu\text{m}$. Estos parámetros determinan exactamente el patrón de difracción observado. En contraste, el patrón de difracción tiene dos parámetros principales: uno es la separación entre las franjas, que esta relacionado con la dimensión del sistema de dos rendijas; el otro es la anchura media de la envolvente del patrón de franjas a grandes distancias, que corresponde al parámetro $b-a$. Esta conexión es dada por la bien conocida expresión $\phi \approx \lambda/D$, donde ϕ es el ángulo de difracción para la anchura media del haz, y D es la dimensión característica de la apertura. Otro parámetro es el ángulo θ , para el cual se muestra rápidamente que para un patrón de interferencia en la rendija, tenemos la relación $2\sin\theta = \sin\phi$, y por consiguiente no podemos separar los dos haces, uno del otro, a cualquier distancia. En las figuras 5 el ángulo de interferencia es aumentado hasta mostrar franjas más finas en la región de traslape. Se ha fijado la separación b de los bordes externos de las rendijas, pero no obstante en las figuras 3-5, se puede ver que la posición del mínimo esta corrida lentamente de una figura a otra. Esto se debe a localización de los máximos del campo sobre la apertura.

Estos resultados son mas generales que aquellos reportados previamente, y se encuentran en concordancia de modo satisfactorio.

Los cálculos de los patrones de difracción para otros valores de θ y números de franjas encerrados por la apertura, pueden ser llevados a cabo de forma semejante como fue obtenida la solución analítica de este problema.

2.3. Difracción de haces múltiples interferidos, a través de una apertura circular.

En el artículo "Circular Aperture Diffraction of Multiple Interfering Beams", [25], Cervantes, Lipovka y Molinar; analizan el fenómeno de la difracción tridimensional de múltiples frentes de onda esférica coaxiales interferidos. Un interferómetro Fabry-Perot genera estos frentes de onda (considerados como monocromáticos y mutuamente coherentes), los cuales son difractados por una apertura circular. En este caso se resuelve numéricamente la fórmula de Rayleigh–Sommerfeld en la aproximación de Fresnel, presentándose, además, una solución asintótica.

Ciertas soluciones exactas de la ecuación de onda se pueden propagar como haces con un alto grado de confinamiento de energía cerca de su eje. La solución de orden más bajo tiene una distribución de su campo transversal proporcional a la función Bessel de orden cero, la cual ha recibido una considerable atención. Esto se debe al carácter fundamental de este fenómeno, y al número de propiedades particulares de los haces Bessel, que son de relevancia en la óptica instrumental. Los haces Bessel truncados, J_0 han sido comparados con los haces Gaussianos con respecto a la eficiencia del transporte de potencia, y con respecto a su difracción por una apertura circular.

En algunos trabajos se reporta la obtención de haces Bessel usando lentes esféricas o cónicas. Se ha intentado la producción de haces de luz no difractados usando un interferómetro de Fabry-Perot: una sencilla franja anular resonante transmitida de tal interferómetro, bajo un apropiado filtrado espacial, con la ayuda

de lentes apropiadas puede ser reformada en un haz deseado. Este método está soportado experimentalmente.

Sin embargo, todavía no ha sido considerada la posibilidad de obtener tal tipo de haz sin la ayuda de lentes, usando solamente la difracción de haces interferidos. El artículo de Cervantes *et al.*, es un paso dado en esta dirección. En él se reporta la difracción producida por una apertura circular sobre múltiples frentes de onda esféricos interferidos. El perfil obtenido de la distribución de intensidad se compara con la solución asintótica a grandes distancias de la apertura.

El problema de la difracción tridimensional a través de una apertura circular es de continuo interés en la óptica instrumental. Mientras que los problemas de difracción uni y bidimensional han sido ampliamente estudiados, el caso tridimensional continúa bajo investigación. Según nuestro conocimiento, no hay una solución analítica cerrada para este problema, y debemos recurrir a cálculos numéricos y a soluciones asintóticas para la distribución de la intensidad transversal a grandes distancias.

Consideremos la situación mostrada en la Fig. 2.6. Supongamos que tenemos una fuente puntual monocromática de longitud de onda λ , la cual ilumina un etalon de Fabry-Perot de grosor l , índice de refracción n y reflectancia R . Con ayuda de una lente positiva, la luz es llevada a foco en el plano focal de tal lente a una distancia f . Una pantalla de difracción opaca es ubicada en este plano, con una apertura circular concéntrica a las franjas. El plano de observación es localizado a una distancia z a la derecha. Sistemas de coordenadas $(x_1, y_1) - (\rho_1, \phi_1)$ y $(x_0, y_0) - (\rho_0, \phi_0)$, son ligados a los planos focal y de observación respectivamente.

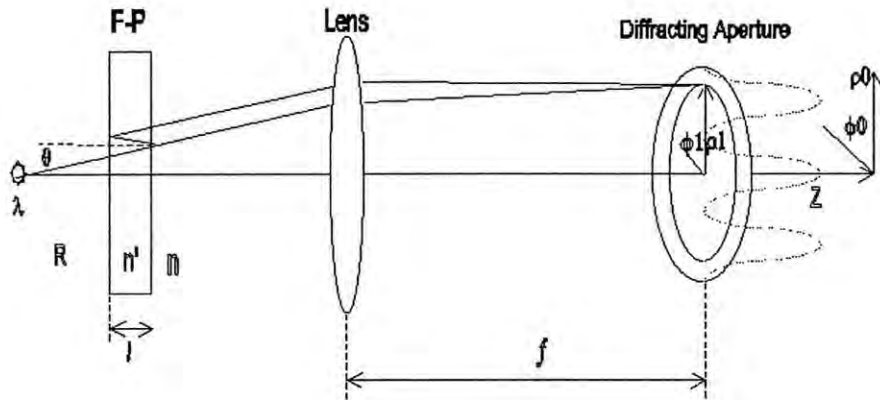


Fig. 2.6. Montaje experimental: la fuente de longitud de onda λ , el Fabry-Perot de grosor l e índice de refracción n' , la lente positiva de focal f y la apertura circular.

En la aproximación de Fresnel, la fórmula de Rayleigh-Sommerfeld (2.1) nos da el campo difractado a una distancia z , con $U(x_1, y_1)$ la amplitud compleja del campo en la apertura y $k=2\pi/\lambda$ el número de onda. Ahora podemos trabajar con coordenadas cilíndricas para escribir

$$(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 = \rho_0^2 + \rho_1^2 - 2\rho_0\rho_1 \cos(\phi_0 - \phi_1) \quad (2.17)$$

y la ecuación (2.1) se puede escribir como

$$U(\rho_0, \phi_0 | z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty U(\rho_1, \phi_1) \exp\left[i\frac{k}{2z} \left[(\rho_0^2 + \rho_1^2 - 2\rho_0\rho_1 \cos(\phi_0 - \phi_1)) \right]\right] \rho_1 d\rho_1 d\phi_1. \quad (2.18)$$

donde por simetría, $U(\rho_1, \phi_1) = U(\rho_1)$. La evaluación de la integral sobre ϕ_1 lleva a

$$\int_0^{2\pi} \exp\left[\frac{ik\rho_0\rho_1}{z} \cos(\phi_0 - \phi_1)\right] d\phi_1 = 2\pi J_0(k\rho_0\rho_1/z) \quad (2.19)$$

entonces, de la ecuación (2.18)

$$U(\rho_0, \phi_0 | z) = 2\pi \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp(ik\rho_0^2/2z) \int_0^{\phi} U(\rho_1) J_0(k\rho_0\rho_1/z) \exp(ik\rho_1^2/2z) \rho_1 d\rho_1. \quad (2.20)$$

