

Universidad de Sonora

División de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Investigación en Física



EL SABER DE MIS HIJOS
HARÁ MI GRANDEZA

Estudio de propiedades ópticas de heteroestructuras fotónicas

Tesis que presenta

Raúl Archuleta García

para obtener el grado de

Doctor en Ciencias (Física)

Director: Dr. Jesús Manzanares Martínez

Hermosillo, Sonora, México.

19 de octubre de 2011

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Estudio de propiedades ópticas de heteroestructuras fotónicas

Raúl Archuleta García

19 de octubre de 2011

Agradecimientos

Agradezco y dedico este trabajo a mi esposa e hijos por la comprensión y el apoyo que siempre me han regalado. Agradezco también la atinada dirección del Dr. Jesús Manzanares Martínez, así como la colaboración de su grupo de trabajo dentro del cual se me ha permitido participar durante los últimos siete años, por los comentarios y sugerencias vertidas por todos ellos en el presente trabajo. El autor agradece la beca de doctorado otorgada por el CONACYT durante el período de enero 2007 a enero 2010. Este trabajo fue apoyado además con una beca tesis durante el semestre enero-junio del 2010 por el proyecto CONACYT-104151 "*Estudio de vibraciones mecánicas en materiales estructurados y sistemas finitos*" a cargo de la Dra. María Betsabé Manzanares Martínez.

Publicaciones relacionadas con esta tesis

1. “Una descripción del Método de Ondas Planas para el Cálculo de Bandas Fotónicas”, R. Archuleta-García, M.B. Manzanares-Martínez y J. Manzanares-Martínez, *Revista Boliviana de Física*, **13**, 79-85 (2007).
2. “Giant photonic band gaps in photonic heterostructures”, R. Archuleta-García, M. B. Manzanares-Martínez, J. Manzanares-Martínez, *Revista Mexicana de Física* **53**, 371-375 (2007)
3. “Velocidad de grupo lenta en Heteroestructuras Fotónicas”, R. Archuleta-García, J. Manzanares-Martínez, *Superficies y Vacío*, **21**, 18-20 (2008).
4. “Enlargement of photonic band gap in porous silicon dielectric mirrors”, R. Archuleta-García, D. Moctezuma-Enríquez, J. Manzanares-Martínez, *Journal of Electromagnetics Waves and Applications*, **24**, 351-361 (2010).
5. “Determination of electromagnetic cavity modes using the Finite Difference Frequency-Domain Method”, J. Manzanares-Martínez, R. Archuleta-García, D. Moctezuma-Enríquez, *Latin American Journal of Physics Education*, **4**, 320–324 (2010).
6. “Complex Band structures in one-dimensional photonic heterostructures”, J. Manzanares-Martínez, P. Castro-Garay, R. Archuleta-García, D. Moctezuma-Enríquez, and M. A. Velarde-Chon, *Advanced Studies in Theoretical Physics*, **4**, 759-772 (2010).
7. “Heteroestructuras de Cristales Fotónicos”, J. Manzanares-Martínez, P. Castro-Garay, R. Archuleta-García, D. Moctezuma-Enríquez. *Epistemus*, **9**, 5-9 (2010).
8. “One-dimensional photonic heterostructure with broadband omnidirectional reflection”, J. Manzanares-Martínez, R. Archuleta-García, P. Castro-Garay, D. Moctezuma-Enríquez, and E. Urrutia-Bañuelos. *Progress In Electromagnetics Research (PIER)*, **111**, 105-107 (2011).
9. “Large Frequency Range of Photonic Band Gaps on Porous Silicon Heterostructures for Infrared Applications,” J. Manzanares-Martínez, P. Castro-Garay, R. Archuleta-García, and D. Moctezuma-Enríquez, *Advanced Studies in Theoretical Physics*, **5**, 327-335 (2011).

Trabajos en congresos

1. “*Modeling the tuning of lasing in liquid crystal based one-dimensional photonic crystals using the finite difference time-domain method*”,
R. Archuleta-García, P. Castro-Garay y J. Manzanares-Martínez.
I International conference on new trends in Luminescence and phosphor materials.
Hermosillo, Sonora, México. 4-8 octubre del 2010.
2. “*Determination of electromagnetic cavity modes using the finite-difference frequency domain method*”,
R. Archuleta-García, J. Manzanares-Martínez and D. Moctezuma-Enriquez.
I International conference on new trends in Luminescence and phosphor materials.
Hermosillo, Sonora, México. 4-8 octubre del 2010.
3. “*Visible frequency range of photonic band gaps on porous silicon heterostructures*”,
R. Archuleta-García y J. Manzanares-Martínez.
School of nanophotonics and nanovoltaics. Santiago de Cuba, Cuba. 7-14 Enero del 2009.

Resumen

En este trabajo se presenta un estudio sobre heteroestructuras compuestas por la combinación de al menos dos redes cristalinas con diferente estructura de bandas. Cada una de las redes presenta bandas de energía permitida y bandas de energía prohibida. Las bandas de energía prohibida se encuentran ubicadas en longitudes de onda que tienen un tamaño similar a la periodicidad del cristal. La idea general de este trabajo es la de sumar las bandas de energía prohibida para obtener una heteroestructura con un rango de frecuencias prohibidas gigante.

Prefacio

En las últimas décadas se ha desarrollado un gran interés en la micro- y nanotecnología. Los avances en la fabricación de materiales de dimensión cada vez más reducida dan lugar a innovadoras aplicaciones gracias a sus nuevas propiedades físicas. Uno de estos materiales son los cristales fotónicos, los cuales son medios inhomogéneos compuestos usualmente por una celda unitaria *binaria*, es decir, con dos materiales de diferente índice de refracción. Por lo general, la periodicidad del medio compuesto está en el rango de la longitud de onda de la luz visible (380-750 nm).

En el campo de los cristales fotónicos existen diferentes líneas de investigación, entre las cuales se encuentra el estudio de heteroestructuras a base de cristales fotónicos. Una heteroestructura es el resultado de la unión de dos o más redes cristalinas.

