

BIBLIOTECA
C. I. F. - U. S.
UNIVERSIDAD DE SONORA

R-042

PROPIEDADES OPTICAS DE UNA PELICULA DELGADA DIELECTRICA

EN PRESENCIA DE EFECTOS DE DISPERSION LINEALES

CARLOS CESAR
ELVIA GUADALUPE
MIGUEL ANGEL
MARTA ROSAURA
FLAVIO RUBERTO
MARIA ELENA

BIBLIOTECA
C. I. F. - U. S.
UNIVERSIDAD DE SONORA

CON EL VECTOR DE ONDA.

TRABAJO DE TESIS PARA LA OBTENCION DEL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS

EN LA ESPECIALIDAD DE FISICA

PRESENTADO POR :

FRANCISCO JAVIER ESPINOZA BELTRAN

UNIVERSIDAD DE SONORA

CENTRO DE INVESTIGACION EN FISICA

C I F U S

COMITE DE TESIS:

Dr. Peter Halevi	Investigador I. C. U. A. P.
Dr. Miguel Cervantes M.	Investigador C. I. F. U. S.
Dr. Efraín Regalado	Investigador C. I. F. U. S.
M. C. Julio C. Saucedo	Investigador C. I. F. U. S.

HERMOSILLO, SONORA.

DICIEMBRE DE 1987.

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	2
AGRADECIMIENTOS.....	3
INTRODUCCION.....	6
I. POLARITONES EXCITONES EN SEMICONDUCTORES CON GAP DIRECTO.	
I.1 CONCEPTOS ELEMENTALES DE EXCITONES.....	8
I.2 DISPERSION ESPACIAL: BANDAS PARABOLICAS.	
I.2.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas en medios dieléctricos, isotrópicos y no-lineales.....	10
I.2.2 Modelo de oscilador armónico de Drude-Lorentz.....	13
I.2.3 Dispersión espacial.....	15
I.2.4 El problema de las condiciones adicionales en la frontera.....	16
I.2.5 La capa muerta.....	17
I.3 PROPIEDADES OPTICAS DE PELICULAS DELGADAS (BANDAS PARABOLICAS).....	18
II. EXCITONES CON DESDOBLAMIENTO DE BANDAS LINEAL EN EL VECTOR DE LA ONDA.	
II.1 INTRODUCCION.....	20
II.2 DEDUCCION DE LA FUNCION DIELECTRICA.....	21
II.3 POLARITONES EXCITONES DE VOLUMEN: TRES MODOS DE PROPAGACION.....	23
III. CALCULO DE LA REFLECTIVIDAD Y TRANSMITIVIDAD DE UNA PELICULA DELGADA.	
III.1 LA GEOMETRIA.....	25
III.2 CONDICIONES ADICIONALES.....	26
III.3 REFLECTIVIDAD Y TRANSMITIVIDAD.....	29

IV.	RESULTADOS NUMERICOS.....	36
IV.1	JUSTIFICACION: LOS CASOS $\phi = 0$ Y $d \rightarrow \infty$	36
IV.2	BARRIDO DE ESPESOR (REFLECTANCIA Y CAMPO ELECTRICO)....	37
IV.3	CAMPOS EN EL MEDIO NO-LOCAL.....	40
IV.4	BARRIDO DE FRECUENCIA (REFLECTANCIA, TRANSMITANCIA Y ABSORTANCIA).....	41
IV.5	CONCLUSIONES.....	42
	FIGURAS.....	46
	BIBLIOGRAFIA.....	50

Hopfield en 1958 formularon el concepto de acoplamiento exciton-fotón, llamado comunmente polaritón exciton. El excitón es la excitación elemental o cuanto asociado a la polarización del material, de la misma manera que el fotón está asociado al campo electromagnético. Resultados experimentales independientes han coincidido en que la presencia de ondas adicionales es debida al movimiento de la masa excitónica efectiva, de manera que la energía cinética del excitón se agrega a su energía de formación.

La teoría de excitones fue formulada por los años treinta por Fréinkel, Peierls y Wannier. Esta teoría permitió formular los mecanismos por los cuales sólidos aislantes puros absorben luz visible o ultravioleta a una longitud de onda dada, y la forma en que disponen de dicha energía.

La presencia de modos de propagación adicionales conlleva al problema de las condiciones adicionales en la frontera (ABC), es decir, condiciones que deben satisfacer las nuevas ondas en la frontera del medio no-local. Hasta la fecha el ABC de Peierls es el que mejor se aproxima a los resultados experimentales.

En 1963 Hopfield y Thomas introducen el modelo de capa "muerta" o capa superficial libre de excitones en la frontera del material no-local. Este modelo les permitió hacer muy buenas aproximaciones de cálculos teóricos con resultados experimentales. Posteriormente el modelo de capa "muerta" ha sido usado satisfactoriamente en muchos tratamientos teóricos.

En este trabajo se calculan las propiedades ópticas

INTRODUCCION.

Los trabajos realizados por S. I. Pekar en 1957⁽¹⁾, sobre dispersión espacial en sólidos predijeron por primera vez la presencia de ondas de luz adicionales. Los fenómenos de dispersión espacial, también llamados no-locales, aparecen cuando la constante dieléctrica del material es función del vector de onda del campo eléctrico dentro del material. Con el fin de predecir los efectos debidos a la dispersión espacial S. I. Pekar y J. J. Hopfield en 1958⁽²⁾, formularon el concepto de acoplamiento excitón-fotón, llamado comunmente polaritón excitón. El excitón^(3,5) es la excitación elemental o cuanto asociado a la polarización del material, de la misma manera que el fotón está asociado al campo electromagnético. Resultados experimentales independientes han coincidido en que la presencia de ondas adicionales es debida al movimiento de la masa excitónica efectiva, de manera que la energía cinética del excitón se agrega a su energía de formación.

La teoría de excitones fué formulada por los años treinta por Frenkel, Peierls y Wannier⁽³⁾. Esta teoría permitió formular los mecanismos por los cuales sólidos aislantes puros absorben luz visible o ultravioleta a una longitud de onda dada, y la forma en que disponen de dicha energía.

La presencia de modos de propagación adicionales conlleva al problema de las condiciones adicionales en la frontera (ABC)⁽¹⁾, es decir, condiciones que deben satisfacer las nuevas ondas en la frontera del medio no-local. Hasta la fecha el ABC de Pekar es el que mejor se aproxima a los resultados experimentales.

En 1963 Hopfield y Thomas^(4,5) introducen el modelo de capa "muerta" o capa superficial libre de excitones en la frontera del material no-local. Este modelo les permitió hacer muy buenas aproximaciones de cálculos teóricos con resultados experimentales. Posteriormente el modelo de capa "muerta" ha sido usado satisfactoriamente en muchos tratamientos teóricos.

En este trabajo se calculan las propiedades ópticas

(Reflectancia, Transmitancia y Absortancia) de una película delgada de CdS, se considera la dependencia lineal de la constante dieléctrica en el vector de onda, y la existencia de capa muerta. Los parámetros utilizados son los proporcionados por Mahan y Hopfield⁽⁶⁾. Se construye un programa de computadora que permite hacer tanto barridos de frecuencia de ondas incidentes como barridos de espesor de la película contra R, T y A. El programa se prueba para dos casos límite ($\phi = 0$ y $d \rightarrow \infty$). Los resultados son analizados considerando interferencias Fabry-Perot^(7,8) de las ondas en el medio no-local. Se grafica la parte real de los campos eléctricos en la película para identificar la onda que provoca la interferencia y el orden de ésta.

El contenido de esta tesis es dividido en cuatro capítulos. Los primeros dos capítulos son un resumen de la teoría que involucra el tratamiento óptico de semiconductores dispersivos, en particular, cuando la constante dieléctrica es función lineal de el vector de onda. En el capítulo tres se presentan los cálculos realizados. Finalmente, el capítulo cuatro contiene resultados y conclusiones del trabajo desarrollado.

La separación del electrón y del hoyo. El modelo de Wannier se aplica específicamente a excitones de radio grande, aunque excitones de tamaño intermedio pueden considerarse de este tipo. La existencia de estados ligados extendidos y la posibilidad de traslación de excitación hace del excitón único a sólidos y moléculas regulares grandes. La figura 1.1 muestra un esquema de los excitones de Frenkel y de Wannier.

Una constante dieléctrica grande en un cristal produce un apantallamiento efectivo en la atracción coulombiana del electrón y el hoyo que forman el excitón. Esto da lugar a que las energías de ligadura en semiconductores sea de apenas algunos eV, mucho menor que la energía de ionización de un electrón en un átomo de hidrógeno. Por esta razón un radio de Bohr excitónico es de varios nanómetros, mucho mayor que el radio de Bohr.

La energía de los excitones (bandas parabólicas) es dada por series de energía hidrogenoides con los primeros números cuánticos

I. POLARITONES EXCITONES EN SEMICONDUCTORES CON GAP DIRECTO.

I.1 CONCEPTOS ELEMENTALES DE EXCITONES Y POLARITONES.

Como se mencionó anteriormente, Frenkel, Peierls y Wannier^(3,5) fueron los primeros en desarrollar la teoría de los excitones, detallando las cuestiones fundamentales sobre los mecanismos de absorción de radiación luminosa para una frecuencia dada y la disposición de la energía adquirida.

A los estados electrónicos excitados en un cristal Frenkel los llamó "excitones", visualizando la construcción de paquetes de onda representando partículas de excitación. Wannier mostró que un excitón puede ser visto alternativamente como un electrón de la banda de conducción y un hoyo de la banda de valencia, unidos pero con una considerable separación. El par viaja a través del cristal en un estado caracterizado por el vector de onda total q . Estas dos representaciones no son tan diferentes como al principio podrían parecer. Los excitones Frenkel y Wannier difieren físicamente en su radio, es decir, en la separación del electrón y del hoyo. El modelo de Wannier se aplica específicamente a excitones de radio grande, aunque excitones de tamaño intermedio pueden considerarse de este tipo. La existencia de estados ligados extendidos y la posibilidad de traslación de excitación hace del excitón único a sólidos y moléculas regulares grandes. La figura I.1 muestra un esquema de los excitones de Frenkel y de Wannier.

Una constante dieléctrica grande en un cristal produce un apantallamiento efectivo en la atracción coulumbiana del electrón y el hoyo que forman el excitón. Esto da lugar a que las energías de ligadura en semiconductores sea de apenas algunos meV, mucho menor que la energía de amarre de un electrón en un átomo de hidrógeno. Por esta razón un radio de Bohr excitónico es de varios nanómetros, mucho mayor que el radio de Bohr.

La energía de los excitones (bandas parabólicas) es dada por series de energía hidrogenoides con los primeros números cuánticos

$n_{(3)}$ (Knox, 1963):

$$E_n(q) = E_g - R \left(\frac{1}{n^2} \right) + \frac{h^2 q^2}{2M} \quad (I.1)$$

donde E_g es la energía de la banda gap (prohibida), R es la constante de Rydberg modificada o energía de amarre del excitón, q el vector de onda del excitón, M la suma de las masas del hoyo y del electrón, y h la constante de Planck dividida entre 2π . La ecuación (I.1) puede expresarse también como:

$$h \omega_T(q) = h \omega_T(q=0) + \frac{h^2 q^2}{2M} \quad (I.2)$$

siendo ω_T la frecuencia de la onda asociada al excitón. Un esquema de la relación de energía contra vector de onda para series excitónicas hidrogenoides es mostrada en la figura I.2.

La excitación de excitones es acompañada por fotones de energía $h\omega_T$. El campo de radiación electromagnética del cristal se acopla a los osciladores excitónicos. Por lo tanto, los excitones contribuyen a la polarización del cristal. Esta contribución es descrita en términos macroscópicos por la función dieléctrica compleja $\epsilon(\omega, q)_{(p)}$ la cual es, en general, función de la frecuencia ω y del vector de onda q .

En 1951 Huang₍₁₀₎ demostró, trabajando con ondas de volumen, que la relación de dispersión para el estado acoplado excitón-fotón tiene la forma:

$$\frac{c^2 q^2}{\omega^2} = \epsilon(\omega, q) \quad (I.3)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Los cuantos (paquetes de energía) de los eigenestados que obedecen esta ecuación fueron llamados "polaritones"₍₅₎. Hopfield en 1958 usó este nombre en conexión con excitones. Es común llamarlos polaritones-excitones, polaritones-fonones o polaritones-plasmones dependiendo si la función dieléctrica ϵ describe excitones, fonones o

plasmones, respectivamente.

Todo polaritón de volumen tiene su contraparte en la superficie del cristal. Esos polaritones de superficie son soluciones de las ecuaciones de Maxwell y están ligados a la superficie. Fué mostrado por Stern (1958) y por Ritchie y Eldridge (1962) ⁽¹¹⁾ que los polaritones de superficie siempre existen en el régimen de frecuencia donde la parte real de la función dieléctrica ϵ del cristal es negativa y su valor absoluto excede la constante dieléctrica del medio adjunto. Esta condición es aplicada entre una frecuencia resonante transversal de volumen ω_T y una frecuencia límite cercana a la frecuencia volumétrica longitudinal ω_L correspondiente.

Una excitación elemental que forma un polaritón es, por ejemplo un fonón óptico. Las ramas polaritón de volumen transversal son obtenidas usando la función dieléctrica $\epsilon(\omega)$ para fonones (Huang, 1951):

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{\infty} \left[1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \right]$$

siendo ϵ_{∞} la constante dieléctrica de fondo independiente de la frecuencia y del vector de onda. ω_T y ω_L son la frecuencias de resonancia transversal y longitudinal, respectivamente, y Γ la constante de amortiguamiento empírica. En la figura I.3 muestra la curva de dispersión, energía contra vector de onda, para polaritones-fonones.

I.2 DISPERSION ESPACIAL (BANDAS PARABOLICAS). EL PROBLEMA DE LAS CONDICIONES ADICIONALES EN LA FRONTERA.

I.2.1 ECUACIONES DE MAXWELL Y ONDAS ELECTROMAGNETICAS EN MEDIOS DIELECTRICOS, ISOTROPICOS, LINEALES Y NO-MAGNETICOS.

las ecuaciones de Maxwell ⁽⁹⁾ son las ecuaciones diferenciales que determinan, junto con las condiciones frontera para una situación particular, los campos producidos por fuentes de carga y

corriente:

$$\nabla \times E = - \frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (I.4)$$

$$\nabla \cdot D = 4\pi\rho \quad (I.5)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (I.6)$$

$$\nabla \times H = - \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} J \quad (I.7)$$

donde E, D, B, H, ρ y J son el campo eléctrico, desplazamiento eléctrico, inducción magnética, campo magnético, densidad de carga y densidad de corriente, respectivamente. La primera ecuación es la forma diferencial de la ley de Faraday de inducción electromagnética; La segunda ecuación es la ley de Gauss, la cual se deriva de la ley de Coulomb; el hecho de que nunca ha sido observado un monopolo magnético es representado por la tercera ecuación; finalmente, la última ecuación es una expresión de la ley de Amper.

Para aplicar las ecuaciones de Maxwell en presencia de cuerpos materiales es necesario conocer las ecuaciones constitutivas del material, ya sea experimentalmente o a partir de una teoría microscópica de la clase particular del material. Las ecuaciones constitutivas se expresan como:

$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j \quad H_i = \sum_j \mu_{ij} B_j \quad (I.8)$$

Si existe densidad de corriente J en el material, habrá que incluir una tercera ecuación constitutiva:

$$J_i = \sum_j \sigma_{ij} E_j \quad (I.9)$$

Estas ecuaciones acopladas con la ecuación de fuerza de Lorentz, que describe la acción de los campos sobre partículas cargadas, en movimiento, forma el conjunto de leyes que dan la descripción clásica completa de partículas interactuando electromagnéticamente

Considerando un medio isotrópico, lineal y no-magnético ($\mu=1$), las ecuaciones constitutivas (I.8) se reducen a

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} \quad \text{y} \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (\text{I.10})$$

y la ecuación (I.7) puede expresarse como

$$\nabla \times \mathbf{B} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}_{ef}}{\partial t}, \quad (\text{I.11})$$

siendo

$$\frac{\partial \mathbf{D}_{ef}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - 4\pi \mathbf{J}.$$

A partir de estas ecuaciones pueden deducirse las ecuaciones de propagación de ondas electromagnéticas en un medio lineal y no-magnético. La ecuación de onda para el campo magnético es derivada tomando el rotacional de la ecuación (I.4):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla \times \mathbf{B} \right]. \quad (\text{I.12})$$

Usando la identidad

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A},$$

la ecuación (I.11) y se obtiene la ecuación de onda (\mathbf{B}) :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{I.12})$$

Una solución particular de esta ecuación son las ondas monocromáticas. Estas ondas se caracterizan por tener una amplitud constante y una sola frecuencia de oscilación. Se representan por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (\text{I.13})$$

donde \mathbf{E}_0 es la amplitud de la onda, \mathbf{q} el vector de onda y ω la frecuencia de oscilación de la onda. Sustituyendo esta solución en la ecuación de onda se obtiene

$$\mathbf{q}^2 \mathbf{E} - \mathbf{q} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{E}) - \frac{\epsilon \omega^2}{c^2} \mathbf{E} = 0. \quad (\text{I.14})$$

Si el medio está libre de cargas, la ecuación (I.5) implica que

$$\epsilon (\mathbf{q} \cdot \mathbf{E}) = 0,$$

entonces si $\epsilon \neq 0 \rightarrow \mathbf{q} \cdot \mathbf{E} = 0$, que corresponde al caso de ondas

entonces si $\epsilon \neq 0 \rightarrow \mathbf{q} \cdot \mathbf{E} = 0$, que corresponde al caso de ondas electromagnéticas planas transversales ($\mathbf{E} \perp \mathbf{q}$). La ecuación (I.14) se reduce entonces a la ecuación

$$q^2 = \epsilon \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (\text{I.15})$$

conocida como relación de dispersión para ondas transversales.

Si $\mathbf{E} \parallel \mathbf{q}$, se tendrán ondas longitudinales con la relación de dispersión

$$\epsilon = 0. \quad (\text{I.16})$$

De las relaciones de dispersión (I.15) y (I.16) puede verse que cuando la función dieléctrica depende del vector de onda \mathbf{q} aparecerá más de una onda en el material (dispersión espacial).

I.2.2 MODELO DE OSCILADOR ARMONICO DE DRUDE-LORENTZ.

El como se propaga una onda electromagnética en un material depende en gran parte de la constante dieléctrica ϵ . Cuando esta constante es función de la frecuencia ω se presenta el fenómeno óptico llamado *dispersión* (temporal). Un modelo microscópico clásico que predice su comportamiento es el *modelo de Drude-Lorentz*, el cual se basa en considerar las partículas cargadas (en este caso electrones y hoyos ligados) como osciladores armónicos.

La ecuación de movimiento para un oscilador clásico forzado amortiguado es:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \omega_T^2 \mathbf{r} = -\frac{e}{m} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{I.17})$$

donde γ es el parámetro fenomenológico de amortiguamiento, e y m las carga y masa de la partícula (electrón), ω_T la frecuencia del oscilador no-amortiguado relacionado con la fuerza restitutiva $m\omega_T^2 \mathbf{r}$, y $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ el campo perturbador que produce la fuerza externa ($-e\mathbf{E}$).

Si la perturbación es debida a una onda electromagnética plana, entonces

$$E(r, t) = E e^{i(q \cdot r - \omega t)} \quad (I.18)$$

la solución a la ecuación es:

$$r = - \frac{\frac{e}{m} E}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (I.19)$$

de aquí que el momento dipolar del oscilador, $p = -er$, es:

$$p = \frac{\frac{e^2}{m} E}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \quad (I.20)$$

Si N es el número de osciladores por unidad de volumen en el material, entonces la densidad de polarización es

$$P = N p$$

Por lo tanto, el desplazamiento eléctrico definido como $D = E + 4\pi P$, será:

$$D = \left[1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \right] E.$$

definiendo

$$\omega_p^2 = 4\pi N e^2 / m,$$

la función dieléctrica será:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}.$$

Considerando la contribución de otros osciladores cerca de la frecuencia de resonancia ω_T , se incluye la constante dieléctrica de fondo ϵ_0 en la función dieléctrica, quedando:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + \frac{\omega_p^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (I.21)$$

Se obtiene una constante dieléctrica $\epsilon(\omega)$ dependiente de la frecuencia, análoga a la constante dieléctrica para fonones ópticos mostrada en la sección I.1.

Usando la relación de dispersión para ondas longitudinales

($\epsilon=0$) y eliminando el factor de amortiguamiento en (I.21), se encuentra la frecuencia de resonancia excitónica para modos longitudinales

$$\omega_L^2 = \omega_T^2 + \frac{\omega_P^2}{\epsilon_0} \quad (I.22)$$

El modelo microscópico clásico presentado permite obtener la respuesta de un material dieléctrico ante una perturbación electromagnética, en presencia de efectos de dispersión (no-espacial). Cuando la constante dieléctrica es función del vector de onda, además de la frecuencia, se presenta el fenómeno óptico llamado *dispersión espacial*.

I.2.3 DISPERSION ESPACIAL.

En los cristales ópticos la dispersión espacial, se refiere a la dependencia del tensor dieléctrico $\epsilon_{ij}(\omega, q)$ sobre el vector de onda q . Volviendo a los excitones, como las excitaciones elementales bajo consideración, para la descripción de polaritones excitones es necesario incluir la energía cinética del movimiento del centro de masa, cuya energía de reposo esta cuando $q = 0$, para frecuencias ω cercanas a ω_T .

Para pequeños valores de $|q|$, $\omega_T(q)$ varía cuadráticamente con q , de la forma

$$\omega_T^2(q) = \omega_T^2(q = 0) + Dq^2 \quad (I.23)$$

donde D mide la curvatura de la relación de dispersión en $q = 0$:

$$D = \frac{h\omega_T}{(m_e + m_h)}$$

Esto lleva a la función dieléctrica para excitones (Hopfield y Thomas, 1963) ⁽⁴⁾:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + \frac{\omega_P^2}{\omega_T^2 - \omega^2 + Dq^2 - i\gamma\omega} \quad (I.24)$$

La coexistencia de más de una rama polaritónica a una energía dada es una consecuencia inmediata de la dependencia de la energía excitónica con el vector de onda. La relación de dispersión para

modos transversales es:

$$\frac{c^2 q^2}{\omega^2} = \epsilon_0 + \frac{\omega_p^2}{\omega_T^2 - \omega^2 + Dq^2 - i\gamma\omega}, \quad (I.25)$$

de esta ecuación se obtienen dos modos transversales de propagación volumétricos, denotados como q_1 y q_2 (en general cantidades complejas).

Los modos longitudinales se obtienen de la relación de dispersión $\epsilon(\omega, q) = 0$, dando lugar a un modo longitudinal de propagación, denotado por q_3 . La figura I.4 es un diagrama esquemático de la relación de dispersión de polaritones excitones para modos transversales.

I.2.4 EL PROBLEMA DE LAS CONDICIONES ADICIONALES EN LA FRONTERA.

Si la dispersión espacial esta presente, las ondas de luz incidentes en el material no-local excitarán más de una onda. Por lo tanto, para calcular los espectros ópticos en este caso, a diferencia de la óptica clásica, se requerirá de condiciones adicionales en la frontera (denotadas por ABC) aplicadas sobre la polarización excitónica en la frontera, además de las condiciones de Maxwell usuales

$$E_{1Tg} = E_{2Tg} \quad \text{y} \quad H_{1Tg} = H_{2Tg}$$

para los campos eléctrico E y magnético H a ambos lados de la frontera del medio no-local.

La forma más simple de ABC y la primera propuesta, es debida a S. I. Pekar ⁽¹⁾ (1957, 1958):

$$\mathcal{P} |_{z'} = 0$$

donde \mathcal{P} es la polarización excitónica y z' la posición de la frontera de medio no-local.