Consideremos ahora la distribución de la amplitud compleja producida por el Fabry-Perot en el plano focal de las lentes. La amplitud del campo (de "Introduction to Fourier Optics", Joseph W. Goodman), es:

$$U(\rho_1) = A_i \frac{T}{1 - R \exp(i\delta)} \quad (2.21)$$

donde

$$R + T = 1, \quad \delta = \frac{4\pi n l \cos\theta}{\lambda} + \phi, \quad (2.22)$$

y

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \frac{\rho_1^2}{\rho_1^2 + f^2}}. \quad (2.23)$$

Variando el valor del ángulo de fase ϕ , el patrón de franjas puede moverse a través de la apertura. De estas ecuaciones, puede encontrarse fácilmente la distribución de la intensidad sobre la apertura:

$$I_t = UU^* = \frac{(1-R)^2 A_i A_i^*}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)} \quad (2.24)$$

Sustituyendo la expresión para la distribución del campo U sobre la apertura, y separando las partes reales e imaginarias, obtenemos

$$U(\rho_0, \phi_0 | z) = \left(\frac{2\pi A_i T}{\lambda z} \right)^2 \left[\int_a^b \frac{J_0(k\rho_0\rho_1/z)\rho_1}{1 - 2R\cos\delta + R^2} (\cos\beta_1 - R\cos(\beta_1 - \delta)) d\rho_1 \right] \quad (2.25)$$

$$+ i \left(\frac{2\pi A_i T}{\lambda z} \right)^2 \left[\int_a^b \frac{J_0(k\rho_0\rho_1/z)\rho_1}{1 - 2R\cos\delta + R^2} (\sin\beta_1 - R\sin(\beta_1 - \delta)) d\rho_1 \right]. \quad (2.26)$$

donde se ha introducido la variable

$$\beta_1 = \frac{k\rho_1^2}{2z}.$$

De aquí finalmente se determina la distribución de la intensidad como $I = UU^*$.

La abertura tiene un diámetro tal que, permite considerar dos situaciones, una representada en la Fig. 2.7 (a) en la que tenemos una franja brillante en el eje encerrada por la apertura; y otra representada en la Fig. 2.7 (b), una franja anular brillante de radio finito, también encerrada por la apertura. Impondremos la restricción de que la amplitud del campo sobre el borde de la rendija sea cero o bien, tenga un valor mínimo, esto con el fin de reducir la magnitud de las oscilaciones rápidas debidas a la difracción. De este modo, se tiene cuidado de producir un patrón de interferencia con un mínimo coincidiendo con el borde de la apertura. Esto se hace, por ejemplo, manteniendo el patrón estacionario y variando el radio de la apertura. En el caso (b) se hacen coincidir los mínimos con el eje z y con el borde.

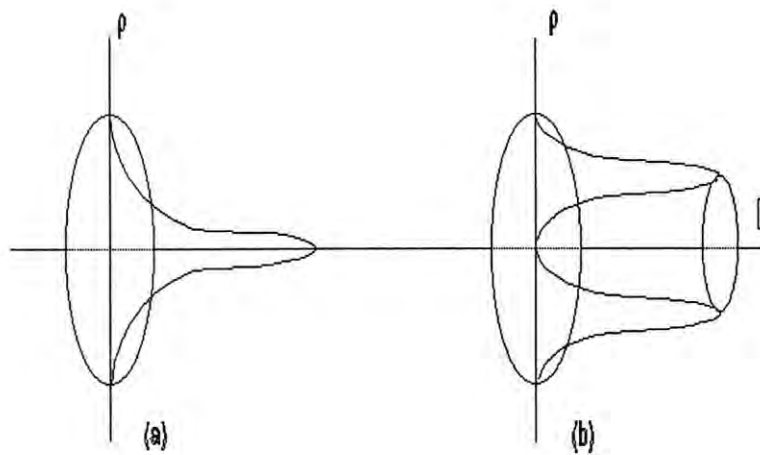


Fig. 2.7. Distribución de la intensidad del campo incidente a través de la apertura circular para los casos (a) una franja brillante y (b) una franja anular brillante de radio finito.

El resultado de los cálculos es mostrado en las Figs. 2.8 y 2.9. Dichas curvas se obtuvieron para valores de $\lambda=5 \times 10^{-5} \text{cm}$, $l=1 \text{cm}$, $n=1.50$, $R=0.90$ y $F=20 \text{cm}$; las distancias variaron de 10 a 100m. La Fig. 2.8 corresponde a una franja central sobre la apertura ($\phi=0$), y la Fig. 2.9 a la distribución anular ($\phi=\pi$). En estas condiciones los radios de las aperturas resultaron ser 0.123 y 0.17cm. El perfil Bessel de los haces es aparente.

Para encontrar la expresión asintótica para el perfil del haz transversal se considera la expresión para el campo dada por la ecuación (2.20):

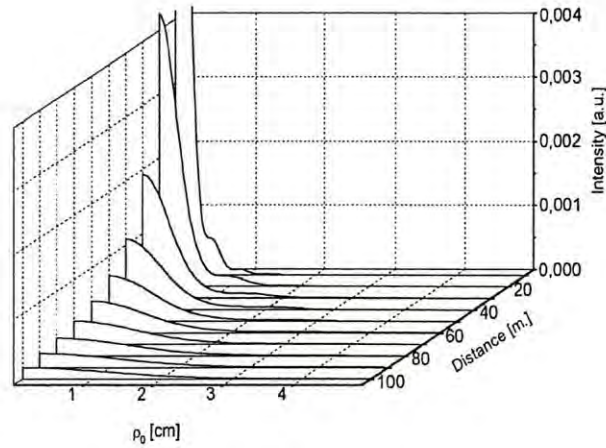


Fig.2.8. Patrones de difracción para la distribución mostrada en la Fig. 2.7 (a). Los patrones resultantes son mostrados para distancias 10-100m.

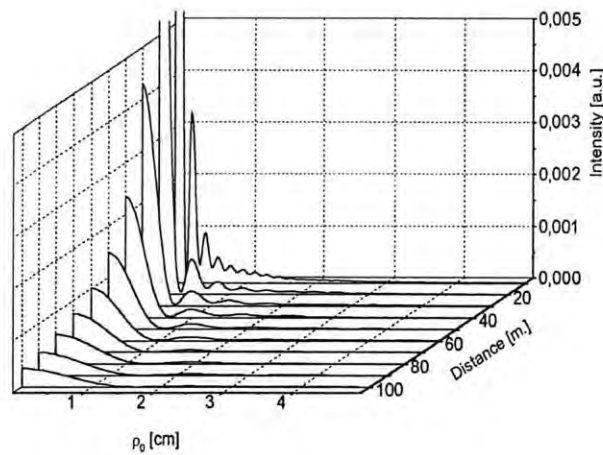


Fig. 2.9. Patrones de difracción para la distribución mostrada en la Fig. 2.7 (b). Los patrones resultantes son mostrados para distancias 10-100m.

$$U(\rho_0, \phi_0 | z) = \frac{A}{z} \int_b^{\phi} \frac{J_0(k\rho_0\rho_1/z)}{1 - \text{Re}^{i\delta}} e^{i\beta_1} \rho_1 d\rho_1 \quad (2.27)$$

con

$$A = 2\pi A_1 \frac{\exp(ikz)}{i\lambda} \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2z}\right).$$