Esta tesis reúne una serie de trabajos producto de nuestra curiosidad por comprender algunos aspectos del fascinante tema de las heteroestructuras de cristales fotónicos. Cada capítulo presenta un resultado original, producido entre los años 2007-2011 que ha sido publicado en revistas de circulación nacional o internacional. Los capítulos siguen en lo posible un orden cronológico, pero también se avanza gradualmente en la discusión de aspectos cada vez más complicados.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera. En el capítulo 1, hacemos una introducción al tema de heteroestructuras fotónicas. Los capítulos 2, 3 y 4 presentan el formalismo teórico que hemos utilizado para desarrollar nuestro estudio. En el capítulo 2, se presenta el método de ondas planas para realizar el cálculo de la estructura de bandas. En el capítulo 3, se hace una descripción del método de la matriz de transferencia, que además de permitir el cálculo de la reflexión y transmisión a través de un cristal finito, permite calcular la estructura de bandas compleja de una heteroestructura. En el capítulo 4 presentamos el cálculo de la velocidad de grupo en un cristal fotónico. En el capítulo 5 se estudia el comportamiento de las heteroestructuras a través del método de ondas planas y velocidad de grupo. De los capítulos 5 al 8, presentamos diversos casos en donde hemos analizado el ensanchamiento de la banda prohibida mediante el uso de heteroestructuras. En el capítulo 5, proponemos la determinación de la región de banda prohibida por medio del cálculo de una supercelda y mediante la determinación de la velocidad de grupo. En el capítulo 6, cambiamos el método para determinar el ensanchamiento de la región de banda prohibida, y utilizamos el principio de escalamiento de la ecuación de eigenvalores. En particular, aplicamos el método al caso de cristales fotónicos basados en silicio poroso, el cual es un material sumamente flexible para la fabricación de heteroestructuras, pero muy limitado en cuanto al contraste de índice que es posible obtener. En el capítulo 7, se hace una aplicación de nuestra técnica para ensanchar la banda prohibida para el caso del rango del infrarrojo. En el capítulo 8, proponemos la existencia de una banda prohibida omnidireccional para el caso de silicio poroso. La reflexión omnidireccional implica que todas las ondas radiativas, incidiendo con cualquier ángulo, no podrán propagarse al interior del cristal fotónico.

Los principios que hemos desarrollado a lo largo de este trabajo, pueden aplicarse a otros tipos de cristales con bandas prohibidas. En el capítulo 9, presentamos el estudio de una heteroestructura fonónica con banda prohibida gigante, la cual presenta bandas prohibidas para ondas elásticas longitudinales y transversales. Finalmente, en el capítulo 10 se presentan las conclusiones generales y perspectivas.

Es importante considerar que esta tesis reúne resultados de investigación obtenidos a lo largo de cuatro años. Nuestro enfoque ha sido conservar la autonomía de cada capítulo, ya que en su momento, el material fue presentado en la literatura científica en forma separada. De esta forma, cada capítulo presenta *una idea distinta* que en el proceso de publicarla, la entendíamos mejor y comenzaba el proceso de gestación de una nueva idea. Esperamos que esta obra estimule y ayude a generar nuevas ideas y resultados en el fascinante mundo de las heteroestructuras de medios periódicos.

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Historia de los cristales fotónicos	5
1.2. Gap fotónico en el visible	6
1.3. Cristales fotónicos en 3D, 2D y 1D	7
1.4. Las heteroestructuras fotónicas	8
2. El método de ondas planas	10
2.1. Las ecuaciones de Maxwell	10
2.2. Serie de Fourier para la función dieléctrica	11
2.3. Ecuación de valores propios	13
2.4. Representación matricial de la ecuación de valores propios	15
2.5. Conclusiones	16
3. Estructura de bandas complejas para una heteroestructura	18
3.1. Introducción	18
3.2. Teoría	19
3.2.1. La condición de Bloch	20
3.2.2. La matriz de transferencia	21
3.2.3. La ecuación de eigenvalores	21
3.3. La relación de dispersión compleja	22
3.4. Ejemplos numéricos	23
3.4.1. Cristal fotónico binario	23
3.4.2. Cristal fotónico ternario	25
3.4.3. Cristal fotónico con defecto	26
3.5. Conclusiones	27
4. Velocidad de grupo	29
4.1. Introducción	29
4.2. Estructura de bandas: zona reducida y zona extendida	30
4.3. Variación paulatina del factor de llenado	31
4.4. Conclusiones	31
5. Determinación de gaps gigantes por medio de la velocidad de grupo	33
5.1. Introducción	33
5.2. Estructura de bandas de la heteroestructura	35
5.3. Velocidad de grupo	37

5.4. Heteroestructuras	38
5.5. Conclusiones	40
6. Gap gigante en heteroestructuras de silicio poroso	43
6.1. Introducción	43
6.2. Teoría	44
6.3. Incremento del gap fotónico	45
6.4. El rol de la absorción	47
6.5. Conclusiones	49
7. Gaps gigantes en el infrarrojo	51
7.1. Teoría	51
7.2. Resultados Numéricos	54
7.3. Discusión	56
7.4. Conclusiones	56
8. Gap gigante con reflexión omnidireccional	58
8.1. Introducción	58
8.2. Teoría	59
8.3. Optimización del espejo omnidireccional	62
8.4. Discusión	64
8.5. Conclusiones	64
9. Gaps elásticos gigantes en heteroestructuras fonónicas	66
9.1. Introducción	66
9.2. Teoría	67
9.3. Resultados numéricos	70
9.3.1. Optimización de una primer heteroestructura	72
9.3.2. Optimización de una heteroestructura para su fabricación experi- mental	73
9.4. Conclusiones	76
10. Conclusiones y perspectivas	78

Capítulo 1

Introducción

Los cristales fotónicos (CF) son estructuras con una modulación periódica en su función dieléctrica [1, 2]. El principal interés para el estudio de los CF es que en analogía con el caso de un electrón en un potencial periódico, la propagación de fotones de cierta frecuencia puede estar prohibida. El rango de frecuencias prohibidas también se le conoce como un gap¹. Los CF son de gran importancia tecnológica, ya que se espera que revolucionen la electrónica al realizar con fotones las funciones que hoy en día los semiconductores realizan con electrones [3], dando lugar a dispositivos tales como transistores, diodos y en general, circuitos integrados completamente basados en luz.

1.1. Historia de los cristales fotónicos

El estudio de la propagación de ondas en medios periódicos tiene una larga historia, la cual se puede remontar hasta el trabajo de Lord Rayleigh sobre la propagación en un medio con obstáculos en 1892 [4]. Más tarde, la *propagación en medios periódicos* fue el tema de un libro del mismo título escrito por Léon Brillouin en 1953 [5]. En 1972 Vladimir P. Bykov propuso la idea de que la emisión espontánea que un cierto átomo produce podría ser inhibida colocándolo en una red periódica en la escala de la longitud de onda de la radiación a emitir. La pérdida de energía por radiación sería imposible si el átomo emite en la región del gap [6]. Este primer estudio no produjo mucho interés en la comunidad científica sobre la idea de la inhibición de la emisión espontánea. El verdadero interés acerca de la inhibición de la emisión espontánea tuvo que esperar hasta 1987, año en que fueron publicados dos trabajos, que desde enfoques distintos propusieron los CF. Estos trabajos fueron realizados en forma independiente por Elí Yablonovitch [1] y Sajeev John [2]. La idea de Yablonovitch era construir un medio con cero densidad de estados fotónicos para controlar la emisión espontánea, idea similar a la propuesta por Bykov. El propósito de John en cambio, era diseñar un medio en el cual fuera posible localizar la luz por medio de la introducción de un leve desorden en la red óptica. La invención de los CF se atribuye a ambos científicos.