Hasta la fecha se han propuesto muchos ABC's adecuados para ciertos materiales en circunstancias determinadas. Sin embargo, la evidencia experimental parece coincidir, hasta el momento, en que uno de los más adecuados es el ABC de Pekar. A continuación se

presenta una recopilación de ABC's para luz con polarización p. La evaluación en $z = 0^+$ se refiere a la frontera del material.

T A B L A I
CONDICIONES ADICIONALES DE FRONTERA (POLARIZACION P)

N O M B R E	C O N D I C I O N
Pekar	$\mathcal{P}(0^+) = 0$
Ting et al.	$\frac{\partial \mathcal{P}(0^+)}{\partial z} = 0$
Rimbey-Mahan	$\mathcal{P}_x(0^+) = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{P}_z(0^+)}{\partial z} = 0$
Agarwall-Pattanayak-Wolf	$i\Gamma \mathcal{P}(0^+) + \frac{\partial \mathcal{P}(0^+)}{\partial z} = 0$
ABC generalizado	$\alpha_j \mathcal{P}_j(0^+) + \beta_j \frac{\partial \mathcal{P}_j(0^+)}{\partial z} = 0, \quad j = x, y$

SE CONSIDERA LA POSICION DE LA FRONTERA EN $z=0$, EVALUANDOSE AL LADO DEL MEDIO NO-LOCAL (0^+) .

El ABC generalizado contiene, como caso particular, los ABC's anteriores. Las cantidades α_j y β_j son propuestas en algunos trabajos relacionados con el tema como parámetros fenomenológicos, y determinados comparando cálculos con resultados experimentales.

I.2.5 LA CAPA MUERTA

La forma de las condiciones adicionales a la frontera ^(1,5), depende esencialmente del comportamiento del potencial $U(z)$ para el excitón cerca de la frontera del cristal. Actualmente se están desarrollando teorías tendientes a dar una explicación al mecanismo por el cual los excitones Mott-Wannier interactúan con la superficie ⁽⁵⁾.

A fin de simplificar el problema, Hopfield y Thomas en ⁽⁴⁾ 1963 introdujeron una capa superficial libre de excitones, llamada *capa*

"muerta". En este modelo el potencial $U(z)$ es considerado como una barrera de potencial infinita localizada a una distancia l dentro del cristal:

$$U(z) = \begin{cases} 0 & (l < z < +\infty) \\ +\infty & (0 < z < l) \end{cases}$$

La región comprendida en $0 < z < l$ es caracterizada por la constante dieléctrica de fondo ϵ_0 (independiente de la frecuencia). Las condiciones frontera de Maxwell usuales son aplicadas en la frontera vacío-capa muerta. Además de estas condiciones, los ABC de Pekar son aplicados en $z=l$. Físicamente el espesor de la capa muerta será del orden del radio de Bohr excitónico (del orden de 100 \AA). En general, se considera el espesor de la capa muerta un parámetro fenomenológico que es seleccionado comparando los cálculos del espectro de reflexión con datos experimentales.

En trabajos posteriores al de Hopfield y Thomas se ha continuado utilizando el concepto de capa muerta, algunas veces como un artificio para mejorar los cálculos, e incluso, se ha aplicado a modelos diferentes al de Pekar.

1.3 PROPIEDADES ÓPTICAS DE PELÍCULAS DELGADAS (BANDAS PARABÓLICAS).

Los espectros de reflexión y transmisión en la vecindad de una resonancia excitónica muestran un conjunto de anomalías y proveen considerable información acerca de los estados excitónicos en materiales no-locales. Un trabajo interesante, relacionado con el tema, es la tesis de maestría realizada por J. A. Gaspar⁽⁷⁾, en 1983. En éste, se calculan las condiciones de la frontera generalizadas para una película delgada dieléctrica no-local (bandas parabólicas), sobre la que inciden ondas de luz monocromáticas con polarización s . Además, se obtienen los espectros de reflectancia R , transmitancia T y absortancia A para CdS (considerando el excitón $A_{n=1}$), usando un método de escalafón para impedancias de superficie. En el cálculo se considera la existencia de capas muertas en ambas caras de la

película, encontrándose que éstas afectan fuertemente los espectros de R, T y A.

Las gráficas obtenidas de R, T y A exhiben una serie de estructuras que son atribuidas, en parte, a la interferencia de las ondas en el medio no-local, y a resonancias Fabry-Perot de ondas estacionarias. Utiliza un parámetro U por medio del cual describe macroscópicamente la interacción entre los excitones y la superficie del medio no-local. Encuentra que los efectos no-locales más fuertes se obtienen para $U = -1$, correspondiendo al ABC de Pekar; los más débiles para $U=1$, que corresponde al ABC de Fuchs-Kliewer o Ting-Frankel-Birman (ver tabla I). Además, hace comparaciones con espectros experimentales de Makarenko, Uraltsev y Kiselev⁽¹³⁾, obteniendo las mejores aproximaciones para $U \approx -0.5$.

Los resultados se dieron en términos de excitones formados de un electrón de la banda de conducción y un hoyo de cada una de las tres bandas de valencia, las cuales son resultado de un levantamiento completo de la degeneración de las tres bandas p en el estado $q = 0$, bajo la influencia del campo eléctrico del cristal y efectos de acoplamiento spin-órbita. Encuentran que la simetría de la banda de valencia superior es T_2 , y la de las otras T_1 . Los estados cuánticos $n=1$ de los excitones fueron detectados a 77°K, mientras que los $n=2$, más débiles, solo fueron apreciados a 4.2°K.

Posteriormente, en 1964, Mahan y Hopfield⁽¹⁴⁾ reportaron mediciones de reflectividad del principal estado excitónico serie B en CdS. Observaron que solo con el vector de onda y el campo eléctrico, de la luz incidente, perpendiculares al eje del cristal ($q \perp c$ y $E \perp c$) aparece una estructura adicional de interés. La explicación de este fenómeno los llevó a desarrollar una teoría basada en términos de energía lineales en el vector de onda, de acuerdo a la simetría del cristal de CdS tipo Wurtzita. Según esta teoría, en cristales uniaxiales, como Wurtzita, la componente del campo eléctrico del cristal en dirección axial puede dar lugar a un acoplamiento spin-órbita, produciendo un desdoblamiento de la banda excitónica B en dos nuevas sub-bandas B_1 y B_2 . El desdoblamiento excitónico acoplado a la luz da lugar a tres ramas polaritónicas transversales.

II. EXCITONES CON DESDOBLAMIENTO DE BANDAS LINEAL CON EL VECTOR DE LA ONDA.

II.1 INTRODUCCION

En 1959 Hopfield y Thomas⁽¹⁵⁾, basandose en un trabajo anterior de D. Dutton (1958)⁽¹⁵⁾, publicaron un artículo sobre el espectro de reflectancia del CdS a bajas temperaturas, donde identifican tres series excitónicas intrínsecas separadas, llamadas A, B y C. La serie A apareció con luz incidente poco energética, siendo fuertemente activada solo para luz polarizada con el campo eléctrico perpendicular al eje del cristal ($E \perp c$). Las series B y C se activaron para ambos modos de polarización de la luz ($E \perp c$ y $E \parallel c$). La explicación a estos resultados la dieron en términos de excitones formados de un electrón de la banda de conducción y un hoyo de cada una de las tres bandas de valencia, las cuales son resultado de un corrimiento completo de la degeneración de las tres bandas ρ en el estado $q = 0$, bajo la influencia del campo eléctrico del cristal y efectos de acoplamiento *spin-órbita*. Encuentran que la simetría de la banda de valencia superior es Γ_9 , y la de las otras Γ_7 . Los estados cuánticos $n=1$ de los excitones fueron detectados a 77°K, mientras que los $n=2$, más débiles, solo fueron apreciados a 4.2°K.

Posteriormente, en 1964, Mahan y Hopfield⁽¹⁶⁾ reportaron mediciones de reflectividad del principal estado excitónico serie B en CdS. Observaron que solo con el vector de onda y el campo eléctrico, de la luz incidente, perpendiculares al eje del cristal ($q \perp c$ y $E \perp c$) aparece una estructura adicional de interés. La explicación de este fenómeno los llevó a desarrollar una teoría basada en términos de energía lineales en el vector de onda, de acuerdo a la simetría del cristal de CdS tipo Wurtzita. Según esta teoría, en cristales uniaxiales, como Wurtzita, la componente del campo eléctrico del cristal en dirección axial puede dar lugar a un acoplamiento *spin-órbita*, produciendo un desdoblamiento de la banda excitónica B en dos nuevas sub-bandas B_+ y B_- . El desdoblamiento excitónico acoplado a la luz da lugar a tres ramas polaritónicas transversales.

polaritónicas transversales.

El estudio de los efectos ópticos introducidos por el desdoblamiento excitónico de la serie B ha llamado la atención a muchos investigadores. En particular, en esta tesis se calculan los efectos de desdoblamiento excitónico en la serie B del CdS sobre las propiedades ópticas de una película delgada.

II.2 DEDUCCION DE LA FUNCION DIELECTRICA $\epsilon(\omega, q)$.

Como se mencionó en el capítulo I, las bandas de energía en semiconductores de gap-directo son frecuentemente isotrópicos, y las energías de los excitones correspondientes son adecuadamente descritas por medio de la relación parabólica:

$$h\omega_T^2(q) = h\omega_T^2(q=0) + \hbar q^2/2m,$$

como es el caso del excitón $A_{(n=1)}$ de CdS.

Una derivación heurística ⁽¹⁷⁾ de las energías de los excitones $B_{(n=1)}$ de CdS, cuando se da el desdoblamiento de banda excitónica, es mostrada a continuación. Una derivación formal es dada en el artículo de Mahan y Hopfield ⁽¹⁶⁾ (1964).

En cristales uniaxiales, como es el caso del cristal CdS tipo Wurtzita, el campo eléctrico generado por el cristal, E_c , puede ser tal que tenga una componente no nula en la dirección del eje cristalino c . Definiendo un sistema coordenado cartesiano de manera que el eje y sea paralelo al eje c , entonces el campo E_{cy} es percivido como campo magnético, por un electrón moviendose en el plano xy dando lugar a un acoplamiento spin-órbita. El problema es tratado por teoría de perturbaciones, donde el hamiltoniano perturbador ($q \cdot p$) se expresa como:

$$H' = \phi (q_z \sigma_y - q_x \sigma_x),$$

donde q_x y q_z son las componentes transversales del vector de onda q , σ_x y σ_y son las matrices de Pauli, y ϕ un parámetro que es proporcional al campo del cristal. Los eigenvalores de los excitones formados por hoyos de la banda de valencia y electrones

de la banda de conducción afectados por E_c son:

$$h\omega_{\pm}(q) = h\omega_T(0) + \frac{h^2}{2m_{\perp}} (q_x^2 + q_z^2) + \frac{h^2}{2m_{\parallel}} q_y^2 \pm \phi (q_x^2 + q_z^2)^{1/2},$$

donde m_{\perp} y m_{\parallel} son las masas transversal y longitudinal, respectivamente; $q_{\perp} = (q_x^2 + q_z^2)^{1/2}$ es la componente del vector de onda perpendicular al eje c . Según esta ecuación, la interacción spin-órbita produce un desdoblamiento de la banda excitónica original en dos sub-bandas, con una separación de sus mínimos es el espacio de las fases de $2m_{\perp}\phi/h^2$.

El efecto de desdoblamiento es proporcional a q_{\perp} por medio de ϕ , llamado parámetro de desdoblamiento excitónico o de desdoblamiento lineal en q . Puede verse en la expresión que si $q_{\parallel}c$ no hay desdoblamiento, siendo solo observable para $q_{\perp}c$.

Experimentalmente se encuentra que para CdS el efecto de desdoblamiento es observado cuando la luz que incide tiene polarización p , con plano de incidencia perpendicular a c ($E \perp c$). Esto se debe a que el hamiltoniano perturbador H' acopla una transición óptica dipolar prohibida a una permitida, alcanzando ambas igual fuerza oscilatoria ($4\pi\beta$). Para polarización s , con $E \parallel c$, los efectos no son apreciables.

De esta manera, para una geometría donde el plano de incidencia sea perpendicular al eje del cristal c (y éste paralelo a la superficie) y con luz incidente con polarización p ($E \perp c$), se asegura el desdoblamiento excitónico. Las energías de los nuevos excitones son:

$$h\omega_{+}(q) = h\omega_T(0) + \frac{h^2}{2m_{\perp}} q_{\perp}^2 + \phi q_{\perp},$$

$$h\omega_{-}(q) = h\omega_T(0) + \frac{h^2}{2m_{\perp}} q_{\perp}^2 - \phi q_{\perp}.$$

De acuerdo con el modelo de Mahan y Hopfield, la fuerza del oscilador $4\pi\beta$ es igualmente dividida entre los dos nuevos excitones. Esto lleva a que la función dieléctrica tenga la forma:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + \frac{2\pi\beta\omega_T^2}{\omega_+^2(q) - \omega^2 - i\gamma\omega} + \frac{2\pi\beta\omega_T^2}{\omega_-^2(q) - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Puede verse que esta expresión se reduce a la ecuación (I.24), correspondiente a la función dieléctrica para el excitón $A_{(n=1)}$, cuando se anula el parámetro ϕ .

II.3 POLARITONES EXCITONES DE VOLUMEN. TRES MODOS DE PROPAGACION TRANSVERSAL.

Las energías de los excitones, obtenidas anteriormente, cuando se tienen las condiciones necesarias para lograr el desdoblamiento excitónico son:

$$h\omega_{\pm}(q) = h\omega_T(0) + \frac{h^2}{2m_{\perp}} q_{\perp}^2 \pm \phi q_{\perp} \quad (II.1)$$

En esta expresión los últimos dos sumandos del miembro derecho son cantidades pequeñas comparadas con el primero, de manera que una buena aproximación de $\omega_{\pm}^2(q)$ es la siguiente

$$\omega_{\pm}^2(q) = \omega_T^2(0) + Dq_{\perp}^2 \pm \Phi q_{\perp} \quad (II.2)$$

donde

$$D = \frac{h\omega_T^2}{m_{\perp}} \quad \text{y} \quad \Phi = \frac{2\omega_T\phi}{h} \quad (II.3)$$

sustituyendo la ecuación (II.2) en la función dieléctrica, se tiene:

$$\epsilon(\omega, q) = \epsilon_0 - \frac{4\pi\beta\omega_T^2(\Omega^2 - Dq_{\perp}^2)}{\Omega^4 - (2D\Omega^2 + \Phi^2)q^2 + D^2q^4} \quad (II.4)$$

donde

$$\Omega^2 = \omega^2 - \omega_T^2 + i\gamma\omega \quad (II.5)$$

Restringiéndonos al caso de incidencia normal ($q_{\perp} = q_z$), solo podrán excitarse modos de vibración transversales en el material. Dichos modos satisfacen la relación de dispersión (I.15):

$$\epsilon(\omega, q) = q^2 \frac{c^2}{\omega^2} \quad (II.6)$$

Sustituyendo la ecuación (II.4) en la ecuación (II.6) se obtiene la ecuación cúbica en q^2 :

$$D^2 q^6 - (2D\Omega^2 + \epsilon_0 D^2 \frac{\omega^2}{c^2} + \Phi^2) q^4 + (\Omega^4 - 4\pi\beta\omega_T^2 D \frac{\omega^2}{c^2} + 2\epsilon_0 D\Omega^2 \frac{\omega^2}{c^2} + \epsilon_0 \Phi^2 \frac{\omega^2}{c^2}) q^2 + (4\pi\beta\omega_T^2 - \epsilon_0 \Omega^2) \Omega^2 \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (II.7)$$

Asumiendo ahora que

$$\Omega_P^2 = \frac{4\pi\beta}{\omega_T}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_T}, \quad Q = \frac{qc}{\omega_T}$$

$$\Gamma^2 = -\frac{c^2}{D} \frac{A^2}{\omega_T^2} = \frac{c^2}{D} (1 - \Omega_P^2 - i\gamma\omega) \quad \psi = \frac{c\Phi}{D\omega_T} \quad \gamma = \frac{\nu}{\omega_T}$$

quedando la ecuación para Q^2 :

$$Q^6 + Q^4 (2\Gamma^2 - \psi^2 - \epsilon_0 \Omega^2) + Q^2 (\Gamma^4 - \epsilon_0 \Omega^2 (2\Gamma^2 - \psi^2) - \Omega_P^2 \Omega^2 c^2 / D^2) - (\epsilon_0 \Omega^2 \Gamma^2 + \Omega_P^2 \Omega^2 c^2 / D^2) \Gamma^2 = 0 \quad (II.8)$$

Esta ecuación da como resultado tres ramas polaritónicas transversales, con vectores de onda q_1 , q_2 y q_3 , en el medio no-local. Los tres vectores son, en general, funciones complejas que deben tener parte imaginaria positiva. La figura II.1 muestra la relación de dispersión para los modos transversales, usando los parámetros dados por Mahan y Hopfield.

III.1 GEOMETRIA.

En este capítulo se calculan las propiedades ópticas de una película delgada de CdS en la región de resonancia correspondiente al excitón B, cuando la luz incidente tiene una geometría tal que se logre el desdoblamiento de bandas por términos lineales en el vector de onda. Esto se logra solamente cuando tanto el vector de onda q como el campo eléctrico E de la luz incidente son perpendiculares al eje c del cristal ($E \perp c$ y $q \perp c$).

III. CALCULO DE LA REFLECTANCIA Y TRANSMITANCIA DE UNA PELICULA DELGADA.

INTRODUCCION

Hasta el momento se han introducido los conceptos fundamentales para entender los fenomenos de dispersión en semiconductores no-locales. En particular, se ha hecho énfasis en los estudios hasta ahora realizados sobre el CdS en su forma cristalina tipo Wurtzita. Mencionamos el trabajo de Hopfield y Thomas (1959) donde identifican tres regiones de resonancia excitónicas principales. Una de estas, la serie $B_{(n=1)}$, tiene asociado un excitón con características especiales. Esto es, puede desdoblarse en dos nuevos excitones (16). Este desdoblamiento excitónico es atribuido a los efectos del campo eléctrico cristalino sobre los electrones que forman los excitones, produciendo un acoplamiento spin-órbita, y éste a su vez el desdoblamiento excitónico. Macroscópicamente, el efecto producido por los excitones de la serie $B_{(n=1)}$, cuando se da el desdoblamiento, se manifiesta en la función dieléctrica $\epsilon(\omega, q)$ del semiconductor. Conocida la función dieléctrica, además de las condiciones adicionales en la frontera (ABC), pueden calcularse las propiedades ópticas de una película delgada de CdS en la región de resonancia del excitón $B_{(n=1)}$. El interés principal de este trabajo es conocer la repercusión de los modos transversales adicionales (en este caso dos) sobre las reflectancia y transmitancia de la película. Esperamos de antemano estructuras más complicadas que en el caso local, e incluso que en el caso no-local con un modo transversal adicional.

III.1 GEOMETRIA.

En este capítulo se calculan las propiedades ópticas de una película delgada de CdS en la región de resonancia correspondiente al excitón $B_{(n=1)}$, cuando la luz incidente tiene una geometría tal que se logre el desdoblamiento de bandas con términos lineales en el vector de onda. Esto se logra solamente cuando tanto el vector de onda q como el campo eléctrico E de la luz incidente son perpendiculares al eje c del cristal ($E \perp c$ y, $q \perp c$).

Para el tratamiento escogemos una geometría que nos permita simplificar cálculos sin perder generalidad en la física del problema. Tomamos un sistema coordenado cartesiano de referencia de manera que el eje y sea paralelo al vector c del cristal, siendo además este último paralelo a la superficie del cristal. Por lo tanto, el plano de incidencia deberá ser paralelo al plano xz , ver figura I.5.

En el cálculo teórico se va asumir la existencia de capas libres de excitones (capas "muertas") de espesor l a ambos lados de la película no-local. Así, podemos escoger el plano xy en $z = 0$ como la interfase vacío-capas muertas. En un plano paralelo, en $z = l$ se encontrará la interfase primera capa muerta medio no-local. La segunda interfase de este tipo se encuentra en $z = d-l$, y finalmente, en $z = d$, la interfase capa muerta-vacío. Se tienen entonces cinco regiones: vacío ($-\infty < z < 0$); primera capa muerta ($0 < z < l$); medio no-local ($l < z < d-l$); segunda capa muerta ($d-l < z < d$); y vacío ($z > \infty$). La figura I.6 es una representación esquemática de estas regiones.

III.2 CONDICIONES ADICIONALES EN LA FRONTERA.

De acuerdo con la geometría mencionada, suponemos que la luz incidente corresponde a ondas monocromáticas planas con incidencia normal a la superficie del cristal ($q_0 = q_{0z}$), entonces los campos eléctricos debidos a esta radiación se expresan, para cada región, de la siguiente manera:

$$E_x(z) = E_I e^{iq_{0z}z} + E_R e^{-iq_{0z}z} \quad z \leq 0 \quad (\text{III.1})$$

$$E_x(z) = E_{l1}^{(+)} e^{iq_1z} + E_{l1}^{(-)} e^{-iq_1z} \quad 0 \leq z \leq l \quad (\text{III.2})$$

$$E_x(z) = \sum_{k=1}^3 \left(E_k^{(+)} e^{iq_kz} + E_k^{(-)} e^{-iq_kz} \right) \quad l \leq z \leq d-l \quad (\text{III.3})$$

$$E_x(z) = E_{l2}^{(+)} e^{iq_2z} + E_{l2}^{(-)} e^{-iq_2z} \quad d-l \leq z \leq d \quad (\text{III.4})$$

$$E_x(z) = E_T e^{iq_{0z}z} \quad z \geq d \quad (\text{III.5})$$

donde $q_{oz} = q_0$ es el vector de onda incidente, $q_1 = \sqrt{\epsilon_0}$ el vector de onda en las capas muertas, y q_k ($k=1,2,3$) son los vectores de onda asociados a los modos transversales de volumen debidos a los efectos de dispersión espacial.

Los campos magnéticos pueden calcularse a partir de los campos eléctricos usando la expresión de la ley de Faraday, para ondas planas:

$$\mathbf{B} = - \frac{i}{q_0} \nabla \times \mathbf{E} \quad (\text{III.6})$$

que, para el caso de incidencia normal y polarización p ($\mathbf{E} = E_x \hat{x}$ y $\mathbf{B} = B_y \hat{y}$), se reduce a

$$B_y = - \frac{i}{q_0} \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (\text{III.7})$$

Se asume que en ninguna de las cuatro interfaces hay densidades de carga o corriente. Con esto se tiene que los campos eléctricos y magnéticos totales (todos tangenciales a las interfaces) son continuos:

$$E_x(z^-) = E_x(z^+) \quad \text{y} \quad B_y(z^-) = B_y(z^+) \quad (\text{III.8})$$

donde z^- y z^+ representan la posición de la interfase en contacto con la región derecha o izquierda, respectivamente. Estas condiciones en la frontera, llamadas condiciones de Maxwell, dan lugar a ocho ecuaciones. Sin embargo, éstas no son suficientes para tener un sistema completo, ya que se tienen doce campos desconocidos. Esto aparece porque en el medio no-local se tienen tres ondas moviéndose a la derecha y tres a la izquierda.

El problema se resuelve con la introducción de las condiciones adicionales en la frontera (ABC), las cuales son aplicadas sobre la polarización excitónica en las interfaces del medio no-local. En general, los ABC's pueden expresarse como condiciones sobre combinaciones lineales de la polarización excitónica y de su primera derivada⁽⁵⁾. La polarización excitónica $\mathcal{P}(z)$ es debida a los momentos dipolares excitónicos

$$\mathcal{P}(z) = P(z) - \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi} E(z) \quad (\text{III.9})$$

o sea, la polarización total menos la polarización de fondo dieléctrico.