El factor $(1-Re^{i\delta})^{-1}$ se puede desarrollar en serie por que $Re^{i\delta} < 1$. Haciendo esto y sustituyendo $\rho_1 = bx$ se obtiene la siguiente expresión para la integral:

$$U(\rho_0, \phi_0 | z) = \frac{Ab^2}{z} \left(\int_0^1 J_0(vx) e^{ix^2} x dx + \sum_{m=1}^{\infty} R^m e^{i2mnkl+i\phi} \int_0^1 J_0(vx) e^{\frac{-1}{2}iu_m x^2} x dx \right) \quad (2.28)$$

donde

$$v = k\rho_0 b / z, \quad s = kb^2 / 2z,$$

y u_m es

$$u_m = \frac{kb}{z} \left(\frac{2mlzn^2}{nf^2} - 1 \right).$$

Estas integrales pueden expresarse en términos de funciones de Lommel:

$$V_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{v}{u} \right)^{n+2s} J_{n+2s}(v), \quad (2.29a)$$

y

$$U_n(u, v) = \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{u}{v} \right)^{n+2s} J_{n+2s}(v). \quad (2.29b)$$

Usando las ecuaciones conocidas

$$\int J_0(vx) e^{\frac{-1}{2} iux^2} x dx = -\frac{i}{u} e^{\frac{i v^2}{2u}} + \frac{i}{u} V_0(u, v) e^{-iu/2} - \frac{1}{u} V_1(u, v) e^{-iu/2}, \quad (2.30)$$

y

$$\int J_0(vx) e^{\frac{1}{2} iux^2} x dx = \frac{1}{u} U_1(u, v) e^{iu/2} - \frac{i}{u} U_2(u, v) e^{iu/2}. \quad (2.31)$$

Finalmente, tomando en cuenta solamente los términos significativos en la expansión, y multiplicando la amplitud por su complejo conjugada, se obtiene una expresión asintótica para la intensidad a grandes distancias de la apertura:

$$I = \frac{A^2 b}{z^2} \left(\frac{J_1^2(v)}{v^2} + \sum_{m=1} \left[\frac{R^{2m}}{u_m^2} (1 + J_0^2(v)) + 2 \sum_{k=m+1} \frac{R^{m+k}}{u_m u_k} (\cos \theta_1 + J_0^2(v) \cos \theta_2) \right] \right) \quad (2.32)$$

$$- \frac{A^2 b}{z^2} \left(\frac{-2J_1(v)}{v} \sum_{m=1} \left[\frac{R^m}{u_m} (\sin \theta_3 + J_0(v) \sin \theta_4) \right] - 2J_0(v) \sum_{m=1} \sum_{n=1} \frac{R^{m+n}}{u_m u_n} \cos \theta_5 \right),$$

con los ángulos θ_i dados por las expresiones

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{v}{2u_m} - \frac{v^2}{2u_k} + (m-k)\phi^*, & \theta_2 &= \frac{u_m - u_k}{2} - (m-k)\phi^*, \\ \theta_3 &= \frac{u_0}{2} - \frac{v^2}{2u_m} - m\phi^*, & \theta_4 &= \frac{u_m + u_0}{2} - m\phi^*, \\ \theta_5 &= \frac{u_0}{2} + \frac{v^2}{2u_m} + (m-n)\phi^*, \end{aligned} \quad (2.33)$$

y $\phi^* = 2mnkl + \phi$ es la fase.

En la Fig. 2.10 se puede ver el perfil transversal de las franjas mostradas en la Fig. 2.9, a una distancia de 500m (línea sólida), obtenida solo con los dos primeros términos de las series. La línea punteada corresponde a la expresión asintótica sugerida anteriormente (con las series limitadas por $m, n, k \leq 2$), y la línea acotada fue trazada con solo parte de

$$I = \frac{A^2 b^4}{z^2} \left(\frac{J_1(v)}{4v^2} + \left[\frac{R^2}{u_1^2} + \frac{R^4}{4u_1^2} \right] (1 + J_0^2(v)) \right). \quad (2.34)$$

Se puede ver, que esta expresión es muy parecida a aquella que se obtiene usando la expresión completa para pequeños valores de los radios; sin embargo, no es válida para valores grandes de ρ_0 .

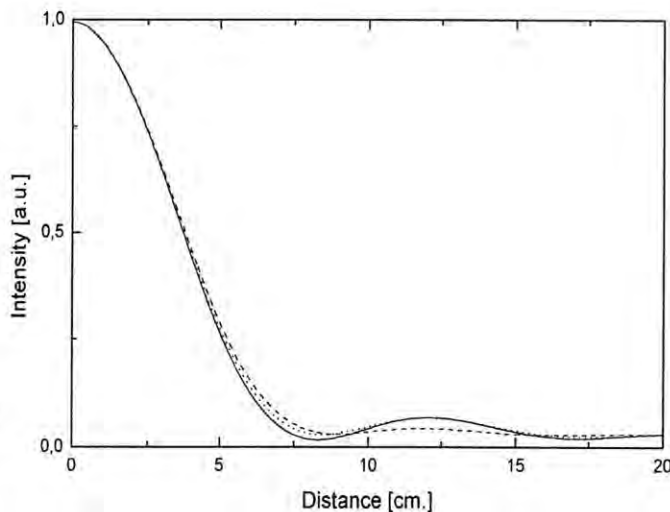


Fig. 2.10. Aproximación del patrón de difracción correspondiente a la Fig. 2.7 (b) a una distancia de 500m, con los términos principales de la expansión asintótica. La línea sólida es la solución numérica, las líneas acotadas y punteadas corresponden a la solución asintótica incluyendo solo los primeros dos términos de la expansión.

El artículo [25] muestra que la solución asintótica para la distribución de intensidad transversal es muy semejante a la que se obtiene numéricamente. Esta solución obtenida es independiente de la fase y tiene un comportamiento similar a los

resultados numéricos. La solución es independiente de la fase y tiene un comportamiento similar al de la Bessel.

2.4. La rejilla dipolar toroidal.

Ultimamente, se han propuesto un cierto número de trampas toroidales dipolares ópticas para aplicaciones muy específicas [26]. Por ejemplo, la trampa toroidal dipolar óptica propuesta por Hammes es una trampa superficial gravito - óptica y no permite manipular a los átomos de manera adecuada. Hay una *botella óptica* producida con un haz Laguerre-Gaussiano con ayuda de un holograma de amplitud, que no puede ser implementada en tiempo real.

El uso de múltiples trampas toroidales dipolares ópticas coaxiales para condensados de Bose-Einstein, es muy interesante desde el punto de vista de la posible generación e investigación de vórtices cuánticos [26] sobre anillos atómicos mesoscópicos [26]. Es sobre las bases de aquellos anillos múltiples, que un mecanismo de retroalimentación para un láser de átomo bidimensional es concebido. En esta modalidad, el tunelamiento radial entre los condensados tendría lugar a través de regiones toroidales oscuras.

El primer paso hacia en el desarrollo de trampas toroidales fue dado recientemente. La trampa toroidal dipolar óptica fue obtenida con el mismo método del haz de Laguerre-Gaussiano. Sin embargo, los autores reconocen que hay dos problemas asociados con esta técnica. Uno esta conectado con la disminución de modos de pureza de la generación holográfica, que deja substanciales dificultades de producir el modo Laguerre-Gaussiano con alto índice azimutal. El otro problema es la dificultad inherente al construir de esta manera la rejilla toroidal dipolar óptica, que es muy importante para la producción de una rejilla circular para átomos y por consiguiente un láser de átomo bidimensional.