Los CF usualmente están compuestos por la repetición periódica de una celda unitaria en una dimensión (1D), dos dimensiones (2D) o tres dimensiones (3D) en donde existen al menos, dos materiales de diferente índice de refracción. En la figura 1.1 presentamos una

¹La palabra gap es aceptada por la Real Academia Española: www.rae.es

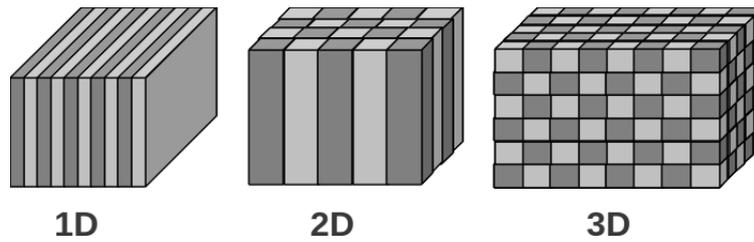


Figura 1.1: Ejemplos sencillos de CF en una, dos y tres dimensiones. Los diferentes tonos de grises representan materiales con diferente índice de refracción.

ilustración de la geometría de los CF. En estos materiales la periodicidad juega un papel muy importante, ya que debido a fenómenos de interferencia, se espera que existan bandas de energía permitidas y gaps de energía prohibidos para las ondas electromagnéticas. En las bandas, las ondas se *conducen* a través de la red cristalina y en los gaps el material se considera un *aislante*, ya que las ondas no pueden propagarse.

Los CF 3D son análogos a las redes cristalinas formadas por varios elementos o compuestos químicos (Si, Ge, Cl, NaCl, etc.) en donde la periodicidad de los átomos da lugar a la interferencia de los electrones con la red, produciéndose las bandas de energía electrónicas que los definen como *semiconductores electrónicos*. Hoy en día la industria de la electrónica, telecomunicaciones y la computación está basada en la explotación tecnológica de estos semiconductores electrónicos. Los CF son una nueva clase de materiales que pueden ser considerados *semiconductores ópticos*. Se espera que sea posible a través de estos nuevos semiconductores, por primera vez en la historia, confinar, guiar y manipular el campo electromagnético. En este momento estamos empezando a comprender las posibilidades de los CF para la tecnología del futuro.

Para su explotación tecnológica, los semiconductores electrónicos han dejado una lección: el uso de heteroestructuras. Una heteroestructura está formada por dos o más redes cristalinas diferentes. Un gran ejemplo de heteroestructura es el transistor, el cual dió origen a la era de la electrónica. El transistor está compuesto por tres diferentes redes cristalinas que se unen en una heteroestructura para lograr el control del flujo de electrones. Esto se logra combinando convenientemente las propiedades de sus diferentes bandas de energía gracias a una minúscula, pero muy significativa, inyección externa de electrones que permite sintonizar la banda de uno de los materiales. Esta tesis está consagrada al estudio de heteroestructuras de cristal fotónico. En particular, nuestra meta es la de lograr un *superaislante* óptico a partir de heteroestructuras de cristal fotónico en donde la unión de diferentes redes dé lugar a una banda prohibida gigante, producto de la adición de los gaps de energía de cada una de las redes.

1.2. Gap fotónico en el visible

Después de haber sido propuesta la idea de los CF comenzaron los primeros estudios teóricos para encontrar la estructura 3D en la que se pudieran encontrar los gaps de energía prohibidos para la luz. Los primeros resultados teóricos se hicieron en forma

errónea [7], ya que se utilizó una aproximación escalar, muy parecida a la ecuación de onda de Schrödinger, para resolver la ecuación de onda electromagnética y se predecían gaps de energía en donde en realidad no existen en el experimento [8]. En el problema del cálculo teórico de la estructura de bandas en CF es necesario tomar en consideración la naturaleza vectorial de las ecuaciones de Maxwell, con el propósito de plantear la ecuación de onda en una forma apropiada [9, 10, 11].

La primera estructura que en forma exitosa demostró experimentalmente la existencia de gaps de energías prohibidas fue la Yablonovita en 1991 [12]. Esta estructura cúbica centrada en las caras se obtiene taladrando agujeros en un bloque de material dieléctrico. Se ha reportado que la Yablonovita puede fabricarse en el rango de las microondas, y también en el infrarrojo [13], más sin embargo, no ha sido posible fabricarla en el rango del visible.

A lo largo de los años han sido propuestos diferentes métodos, para lograr obtener un cristal fotónico en el rango del visible, [12, 14, 15, 16]. Existen muchas estructuras que han sido fabricadas en el rango de las microondas y en el infrarrojo cercano, pero aún sigue siendo difícil fabricar estructuras con gap en el visible. Recientemente ha sido publicado un artículo con una revisión muy completa del estado actual de las técnicas de fabricación de CF 3D [17, 18].

¿Por qué es tan difícil conseguir estructuras con gap completo en el visible? La respuesta es extensa ya que cada estructura tiene sus problemas particulares, sin embargo se puede considerar en términos generales que existen principalmente dos razones. La primera es que la mayoría de las técnicas de fabricación sólo permiten la utilización de materiales de bajo índice de refracción. Varios análisis teóricos han demostrado que la estructura de bandas con un gap completo solo podrá existir cuando se pueda construir un cristal fotónico con una modulación en su índice de refracción más grande que 2 [19, 20, 21]. Hasta el momento no existe ninguna estructura 3D que se pueda fabricar con ese índice [17]. La segunda limitación para fabricar un cristal fotónico 3D es la existencia de desorden estructural producto del proceso de fabricación [22].

Los ópalos artificiales alguna vez se constituyeron como una estructura con la cual se podría lograr un gap completo en el visible. Sin embargo, estos ópalos se construyen a partir de una técnica de auto-ensamblado químico, en donde unas pequeñas esferas de material dieléctrico se auto-organizan en una estructura compacta cúbica centrada en las caras, dejando intersticios de aire. Por mucho tiempo, se pensó en la idea de lograr ópalos inversos, llenando estos intersticios de aire con un semiconductor de alto índice de refracción [23]. El problema con el ópalo como alternativa para construir un gap completo en el rango visible se encuentra en el desorden estructural. Según lo reportado por Zhang y Li [22] en el 2000, un desorden estructural alrededor del 5 % destruye el gap completo. Las mejores estructuras de ópalo obtenidas hasta el momento tienen mas del 5 % de desorden estructural. Hasta ahora, ninguna estructura 3D ha demostrado lograr un gap completo en el rango del visible [17, 18].

1.3. Cristales fotónicos en 3D, 2D y 1D

Aunque el estudio de los CF comenzó con estructuras 3D en donde se buscaba el gap completo, pronto se introdujeron las clasificaciones de CF en una dimensión (CF-1D) y

dos dimensiones (CF-2D) [24]. Si tomamos en cuenta la propuesta original de obtener un CF de tres dimensiones (CF-3D) con un gap completo en el visible, probablemente se piense que se ha logrado poco en el campo de los CF [17]. Sin embargo, han surgido nuevos fenómenos de gran interés científico, que no necesitan la existencia de un gap completo en el visible, [25, 26, 27] y que están siendo actualmente investigados con la idea de desarrollar nuevos dispositivos [28, 29]. Cabe decir también que el desarrollo de los CF ha dado lugar, de alguna forma, al nacimiento de nuevos campos, tales como los metamateriales y la plasmónica [30].