Para medios lineales, la polarización P y el campo eléctrico E están relacionados por medio de la función X , llamada susceptibilidad dieléctrica

$$X = \frac{\epsilon - 1}{4\pi}, \quad (\text{III.10})$$

sustituyendo aquí la función dieléctrica para excitones $B_{(n=1)}$, se tiene

$$X = \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi} + \frac{\omega_p^2}{8\pi} \left(\frac{1}{\omega_+^2 - \omega^2 - i\nu\omega} + \frac{1}{\omega_-^2 - \omega^2 - i\nu\omega} \right) \quad (\text{III.11})$$

o representada como

$$X = X_0 + X_+ + X_- \quad (\text{III.12})$$

donde

$$X_0 = \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi}, \quad X_+ = \frac{\omega_p^2}{8\pi} \frac{1}{\omega_+^2 - \omega^2 - i\nu\omega} \quad (\text{III.13})$$

siendo X_0 la susceptibilidad asociada a la polarización de fondo, y X_+ las susceptibilidades asociadas a la polarización excitónica. Por lo tanto, la polarización excitónica puede expresarse como

$$\mathcal{P}(z) = \mathcal{P}_+(z) + \mathcal{P}_-(z) \quad (\text{III.14})$$

donde

$$\mathcal{P}_\pm(z) = \sum_{k=1}^3 X_\pm(q_k) \left(E_k^{(+)} e^{iq_k z} + E_k^{(-)} e^{-iq_k z} \right). \quad (\text{III.15})$$

Las condiciones adicionales en la frontera (ABC's) que usaremos para los cálculos son la debidas a Pekar, las cuales son:

$$\mathcal{P}_\pm(z_0) = 0 \quad (\text{III.16})$$

donde z_0 es la posición de la frontera del medio no-local. Se tienen entonces cuatro ecuaciones más

$$\mathcal{P}_+^{(1)} = \sum_{k=1}^3 X_+^{(q_k)} \left[E_k^{(+)} e^{iq_k l} + E_k^{(-)} e^{-iq_k l} \right] = 0 \quad (\text{III.17})$$

$$\mathcal{P}_+^{(d-1)} = \sum_{k=1}^3 X_+^{(q_k)} \left[E_k^{(+)} e^{iq_k (d-1)} + E_k^{(-)} e^{-iq_k (d-1)} \right] = 0 \quad (\text{III.18})$$

Con estas cuatro ecuaciones completamos la doce necesarias para que el problema tenga solución.

III.3 REFLECTANCIA Y TRANSMITANCIA.

El cálculo de las reflectancia y transmitancia se hará siguiendo un método de escalafón de impedancias de superficie. Este método consiste en expresar la reflectancia en términos de la impedancia de la primera superficie. Esta a su vez se calcula como función de la impedancia de la segunda superficie en $z = \ell$. El método continua hasta llegar a la última superficie en $z = d$.

La impedancia de superficie para ondas electromagnéticas planas incidiendo con polarización p , se define como

$$Z_p(z_0) = \frac{E_x(z_0)}{B_y(z_0)}, \quad (\text{III.19})$$

donde z_0 es la posición de la superficie.

Para la primera interfase se tiene

$$Z(z=0) = \frac{E_x(0^-)}{B_y(0^+)} = \frac{E_I + E_R}{E_I - E_R} \quad (\text{III.20})$$

de donde

$$\frac{E_R}{E_I} = \frac{Z(0) - 1}{Z(0) + 1}, \quad (\text{III.21})$$

por lo tanto, la reflectancia es le ecuaciones formado por las condiciones adicionales de manera que podamos expresar los campos $E_k^{(+)}$ y $E_k^{(-)}$ ($k=2,3$) en términos de $E_1^{(+)}$ y $E_1^{(-)}$, de la siguiente manera:

$$R = \left| \frac{Z(0) - 1}{Z(0) + 1} \right|^2 \quad (\text{III.22})$$

La impedancia en $Z(z = 0)$ puede calcularse a partir de los campos de la segunda región

$$Z(0^+) = \frac{q_0}{q_1} \frac{E_I + E_R}{E_I - E_R} \quad (\text{III.23})$$

por lo tanto en $z = l$

$$Z(l^+) = \frac{q_0}{q_1} \frac{E_{l1}^{(+)} e^{iq_1 l} + E_{l1}^{(-)} e^{-iq_1 l}}{E_{l1}^{(+)} e^{iq_1 l} - E_{l1}^{(-)} e^{-iq_1 l}}, \quad (\text{III.24})$$

de donde se obtiene

$$E_{l1}^- = E_{l1}^+ \left[\frac{Z(l) - q_0/q_1}{Z(l) + q_0/q_1} \right] e^{2iq_1 l} \quad (\text{III.25})$$

sustituyendo en $Z(0)$, nos queda

$$Z(0) = \frac{q_0}{q_1} \left[\frac{Z(l) - i q_0/q_1 \tan(q_1 l)}{q_0/q_1 - i Z(l) \tan(q_1 l)} \right] \quad (\text{III.26})$$

La impedancia $Z(l)$ se calcula empleando los campos de la región no-local:

$$Z(l) = \frac{\sum_{k=1}^3 \left(E_k^{(+)} e^{iq_k l} + E_k^{(-)} e^{-iq_k l} \right)}{\sum_{k=1}^3 \frac{q_k}{q_0} \left(E_k^{(+)} e^{iq_k l} - E_k^{(-)} e^{-iq_k l} \right)} \quad (\text{III.27})$$

Para encontrar una relación de $Z(l)$ con $Z(d-l)$ es necesario utilizar las condiciones adicionales en la frontera.

Resolveremos el sistema de ecuaciones formado por las condiciones adicionales de manera que podamos expresar los campos $E_k^{(+)}$ y $E_k^{(-)}$ ($k=2,3$) en términos de $E_k^{(+)}$ y $E_k^{(-)}$, de la siguiente manera.

$$E_k^\pm = \alpha_k^\pm E_1^{(+)} + \beta_k^\pm E_1^{(-)} \quad k=2,3 \quad (\text{III.28})$$

Tenemos el sistema de cuatro ecuaciones (III.17 y III.18):

$$\sum_{k=1}^3 X_{\pm}(q_k) \left[E_k^{(+)} e^{iq_k l} + E_k^{(-)} e^{-iq_k l} \right] = 0,$$

$$\sum_{k=1}^3 X_{\pm}(q_k) \left[E_k^{(+)} e^{iq_k (d-1)} + E_k^{(-)} e^{-iq_k (d-1)} \right] = 0.$$

Asumiendo la notación (con $k=2,3$)

$$a_{\pm}(k) = X_{\pm}(q_k) e^{iq_k l} \quad y \quad b_{\pm}(k) = X_{\pm}(q_k) e^{-iq_k l} \quad (\text{III.29})$$

$$c_{\pm}(k) = X_{\pm}(q_k) e^{iq_k (d-1)} \quad y \quad d_{\pm}(k) = X_{\pm}(q_k) e^{-iq_k (d-1)}$$

y suponiendo conocidos $E_1^{(+)}$ y $E_1^{(-)}$, tendremos en forma matricial

$$\begin{pmatrix} a_+(2) & b_+(2) & a_+(3) & b_+(3) \\ a_-(2) & b_-(2) & a_-(3) & b_-(3) \\ c_+(2) & d_+(2) & c_+(3) & d_+(3) \\ c_-(2) & d_-(2) & c_-(3) & d_-(3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^{(+)} \\ E_2^{(-)} \\ E_3^{(+)} \\ E_3^{(-)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} a_+(3) & b_+(3) \\ a_-(3) & b_-(3) \\ c_+(3) & d_+(3) \\ c_-(3) & d_-(3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^{(+)} \\ E_1^{(-)} \end{pmatrix}$$

o en forma compacta

$$A E = B E_1 \quad (\text{III.30})$$

donde A es la matriz formada por los coeficientes de los campos incognitas, B la matriz de coeficientes de los campos "conocidos", E el vector campos-incognitas y E_1 el vector campos conocidos.

El vector campos conocidos puede desarrollarse como

$$\begin{pmatrix} E_2^{(+)} \\ E_2^{(-)} \\ E_3^{(+)} \\ E_3^{(-)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_2^+ & \beta_2^+ \\ \alpha_2^- & \beta_2^- \\ \alpha_3^+ & \beta_3^+ \\ \alpha_3^- & \beta_3^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^{(+)} \\ E_1^{(-)} \end{pmatrix}$$

Llamandole a la primera columna vector- α y a la segunda vector- β , entonces podemos representar el sistema de ecuaciones anterior como dos sistemas de las componentes de los campos incognitas:

$$A \alpha = B^+ \quad y \quad A \beta = B^- \quad (\text{III.31})$$

donde B^+ y B^- son los vectores primera y segunda columna de B .

Las incógnitas α_k^+ y β_k^+ ($k=2,3$) se calculan fácilmente por medio del método de Kramer.

Por lo tanto, podemos expresar

$$\sum_{k=1}^3 \left(E_k^{(+)} e^{iq_k l} + E_k^{(-)} e^{-iq_k l} \right) = g E_1^{(+)} + h E_1^{(-)} \quad (\text{III.32})$$

$$\sum_{k=1}^3 \frac{q_k}{q_0} \left(E_k^{(+)} e^{iq_k l} + E_k^{(-)} e^{-iq_k l} \right) = j E_1^{(+)} + f E_1^{(-)} \quad (\text{III.33})$$

donde

$$g = e^{iq_1 l} + \sum_{k=2}^3 \left(\alpha_k^+ e^{iq_k l} + \alpha_k^- e^{-iq_k l} \right) \quad (\text{III.34})$$

$$h = e^{-iq_1 l} + \sum_{k=2}^3 \left(\beta_k^+ e^{iq_k l} + \beta_k^- e^{-iq_k l} \right) \quad (\text{III.35})$$

$$j = \frac{q_1}{q_0} e^{iq_1 l} + \sum_{k=2}^3 \frac{q_k}{q_0} \left(\alpha_k^+ e^{iq_k l} - \alpha_k^- e^{-iq_k l} \right) \quad (\text{III.36})$$

$$f = -\frac{q_1}{q_0} e^{-iq_1 l} + \sum_{k=2}^3 \frac{q_k}{q_0} \left(\beta_k^+ e^{iq_k l} - \beta_k^- e^{-iq_k l} \right) \quad (\text{III.37})$$

La impedancia de superficie en $z = l$ queda

$$Z(D) = \frac{g E_I + h E_R}{j E_I - f E_R}, \quad (\text{III.38})$$

Los campos $E_1^{(+)}$ y $E_1^{(-)}$ los calculamos usando la impedancia de superficie en $z = d-l$, para la región no-local, ésto es

$$Z(d-D) = \frac{\sum_{k=1}^3 \left(E_k^{(+)} e^{iq_k (d-l)} + E_k^{(-)} e^{-iq_k (d-l)} \right)}{\sum_{k=1}^3 \frac{q_k}{q_0} \left(E_k^{(+)} e^{iq_k (d-l)} - E_k^{(-)} e^{-iq_k (d-l)} \right)} \quad (\text{III.39})$$

Para la región correspondiente a la segunda capa suelta se

Análogamente, podemos expresar todos los campos en términos de $E_1^{(+)}$ y $E_1^{(-)}$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(E_k^{(+)} e^{iq_k(d-l)} + E_k^{(-)} e^{-iq_k(d-l)} \right) = s E_1^{(+)} + t E_1^{(-)} \quad (\text{III.40})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{q_k}{q_0} \left(E_k^{(+)} e^{iq_k(d-l)} + E_k^{(-)} e^{-iq_k(d-l)} \right) = u E_1^{(+)} + v E_1^{(-)} \quad (\text{III.41})$$

donde

$$s = e^{iq_1(d-l)} + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\alpha_k^+ e^{iq_k(d-l)} + \alpha_k^- e^{-iq_k(d-l)} \right) \quad (\text{III.42})$$

$$t = e^{-iq_1(d-l)} + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\beta_k^+ e^{iq_k(d-l)} + \beta_k^- e^{-iq_k(d-l)} \right) \quad (\text{III.43})$$

$$u = \frac{q_1}{q_0} e^{iq_1(d-l)} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{q_k}{q_0} \left(\alpha_k^+ e^{iq_k(d-l)} - \alpha_k^- e^{-iq_k(d-l)} \right) \quad (\text{III.44})$$

$$v = -\frac{q_1}{q_0} e^{-iq_1(d-l)} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{q_k}{q_0} \left(\beta_k^+ e^{iq_k(d-l)} - \beta_k^- e^{-iq_k(d-l)} \right) \quad (\text{III.45})$$

obteniéndose

$$Z(d-D) = \frac{s E_I + t E_R}{u E_I - v E_R}, \quad (\text{III.46})$$

de donde

$$E_1^{(-)} = E_1^{(+)} \left[\frac{Z(d-D)u - s}{Z(d-D)v - t} \right], \quad (\text{III.47})$$

sustituyendo en $Z(D)$, se tiene

$$Z(D) = \frac{Z(d-l)(gv - hu) + (hs - gt)}{Z(d-l)(jv - ku) + (fs - jt)}. \quad (\text{III.48})$$

Para la región correspondiente a la segunda capa muerta se

tiene

$$Z(d-D) = \frac{q_0}{q_1} \frac{E_{12}^{(+)} e^{iq_1(d-l)} + E_{12}^{(-)} e^{-iq_1(d-l)}}{E_{12}^{(+)} e^{iq_1(d-l)} - E_{12}^{(-)} e^{-iq_1(d-l)}}, \quad (\text{III.49})$$

y

$$Z(d) = \frac{q_0}{q_1} \frac{E_{12}^{(+)} e^{iq_1 d} + E_{12}^{(-)} e^{-iq_1 d}}{E_{12}^{(+)} e^{iq_1 d} - E_{12}^{(-)} e^{-iq_1 d}}, \quad (\text{III.50})$$

combinandolas se obtiene

$$Z(d-D) = \frac{q_0}{q_1} \left[\frac{Z(d) - i q_0/q_1 \tan n(q_1 D)}{q_0/q_1 - i Z(d) \tan n(q_1 D)} \right]. \quad (\text{III.51})$$

Finalmente, la impedancia de la última superficie en $z = d$

$$Z(d) = \frac{q_0}{q_{oz}} \frac{E_T e^{iq_{oz} d}}{E_T e^{iq_{oz} d}} \quad (\text{III.52})$$

La transmitancia se define como el cuadrado del valor absoluto de la transmitividad t , la que a su vez se define como el cociente del campo eléctrico E_T transmitido y el campo incidente

E_I .

$$T = |t|^2 = \left| \frac{E_T}{E_I} \right|^2 \quad (\text{III.53})$$

Una manera de calcular la transmitividad es la siguiente:

$$t = \frac{E_T}{E_I} = \frac{E_T}{E_{12}^{(+)}} \frac{E_{12}^{(+)}}{E_1^{(+)}} \frac{E_1^{(+)}}{E_{11}^{(+)}} \frac{E_{11}^{(+)}}{E_I}. \quad (\text{III.54})$$

A partir de las condiciones de continuidad de los campos, usando algunas de las identidades encontradas anteriormente, y después de cierta algebra se obtiene:

$$\frac{E_T}{E_{12}^{(+)}} = \frac{2 e^{id(q_1 - q_0)}}{1 + q_0/q_1} \quad (\text{III.55})$$

$$\frac{E_{l2}^{(+)}}{E_1^{(+)}} = \frac{1}{2} \left[\left(j + \frac{u}{q_l} \right) - \left(t + \frac{v}{q_l} \right) \left(\frac{Z(d-l)u - s}{Z(d-l)v - t} \right) e^{-iq_l(d-l)} \right] \quad (\text{III.56})$$

$$\frac{E_{l1}^{(+)}}{E_1^{(+)}} = \frac{1}{2} \left[\left(g + \frac{j}{q_l} \right) - \left(h + \frac{k}{q_l} \right) \left(\frac{Z(d-l)u - s}{Z(d-l)v - t} \right) e^{-iq_l l} \right] \quad (\text{III.56})$$

$$\frac{E_{l1}^{(+)}}{E_I} = 2 \left[\left(1 + q_l \right) + \left(1 - q_l \right) \left(\frac{Z(l) - q_o/q_l}{Z(l) + q_o/q_l} \right) e^{iq_l l} \right]^{-1} \quad (\text{III.57})$$

La absorptancia A se calcula en términos de la reflectancia R y de la transmitancia T por medio de la relación

$$A = 1 - R - T \quad (\text{III.58})$$

TABLA 4.1
PARAMETROS PARA CdS

PARAMETROS	Ección A Yu - Evangelisti	Ección B Mahan y Hopfield
γ	4.95×10^{-2}	2.92×10^{-2}
q	1.52	0.995
u	3.8782×10^{13}	7.9314×10^{12}
D/c^2	5.3147×10^{-6}	4.18975×10^{-6}
ϵ_0	2.1	7.2
ψ	0.1	13.33

4.1 JUSTIFICACION

Para probar el programa de computadora es necesario comparar resultados numéricos proporcionados por éste contra resultados confiables obtenidos en otros trabajos, los que vienen a ser casos límite para el programa.

1V. RESULTADOS NUMERICOS

En este capítulo se presentan los resultados numéricos obtenidos a partir de las expresiones encontradas en el capítulo III, para reflectancia, transmitancia y absortancia, en la región de resonancia del excitón B_(n=1) de CdS. Para la comprobación con el caso límite $\phi \rightarrow 0$ se trabaja con los parámetros de Yu y Evangelisti⁽¹⁴⁾. Las gráficas obtenidas en este caso son comparadas con algunas de las obtenidas por J. A. Gaspar⁽⁷⁾. En el resto de las gráficas se utilizan los parámetros dados por Mahan y Hopfield⁽⁶⁾.

Los parámetros obtenidos por Yu y Evangelisti, y por Mahan y Hopfield, que utilizamos en los cálculos se muestran en la siguiente tabla.

T A B L A 4.1
PARAMETROS PARA CdS

PARAMETROS	Excitón A Yu - Evangelisti	Excitón B Mahan y Hopfield
γ	4.86×10^{-5}	2.921×10^{-5}
Ω_P	.1152	.0838
ω_T	3.8782×10^{15}	3.9014×10^{15}
D/c^2	5.3147×10^{-6}	4.18876×10^{-6}
ϵ_0	9.1	7.2
Ψ	.01	13.55

4.1 JUSTIFICACION

Para probar el programa de computadora es necesario comparar resultados numéricos proporcionados por éste contra resultados confiables obtenidos en otros trabajos, los que vienen a ser casos límite para el programa.

1) ($\phi \rightarrow 0$). Un caso límite interesante se presenta cuando el parámetro de desdoblamiento excitónico ϕ tiende a cero. En este caso, la función dieléctrica ϵ se reduce a la correspondiente al excitón $A_{(n=1)}$ de CdS. Aunque la situación física no es la misma, los resultados numéricos deben coincidir con los obtenidos por J. A. Gaspar ⁽⁷⁾, usando los mismos parámetros. Debido al diseño del programa, el asumir $\psi = 0$ lleva a una división por cero en los cálculos. Este inconveniente se salva tomando ψ igual a un número positivo aproximado a cero.

Se realizan barridos de frecuencia para obtener espectros de R, T y A en la región de resonancia del excitón A, con los parámetros mencionados, para una película delgada con espesor $d = 1200A$ y capas muertas de $l = 100A$. Tomando $\psi = 0.01$ se consideran tres casos: a) Caso local (aproximación), con D pequeña ($D/c^2 = 8.0 \times 10^{-7}$), figuras 1.a y 1.b; b) ABC de Ting et al, figuras 2.a y 2.b; c) ABC de Pekar, figuras 3.a y 3.b. Además, usando los mismos parámetros, se hicieron barridos de espesor para obtener graficas de reflectancia en la frecuencia $\omega = \omega_L$, con: a) ABC de Ting et al, fig. 4.a, y; b) ABC de Pekar, fig. 4.b. La comparación se hace marcando algunos puntos relevantes de las gráficas, en los cuales ambas coinciden.

2) ($d \rightarrow \infty$). Otro caso límite del que hacemos uso es en el cual el espesor d de la película se hace muy grande. Este corresponde al caso estudiado por Mahan y Hopfield donde calculan la reflectancia de una superficie (medio semi-infinito), considerando el excitón $B_{(n=1)}$ del CdS.

Limitaciones del programa de computadora no permiten considerar películas con espesores muy grandes y frecuencias menores de $.99990 \omega_T$, aproximadamente. Por esta razón se considera una película delgada de espesor $d = 10,000A$ con capas muertas de $l = 70A$, trabajando para frecuencias $\omega > .99990 \omega_T$. Se calcula la reflectancia, figs. 5.a y 5.b, usando el ABC de Pekar con $\Psi=13.55$.

IV.2 BARRIDO DE ESPESOR.

Se realizan barridos de espesor para obtener gráficas de

reflectancia usando los parámetros de Mahan-Hopfield, para tres frecuencias: $\omega_1 = .99990\omega_T$, $\omega_2 = 1.00040\omega_T$ y $\omega_3 = 1.00090\omega_T$. En estos barridos se trabaja con los ABC's de Ting et al y de Pekar, para diferentes valores de γ y considerando películas con y sin capas muertas. Se incluye el ABC de Ting et al con el fin de facilitar el entendimiento del comportamiento de R en las diferentes regiones de frecuencia, ya que para este ABC los efectos no locales son pequeños. En todos los casos donde se usa el ABC de Ting se considera γ pequeño con el fin de reducir el amortiguamiento de las ondas, haciendose más apreciables los mínimos de reflectancia.

Las gráficas hechas son las siguientes:

- 1) Usando el ABC de Ting, parámetros Mahan-Hopfield (M-H) con γ pequeña, con y sin capas muertas, para las frecuencias: ω_1 (figs. 6.a y 6.b), ω_2 (figs. 7.a y 7.b), y ω_3 (figs. 8.a y 8.b).
- 2) Usando el ABC de Pekar, parámetros M-H, sin capas muertas, para las frecuencias: ω_1 (fig. 9.a), ω_2 (fig. 9.b), ω_3 (fig. 9.c).

El análisis de las gráficas se hace usando la relación local para mínimos de reflectancia producidos por interferencias Fabry-Perot en una película de espesor $d-2l$ sumergida en un medio de índice de refracción diferente al de ésta. La condición es la siguiente:

$$q'_n (d - 2l) = n \pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.1)$$

donde q'_n es la parte real del vector de la onda que interfiere, y n el orden de interferencia. La posición de los mínimos de reflectancia, para q' fija, es dada por la expresión

$$d_n = n \left[\frac{\pi}{q'} \right] + 2l \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.2)$$

La separación entre mínimos es igual a media longitud de onda, esto es

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{q'} \quad (4.3)$$

La ecuación 4.2 nos permite calcular la posición de los mínimos de reflectancia para un barrido de espesor.

Como en el medio no-local hay más de una onda, los mínimos pueden deberse, en principio, a cualquiera de éstas. Sin embargo, las predicciones de las ecuaciones anteriores no necesariamente tienen que coincidir con los resultados, ya que ésta no considera la posible interferencia entre las diferentes ondas.

En todas las figuras se señala la comparación de los mínimos obtenidos contra los predichos, y el orden de interferencia de la onda correspondiente. La notación empleada es de la forma q_n , donde q puede ser 1, 2 o 3 dependiendo de la onda que se trate, y n es el orden de interferencia. Las posiciones de mínimos de R predichas para las diferentes frecuencias son mostradas en las siguientes tablas.