Se puede proponer una nueva forma de producir una rejilla toroidal dipolar óptica que no presente estos problemas. Para esto se puede suponer, que la frecuencia del láser esta muy lejos de cualquier resonancia con la muestra atómica confinada, esto es, cuando el potencial dipolar es proporcional a la intensidad del láser.

Ahora describiremos el sistema. El haz bajo discusión fue obtenido de la misma manera como fue descrito antes: un interferómetro de Fabry-Perot, la lente de enfocado y el diafragma. Cada uno de estos elementos es susceptible de ser controlado electrónicamente, para permitir que la trampa tenga el comportamiento deseado. Consideremos la situación mostrada en la Fig. 2.6. Supongamos que tenemos una fuente puntual cuasimonocromática de longitud de onda λ , que ilumina un etalon de Fabry-Perot caracterizado por un grosor l , índice de refracción n' y reflectancia R . Con la ayuda de una lente positiva, la luz es llevada a foco a una distancia f . Una pantalla de difracción opaca, es ubicada en este plano con una apertura circular opaca concéntrica con las franjas. El plano de observación esta localizado a una distancia z a la derecha. Ahora, se introducen dos sistemas de coordenadas $(x_1, y_1) - (\rho_1, \phi_1)$ y $(x_0, y_0) - (\rho_0, \phi_0)$, los cuales son ligados a los planos focal y de observación respectivamente. En un reporte previo fue usada la fórmula de Rayleigh-Sommerfeld, para analizar la difracción de haces múltiples interferidos por una apertura circular. Aquí enfocaremos nuestra atención en la distribución del campo no muy lejos de la apertura.

Observamos una simetría cilíndrica en el problema. En estas coordenadas, la fórmula de Rayleigh-Sommerfeld (2.18) nos daría la distribución del campo en un punto de observación (ρ_0, ϕ_0) . En esta ecuación, la integración sobre ϕ_1 nos da una función Bessel y obtenemos la expresión (2.27).

Aquí se hace uso de la distribución de la amplitud del campo producido por el Fabry-Perot (2.21). Ahora, como en esta última ecuación, el término $Re^{i\delta} < 1$, se puede hacer la expansión en series del factor $(1 - Re^{i\delta})^{-1}$. Considerando esto y

haciendo el cambio de variable $\rho_1 = bx$, obtenemos la siguiente expresión para la integral:

$$U(\rho_0, \phi_0 | z) = \frac{2\pi b^2}{\lambda z} \sum_{m=0}^{\infty} R^m \exp(i2mn'kl + i\phi_0) \int_0^1 J_0(vx) \exp\left(\frac{i}{2} u_m x^2\right) x dx, \quad (2.35)$$

después de introducir las siguientes variables

$$v = k\rho_0 b / z, \quad u_m = \frac{kb^2}{z} \left(\frac{2mzl}{n' f^2} - 1 \right), \quad (2.36)$$

$$u_0 = \frac{kb^2}{z},$$

y b es el radio de la apertura. Con el fin de obtener una serie convergente cerca de la apertura, deberíamos separar esta integral en series del parámetro v/u_m (mas exactamente $\sum_s (v/u_m)^s J_0$), esto debido a que $u_m \gg 1$ y $v \approx 1$. Para este propósito es conveniente trabajar en una representación en serie con funciones de Lommel, por lo tanto diremos que:

$$\int_0^1 J_0(vx) \exp\left(\pm \frac{i}{2} u x^2\right) x dx = \frac{1}{u} \left[\pm i \exp\left(\mp i \frac{v^2}{2u}\right) \mp i \exp\left(\pm i \frac{u}{2}\right) \sum_{s=0}^{\infty} (\mp i)^s \left(\frac{v}{u}\right)^s J_s[v] \right]. \quad (2.37)$$

Para $(v/u) < 1$ obtenemos la siguiente expresión para el campo U :

$$U = b^2 \sum_{m=0}^{\infty} R^m \exp[im(2kn'l + \varphi)] \frac{i}{u_m} \left\{ \exp\left(-i \frac{v^2}{2u_m}\right) - \exp\left(i \frac{u_m}{2}\right) \sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{-iv}{u_m}\right)^s J_s(v) \right\}.$$

Finalmente la distribución de la intensidad en el punto de observación, puede obtenerse directamente como $I = UU^*$:

$$\begin{aligned}
I = & \frac{8\pi^2 I_0}{\lambda^2 z^2} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^m \frac{R^{m+n}}{u_m u_n} \cos(\alpha_m - \alpha_n) \left(1 - \frac{\delta_{mn}}{2}\right) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^m \left(1 - \frac{\delta_{mn}}{2}\right) \frac{R^{m+n}}{u_m u_n} \cos(\beta_m - \beta_n) X \right. \\
& \left. \left[\sum_{s=0}^{\infty} \left(\frac{v^2}{u_m u_n}\right)^s J_s^2 + \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{l=1}^s (-1)^s \left(\frac{v^2}{u_m u_n}\right)^s \left(\left(\frac{u_m}{u_n}\right)^l + \left(\frac{u_n}{u_m}\right)^l \right) J_{s+1} J_{s-1} \right] - \right. \\
& \left. \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{m-1} \frac{R^{m+n}}{u_m u_n} \sin(\beta_m - \beta_n) \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{s-1} (-1)^l \left(\frac{v^2}{u_m u_n}\right)^s \left[\left(\frac{u_m}{u_n}\right)^l \frac{u_m}{v} - \left(\frac{u_n}{u_m}\right)^l \frac{u_n}{v} \right] J_{s+l} J_{s-l-1} - \right. \\
& \left. \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{R^{m+n}}{u_m u_n} \left(\frac{v}{u_n}\right)^l J_l \cos\left(\alpha_m - \beta_n - l \frac{\pi}{2}\right) \right),
\end{aligned} \tag{2.38}$$

donde α_n y β_n son:

$$\alpha_n = n(2kn'l + \varphi) - \frac{v^2}{2u_n}, \quad \beta_n = n(2kn'l + \varphi) + \frac{u}{2}. \tag{2.39}$$

Esta es la solución analítica exacta del problema, que nos permite investigar con mas detalle la forma de la RTDO, la estabilidad de los CBE en las trampas y la capacidad de variación de la rejilla. En la Fig. 2.11 se presentan gráficas radiales de los patrones de intensidad obtenidos.

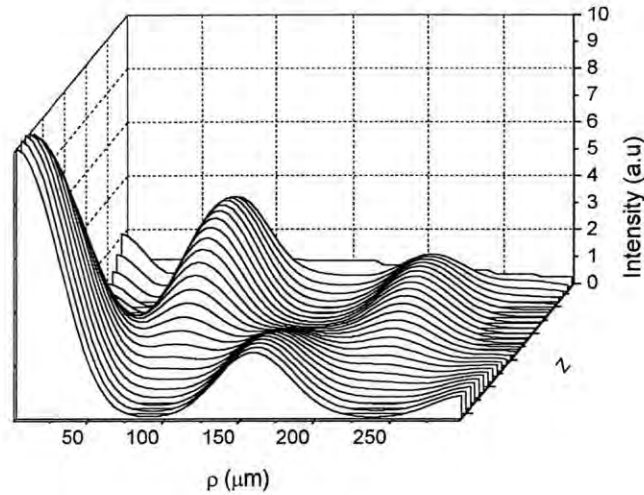


Fig. 2.11. Gráficas radiales de los patrones de intensidad obtenidos. Soluciones analíticas de la fórmula de Rayleigh-Sommerfeld.