Los CF-2D son estructuras que tienen periodicidad en un plano y permanecen invariantes en la dirección perpendicular al mismo. Estos cristales rápidamente mostraron gaps completos en el plano de la periodicidad [31] y recibieron un gran impulso con Thomas Krauze en 1996 [32], quien propuso que la mayoría de los dispositivos de interés tecnológico que se esperaba desarrollar a través de los CF, se podían hacer en una geometría 2D. La idea puede explicarse parcialmente si se considera que la tecnología de las tabletas electrónicas que contienen los circuitos integrados es una *geometría bidimensional*. Se propuso entonces que los dispositivos basados en cristales fotónicos solo necesitarían cristales en 2D y se dejaría el confinamiento en la dirección perpendicular al plano a estructuras 1D. La idea tuvo un gran impacto. La mayoría de la investigación en CF que se hace actualmente es en estructuras 2D, especialmente aquellas investigaciones relacionadas al desarrollo de circuitos y dispositivos fotónicos [24].

Los CF-1D por su parte, ya eran utilizados para construir espejos, en especial, estructuras de *cuarto de onda*. En libros clásicos, tales como el de Max Born [33] se presentan métodos de cálculo de reflexión y transmisión de estas estructuras, en particular, el método de matriz de transferencia. A pesar de su larga existencia, las estructuras en 1D siguen siendo importantes en el campo de CF ya que son estructuras sencillas en donde pueden explorarse fenómenos complicados. [34, 35, 36]. También puede considerarse que en la búsqueda de entender la física de las nuevas estructuras metamateriales también se estudiaron estructuras en 1D [37]. En esta tesis hemos procedido de la misma manera y hemos desarrollado una serie de trabajos en heteroestructuras en 1D, esperando en el futuro aplicar estas mismas ideas a cristales en 2D y 3D.

1.4. Las heteroestructuras fotónicas

Cuando se comprendió que sería difícil obtener un gap completo en el visible por medio de estructuras de CF-3D basadas en ópalos, se comenzó a pensar en el concepto de heteroestructuras. De esta manera, las primeras heteroestructuras fotónicas tridimensionales fueron basadas en ópalos artificiales [38, 39]. Las técnicas de fabricación de ópalos artificiales se adaptan muy bien a la producción de heteroestructuras [40]. Sin embargo, la heteroestructura de ópalo hereda los inconvenientes de los ópalos artificiales: el desorden estructural [22]. Por otra parte, dado que el gap aprovechable del ópalo solo existe en una dirección cristalográfica [41], las heteroestructuras de ópalo son básicamente en 1D.

Por otra parte, las heteroestructuras en 3D obtenidas por técnicas de micro-maquinado parecen ser muy difíciles de construir y usualmente son fabricadas con muy pocos períodos. El problema es que el uso de heteroestructuras exige la construcción de un gran número de celdas unitarias [17]. En los últimos años existen pocos reportes teóricos y experimentales

acerca de heteroestructuras en 3D [40].

La investigación sobre heteroestructuras en 2D es muy escasa [42]. Sin embargo, recientemente se han reportado estructuras bidimensionales de bajo índice de refracción fabricadas con técnicas de silicio poroso [43] en donde sería pertinente realizar estudios similares a los que se presentan en esta tesis con la idea de buscar un gap gigante.

Las heteroestructuras unidimensionales han sido estudiadas más extensamente. El primer trabajo que reporta un análisis sobre heteroestructuras unidimensionales fue realizado por H. Miyazaki *et al* en 1996 [44] analizando las posibilidades de localización de campo electromagnético. El primer trabajo en donde se buscó un gap gigante en una heteroestructura fotónica fue realizado por J. Zi *et al* en 1998 [45]. En ese trabajo se estudió la superposición de los gaps de dos redes diferentes, pero ambas de alto contraste dieléctrico. En el 2000, estos mismos autores extendieron el estudio de heteroestructuras al caso de múltiples redes cristalinas [46]. En ese mismo año aparecieron los primeros resultados experimentales que reportaban la fabricación de heteroestructuras fotónicas, en particular, fabricadas con la técnica de silicio poroso [47]. Desde entonces, se ha desarrollado una gran cantidad de artículos de investigación en el campo de las heteroestructuras fotónicas unidimensionales, siendo los más relevantes de la última década los publicados por Wang, *et al* [48] en el 2002 sobre un desarrollo teórico del uso de heteroestructuras fotónicas para el ensanchamiento del gap; el presentado por Zhao, *et al* [49] en 2004, mostrando la evolución de estructuras de banda prohibida unidimensionales desde los pozos cuánticos fotónicos hasta las heteroestructuras; Han P. y Wang H.Z. [50] en 2005, mostrando los criterios a seguir para obtener reflexión omnidireccional mediante heteroestructuras fotónicas; otras publicaciones diseñando polarizadores de películas delgadas formadas por acoplamiento de heteroestructuras 1-D y 3-D por Thiel, *et al* [51] en 2007 y Zhang Wenfu, *et al* [52] en 2009, así como diversos trabajos que incluían heteroestructuras fotónicas 1-D para trabajar con metamateriales elaborados por Wang Li, *et al* [53] en 2008 y Deng Xin-Hua *et al*, [54] en 2010, y también su aplicación a heteroestructuras metálicas 1-D con Xue Chunhua [55] en 2010 y Chen S.Q., *et al* [56] en 2011. Además, nuestra contribución al tema se encuentra en los artículos que se describen en cada uno de los capítulos de esta tesis, donde hemos abordado el tema de las heteroestructuras de cristal fotónico unidimensional gradualmente, a fin de lograr el objetivo de obtener estructuras de cristal fotónico 1-D que presenten gaps gigantes omnidireccionales.

Capítulo 2

El método de ondas planas

En este capítulo presentamos el método de ondas planas (MOP) que permite calcular bandas en un cristal fotónico. Aplicamos el MOP al cristal fotónico con la geometría de 1D y con la finalidad de entender como este método permite calcular numéricamente la estructura de bandas, decidimos realizar un artículo de enseñanza que permitiera seguir, paso a paso, el desarrollo del MOP desde la manipulación de las ecuaciones básicas, continuando con el desarrollo en series de Fourier, siguiendo con el planteamiento y solución del problema de eigenvalores hasta finalmente la escritura del código computacional [57]. Este material ha sido la base para realizar el resto de los capítulos de esta tesis, así como ha servido de material de apoyo a otros trabajos de tesis de licenciatura y maestría [58, 59, 60, 61].