TABLA 4.2

BARRIDO DE ESPESOR. FRECUENCIA $\omega_1 = .99990 \omega_T$, $l = 0$ A.

n	$d_n(q_1)^*$	n	$d_n(q_1)$
1	248.98 A	5	1244.91 A
2	497.96	6	1493.89
3	746.94	7	1742.87
4	995.93	8	1991.85

* La separación entre mínimos es $\lambda_1/2 = 248.98$ A.

TABLA 4.3

BARRIDO DE ESPESOR. FRECUENCIA $\omega_2 = 1.00040 \omega_T$, $l = 0$ A.

n	$d_n(q_1)^*$	$d_n(q_2)^{**}$	n	$d_n(q_1)$	$d_n(q_2)$
1	108.69A	269.35A	8	869.55A	
2	217.39	538.70	9	978.25	
3	326.08	808.05	10	1086.95	
4	434.79	1077.40	11	1195.64	
5	543.47	1346.75	12	1304.33	
6	652.17	1616.10	13	1413.03	
7	760.86		14	1521.72	

* $\lambda_1/2 = 108.69$ A

** $\lambda_2/2 = 269.35$

TABLA 4.4

BARRIDO DE ESPESOR. FRECUENCIA $\omega_g = 1.00090 \omega_T$, $\ell = 0$ A.

n	$d_n(q_1)^1$	$d_n(q_2)^2$	$d_n(q_3)^3$	n	$d_n(q_1)$	$d_n(q_2)$	$d_n(q_3)$
1	84.43A	159.72A	1336.7A	13	1097.59	2076.38	
2	168.86	319.44		14	1182.01		
3	253.29	479.17		15	1266.44		
4	337.72	638.89		16	1350.87		
5	422.15	798.61		17	1435.30		
6	506.58	958.33		18	1519.73		
7	591.01	1118.06		19	1604.16		
8	675.43	1277.78		20	1688.59		
9	759.87	1437.5		21	1773.02		
10	844.30	1597.22		22	1857.45		
11	928.73	1756.95		23	1941.88		
12	1013.15	1916.67		24	2026.37		

$1 \lambda_1/2 = 84.43, \quad 2 \lambda_2/2 = 159.72, \quad 3 \lambda_3/2 = 1336.7$

4.3 CAMPOS EN EL MEDIO NO-LOCAL.

Con el fin de visualizar el comportamiento de las ondas en el medio no-local, se grafica la parte real de los campos eléctricos de las ondas correspondientes en toda la película para diferentes frecuencias y espesores. En estas gráficas se pretende observar las ondas que causan los mínimos de reflectancia, así como también el orden de interferencia correspondiente.

Las expresiones por graficarse son las siguientes:

$$\text{Re } E_i(z) = \text{Re} \left\{ E_i^{(+)} e^{iq_i z} + E_i^{(-)} e^{-iq_i z} \right\} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.4)$$

4.4. BARRIDO DE FRECUENCIA

$$\text{Re } E(z) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^3 \left(E_i^{(+)} e^{iq_i z} + E_i^{(-)} e^{-iq_i z} \right) \right\} \quad (4.5)$$

donde las ecuaciones 4.4 vienen a ser la parte real de la suma de los campos eléctricos de la onda i ($= 1, 2, 3$), y la ecuación 4.4 es

la parte real de la suma total de todos los campos eléctricos dentro de la película.

Se exponen dos puntos mínimos para cada una de las figuras 6.a, 7.a y 8.a. Las figuras 10.a y 10.b muestran los campos eléctricos, parte real, para dos películas sin capas muertas de espesores $d = 1018 \text{ \AA}$ y $d = 1274 \text{ \AA}$, respectivamente, para frecuencia $\omega = \omega_1 = .99990 \omega_T$. En las figuras 11.a y 11.b se presenta las gráficas de campo eléctrico para dos mínimos del barrido de espesor a la frecuencia $\omega = \omega_2 = 1.00040 \omega_T$, con espesores sin capas muertas de $d = 808 \text{ \AA}$ y $d = 978 \text{ \AA}$, respectivamente. Del barrido de espesor a la frecuencia $\omega = \omega_3 = 1.00090 \omega_T$ se obtienen dos graficas para los espesores $d = 1182 \text{ \AA}$ y $d = 1337 \text{ \AA}$, sin capas muertas. Las figuras correspondientes son 12.a y 12.b, respectivamente.

Estas graficas están basadas en los barridos de espesor hechos considerando el ABC de Ting, para películas sin capas muertas y parámetro de amortiguamiento pequeño.

También se hacen graficas de la parte real del campo eléctrico para algunos mínimos de reflectancia de los barridos de espesor donde se considera el ABC de Pekar. Las figuras hechas son: 13.a y 13.b para dos películas de espesor $d = 915 \text{ \AA}$ y $d = 1415 \text{ \AA}$ sin capas muertas, respectivamente, a la frecuencia ω_1 . 14.a y 14.b para las películas sin capas muertas con espesores $d = 865 \text{ \AA}$ y $d = 1045 \text{ \AA}$, respectivamente, a la frecuencia ω_2 . Y para la frecuencia ω_3 , las figuras 15.a y 15.b correspondientes a las películas sin capas muertas con espesor $d = 1160 \text{ \AA}$ y $d = 1335 \text{ \AA}$, respectivamente.

4.4. BARRIDO DE FRECUENCIA

Calculando R, T y A se realiza un barrido de frecuencia para una película delgada de espesor $d = 1500 \text{ \AA}$ con capas muertas de $l = 100 \text{ \AA}$, figuras 16.a y 16.b. Para la predicción aproximada de

los mínimos de reflectancia se usa la fórmula para interferencias Fabry-Perot mencionada antes. La posición de los mínimos será

$$q'_n = n \left[\frac{\pi}{d-2l} \right] \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

donde q'_n es la parte real del vector de la onda que interfiere y n el orden de interferencia. La tabla 4.5 proporciona las frecuencias para las cuales R será mínima de acuerdo a la ecuación 4.6, señalando la onda causante de la interferencia y el orden correspondiente.

TABLA 4.5
BARRIDO DE FRECUENCIA. ESPESOR $D = 1500 \text{ \AA}$, $l = 100 \text{ \AA}$
(ω / ω_T)

n	$\omega_n(q_1)^1$	$\omega_n(q_2)^2$	$\omega_n(q_3)^3$	n	$\omega_n(q_1)$	$\omega_n(q_2)$	$\omega_n(q_3)$
1	1.00019	0.99999	1.00094	11	1.00020	1.00147	
2		1.00006		12	1.00040	1.00167	
3		1.00017		13	1.00053	1.00190	
4		1.00029		14	1.00068	1.00215	
5	0.99991	1.00043		15	1.00083		
6	0.99993	1.00057		16	1.00101		
7	0.99998	1.00071		17	1.00119		
8	1.00003	1.00080		18	1.00139		
9	1.00010	1.00105		19	1.00161		
10	1.00019	1.00124		20	1.00184		

Con el fin de ver el comportamiento de los mínimos de R en las tres regiones $\omega < \omega_T$, $\omega_T < \omega < \omega_L$ y $\omega > \omega_L$, se grafican la parte real de los campos eléctricos para algunos de ellos: 17.a, 17.b, 17.c y 17.d.

CONCLUSIONES:

1) De la justificación:

En la comparación de las gráficas obtenidas para R , T y A (figuras 1.a, 1.b, 2.a, 2.b, 3.a, 3.b, 4.a y 4.b) contra las de J .

A. Gaspar, se encuentra una gran coincidencia, como puede observarse en los puntos comparativos señalados en las figuras.

Así mismo, al comparar con la grafica de R de Mahan-Hopfield, observamos que en la región $\omega_T < \omega < \omega_L$ las graficas coinciden punto a punto. Sin embargo, para $\omega > \omega_L$ aparece una estructura adicional. Esta estructura es atribuida a interferencias Fabry-Perot de la onda con vector q_s , principalmente. Una tabla de los mínimos predichos por la fórmula F-P es mostrada abajo.

TABLA 4.6
BARRIDO DE FRECUENCIA. $D = 10,000 \text{ \AA}$, $l = 70 \text{ \AA}$.

n	$q'_n (10^{-5} \text{ \AA}^{-1})$	$\omega_n(q_s) (\omega/\omega_T)$
1	.31862	1.00048
2	.63724	1.000497
3	.95586	1.000527
4	1.2745	1.000565
5	1.5937	1.00062
6	1.9117	1.000705
7	2.2303	1.000835

En la figura 5.b se señalan las posiciones de los puntos predichos por la tabla anterior. Podemos ver que estos puntos corresponden a máximos de R, y no a mínimos como se espera en principio. Este comportamiento de la reflectancia se presenta para frecuencias mayores de ω_L , donde coexisten las tres ondas. Puede ser que la explicación de esta anomalía este en que la fórmula de interferencias Fabry-Perot no considera el efecto de más de una onda, ya que podrían existir interferencias entre las ondas.

Las comparaciones hechas nos permiten asegurar que el programa de computadora funciona correctamente en los rangos de frecuencia y espesor trabajados en las pruebas, dandonos un buen margen de confiabilidad.

2) De los barridos de espesor:

Las figuras 6, 7 y 8 (a y b), muestran el comportamiento de

la reflectancia para las tres diferentes regiones de frecuencia, cuando se trabaja con el ABC de Ting et al y γ pequeña. Puede verse en estas graficas el efecto producido por una, dos y tres ondas en el medio no-local. Las predicciones de mínimos por la fórmula de Fabry-Perot son muy aproximadas. También se observa claramente un corrimiento de $2\ell = 200 \text{ \AA}$ en la posición de los mínimos cuando se considera la existencia de capas muertas en las superficies de la película.

Usando los parámetros reales (figuras 9.a, 9.b y 9.c), los efectos no-locales se hacen muy notorios. Las posiciones de los mínimos varían considerablemente de los predichos por F-P. Para la frecuencia ω_9 algunos mínimos predichos se presentan como máximos de reflectancia. Este es el mismo fenómeno observado en el barrido de frecuencia y en el caso del excitón $A_{(20)}$.

3) De los campos en el medio no-local:

En las gráficas de real de campo eléctrico para los mínimos de R, figuras 10, 11 y 12 (a y b), donde se trabaja con el ABC de Ting y amortiguamiento pequeño se observa que una de las ondas tiene una longitud de onda λ , tal que un número entero de medias longitudes de onda es muy aproximado al espesor $d-2\ell$ del medio no local, lo cual está de acuerdo con las predicciones de F-P.

En las figuras 13, 14 y 15 (a y b), los efectos no-locales son muy notorios debido a que se trabaja con el ABC de Pekar. Se observa que ninguna de las ondas concuerda con el comportamiento predicho. Esto es, el mínimo de R corresponde a una aproximación de un número entero de medias longitudes de onda de alguna de las ondas. En algunos casos, el comportamiento parece indicar que el mínimo es debido más bien a dos (o tres) ondas, quedando ubicado entre dos mínimos esperados cecanos.

4) Del barrido de frecuencia:

Las predicciones de F-P para mínimos de reflectancia son aproximadas, salvo por algunos pequeños corrimientos, a los obtenidos por el programa de computadora. Sin embargo, algunos mínimos no aparecen en la gráfica de reflectancia. El

comportamiento de R para $\omega > \omega_L$ cambia para algunos mínimos, obteniéndose en lugar de éstos máximos. También se observa que se presentan en su mayoría solo ordenes pares de interferencia. Igual que en los barridos de espesor, el comportamiento de la parte real de los campos eléctricos indica una aproximación con las predicciones de la fórmula de Fabry-Perot.

1. b Transmitancia y absorptancia. Mismos parámetros que 1. a.

2. a y 2. b Reflectancia, transmitancia y absorptancia. ABC de Ting et al. Película con espesor $d = 1200 \text{ \AA}$, capas muertas con $f = 100 \text{ \AA}$. Parámetros Yu-Evangelisti. Los puntos marcados son comparaciones con las gráficas de J. A. Gaspar.

3. a y 3. b Reflectancia, transmitancia y absorptancia. ABC de Pekar. Mismos parámetros que 2. a y 2. b.

4. a Reflectancia en barrido de espesor para una película con capas muertas con $f = 100 \text{ \AA}$, a la frecuencia $\omega = \omega_L$, para ABC de Ting et al y ABC de Pekar, respectivamente. Parámetros Yu-Evangelisti. Se muestran puntos comparativos con las gráficas de J. A. Gaspar.

5. a Reflectancia en barrido de frecuencia de una película de espesor $d = 10,000 \text{ \AA}$, $f = 70 \text{ \AA}$, con parámetros de Mahan-Hopfield, con ABC de Pekar. Los puntos son comparaciones con la gráfica de Mahan y Hopfield. Se señala la una parte de la estructura adicional de máximos y mínimos.

5. b Ampliación de la reflectancia, figura 5.4, en la región de la estructura de máximos y mínimos.

6. a Reflectancia en barrido de espesor para una película sin capas muertas y la frecuencia $\omega = \omega_L$. Se usa el ABC de Ting et al y los parámetros de Mahan y Hopfield. Las posiciones de interferencia son señaladas marcándose en la gráfica la posición precisa y la obtenida usando la fórmula. Los números superiores indican la onda correspondiente, y los

1.a Reflectancia para aproximación a caso local. Espesor de la película $d = 1200$ A, capas muertas $l = 100$ A. Parámetros Yu-Evangelisti, y $D/c^2 = 8.0 \times 10^{-7}$. Los puntos marcados son referencias de comparación con las gráficas de J. A. Gaspar.

1.b Transmitancia y absortancia. Mismos parámetros que 1.a.

2.a y 2.b Reflectancia, transmitancia y absortancia. ABC de Ting et al. Película con espesor $d = 1200$ A, capas muertas con $l = 100$ A. Parámetros Yu-Evangelisti. Los puntos marcados son comparaciones con las gráficas de J. A. Gaspar.

3.a y 3.b Reflectancia, transmitancia y absortancia. ABC de Pekar. Mismos parámetros que 2.a y 2.b.

4.a y 4.b Reflectancia en barrido de espesor para una película con capas muertas con $l = 100$ A, a la frecuencia $\omega = \omega_L$, para ABC de Ting et al y ABC de Pekar, respectivamente. Parámetros Yu-Evangelisti. Se muestran puntos comparativos con las graficas de J. A. Gaspar.

5.a Reflectancia en barrido de frecuencia de una película de espesor $d = 10,000$ A, $l = 70$ A, con parámetros de Mahan-Hopfield, con ABC de Pekar. Los puntos son comparaciones con la gráfica de Mahan y Hopfield. Se señala la una parte de la estructura adicional de máximos y mínimos.

5.b Ampliación de la reflectancia, figura 5.a, en la región de la estructura de máximos y mínimos.

6.a Reflectancia en barrido de espesor para una película sin capas muertas, a la frecuencia $\omega = .99990 \omega_1$, con $\gamma = 1.0 \times 10^{-5}$. Se usa el ABC de Ting et al y los parámetros de Mahan y Hopfield. Las posiciones de interferencia son señaladas marcandose en la gráfica la posición predicha y la obtenida (líneas verticales). Los números superiores indican la onda correspondiente, y los

subídices el orden de interferencia. Se observa que los mínimos de R son debidos únicamente a la onda q_1 .

6.b Mismo caso que 6.a pero usando capas muertas con $l = 100A$. El efecto de la capa muerta se manifiesta en un corrimiento de $2l$ de gráfica de reflectancia, sin afectar su forma.

7.a Reflectancia en barrido de espesor para una película sin capas muertas a la frecuencia $\omega = 1.00040 \omega_T$, con $\gamma = 1.0 \times 10^{-6}$, usando el ABC de Ting et al. Parámetros de Mahan y Hopfield. Se aprecia claramente el efecto de la interferencia de las ondas q_1 y q_2 sobre el espectro de reflectancia. Se señalan las posiciones de los mínimos y onda y orden correspondientes.

7.b Mismo caso que en la figura 7.a pero con capas muertas de $l = 100 A$. En este caso la introducción de capas muertas en la película además de producir un corrimiento de los mínimos, provoca un cambio en la forma del espectro.

8.a y 8.b Reflectancia y barrido de espesor para una película con y sin capas muertas ($l = 0 A$ y $l = 100 A$, respectivamente), a la frecuencia $\omega = 1.00090 \omega_T$. Se asume $\gamma = 1.0 \times 10^{-7}$, trabajando con el ABC de Ting et al y los parámetros de Mahan y Hopfield. Se marcan los mínimos predichos por F-P los ordenes de interferencia correspondientes. En estas gráficas puede observarse la coexistencia de la tres ondas q_1 , q_2 y q_3 , y su efecto sobre la reflectancia. EL efecto de la capa muerta sigue siendo el mismo que en el caso anterior, fig. 7.b, donde provoca un corrimiento de los mínimos y un cambio de la forma de la reflectancia.

9.a, 9.c y 9.c Reflectancia en barrido de espesor para una película sin capas muertas a las frecuencias $\omega = .99990 \omega_T$, $\omega = 1.00040 \omega_T$ y $\omega = 1.00090 \omega_T$, respectivamente. Los parámetros son los de Mahan y Hopfield, y el ABC usado es el de Pekar. Se marca la comparación entre los mínimos predichos por F-P y los obtenidos, y los ordenes de interferencia correspondientes. en estos casos los efectos no-locales son muy fuertes, por lo que las predicciones F-P distan considerablemente de los resultados.

10.a y 10.b Gráficas de parte real de los campos eléctricos de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película con $d = 1018 \text{ \AA}$ y $d = 1274 \text{ \AA}$, respectivamente, sin capas muertas. Se trabaja con el ABC de Ting et al, tomando $\gamma = 1.0 \times 10^{-5}$. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en las gráficas de barrido de espesor a la frecuencia $\omega = .99990 \omega_T$. Los mínimos son debidos a la onda q_1 , siendo los ordenes de interferencia $n = 4$ y $n = 5$, respectivamente.

11.a y 11.b Gráficas de parte real de los campos eléctricos de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película sin capas muertas, con $d = 808 \text{ \AA}$ y $D = 978 \text{ \AA}$, respectivamente. Se trabaja con el ABC de Ting et al, tomando $\gamma = 1.0 \times 10^{-6}$. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en la gráfica de barrido de espesor a la frecuencia $\omega = 1.00040 \omega_T$. Los mínimos son debidos a las ondas q_2 y q_1 , respectivamente, siendo los ordenes de interferencia $n_2 = 3$ y $n_1 = 9$.

12.a y 12.b Gráficas de parte real de los campos eléctricos de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película sin capas muertas, con $d = 1182 \text{ \AA}$ y $d = 1337 \text{ \AA}$, respectivamente. Se usa el ABC de Ting et al, tomando $\gamma = 1.0 \times 10^{-6}$. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en la gráfica de barrido de espesor a la frecuencia $\omega = 1.00090 \omega_T$. Los mínimos son debidos a las ondas q_1 y q_3 , respectivamente, siendo los ordenes de interferencia $n_1 = 14$ y $n_3 = 1$.

13.a y 13.b Gráficas de parte real de los campos eléctricos de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película sin capas muertas, con $d = 915 \text{ \AA}$ y $d = 1415 \text{ \AA}$, respectivamente. Se usa el ABC de Pekar y los parámetros de Mahan y Hopfield. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en la gráfica de barrido de espesor a la frecuencia $\omega = .99990 \omega_T$. Los mínimos son debidos a la onda q_1 , siendo los ordenes de interferencia $n_1 = 4$ y $n_1 = 6$

14.a y 14.b Gráficas de parte real de los campos eléctricos

de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película sin capas muertas, con $d = 865 \text{ \AA}$ y $d = 1045 \text{ \AA}$, respectivamente. Se usa el ABC de Pekar y los parámetros de Mahan y Hopfield. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en la gráfica de barrido de espesor a la frecuencia $\omega = 1.0004 \omega_T$. Los mínimos son debidos a la onda q_1 y q_2 , siendo los ordenes de interferencia $n_1 = 8$ y $n_2 = 4$.

15.a y 15.b Gráficas de parte real de los campos eléctricos de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película sin capas muertas, con $d = 1160 \text{ \AA}$ y $d = 1335 \text{ \AA}$, respectivamente. Se usa el ABC de Pekar y los parámetros de Mahan y Hopfield. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en la gráfica de barrido de espesor a la frecuencia $\omega = 1.00090 \omega_T$. Los mínimos son debidos a la onda q_1 y a la onda q_3 , respectivamente, siendo los ordenes de interferencia $n_1 = 14$ y $n_3 = 1$.

16.a y 16.b Reflectancia, transmitancia y absortancia en barrido de frecuencia para una película con espesor $d = 1500 \text{ \AA}$ y capas muertas con $l = 100 \text{ \AA}$. Se usan los parámetros de Mahan y Hopfield, y el ABC de Pekar. En las gráficas vienen los mínimos de reflectancia y su comparación con las predicciones de F-P más próximas.

17.a, 17.b, 17.c y 17.c Gráficas de parte real de los campos eléctricos de las ondas q_1 , q_2 y q_3 , y de la suma total, en una película de capas muertas $l = 100 \text{ \AA}$, con $d = 1500 \text{ \AA}$. Se usa el ABC de Pekar y los parámetros de Mahan y Hopfield. Los espesores corresponden a mínimos de reflectancia en la gráfica de barrido de frecuencia, figs. 16. Los mínimos son debidos a la onda q_1 , q_1 , q_1 y q_3 , respectivamente, siendo los ordenes de interferencia respectivos $n_1 = 5$, $n_1 = 10$, $n_1 = 12$ y $n_3 = 1$.

BIBLIOGRAFIA

- (1) S. I. Pekar, Zh. Eksp. Teor. Fiz., 33, 1022 (1958); 34, 1176 (1958); Sov. Phys. - JETP 6, 785 (1958); 7, 813 (1958).
- (2) J. J. Hopfield, Phys. Rev., 112, 1565 (1958).
- (3) R. S. Knox, Theory of Excitons. Solid State Phys. Suplem. 5. Academic Press, 1963.
- (4) J. J. Hopfield y D.G. Thomas, Phys. Rev., 132, 563 (1963)
- (5) V. M. Agranovich y V.L. Ginzburg, Crystal Optics with Spatial Dispersion, and Excitons, 2da. Ed. Wiley, New York (1983).
- (6) G. D. Mahan y J. J. Hopfield, Phys. Rev., 135, A428 (1964).
- (7) J. A. Gaspar y P. Halevi, Rev. Mex. Fis., 33, (1987)
- (8) M. Born y E. Wolf, Principles of Optics. Pergamon, (1970).
- (9) J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 2da. Ed. Wiley and Sons Inc. (1975).
- (10) Huang (1951).
- (11) E. A. Stern, Phys. Rev., 111, 1214 (1958); R. H. Ritchie y H. B. Eldridge, Phys. Rev., 126, 1935 (1962).
- (12) C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, 5ta Ed. John Wiley y Sons Inc. (1976).
- (13) I. V. Makarenko et al, Phys. Stat. Sol., (b) 98, 773 (1980).
- (14) P. G. Yu y F. Evangelisti, Phys. Rev. Letters, 24, 1642 (1979).
- (15) J. J. Hopfield y D. G. Thomas, Phys. Rev., 116, 573 (1959); D. Dutton, Phys. Rev., 112, 785 (1958).
- (16) P. Halevi, O. B. M. Hardouin Duparc, A. A. Maradudin y R. F. Wallis, Phys. Rev., B32, 2783 (1987).

Estado Base

Vector de onda k

Fig. 1.2. Esquemas de la relación de la energía -
contra el vector de onda para series excitónicas
hidrogenoides. n denota los números cuánticos --
principales de las series de energía.