Uno puede ver parte de la rejilla toroidal dipolar óptica obtenida bajo las condiciones de fase $\varphi=0$, y tamaño de la apertura $b=0.212\text{cm}$. De esta manera la intensidad en la apertura consiste de un anillo axial rodeado por otro. La Fig. 2.11 muestra la estructura de las trampas toroidales que forman el enrejado toroidal coaxial ordenado. Usando lentes transformadoras de Fourier, la región de interés se produciría cerca del plano focal de dichos lentes, las dimensiones serían determinadas por la longitud focal de los lentes.

La Fig. 2.12 muestra el efecto de cambiar el diámetro de la apertura de difracción, para variar el número de anillos encerrados, una operación que se puede llevar a cabo en principio, en tiempo real; ya sea cambiando el grosor del etalon, el diámetro del diafragma, o la longitud focal de las lentes.

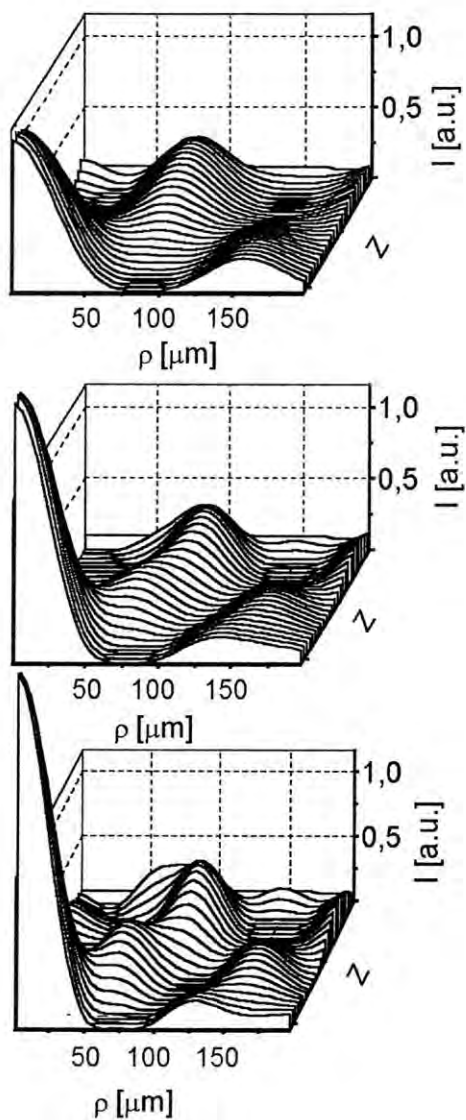


Fig. 2.12. Efecto del cambio del diámetro de la apertura de difracción.

Este sistema puede ser implementado en tiempo real, y así ofrece al operador la flexibilidad en la manipulación de la trampa. Hay que hacer hincapié, que en principio, todas las componentes ópticas del sistema son susceptibles de funcionar sincronizadamente, usando la tecnología electrónica actual; y por lo tanto, se

puede anticipar un mejor control en la dinámica de la condensación que se puede obtener con este método. Las rejillas toroidales dipolares ópticas para BEC discutidas aquí, pueden constituir un paso hacia delante para obtener el mecanismo de retroalimentación necesario para construir un láser de átomo bidimensional.

3. Aspectos funcionales de la trampa óptica propuesta.

3.1. Características de la trampa.

Debemos señalar en este punto, que la realización experimental de este concepto se sale del ámbito de este trabajo.

En este capítulo veremos el funcionamiento de la trampa óptica. Se hace un análisis basado en el uso de un programa que resuelve la ecuación de Rayleigh – Sommerfeld en la región de Fresnel, y posteriormente se grafican los resultados.

Para construir la trampa óptica, proponemos usar el montaje experimental que se muestra en la sección 2.2.

Cuando se activa la fuente de radiación, los frentes de onda que ésta genera llegan al etalón, donde se producen haces múltiples. De aquí, estos van hacia la lente, la cual los lleva a foco donde se ubica la pantalla con la apertura de difracción. A partir de aquí los haces son difractados y posteriormente se proyecta el patrón de difracción en una pantalla.

En la pantalla de observación se genera el patrón de difracción que es una distribución anular de intensidad luminosa, en la cual aparecen regiones de mínima y máxima intensidad. Ahora, las partículas quedan atrapadas al ser sometidas a la acción de una fuerza dipolar óptica, que como recordaremos de la sección 1.2.1, es proporcional al gradiente de la intensidad.

3.2. Análisis de la flexibilidad de la trampa.

Convenientemente, toda herramienta física debe de tener la propiedad de la flexibilidad, la cual nos permite, si es necesario, modificar sus características en corto tiempo.

Hasta este punto hemos visto varios tipos de trampas como la magnética, la de superficie gravito – óptica y el haz de botella óptica. Pues bien, al comparar éstas con la trampa óptica, podemos decir que esta última es más flexible. Podemos modificar fácilmente la trampa, variando cualquiera de los elementos que la generan: longitud de onda de la fuente, grosor del etalón, etc.

Veremos ahora como cambia la trampa al variar algunas de sus componentes y la estabilidad de la misma con estas variaciones.

3.2.1. Comportamiento de la trampa al variar el grosor del etalón.

Supondremos que los elementos que generan la trampa tienen las siguientes características:

Longitud de onda de la fuente (λ)	5×10^{-5} cm
Grosor del etalón (l)	1.0 cm
Reflectancia del Fabry – Perot (R)	0.9
Cambio de fase en la reflexión (ϕ)	0
Distancia focal de la lente	20.0 cm
Diámetro de la apertura de difracción	0.212 cm

Tabla 3.1. Características de los elementos que generan la trampa..

El programa que se utilizó utiliza valores de z dentro del intervalo $[45,50]$ cm, tomando valores con incrementos de 0.2cm.

Para cada valor de z hay una solución de la ecuación. A continuación se muestran las gráficas en cascada, de las soluciones obtenidas para cinco valores del grosor del etalón, en la primera de ellas el valor es de 1.0cm; este valor se incrementa en 5%, 15%, -5% y -15%.

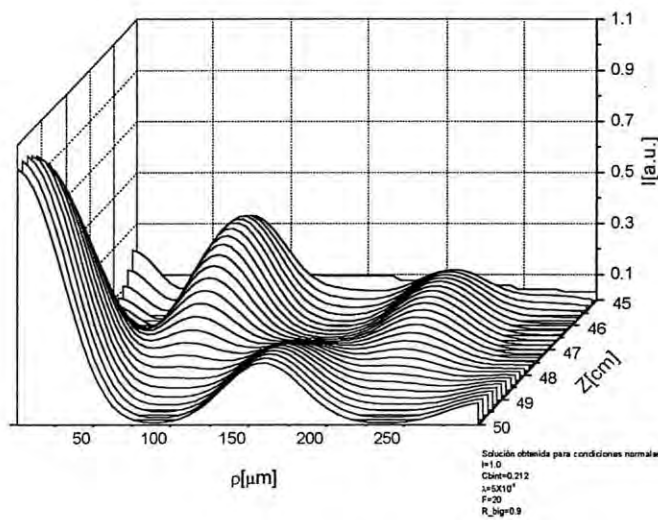


Fig. 3.1. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y grosor del etalón $l=1.0$.