2.1. Las ecuaciones de Maxwell

Dado que los CF's son sistemas periódicos, aquí el MOP consiste en desarrollar la función dieléctrica y el campo electromagnético en una base de ondas planas. Como punto de partida tomamos las ecuaciones de Maxwell en unidades CGS (Centímetro-Gramo-Segundo)

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{x}, t), \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}(\mathbf{x}, t), \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = 4\pi\rho(\mathbf{x}, t), \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0. \quad (2.4)$$

Considerando soluciones armónicas para todos los campos de la forma $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{x})e^{-i\omega t}$, que los medios son no magnéticos [$\mu(\mathbf{x}) = 1$], que no existen fuentes de voltaje ni de corriente [$\rho = \mathbf{J} = 0$] y tomando en cuenta que los medios no son dispersivos [$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \varepsilon(\mathbf{x})\mathbf{E}(\mathbf{x})$] tenemos que las ecuaciones de Maxwell se escriben como

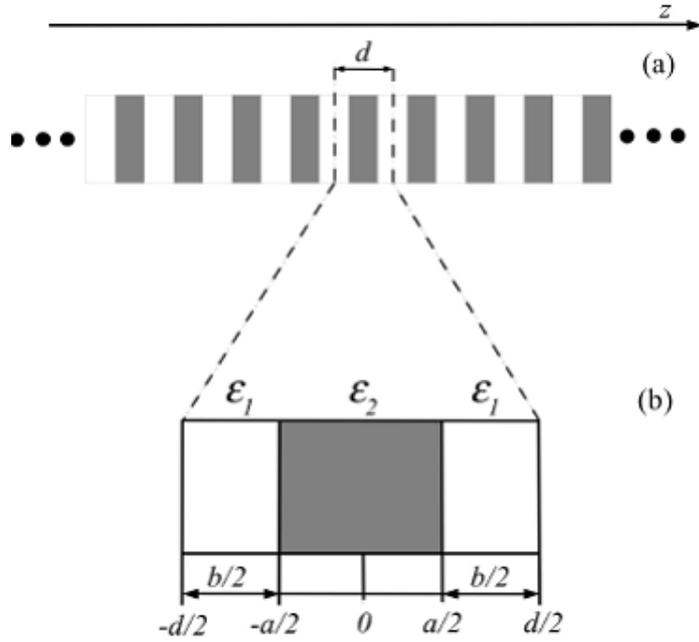


Figura 2.1: (a) Cristal fotónico con periodicidad unidimensional. d corresponde al ancho de la celda unitaria. (b) Celda unitaria conformada por dos materiales de constantes dieléctricas ϵ_1 y ϵ_2 .

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{i\omega}{c} \mathbf{H}(\mathbf{x}), \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}) = -\frac{i\omega}{c} \epsilon(\mathbf{x}) \mathbf{E}(\mathbf{x}), \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \epsilon(\mathbf{x}) \mathbf{E}(\mathbf{x}) = 0, \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{x}) = 0. \quad (2.8)$$

Combinando las ecuaciones (2.5) y (2.6) podemos escribir una ecuación de onda de la forma

$$\frac{1}{\epsilon(\mathbf{x})} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{x}). \quad (2.9)$$

Esta ecuación rige la propagación de campos en un medio dieléctrico periódico.

2.2. Serie de Fourier para la función dieléctrica

Consideremos que la función dieléctrica forma una red periódica infinita como ilustra la figura 2.1(a) Toda red periódica cristalina está conformada por una red y una base. En

la figura 2.1(b) se muestra la base o *celda unitaria* que está constituida por los materiales ε_1 y ε_2 cuyos espesores son a y b , respectivamente. La longitud de la celda unitaria es $d=a+b$.

La forma de la función dieléctrica puede expresarse matemáticamente en el intervalo $-\frac{d}{2} \leq z \leq +\frac{d}{2}$ como

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \Theta\left(\frac{a}{2} - |z|\right), \quad (2.10)$$

donde la función de Heaviside es

$$\Theta(z) = \begin{cases} 1 & z > 0 \\ \frac{1}{2} & z = 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

Toda función periódica puede expresarse en términos de una serie de Fourier, así expresamos la función dieléctrica en la celda unitaria de la forma

$$\varepsilon(z) = \sum_{G_z} \varepsilon(G_z) e^{iG_z z}. \quad (2.12)$$

Aquí G_z es un vector de la red recíproca y toma valores $G_z = n\frac{2\pi}{d}$, con n como cualquier entero. Para conocer los coeficientes de la serie de Fourier $\varepsilon(G_z)$ multiplicamos por $e^{-iG'_z z}$ e integramos ambos lados de la ecuación para tener el coeficiente de Fourier en la forma

$$\varepsilon(G_z) = [\varepsilon_1 + f(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)] \delta_{G_z,0} - \left[(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) f\left(\frac{\text{Sen}\left(\frac{G_z a}{2}\right)}{\frac{G_z a}{2}}\right) \right] (1 - \delta_{G_z,0}) \quad (2.13)$$

Como un ejemplo de la representación de la función dieléctrica en términos de la serie de Fourier consideramos una celda unitaria de factor de llenado $f=0.5$ y funciones dieléctricas $\varepsilon_1 = 5.52$ y $\varepsilon_2 = 2.13$ en forma semejante a la referencia [35]. Presentamos en la figura 2.2 los coeficientes de Fourier [páneos (a)-(c)] y la serie de Fourier de la función dieléctrica [páneos (d)-(f)] para los casos $N=15, 30$ y 100 . Se observa que a medida que el número de ondas planas aumenta, la función dieléctrica converge mejor.