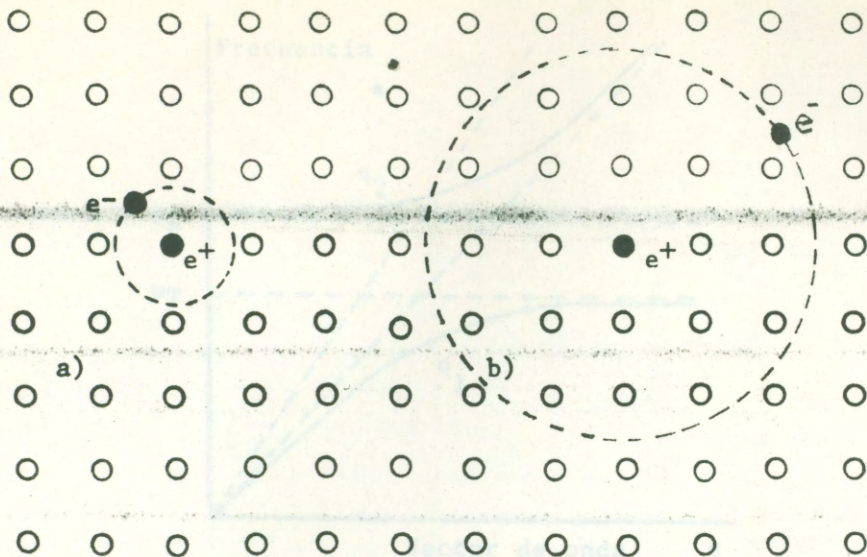


Fig. I.1 Representación esquemática de los excitones a) de Frenkel, fuertemente ligados y, b) de Wannier, debilmente ligados.

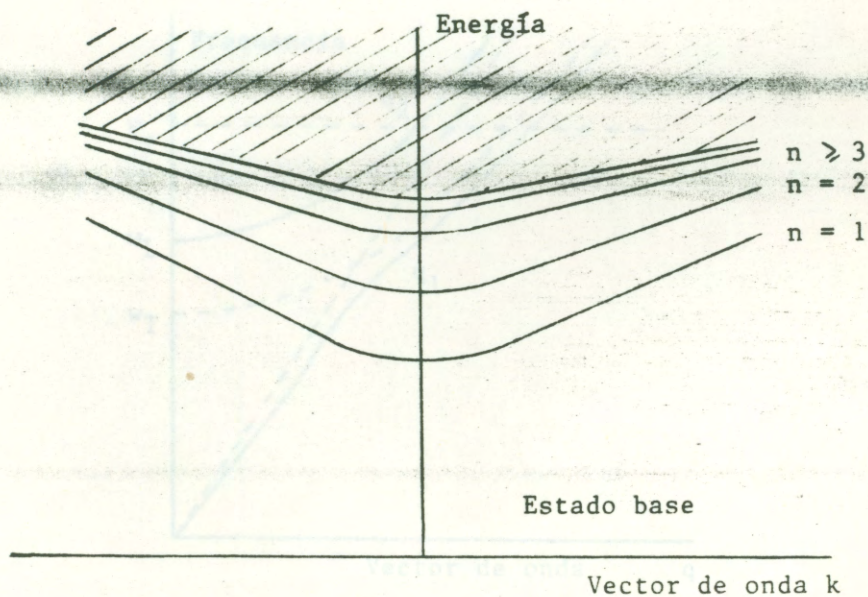


Fig. I.2. Esquema de la relación de la energía - contra el vector de onda para series excitónicas hidrogenoides. n denota los números cuánticos -- principales de las series de energía.

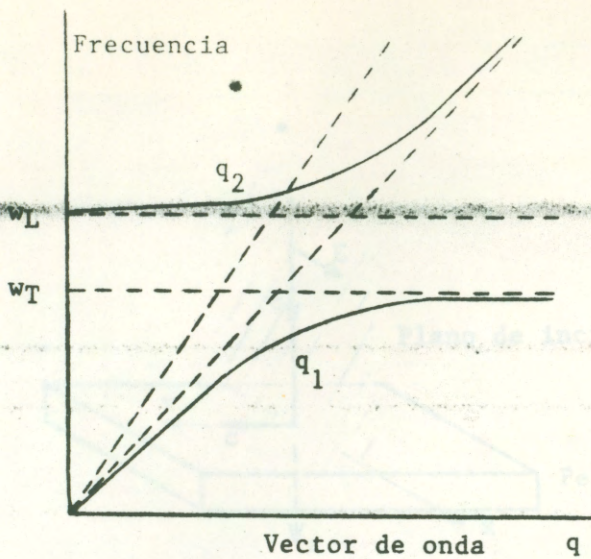


Figura I.3 Relación de dispersión para polaritones fonones. En este caso no hay dispersión espacial.

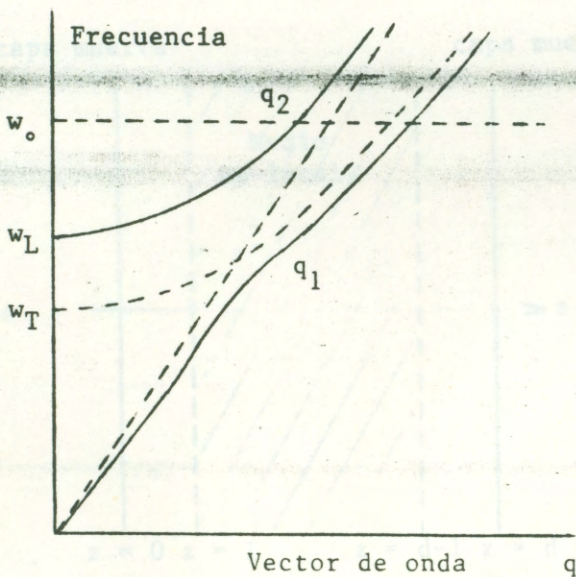


Figura I.4 Diagrama esquemático de la relación de dispersión de polaritón excitón para modos transversales, en presencia de dispersión espacial.

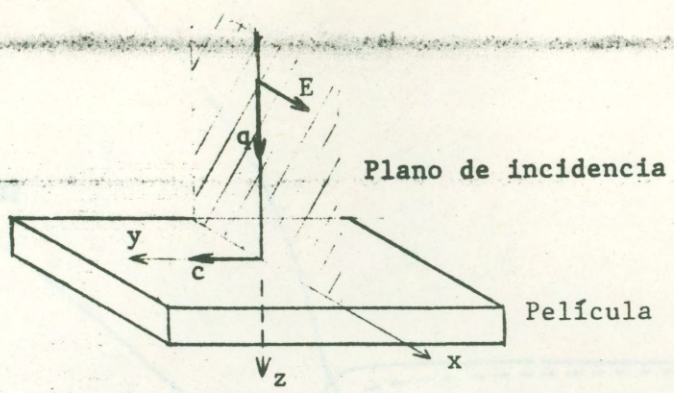


Fig. I.5 Geometría de la incidencia. Se muestra la posición del plano de incidencia respecto a la película.

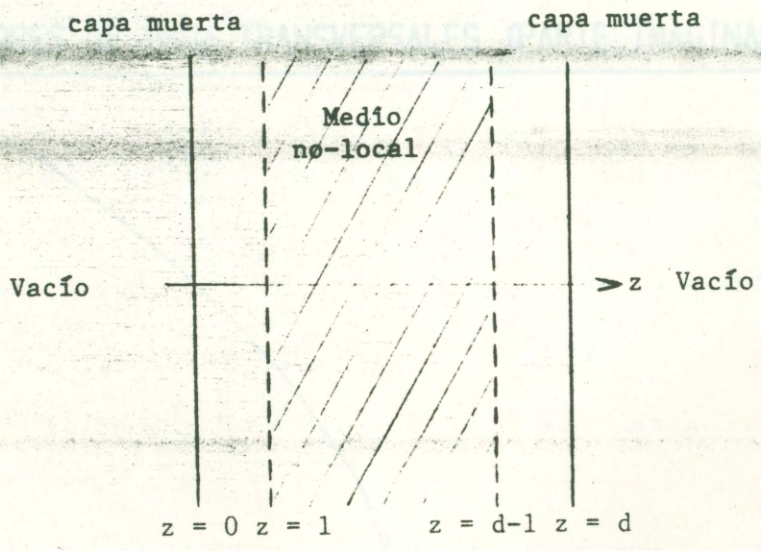


Fig. I.6 Distribución de las diferentes regiones en la película. La región sobreada corresponde al medio dispersivo, con espesor $d-2l$.

VECTORES DE ONDA TRANSVERSALES (PARTE REAL)

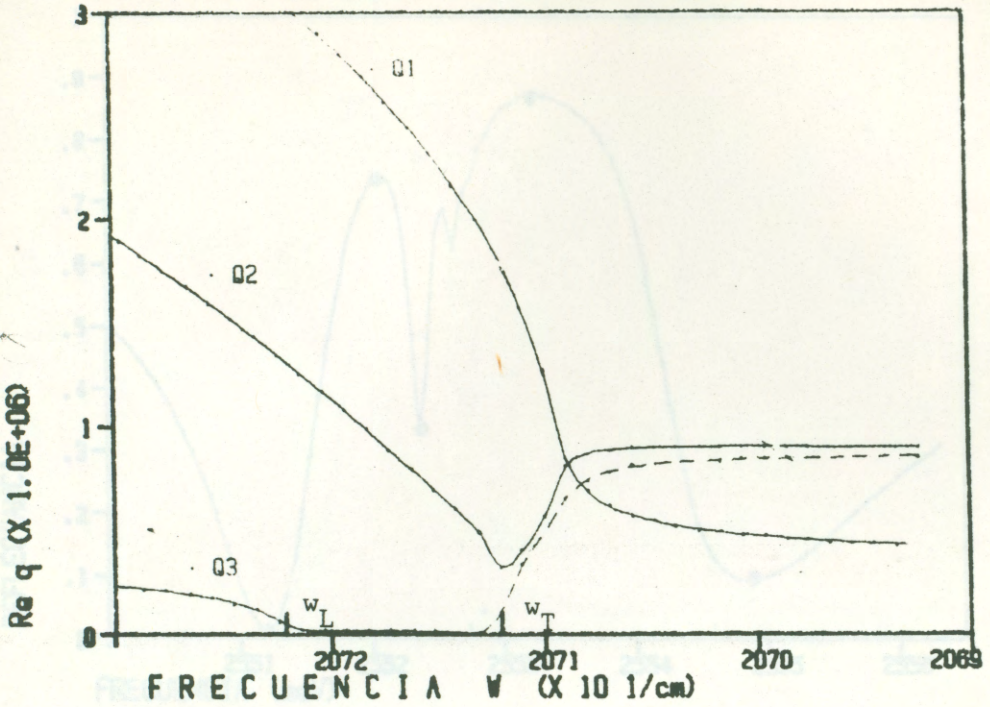


Figura II.1 a

VECTORES DE ONDA TRANSVERSALES (PARTE IMAGINARIA)