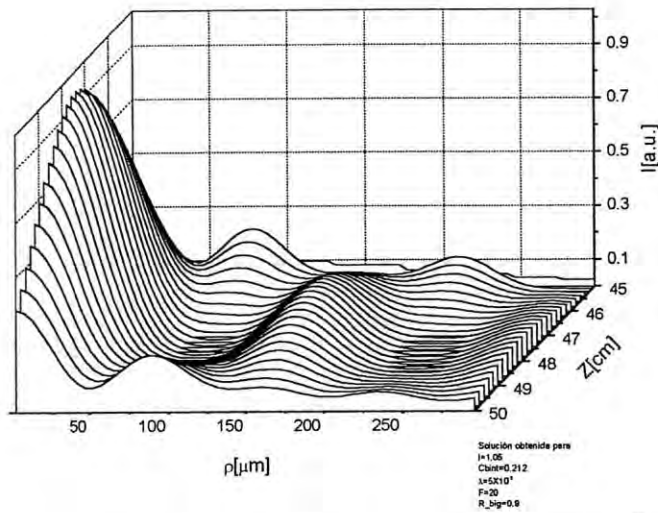


Fig. 3.2. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y grosor del etalón $l=1.05$.

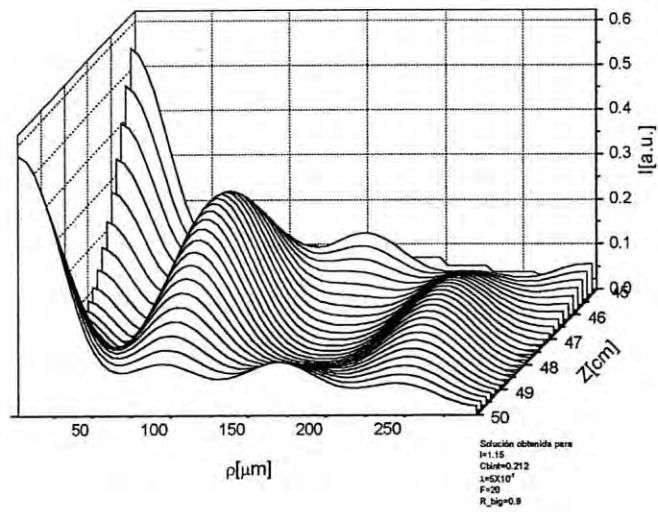


Fig. 3.3. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y grosor del etalón $l=1.15$.

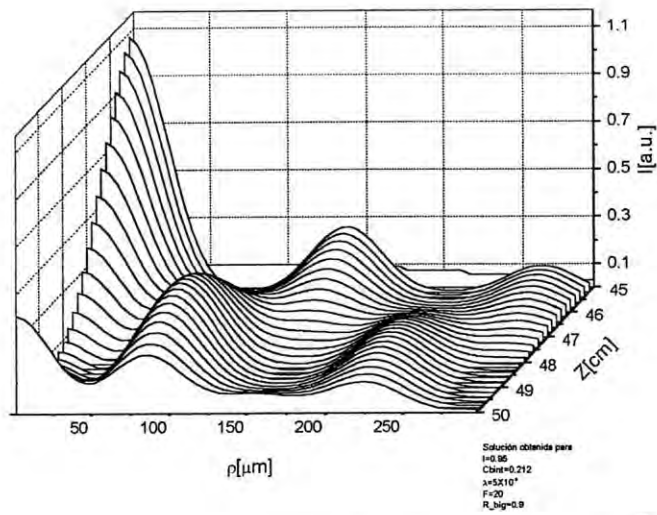


Fig. 3.4. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y grosor del etalón $l=0.95$.

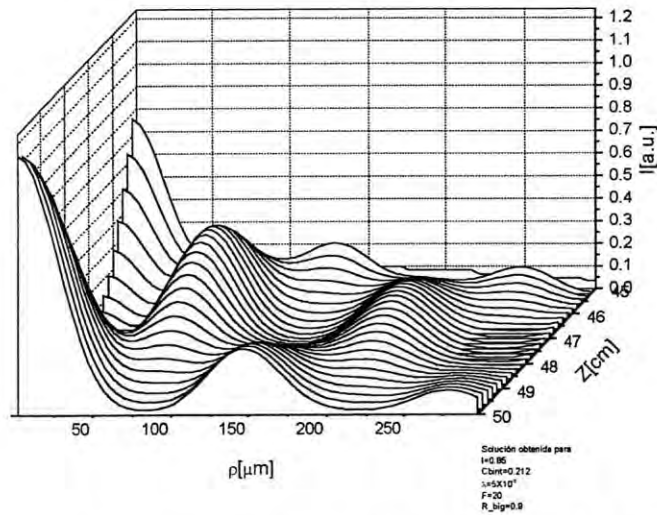


Fig. 3.5. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y grosor del etalón $l=0.85$.

De cada una de estas gráficas tomemos la solución que corresponde al valor de $z=50$. Esta solución puede ser rotada para obtener el patrón de difracción en ese valor de z , para cada uno de los valores del grosor del etalón.

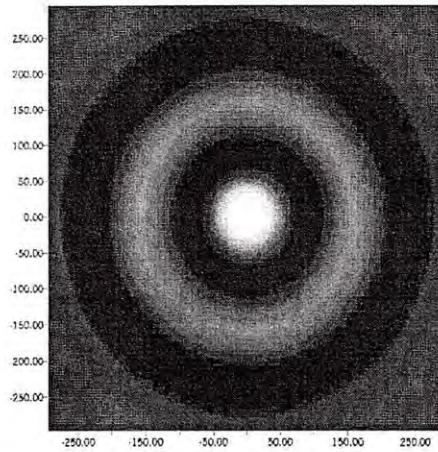


Fig. 3.6. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el grosor del etalón es 1.0cm .

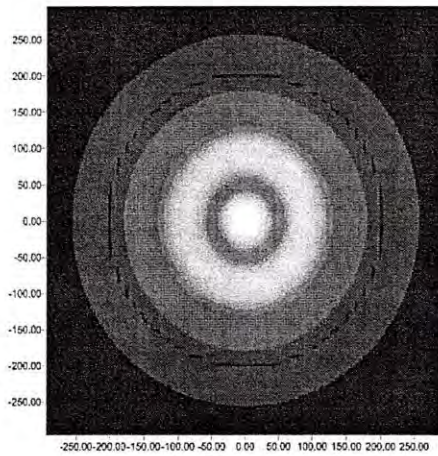


Fig. 3.7. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el grosor del etalón es 1.05cm .

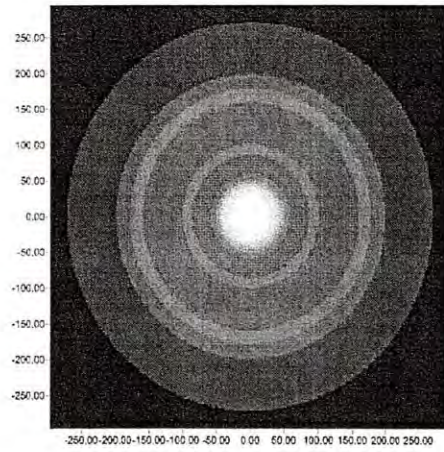


Fig. 3.8. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el grosor del etalón es 1.15cm .

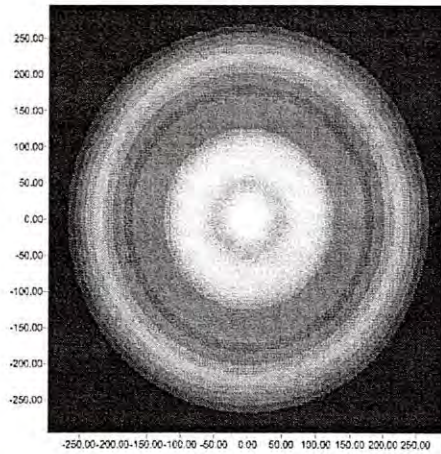


Fig. 3.9. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el grosor del etalón es 0.95cm .