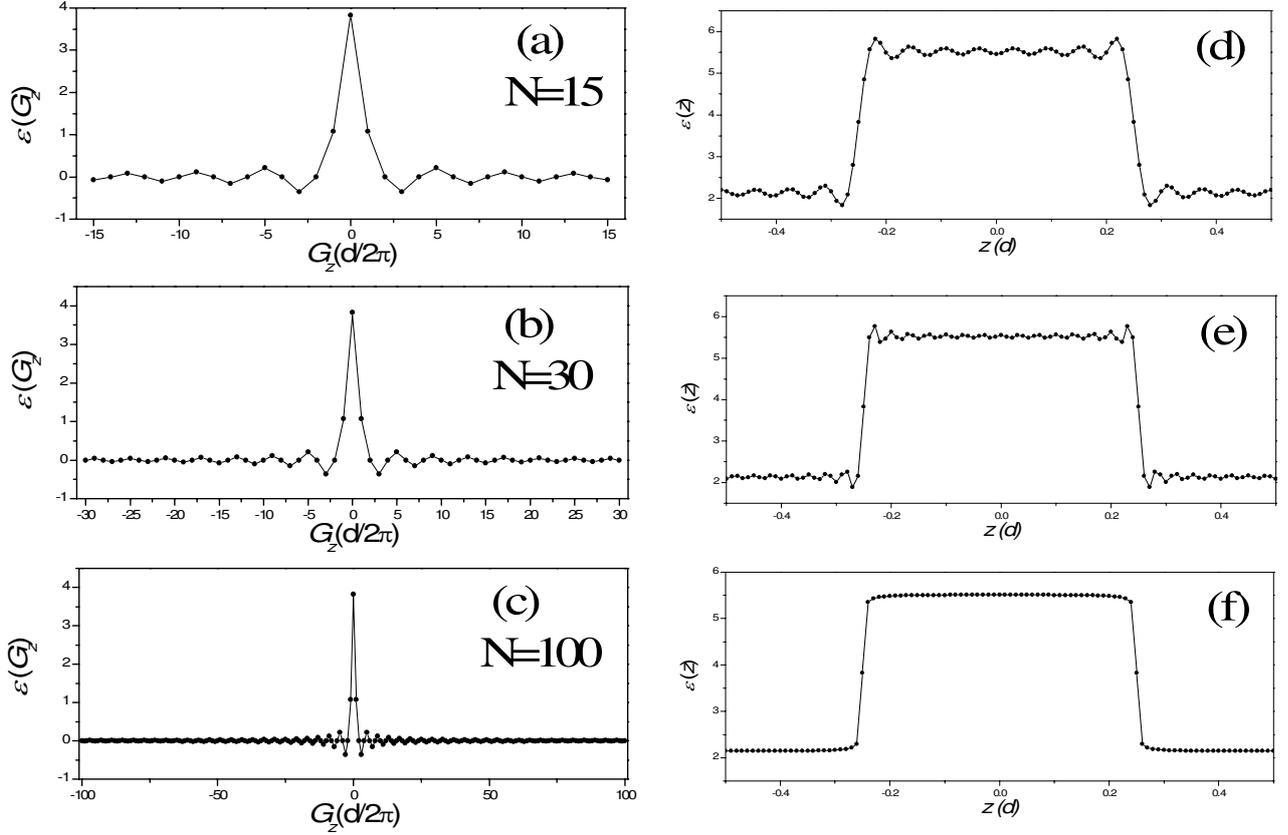


Figura 2.2: Los paneles (a), (b) y (c) muestran los valores de los coeficientes de Fourier calculados para $N=15$, 30 y 100 . Los paneles (d), (e) y (f) muestran la función dieléctrica

2.3. Ecuación de valores propios

Para resolver la ecuación de onda (2.9), es necesario considerar un cristal fotónico unidimensional con periodicidad en el eje z , tal como se muestra en la figura 2.1, en este caso, podemos prescindir del carácter vectorial considerando la polarización TE a incidencia normal, donde los vectores de campo eléctrico y magnético tienen las componentes $\mathbf{E}(z, t) = (0, E_y(z), 0)e^{-i\omega t}$, y $\mathbf{H}(z, t) = (H_x(z), 0, 0)e^{-i\omega t}$. Al efectuar el doble rotacional de la ecuación (2.9) a los vectores de campo eléctrico, en realidad solo se actúa sobre la componente y del campo eléctrico que se desplaza en la dirección z , por lo que la ecuación de onda puede escribirse

$$\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y(z) = -\frac{\omega^2}{c^2} E_y(z), \quad (2.14)$$

donde es posible obtener una serie de Fourier del inverso de la función dieléctrica de la forma

$$\mu(z) = \frac{1}{\varepsilon(z)} = \sum_{G_z} \mu(G_z) e^{iG_z z}, \quad (2.15)$$

cuyos coeficientes de Fourier son

$$\mu(G_z) = \left\{ \frac{1}{\varepsilon_1} + f\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) \right\} \delta_{G_z,0} + \left\{ f\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - \frac{1}{\varepsilon_1}\right) \frac{\text{Sen}\left(\frac{G_z a}{2}\right)}{\left(\frac{G_z a}{2}\right)} \right\} (1 - \delta_{G_z,0}). \quad (2.16)$$

El campo eléctrico también puede expresarse en términos de serie de Fourier en la forma

$$E_y(z) = \sum_{G_z} E_y(G_z) e^{iG_z z} e^{ik_z z}. \quad (2.17)$$

Sustituyendo las expresiones en serie de $\mu(z)$ y $E_y(z)$ en la ecuación 2.14 y después de un cierto trabajo algebraico [57] obtenemos la ecuación de eigenvalores

$$\sum_{G'_z} \mu(G_z - G'_z) E_y(G'_z) (k_z + G'_z)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} E_y(G_z). \quad (2.18)$$

2.4. Representación matricial de la ecuación de valores propios

La estrategia para resolver la ecuación de eigenvalores es plantear una ecuación matricial. Para obtenerla desarrollamos el lado izquierdo de la ecuación (2.18):

$$\begin{aligned}
\sum_{G'_z} \mu \left(G_z - G'_z \right) E \left(G'_z \right) \left(k_z + G'_z \right)^2 &= \mu \left(G_z - \left[-n \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (-n) \frac{2\pi}{d} \right]^2 E \left(-n \frac{2\pi}{d} \right) \\
&+ \mu \left(G_z - \left[(-n+1) \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (-n+1) \frac{2\pi}{d} \right]^2 E \left((-n+1) \frac{2\pi}{d} \right) + \dots \\
&+ \mu \left(G_z - \left[-1 \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (-1) \frac{2\pi}{d} \right]^2 E \left(-1 \frac{2\pi}{d} \right) + \mu \left(G_z - [0] \right) \left[k_z \right]^2 E(0) \\
&+ \mu \left(G_z - \left[+1 \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (+1) \frac{2\pi}{d} \right]^2 E \left(+1 \frac{2\pi}{d} \right) + \dots \\
&+ \mu \left(G_z - \left[(n-1) \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (n-1) \frac{2\pi}{d} \right]^2 E \left((n-1) \frac{2\pi}{d} \right) \\
&+ \mu \left(G_z - \left[n \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (n) \frac{2\pi}{d} \right]^2 E \left(n \frac{2\pi}{d} \right). \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Esta larga sumatoria puede escribirse como una multiplicación de un vector renglón por un vector columna

$$[V(G_z, -n) \cdots V(G_z, -1) V(G_z, 0) V(G_z, +1) \cdots V(G_z, +n)] \begin{bmatrix} E(-n) \\ \vdots \\ E(-1) \\ E(0) \\ E(+1) \\ \vdots \\ E(+n) \end{bmatrix} = \frac{\omega^2}{c^2} E(G_z), \tag{2.20}$$

donde cada elemento del renglón es

$$V \left(G_z, \left[n \frac{2\pi}{d} \right] \right) = \mu \left(G_z - \left[n \frac{2\pi}{d} \right] \right) \left[k_z + (n) \frac{2\pi}{d} \right]. \tag{2.21}$$

La ecuación (2.20) es válida para cualquier valor de G_z , para lograr un sistema cuadrado es necesario plantear esta ecuación para los valores entre $-N$ y $+N$, incluyendo al cero. Procediendo de esta forma obtenemos

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X}, \quad (2.22)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} V(-N, -N) & \dots & V(-N, -1) & V(-N, 0) & V(-N, +1) & \dots & V(-N, +N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V(-1, -N) & \dots & V(-1, -1) & V(-1, 0) & V(-1, +1) & \dots & V(-1, +N) \\ V(0, -N) & \dots & V(0, -1) & V(0, 0) & V(0, +1) & \dots & V(0, +N) \\ V(+1, -N) & \dots & V(+1, -1) & V(+1, 0) & V(+1, +1) & \dots & V(+1, +N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V(+N, -N) & \dots & V(+N, -1) & V(+N, 0) & V(+N, +1) & \dots & V(+N, +N) \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} E(-N) \\ \dots \\ E(-1) \\ E(0) \\ E(+1) \\ \dots \\ E(+N) \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

y

$$\lambda = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (2.25)$$

En la figura 2.3 presentamos la estructura de bandas del sistema. En el eje de las abscisas graficamos el vector de onda reducido y en el eje de las ordenadas la frecuencia reducida. Observamos que existen 3 gaps en el intervalo de energía entre 0 y 1. Las ondas electromagnéticas con valores de energía en el gap no pueden propagarse en el interior del cristal.