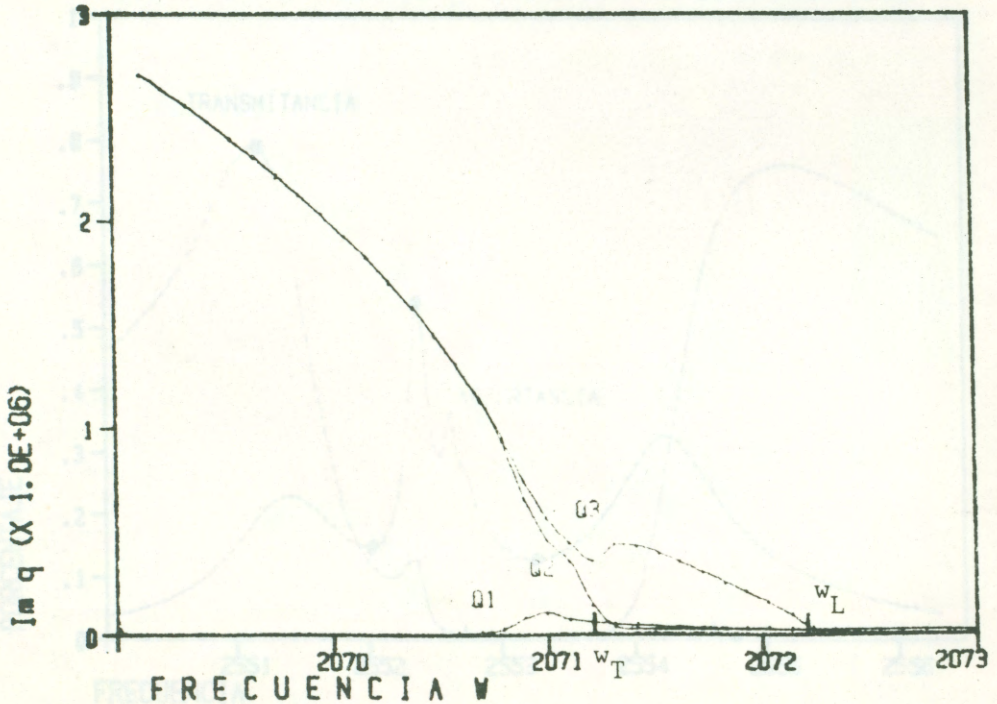


Figura II.1 b

J1F1 PG CASO LOCAL D=1200A L=100A D=8.0E-07

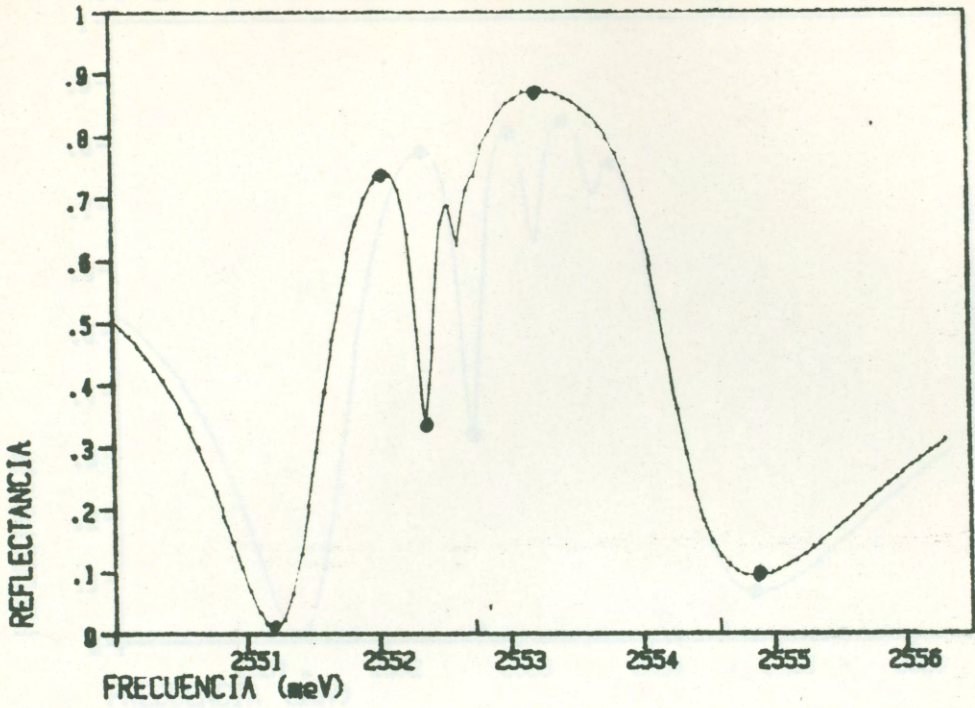


Figura IV.1.a

J1F1 PG CASO LOCAL D=1200A L=100A D=8.0E-07

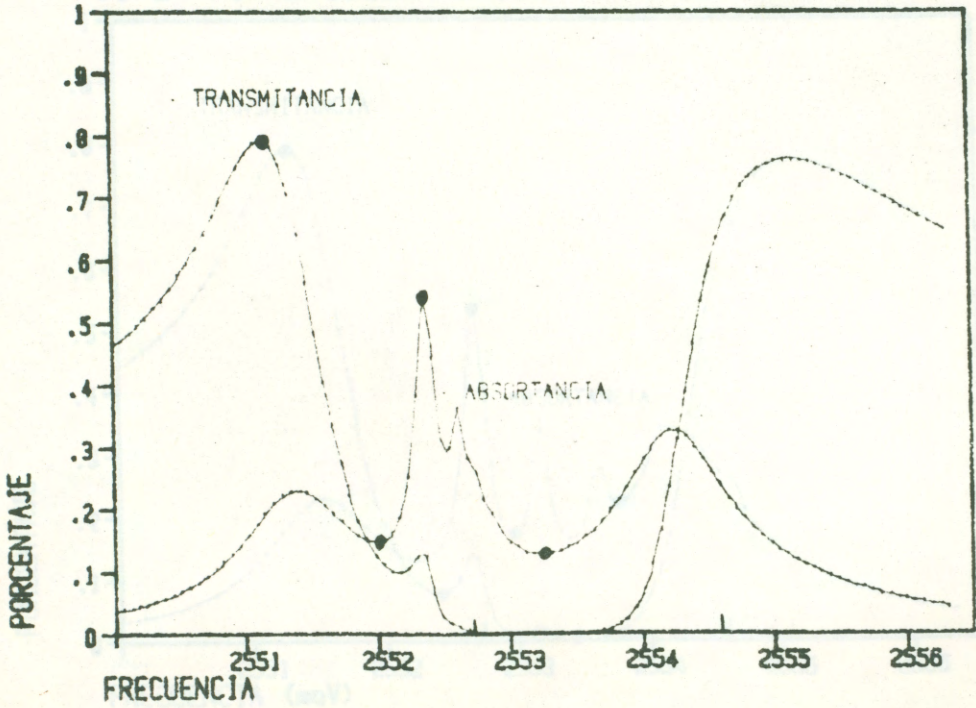


Figura IV.1.b

J1F2 PG D=1200A L=100A ABC DE TING ET AL

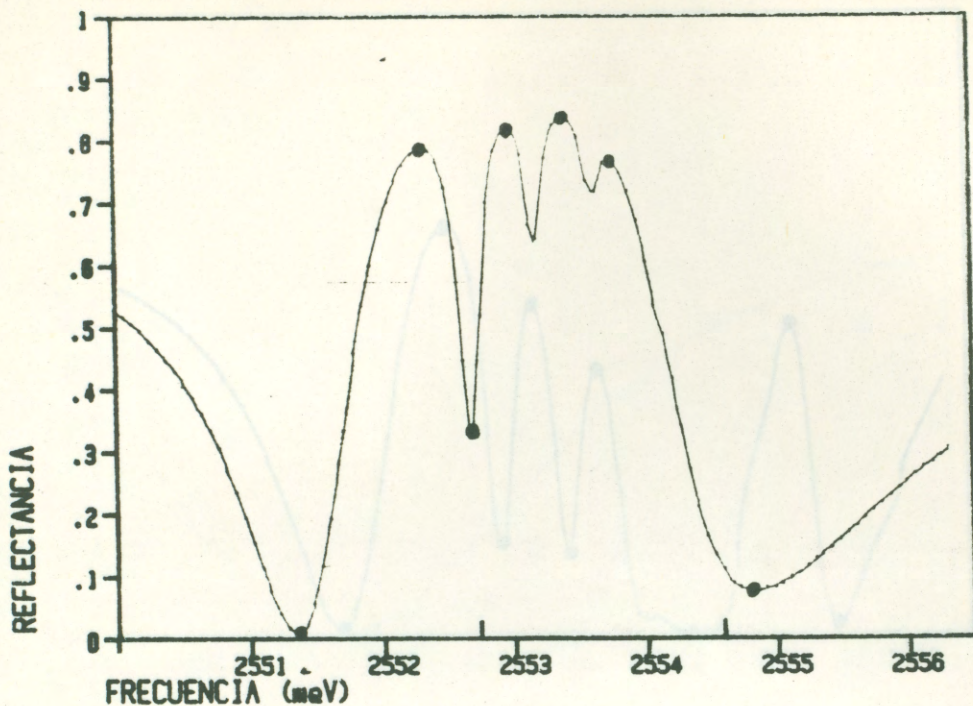


Figura IV.2.a

J1F2 PG D=1200A L=100A ABC DE TING ET AL

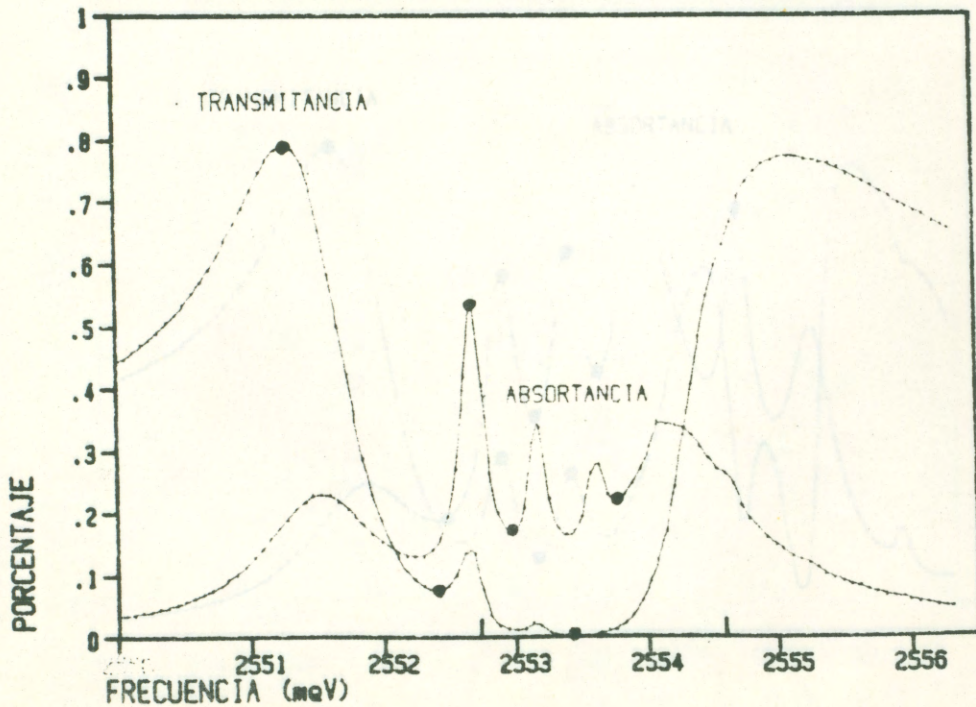


Figura IV.2.b

J1F2 PG D=1200A L=100A ABC DE TING ET AL

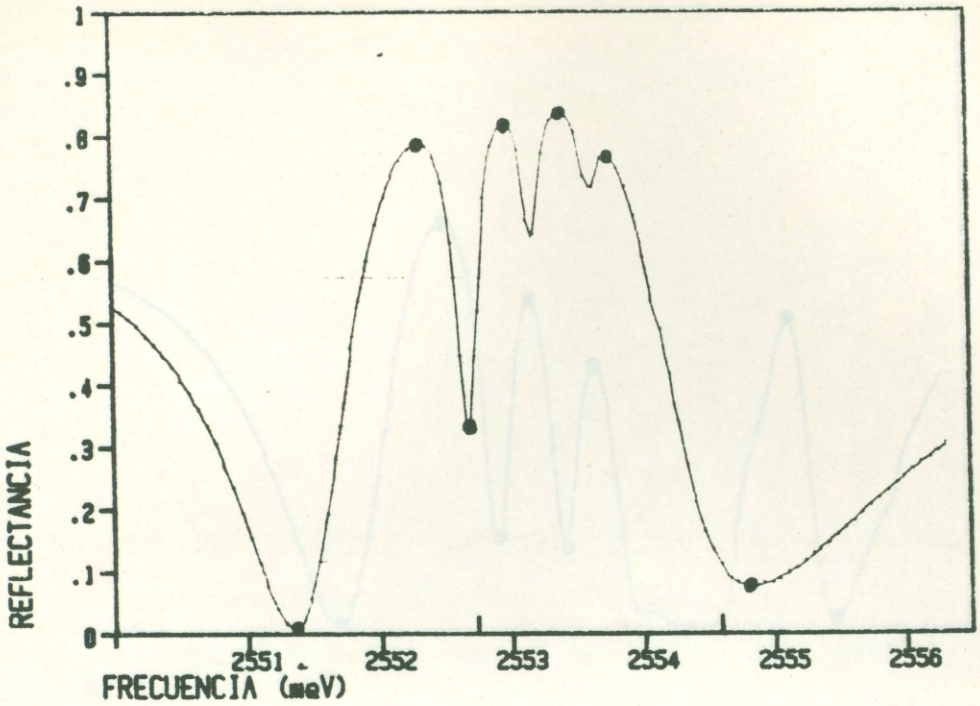


Figura IV.2.a

J1F2 PG D=1200A L=100A ABC DE TING ET AL

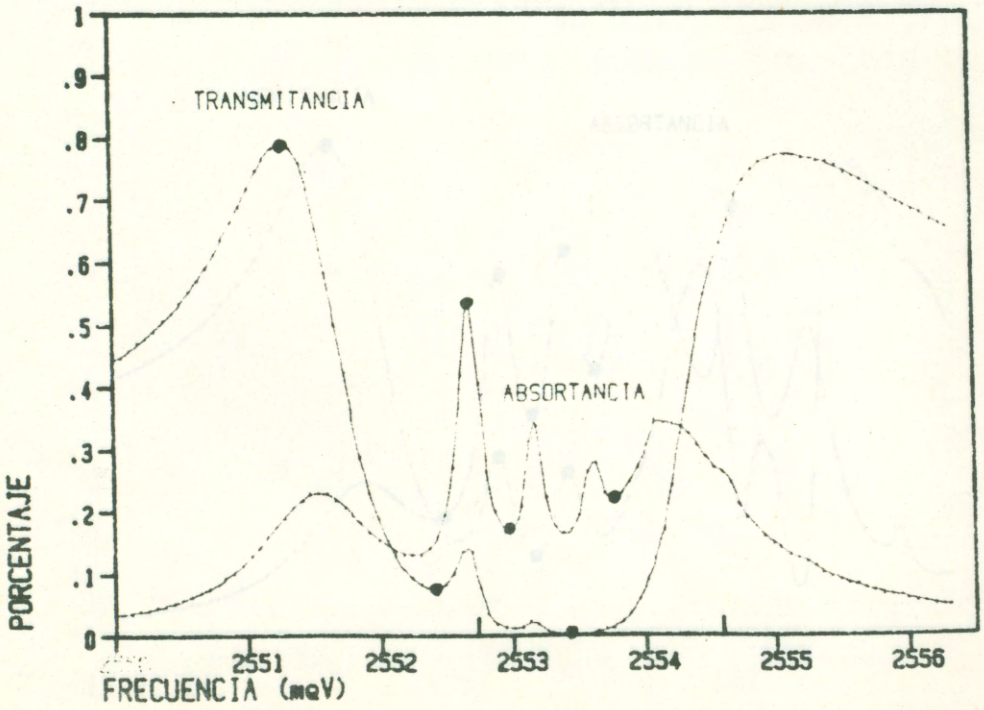


Figura IV.2.b

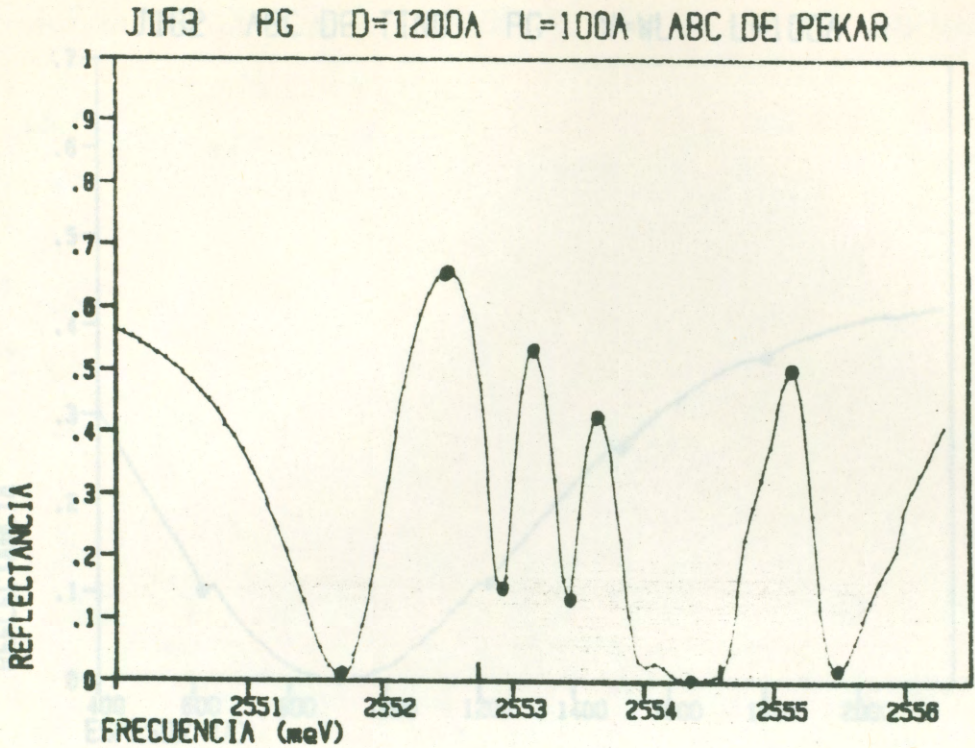


Figura IV.3.a

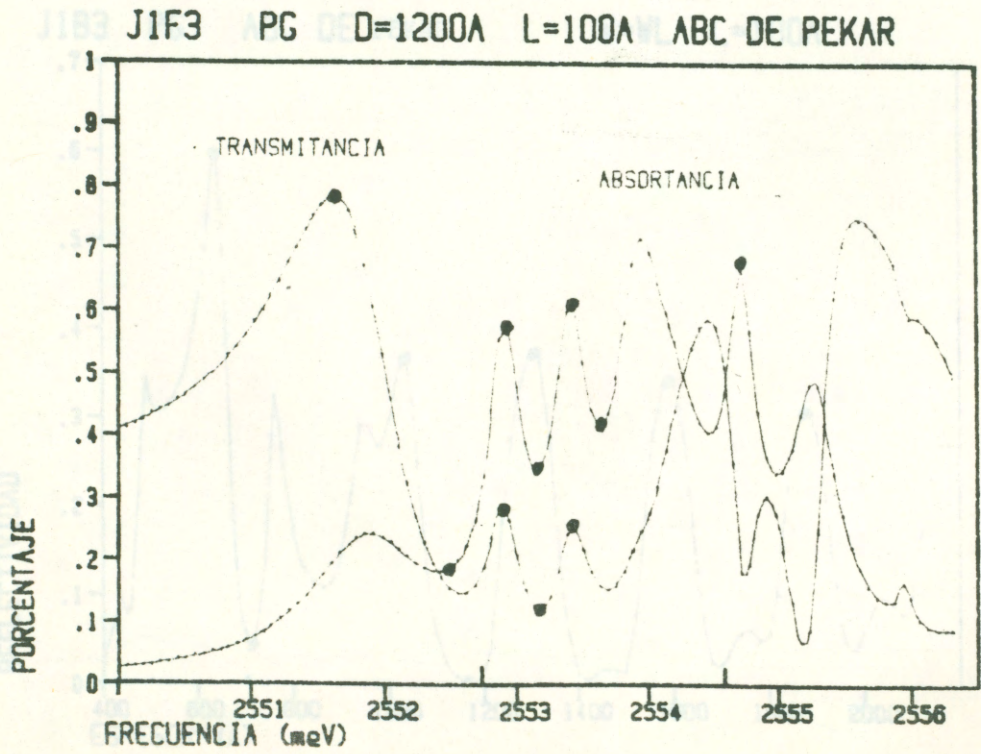


Figura IV.3.b

J2F4 J1B2 ABC DE TING PG W=WL L=100A MAHAN

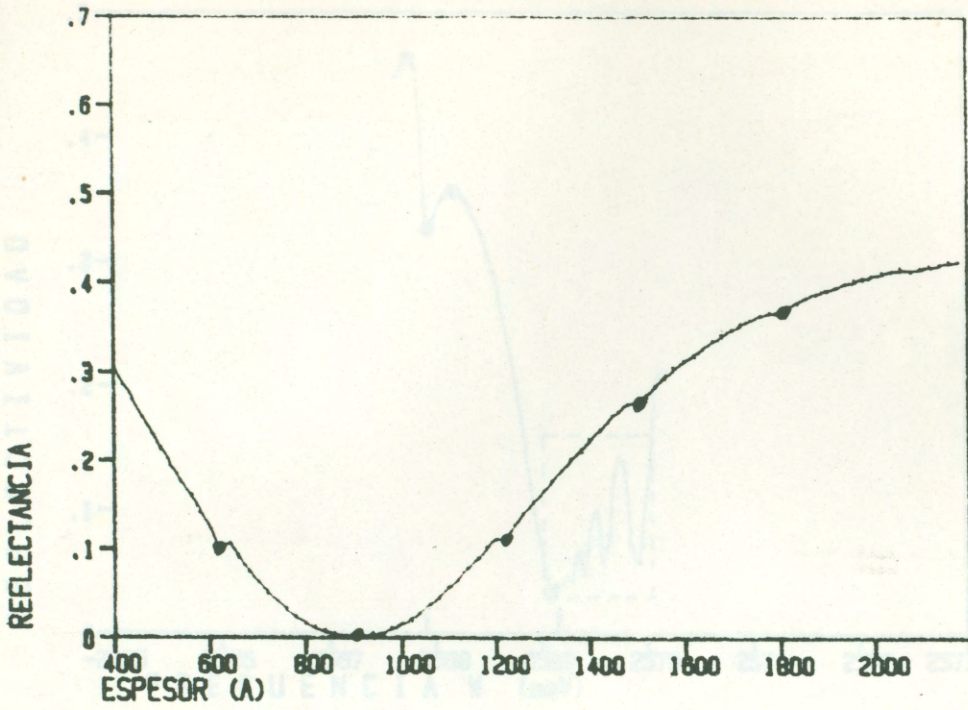


Figura IV.4.a

J2F4 D=10000A L=70A ABC DE PEKAR W=WL L=100A

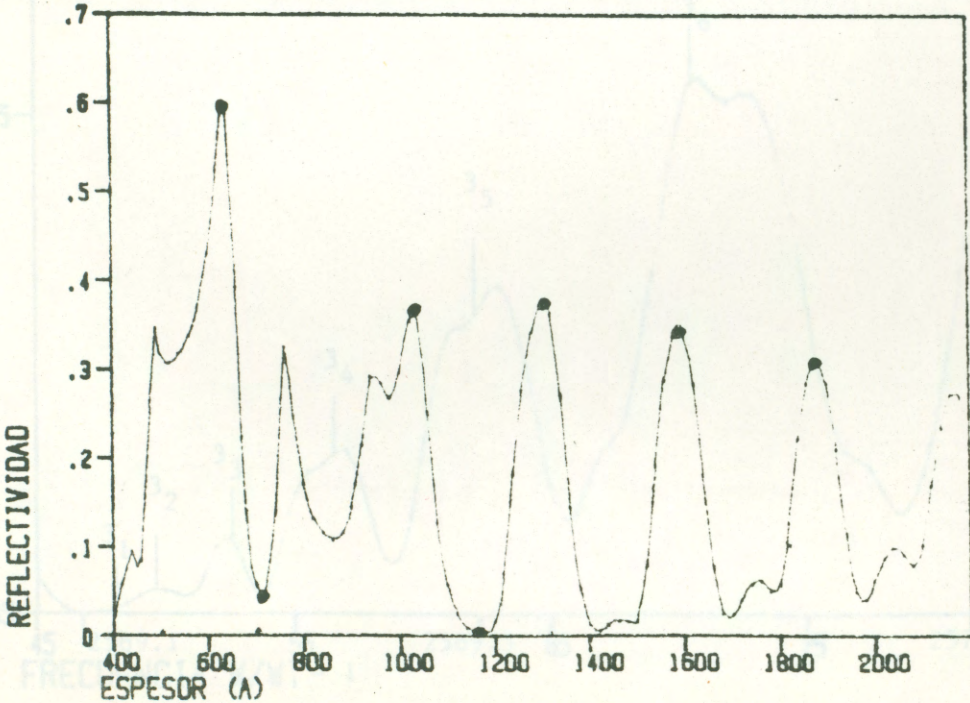


Figura IV.4.b

EF1 ABC DE TING ET AL W=.99990WT GA=1.0E-05

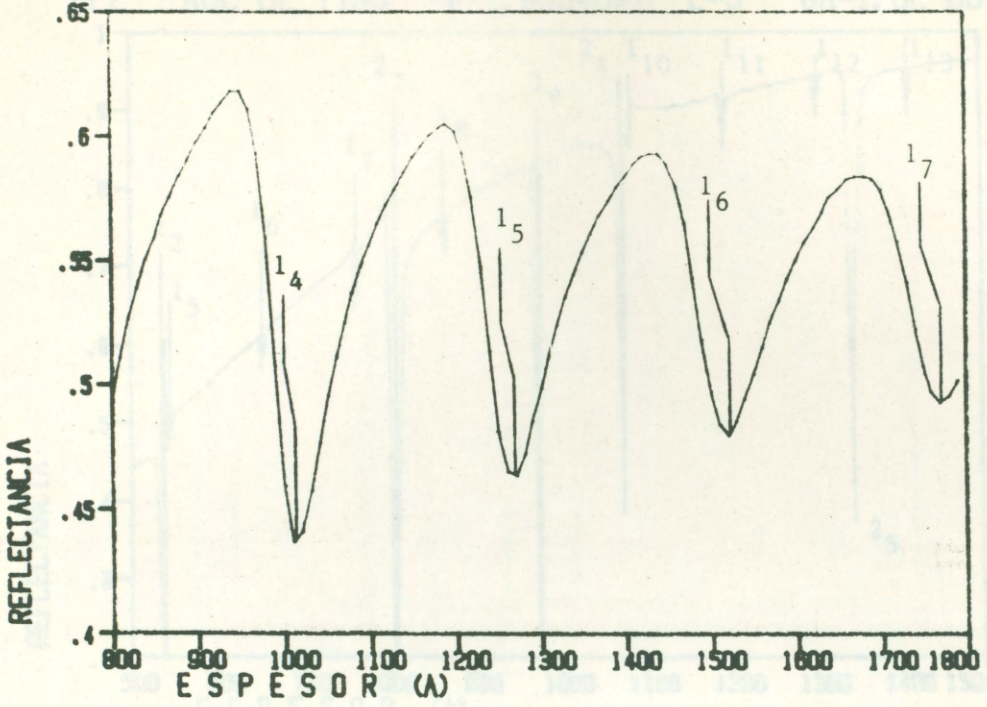


Figura IV.6.a