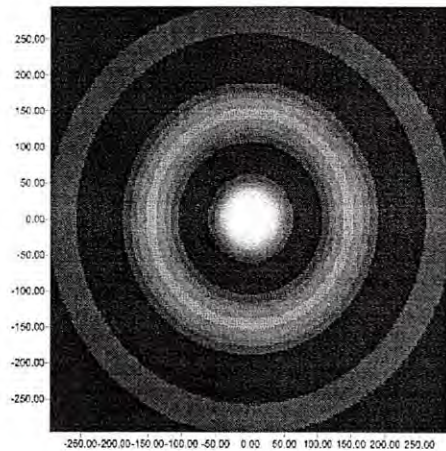


Fig. 3.10. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el grosor del etalón es 0.85cm .

3.2.2. Comportamiento de la trampa al variar el diámetro de la apertura.

Un segundo análisis de la estabilidad de la trampa óptica se llevó a cabo variando el diámetro de la apertura.

Al igual que en el caso anterior, partimos de una situación que consideramos como inicial. En esta otra situación, el montaje experimental tiene los mismos parámetros que se señalan en la Tabla 3.1.

Para cada valor de z hay una solución de la ecuación. A continuación se muestran las gráficas en cascada, de las soluciones obtenidas para cuatro valores del diámetro de la apertura, partiendo del valor inicial de 0.212 ; este valor se incrementa en 15% , 30% , -15% y -30% .

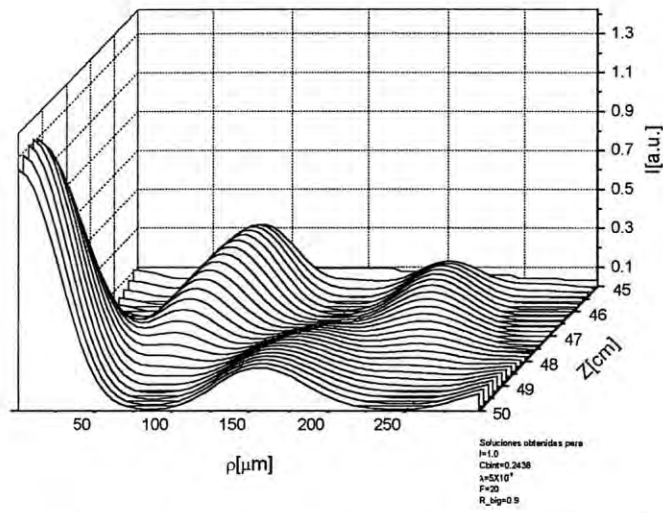


Fig. 3.11. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y el diámetro de la apertura igual a 0.2438 .

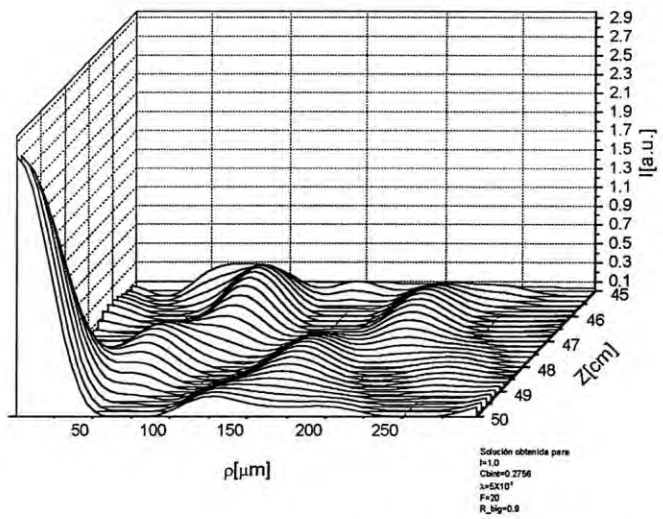


Fig. 3.12. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y el diámetro de la apertura igual a 0.2756 .

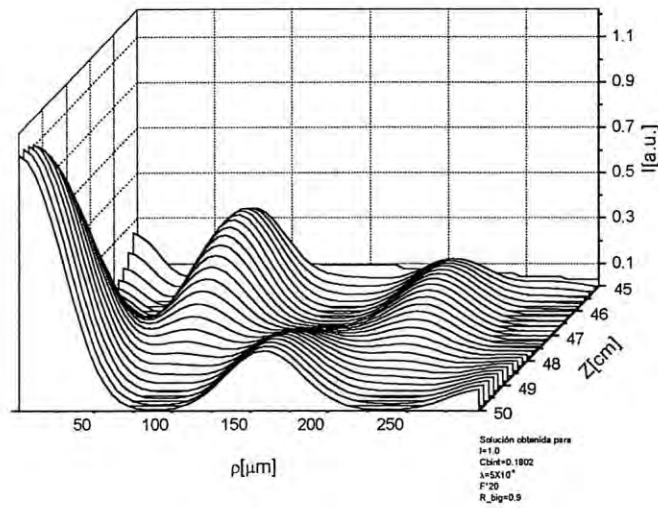


Fig. 3.13. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y el diámetro de la apertura igual a 0.1802.

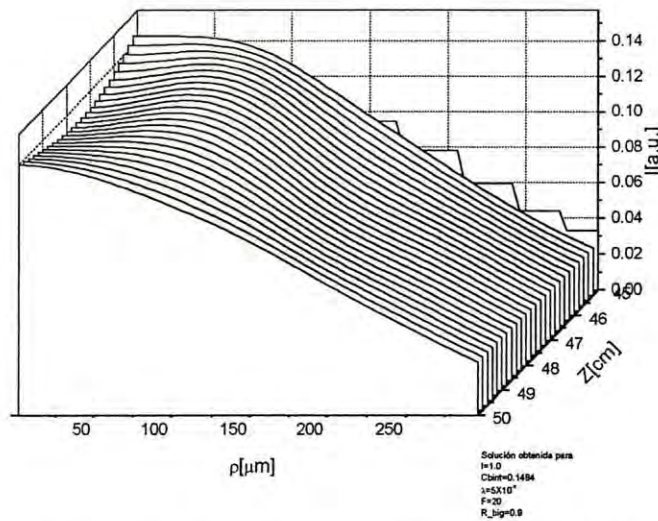


Fig. 3.14. Soluciones obtenidas para valores de z en el intervalo $[45,50]$ y el diámetro de la apertura igual a 0.1484.

De estas cuatro gráficas de cascada podemos ver, que salvo en el último de los casos, la trampa es muy estable ante variaciones del diámetro de la apertura, ya que los son pequeños en comparación con otros.

También, para este caso donde analizamos la estabilidad de la trampa al variar el diámetro, tomaremos la solución que corresponde al valor de $z=50$. Esta solución la vamos a rotar para obtener el patrón de difracción en ese valor de z , para cada valor del diámetro de la apertura.

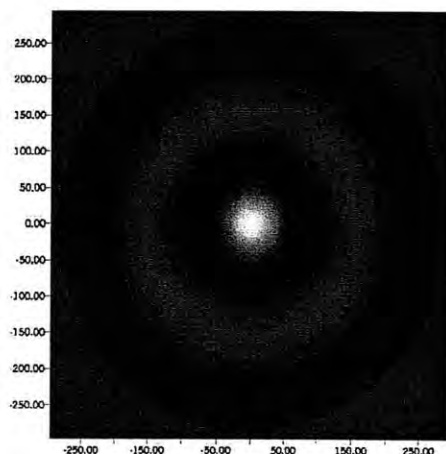


Fig. 3.15. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el diámetro de la apertura es 0.2438cm .