2.5. Conclusiones

Hemos realizado una exposición detallada de tres puntos importantes del método de ondas planas para la obtención de bandas de energía en CF en una dimensión. En primer lugar, mostramos la utilización de series de Fourier para describir una función periódica. En segundo lugar, tomamos la ecuación de onda definida en el espacio real y mediante la sustitución de las series de Fourier del inverso de la función dieléctrica y el campo electromagnético obtenemos la ecuación de valores propios. En tercer lugar, ilustramos la obtención de una ecuación matricial mediante la expansión de la ecuación de valores propios. A nuestro parecer es más conveniente detallar el método de ondas planas de la forma en que lo hemos revisado en este capítulo. Consideramos que nuestra exposición es de utilidad a los estudiantes que inician en el estudio de bandas de energía no solamente para CF, sino también para el estudio de otros medios periódicos.

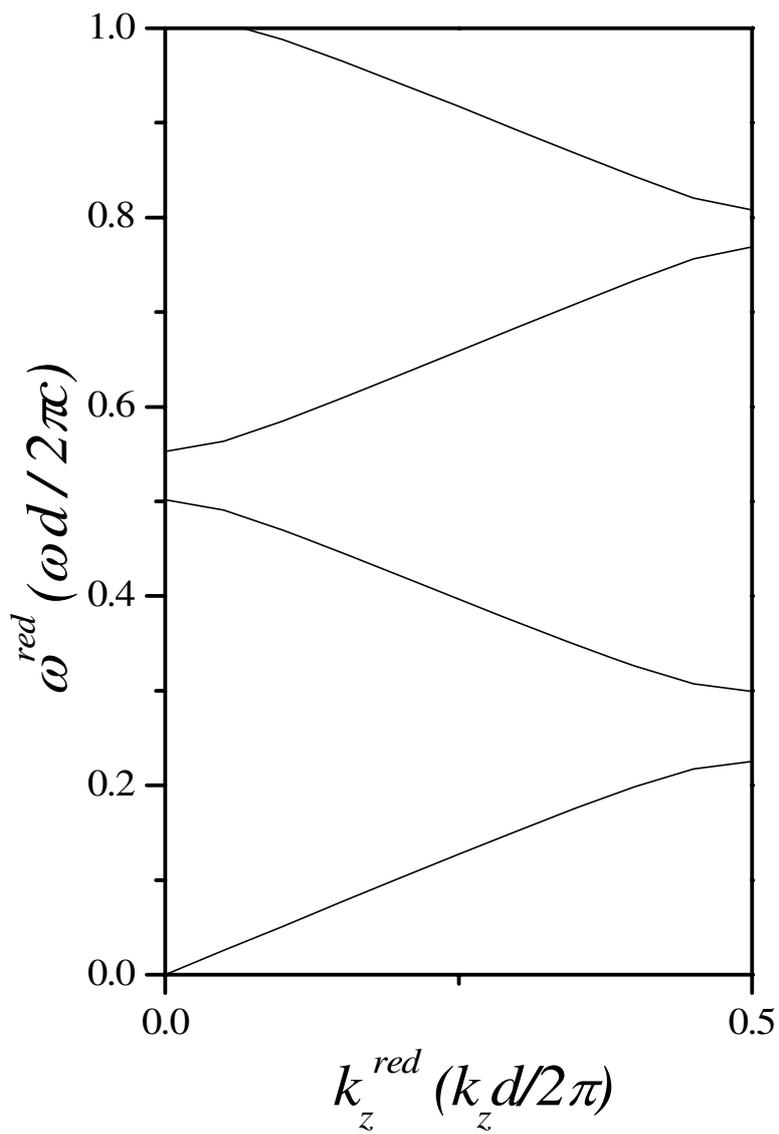


Figura 2.3: Estructura de bandas calculada con una base de 201 ondas planas.

Capítulo 3

Estructura de bandas complejas para una heteroestructura

En este capítulo presentamos un desarrollo basado en el método de la matriz de transferencia (MMT) para obtener la estructura de bandas compleja para una heteroestructura. La estructura de banda compleja permite conocer la parte real e imaginaria del vector de Bloch, donde la parte imaginaria tiene información acerca del decaimiento del campo electromagnético al interior del cristal.

3.1. Introducción

Para el caso de un cristal fotónico con celda unitaria binaria la estructura de bandas compleja puede ser calculada por medio de una fórmula analítica que es derivada por medio del MMT [62]. Esta fórmula considera la existencia de dos diferentes materiales, n_1 y n_2 de espesor d_1 y d_2 , mediante la relación

$$\cos(kd) = \cos(k_1d_1) \cos(k_2d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right) \sin(k_1d_1) \sin(k_2d_2), \quad (3.1)$$

donde k es la magnitud del vector de Bloch (complejo) y d es el período de la celda unitaria binaria.

Como un resultado del reciente desarrollo en la tecnología de microfabricación, hoy en día es posible fabricar CF con más de dos materiales en la celda unitaria [63, 64, 65, 66, 67]. También es posible realizar estructuras *chirped*¹ [68, 69, 70], de perfil gaussiano [71, 72] y multicapas Fibonacci [73].

Una herramienta importante en el estudio de heteroestructuras es la determinación de la estructura de bandas complejas, en donde se obtiene la parte real e imaginaria del vector de onda. La parte real determina los vectores permitidos para propagarse en la red periódica. La parte imaginaria, permite determinar la distancia de penetración de una onda [74], lo cual permite optimizar el espesor de una heteroestructura [75]. Por otra parte, ha sido demostrado que cuando existe absorción, el vector de onda es complejo y

¹*chirped* es una estructura con variación ascendente del período de la celda unitaria

el único criterio para discriminar la existencia de un gap es introducir un criterio de *corte* en la parte imaginaria del vector de onda [76].