EF1C ABC DE TING W=.99990WT L=100A GA=1.0E-0

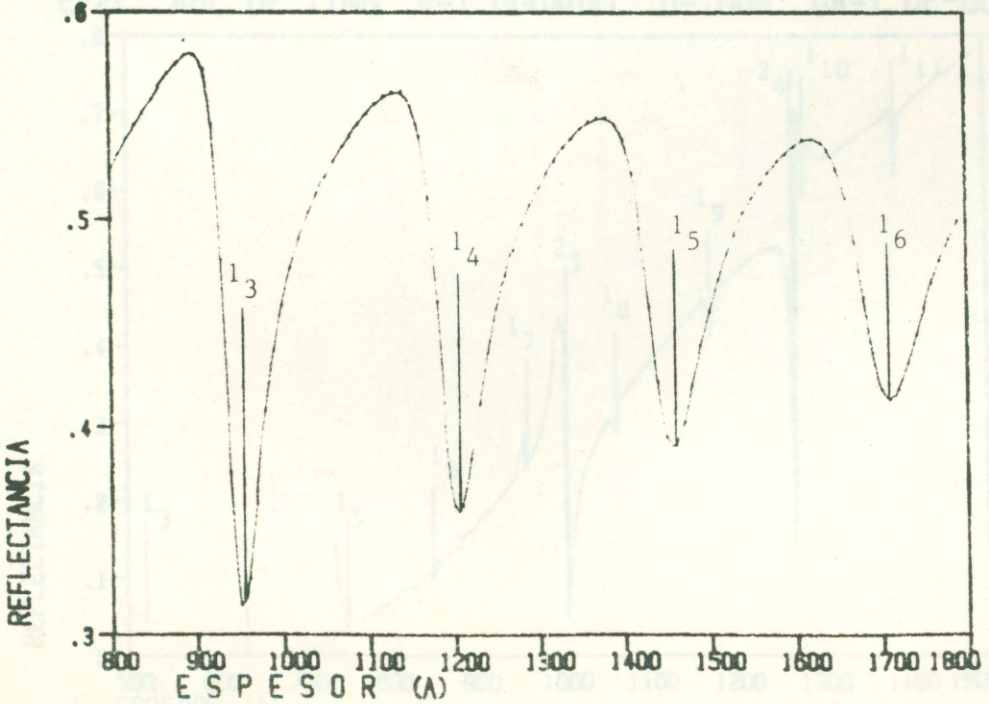


Figura IV.6.b

EF2 ABC DE TING W=1.00040WT L=0 GA=1.0E-06

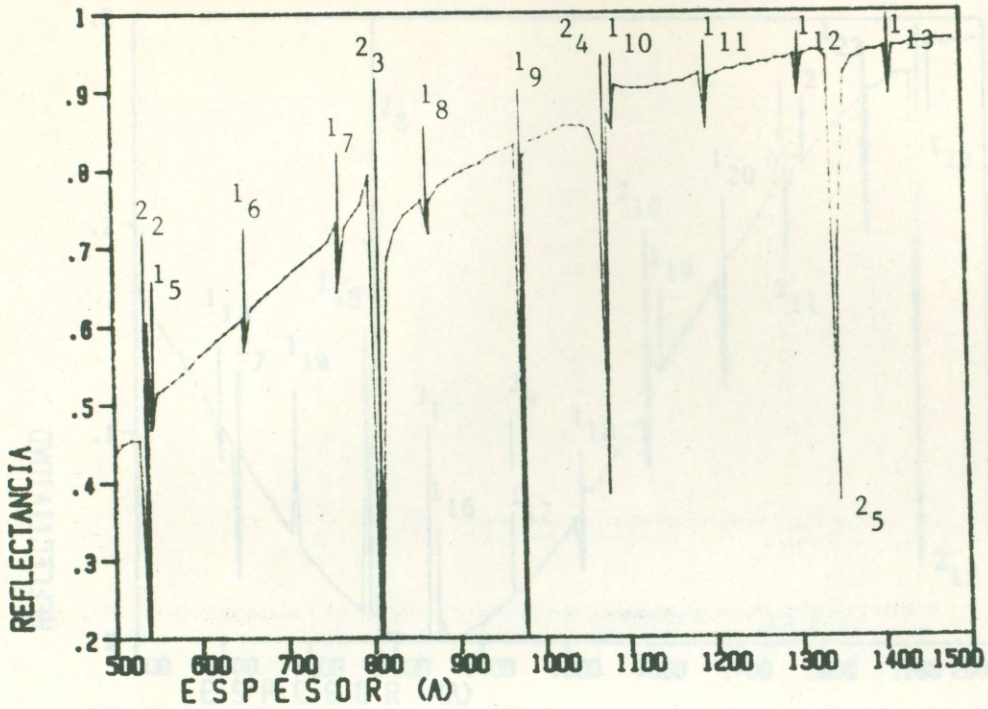


Figura IV.7.a

EF2C ABC DE TING W=1.00040WT D=100A GA=1.0E-06

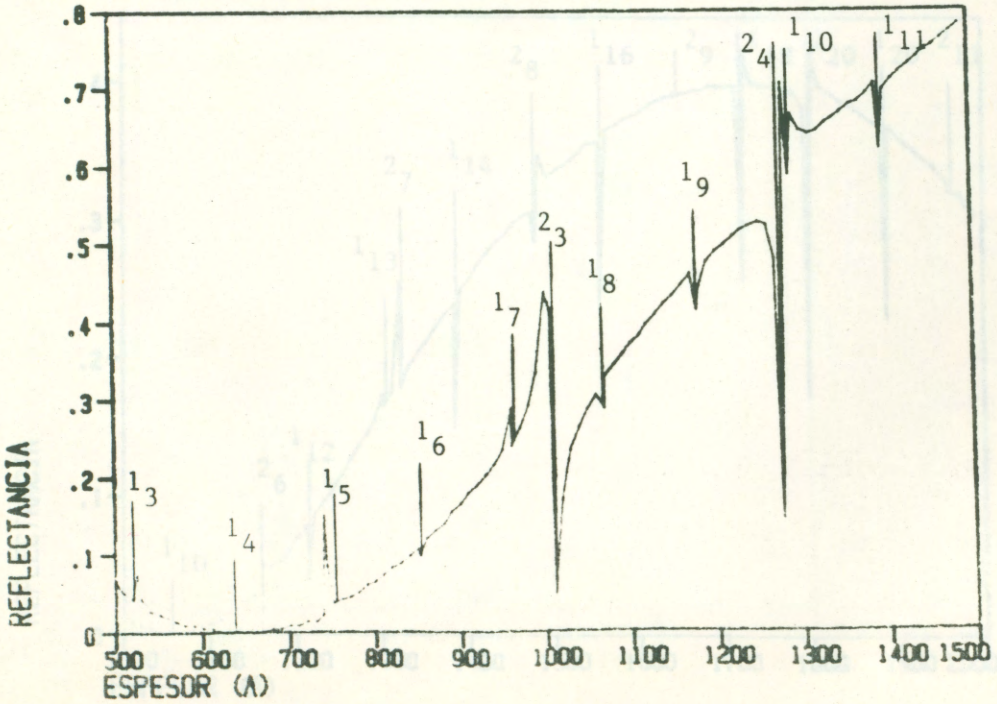


Figura IV.7.b

EF3 ABC DE TING ET AL W=1.00090WT L=0A GA=1.0E7

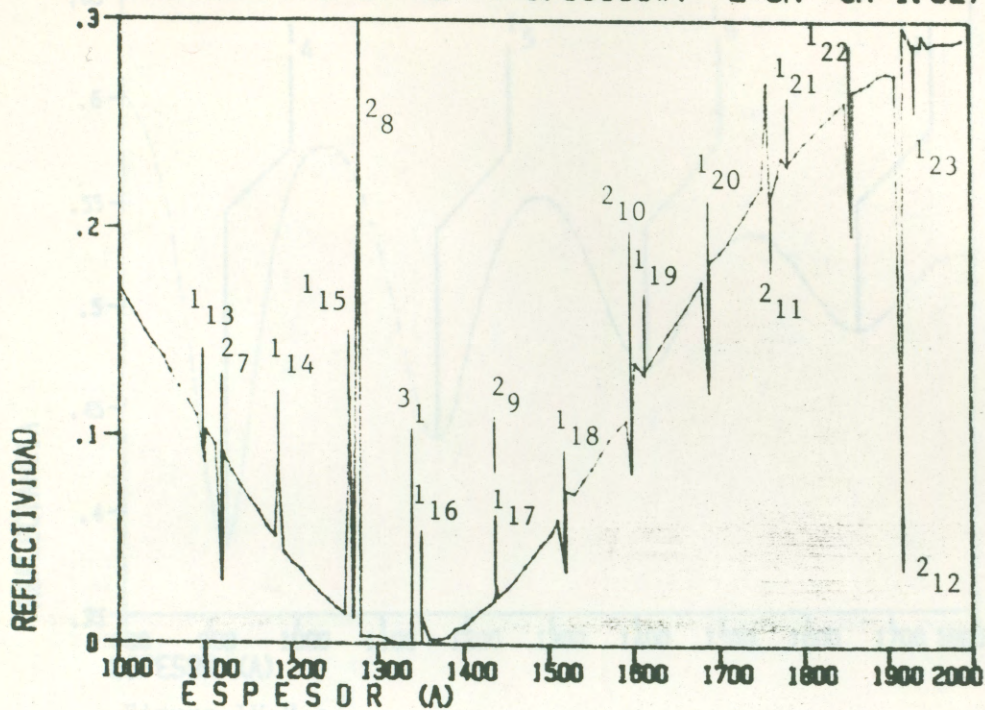


Figura IV.8.a

EF3C ABC DE TING W=1.00090WT D=100A

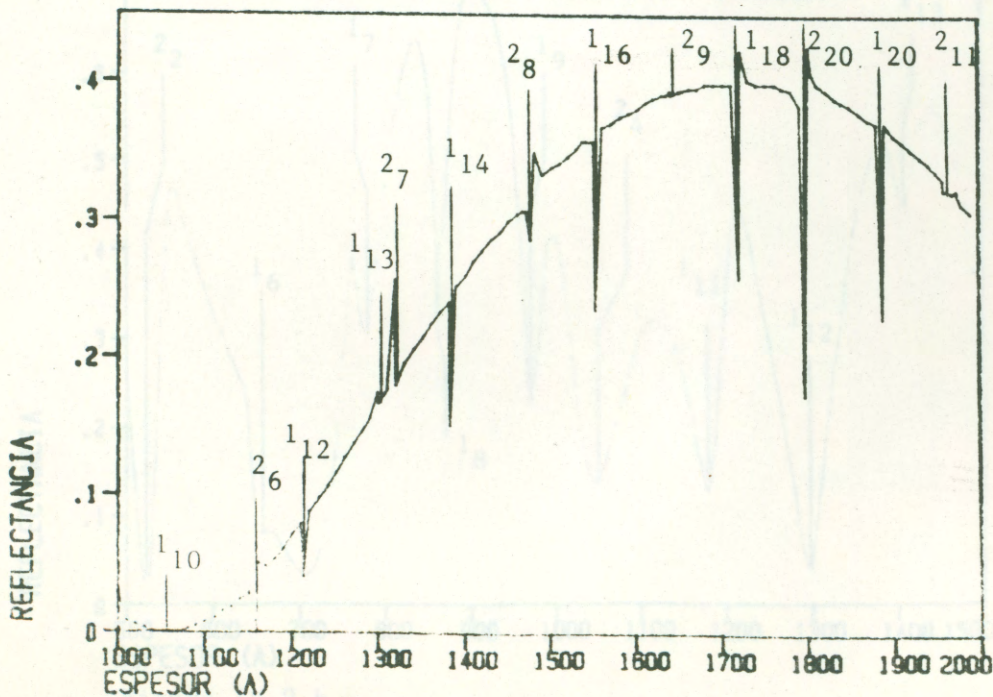


Figura IV.8.b

EPN1 PM ABC DE PEKAR W=.99990WT L=0A

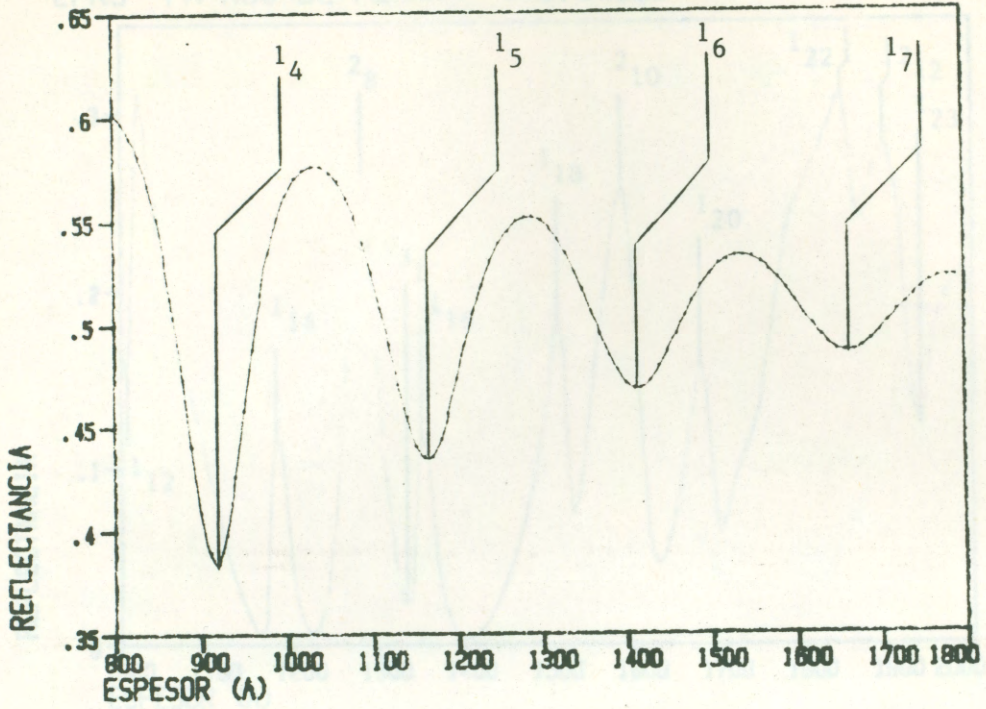


Figura IV.9.a

EPN2 PM ABC DE PEKAR W=1.00040WT L=0A

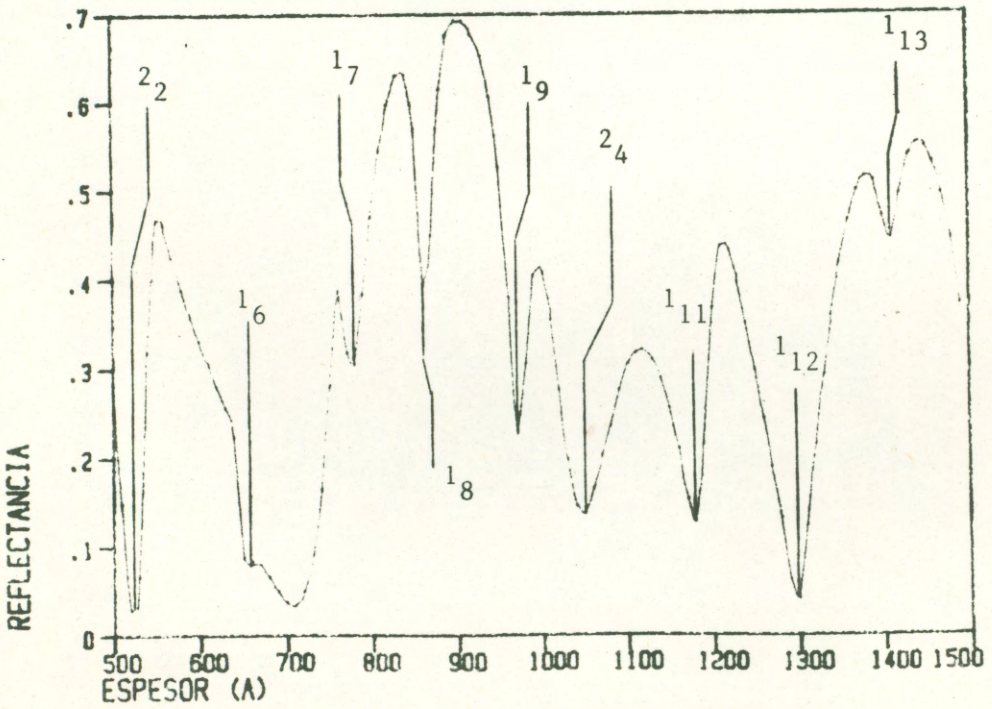


Figura IV.9.b

EPN3 PM ABC DE PEKAR W=1.00090WT L=0A

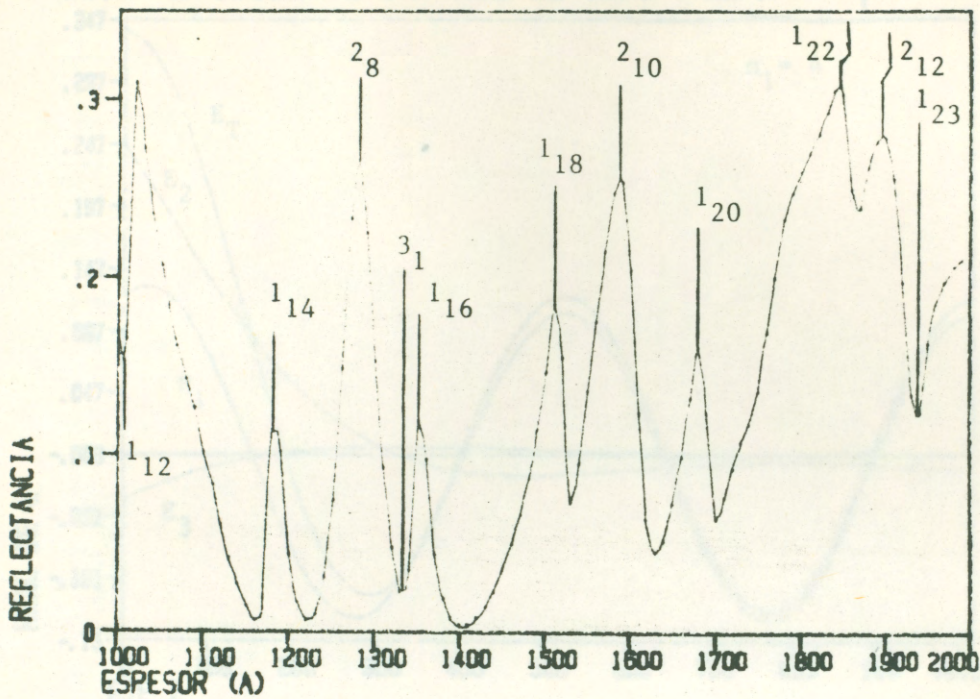


Figura IV.9.c

C318 D=1274A L=0A ABC DE TING (EP1) W₁



C31A D=1018A L=0A ABC DE TING (EF1) ω_1

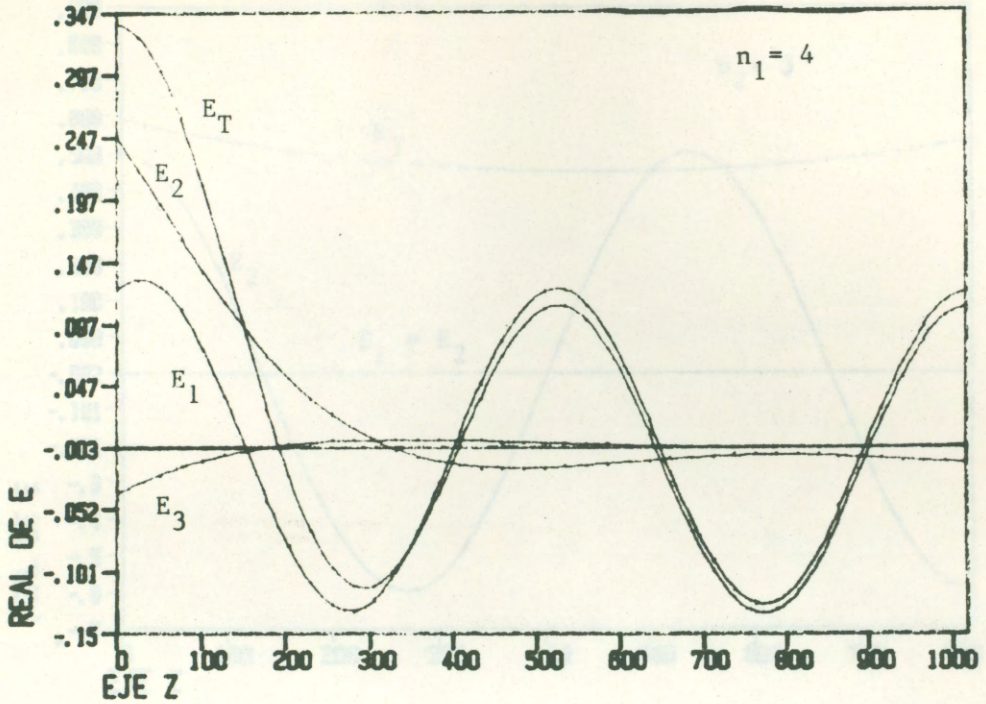


Figura IV.10.a

C31B D=1274A L=0A ABC DE TING (EF1) ω_1

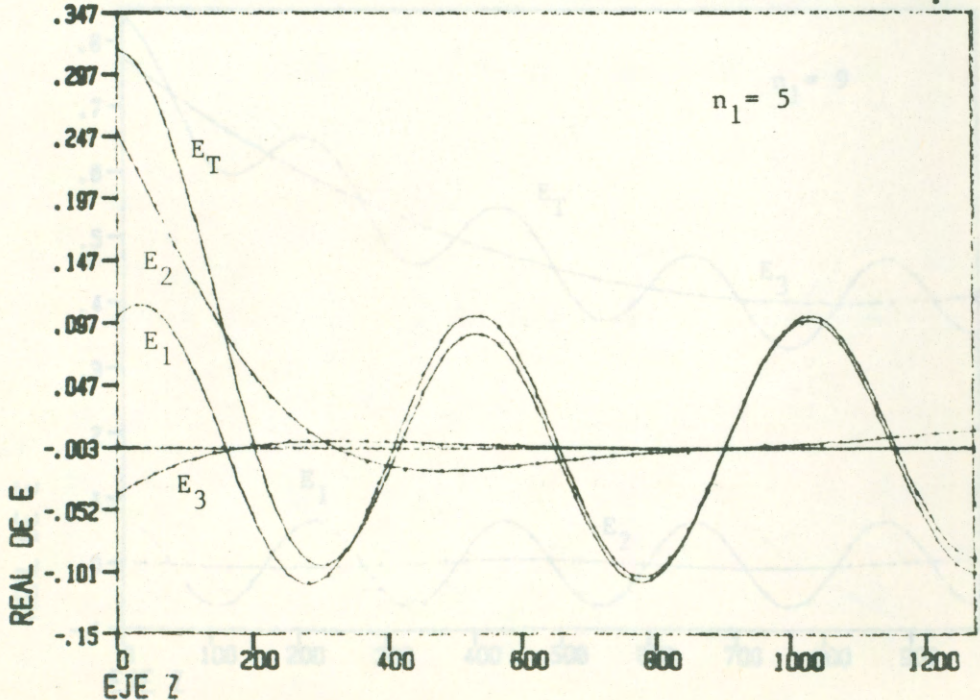


Figura IV.10.b

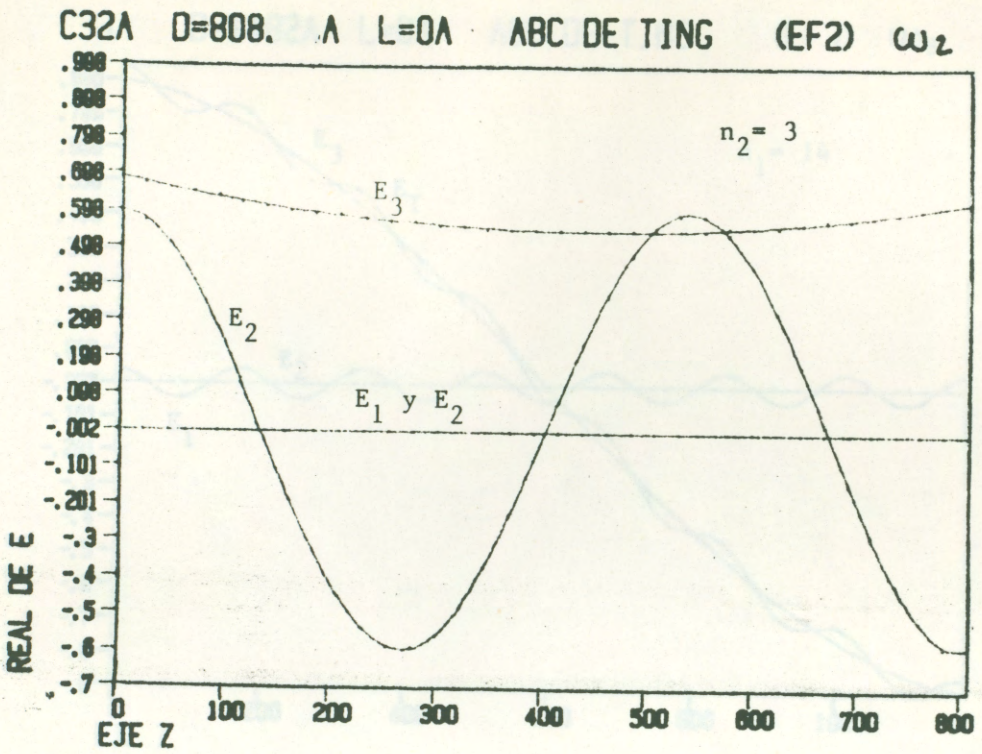


Figura IV.11.a