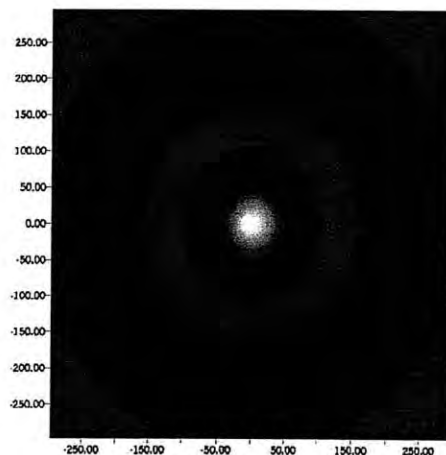


Fig. 3.16. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el diámetro de la apertura es 0.2756cm .

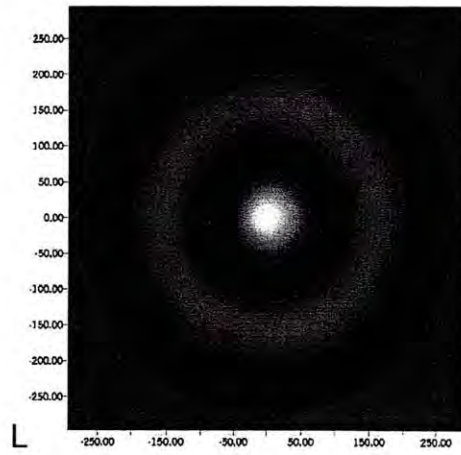


Fig. 3.17. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el diámetro de la apertura es 0.1802cm .

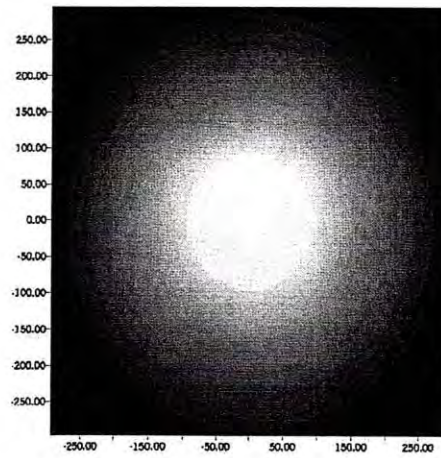


Fig. 3.18. Patrón de difracción obtenido cuando la pantalla de observación está en $z=50\text{cm}$ y el diámetro de la apertura es 0.1484cm .

4. Conclusiones.

En conclusión, en este trabajo presentamos un nuevo método para producir la Rejilla Toroidal Dipolar Optica (RTDO). En este tipo de trampas, las partículas son enfriadas por la acción de la fuerza dipolar.

El método que se propone está basado en la difracción producida por una abertura circular sobre múltiples haces interferidos. Estos haces son producidos por un interferómetro de Fabry-Perot.

El método puede ser implementado en tiempo real.

Exploramos la estabilidad y flexibilidad de tales rejillas con respecto a los parámetros l (espesor del Fabry-Perot), y d , el diámetro de la apertura de difracción. Estos parámetros son susceptibles de ser controlados electrónicamente, para que tengan un valor adecuado a las necesidades del experimento. Los análisis de estabilidad realizados, permiten afirmar que la rejilla es más estable ante variaciones del diámetro de la apertura.

5. Bibliografía.

1. "New Mechanisms for Laser Cooling", Claude N. Cohen – Tannoudji and William D. Phillips. *Physics Today*. October 1990, pp.33 - 40.
2. "Cooling and Trapping Atoms", William D. Phillips and Harold J. Metcalf. *Scientific American*. March 1987, Vol. 256, No. 3, pp.36 - 42.
3. A. Aspect et al, *Phys. Rev. Lett.* 61, 826 (1988).
4. M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* 69, 1741 (1992).
5. S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* 57, 314 (1986).
6. "Laser Manipulation of Atoms and Ions, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXVIII". W. D. Phillips. *Laser Manipulation of Atoms and Ions, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXVIII*, edited by E. Arimondo, W. D. Phillips and F. Strumia (North – Holland, Amsterdam, 1992), p. 289..
7. J. D. Miller, R. A. Cline and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* 47, R4567 (1993).
8. T. Takekoshi and R. J. Knize, *Opt. Lett.* 21, 77 (1996).
9. T. Kuga et al., *Phys. Rev. Lett.* 78, 4713 (1997).
10. H. J. Lee et al., *Phys. Rev. Lett.* 76, 2658 (1996).
11. "Ultracold Atoms and Bose – Einstein Condensation". A. Kuhn, H. Perrin, W. Hänsel and C. Salomon. Edited by K. Burnett, *OSA Trends in Optics and Photonics Series Vol. 7 (Optical Society of America, Washington, DC, 1996)*, p. 58.
12. C. S. Adams et al., *Phys. Rev. Lett.* 74, 3577 (1995).
13. "Laser Cooling". D. J. Wineland and Wayne M. Itano. *Physics Today* (June, 1987), pp. 34 – 39.
14. "Energía de Fusión, reportaje en *Waste Magazine*", <http://www.ideal.es/waste/fusion.htm>.
15. "Optical and Evaporative Cooling of Cesium Atoms in the Gravitational – Optical Surface Trap", M. Hammes, D. Rychtarik, V. Druzhinina, U. Moslener, I. Manek – Hönniger and R. Grimm. *ArXiv:Physics/0005035* (2000), to be published in *Journal of Modern Physics* (2000).

16. R. Grimm, M. Weidemüller and Yu. B. Ovchinnikov, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).
17. "Optical Confinement of a Bose – Einstein Condensate", D. M. Stamper – Kurn, M. R. Andres, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H. – J. Miesner, J. Stenger and W. Ketterle, *Physical Review Letters*, Vol. 80, Number 10, 9 March, 1998.
18. M. – O. Mewes et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996).
19. "Generation of a Beam with a dark Focus Surrounded by Regions of Higher Intensity: the Optical Bottle Beam", J. Arlt and M. J. Padgett. *Optics Letters* (February 15, 2000), Vol. 25, No. 4, pp. 191 – 193.
20. "A Waveguide for Bose – Einstein Condensates", K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer and K. Sengstock; arXiv:cond-mat/0007381, 25 Jul 2000.
21. I. Manek, Yu. B. Ovchinnikov y R. Grimm, *Opt. Comm.* **147**, 67 (1998).
22. "Diffraction of interfering waves: two optical beams in the Fresnel region", M. A. Cervantes and E. V. Kurmyshev. *Revista Mexicana de Física* **44** (2) 136 – 146, Abril de 1998.
23. "Single slit diffraction of two interfered optical beams in the Fresnel region", M. A. Cervantes. *Journal of Modern Optics*, 1999, Vol. 46, No. 2, 255 – 262.
24. "Difracción de Doble Rendija de Tres Haces Interferidos en la Región de Fresnel", M. A. Cervantes, A. A. Lipovka y M. Molinar Tavares. *Revista Mexicana de Física* (2001), Vol. 47, No. 4, pp. 347 – 350.
25. "Circular Aperture Diffraction of Multiple Interfering Beams", M. A. Cervantes, A. A. Lipovka y M. Molinar Tavares. Preimpreso: *Optics Communications*, (2001), Vol. 198, (1 - 3), pp. 101 - 105.
26. "Toroidal Optical Dipole Grating", M. A. Cervantes y A. A. Lipovka. Preimpreso: *Optics Communications*, (2001), Vol. 198, (1 - 3), pp. 101 - 105.