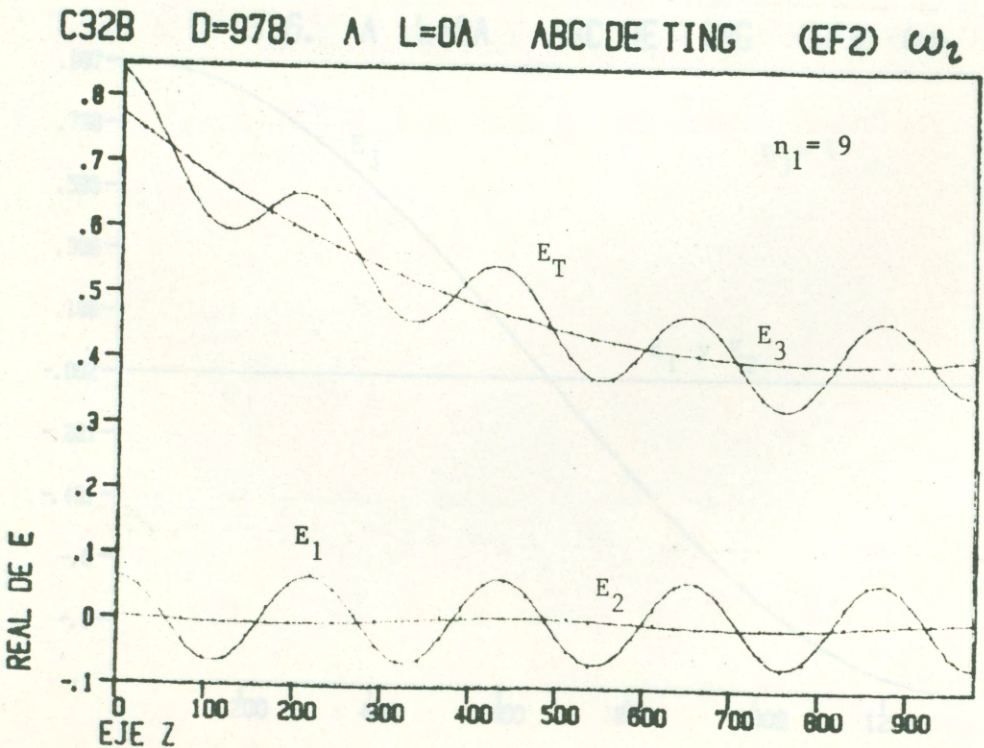


Figura IV.11.b

C33A D=1182A L=0A ABC DE TING (EF3) ω_3

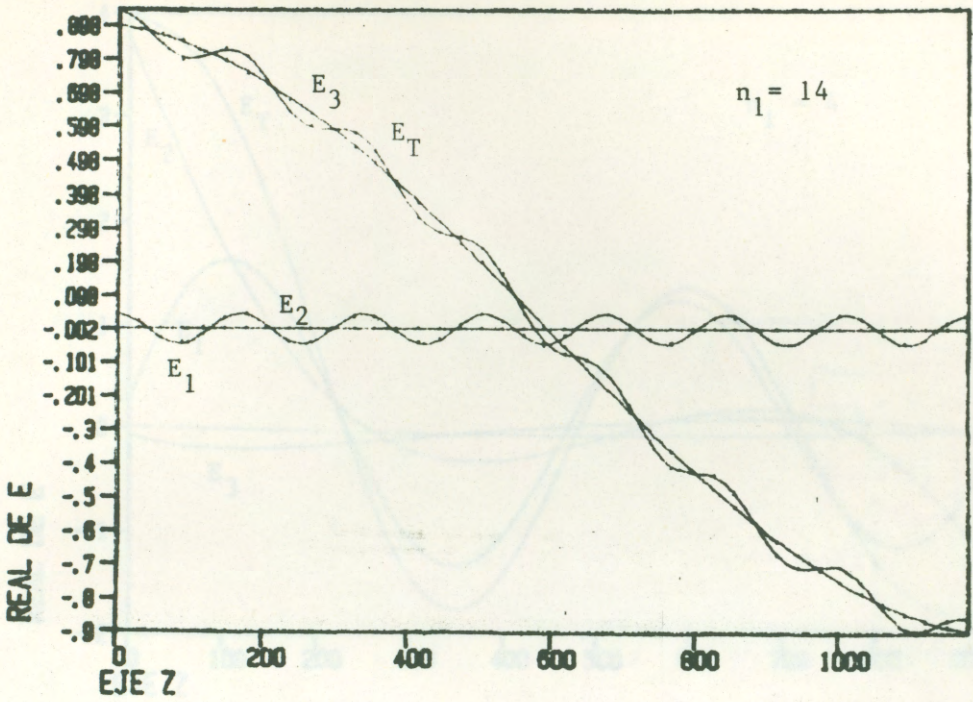


Figura IV.12.a

C33B D=1336. A L=0A ABC DE TING (EF3) ω_3

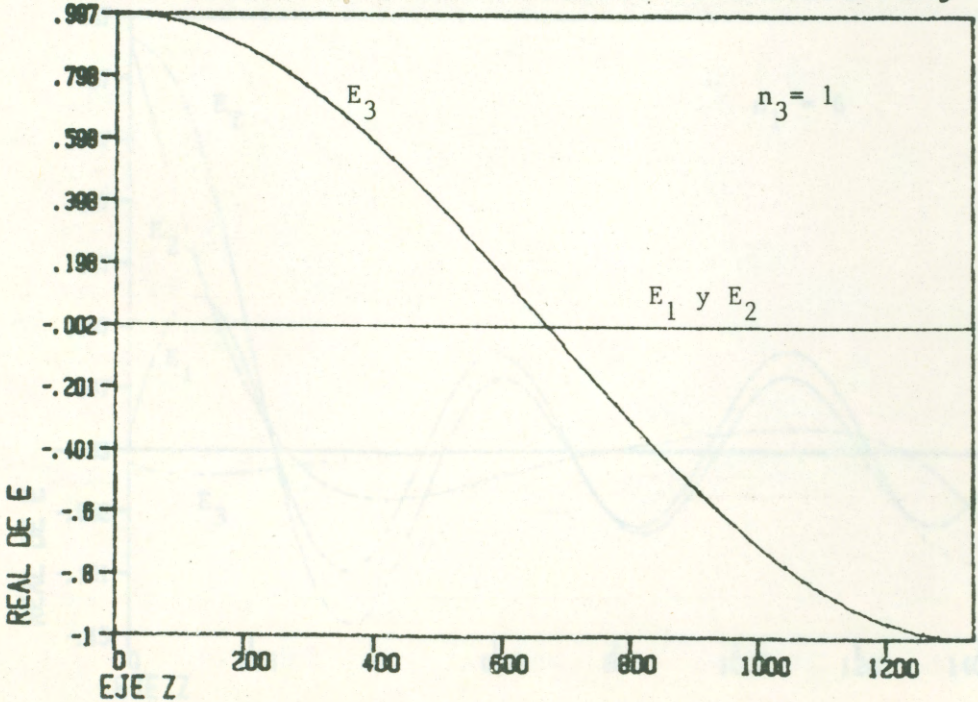


Figura IV.12'b

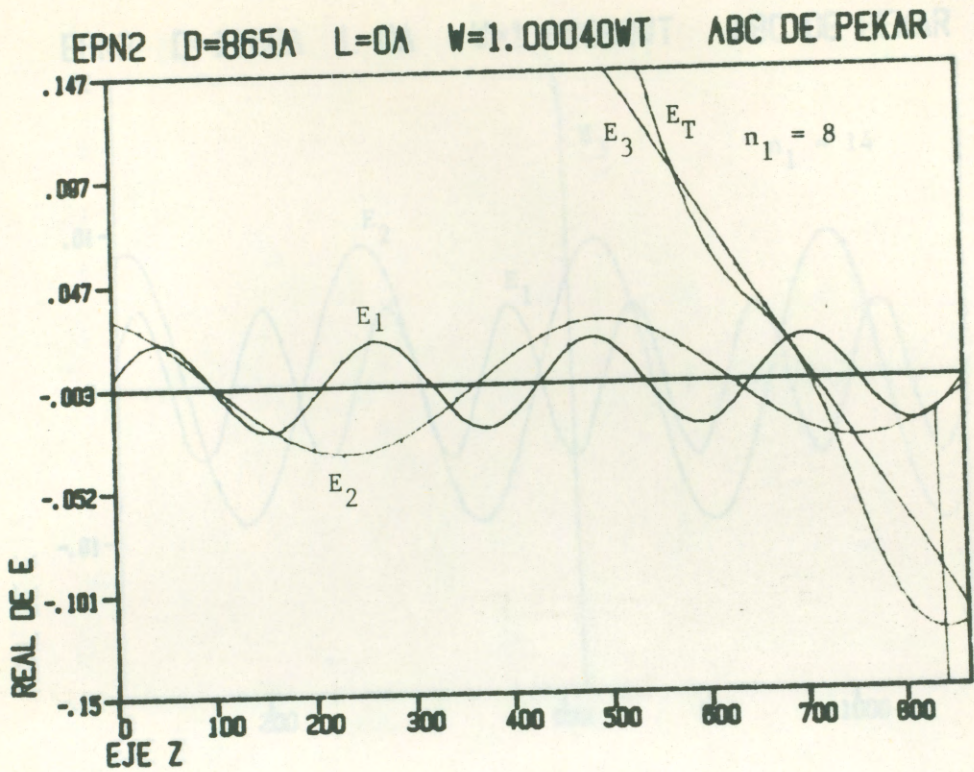
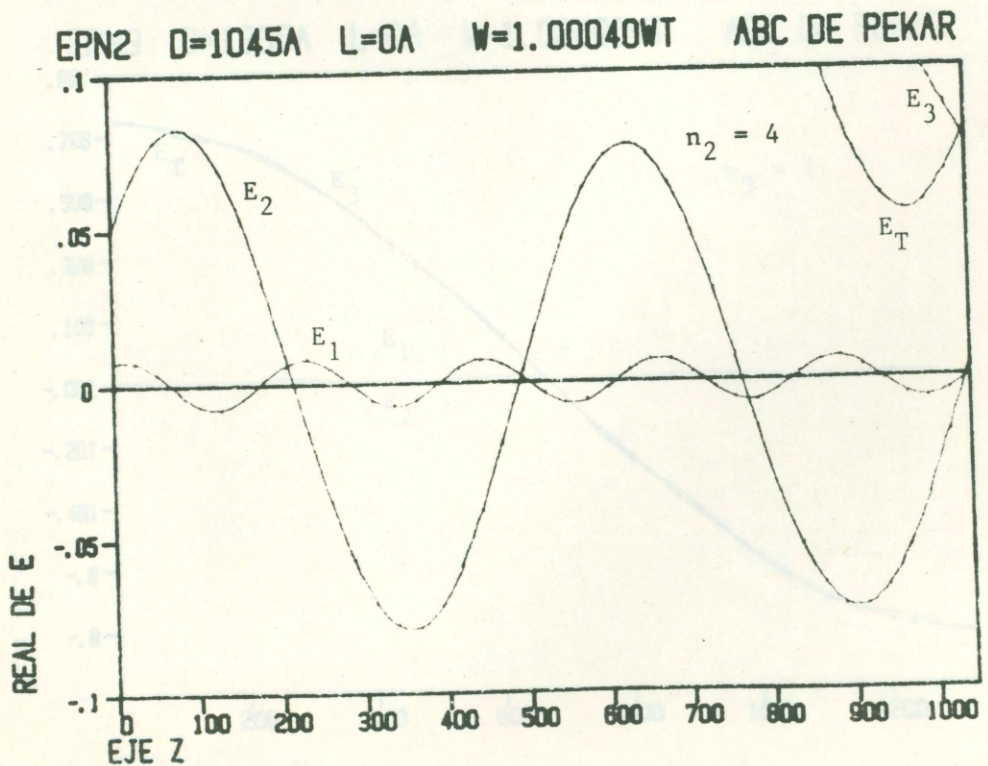


Figura IV.14.a



EPN3 D=1160A L=0A W=1.00090WT ABC DE PEKAR

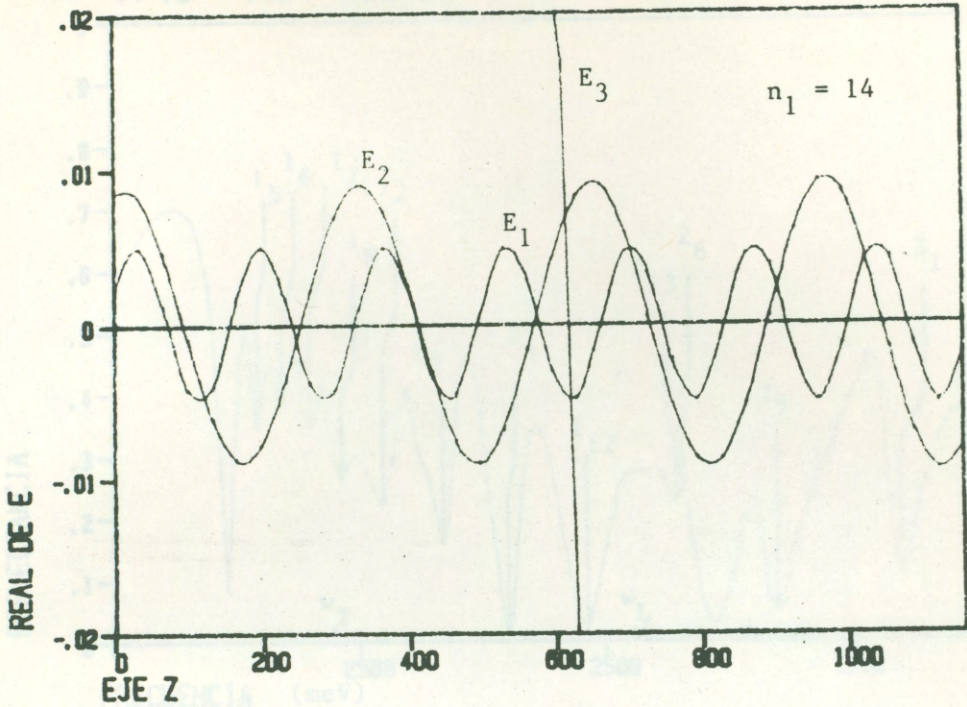


Figura IV.15.a

EPN3 D=1335A L=0A W=1.00090WT ABC DE PEKAR

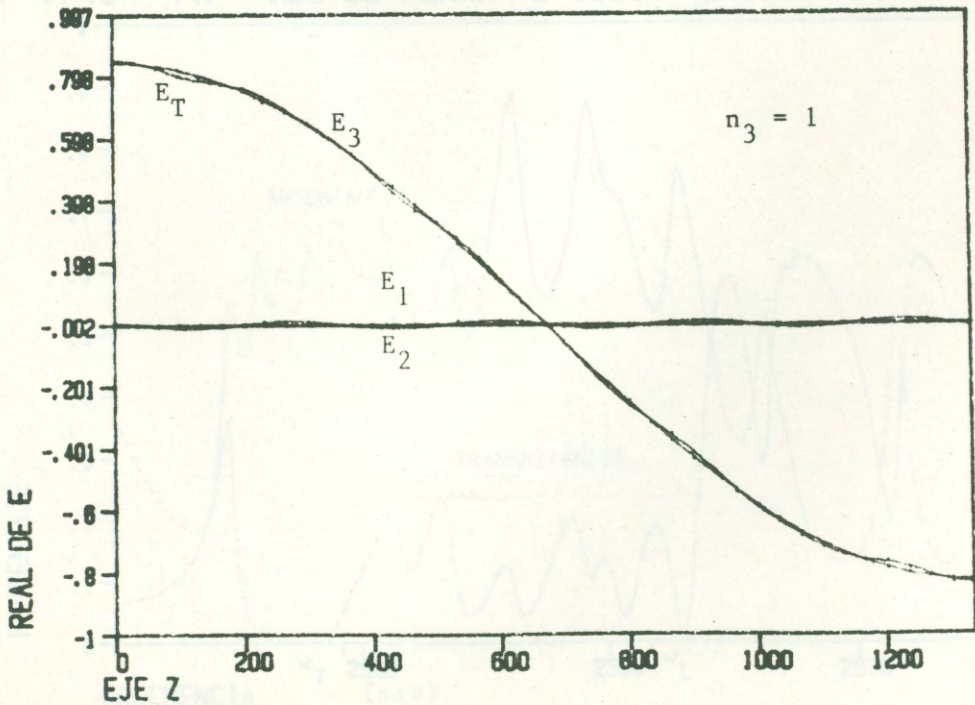


Figura IV.15.b

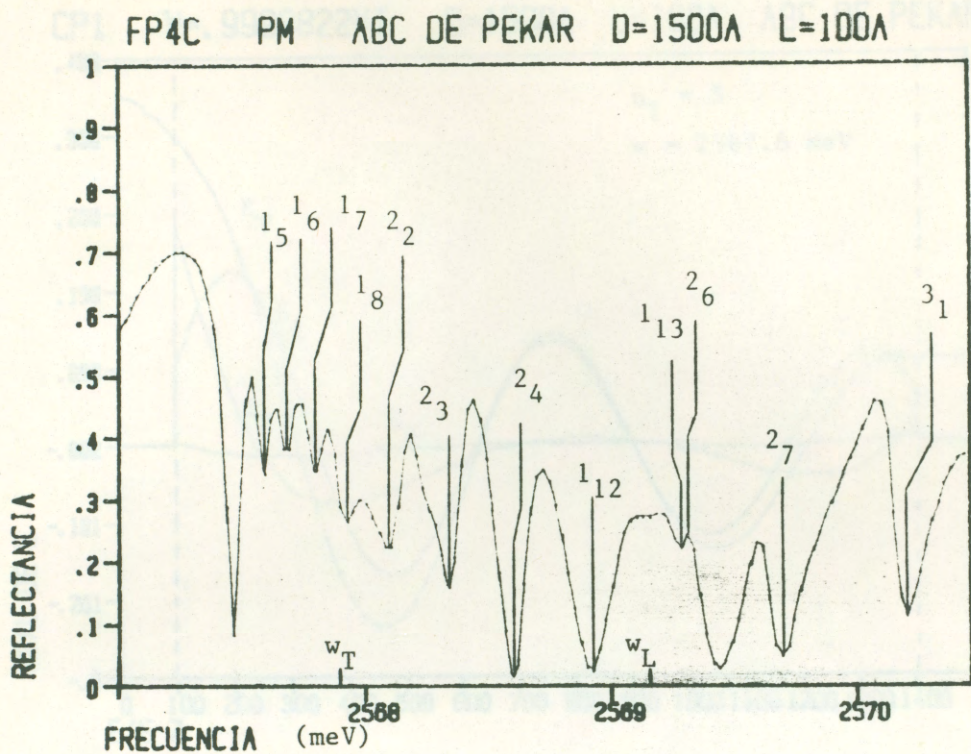


Figura IV. 16.a

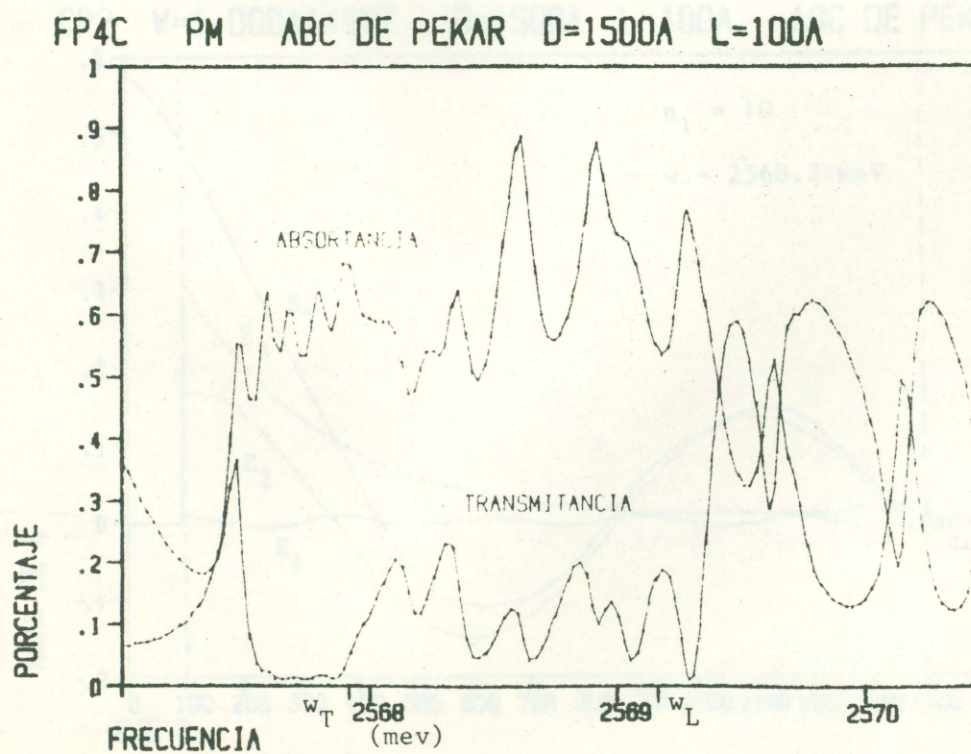


Figura IV.16.b

CP1 W=.9998822WT D=1500A L=100A ABC DE PEKAR

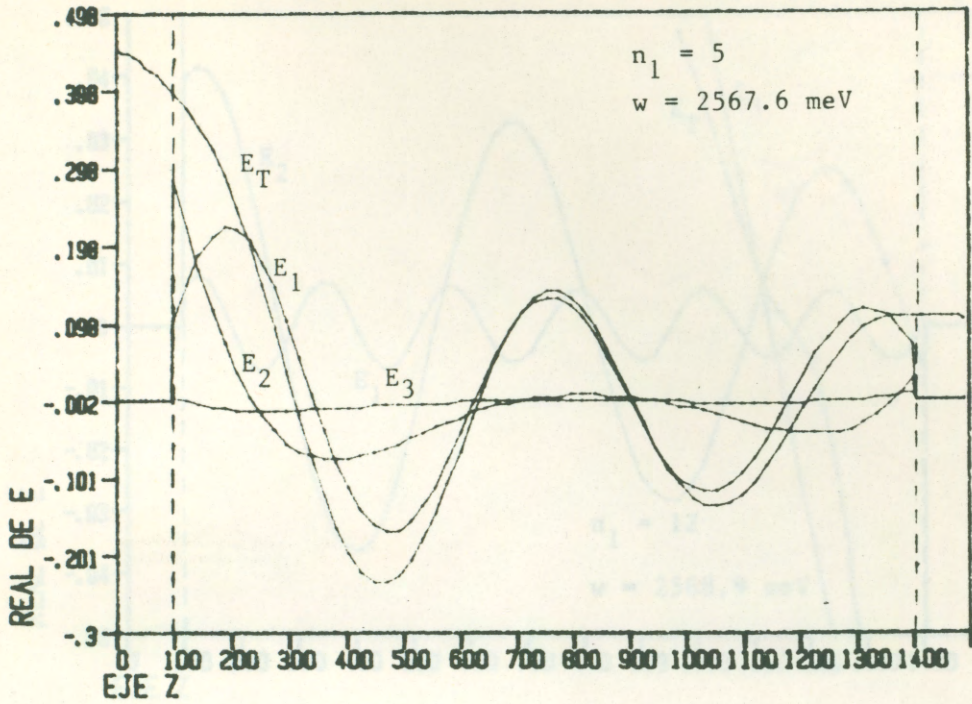


Figura IV.17.a

CP2 W=1.0001149WT D=1500A L=100A ABC DE PEKA

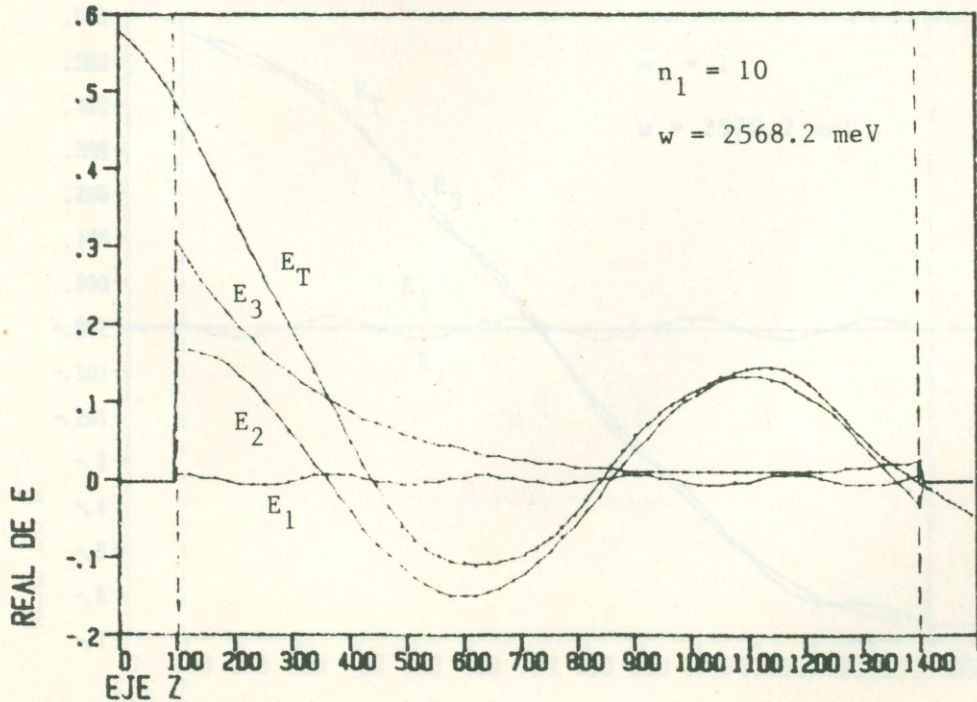


Figura IV.17.b

CP3 W=1.0004046WT D=1500A L=100A ABC DE PEKAR

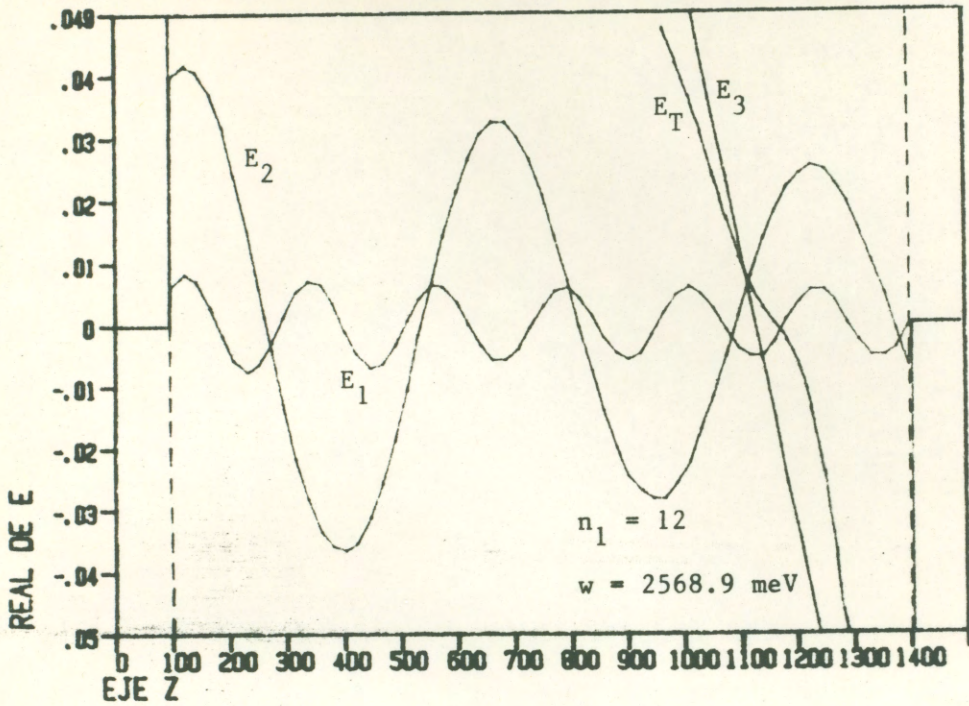


Figura IV.17.c

CP4 W=1.0009033WT D=1500A L=100A ABC DE PEKAR

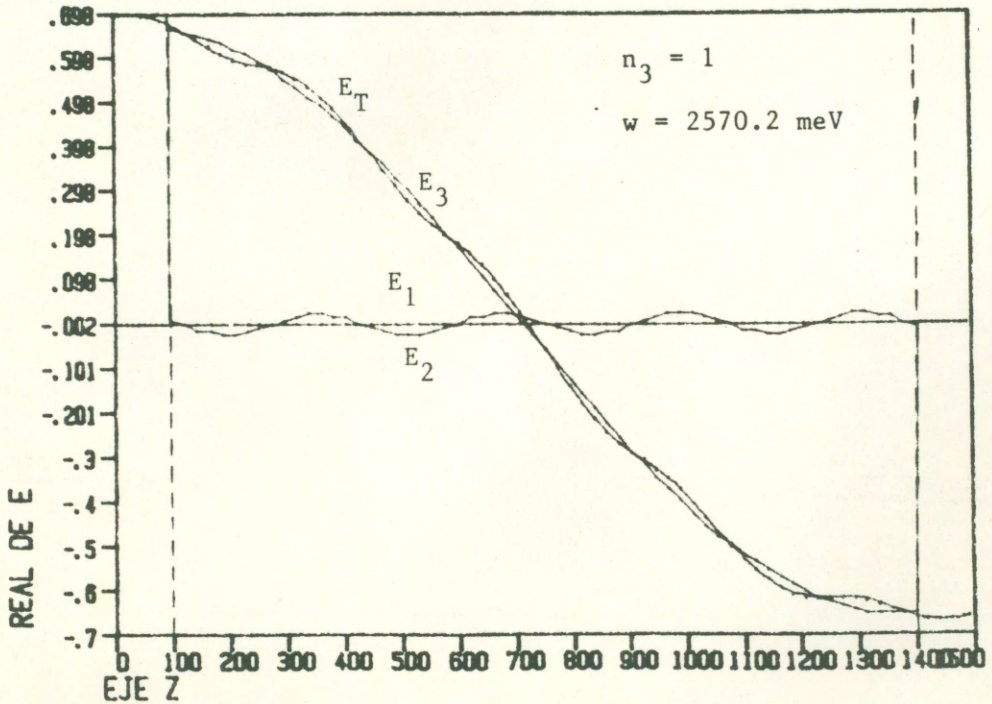


Figura IV.17.d