3.2. Teoría

Consideremos un medio periódico compuesto por capas alternas de diferentes materiales. En la figura 3.1 se presenta un esquema del medio periódico. En el pánel (a) ilustramos la estructura infinita, la cual está compuesta por la repetición de una celda unitaria que presentamos en el pánel (b). El medio periódico tiene una celda unitaria con N materiales de diferente índice de refracción que son descritos mediante la relación

$$n(x) = \begin{cases} n_1 & x_0 < x < x_1 \\ n_2 & x_1 < x < x_2 \\ \vdots & \\ n_N & x_{N-1} < x < x_N \\ n_1 & x_N < x < x_{N+1}. \end{cases} \quad (3.2)$$

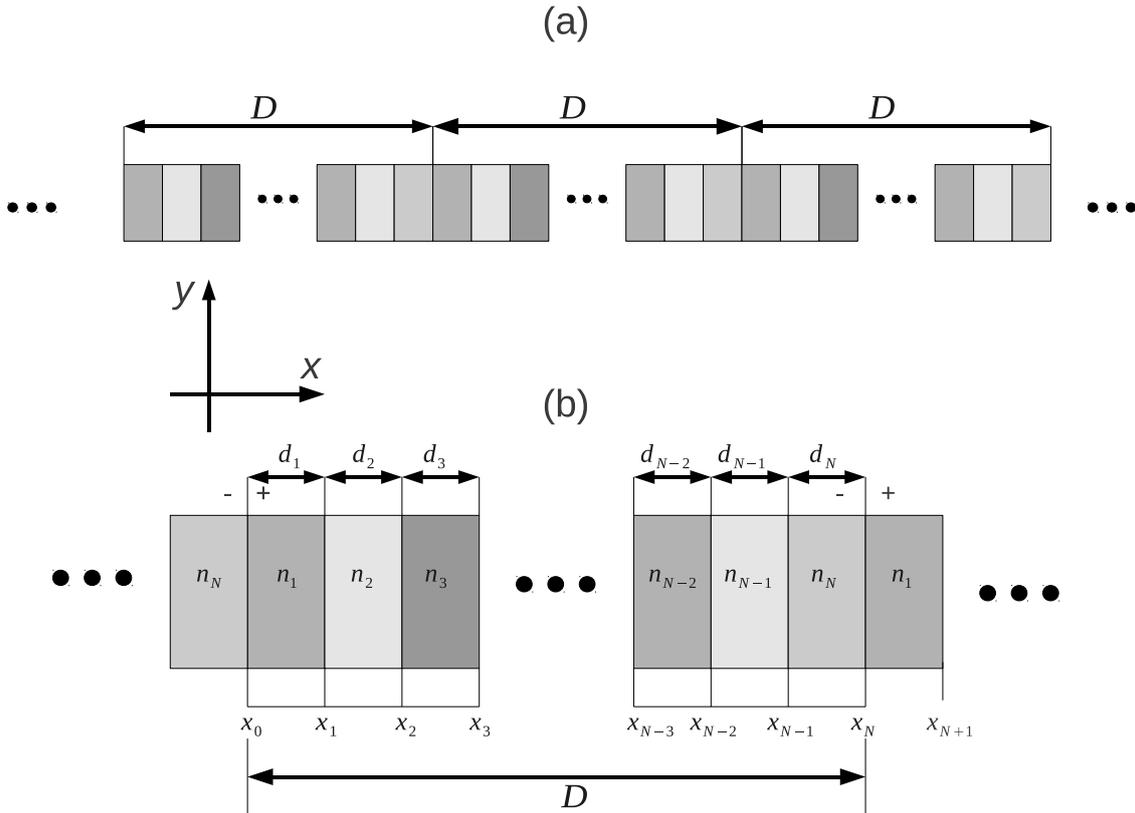


Figura 3.1: Medio periódico compuesto por la repetición de N diferentes materiales. El pánel (a) muestra el cristal infinito y el pánel (b) ilustra la celda unitaria.

La periodicidad de la estructura está dada por la relación

$$n(x) = n(x + D), \quad (3.3)$$

donde D es el período de la supercelda. Consideramos un campo perpendicular al eje x descrito por la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E(x) = -\frac{\omega^2}{c^2} n^2(x) E(x). \quad (3.4)$$

La solución de esta ecuación en un medio homogéneo es

$$E(x) = E^+ e^{+ikx} + E^- e^{-ikx}, \quad (3.5)$$

donde $k = n\omega/c$ es el vector de onda. El campo eléctrico está dado por una superposición de campos que viajan a la derecha (+) y a la izquierda (-). En cada medio el campo se escribe mediante la relación

$$E(x) = \begin{cases} E_1^+ e^{+ik_1(x-x_0)} + E_1^- e^{-ik_1(x-x_0)} & x_0 < x < x_1 \\ E_2^+ e^{+ik_2(x-x_1)} + E_2^- e^{-ik_2(x-x_1)} & x_1 < x < x_2 \\ \vdots & \\ E_N^+ e^{+ik_N(x-x_{N-1})} + E_N^- e^{-ik_N(x-x_{N-1})} & x_{N-1} < x < x_N \\ E_{N+1}^+ e^{+ik_1(x-x_N)} + E_{N+1}^- e^{-ik_1(x-x_N)} & x_N < x < x_{N+1} \end{cases} \quad (3.6)$$

El campo magnético asociado es

$$H(x) = \begin{cases} n_1 [E_1^+ e^{+ik_1(x-x_0)} - E_1^- e^{-ik_1(x-x_0)}] & x_0 < x < x_1 \\ n_2 [E_2^+ e^{+ik_2(x-x_1)} - E_2^- e^{-ik_2(x-x_1)}] & x_1 < x < x_2 \\ \vdots & \\ n_N [E_N^+ e^{+ik_N(x-x_{N-1})} - E_N^- e^{-ik_N(x-x_{N-1})}] & x_{N-1} < x < x_N \\ n_{N+1} [E_{N+1}^+ e^{+ik_1(x-x_N)} - E_{N+1}^- e^{-ik_1(x-x_N)}] & x_N < x < x_{N+1} \end{cases} \quad (3.7)$$

3.2.1. La condición de Bloch

Consideremos la condición de Bloch para el campo eléctrico

$$E(x_0^+ + D) = e^{iKD} E(x_0^+), \quad (3.8)$$

y para el campo magnético

$$H(x_0^+ + D) = e^{iKD} H(x_0^+), \quad (3.9)$$

donde x_0^+ indica el lado derecho de la interfase en x_0 , como ilustramos en la figura 3.1. Tomando en cuenta la geometría y la relación de los campos (3.6) y (3.7) escribimos la relación matricial como

$$M_1 \begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} = M_1 e^{iKD} \begin{bmatrix} E_{N+1}^+ \\ E_{N+1}^- \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

donde

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_1 & -n_1 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Si eliminamos la matriz M_1 de ambos lados de la ecuación (3.10) obtenemos

$$\begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} = e^{iKD} \begin{bmatrix} E_{N+1}^+ \\ E_{N+1}^- \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

3.2.2. La matriz de transferencia

En cada interfase, las condiciones de frontera dan lugar a la relación

$$M_i F_i \begin{bmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{bmatrix} = M_{i+1} \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

donde las matrices M_i y F_i son

$$M_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_i & -n_i \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} e^{ik_i d_i} & 0 \\ 0 & e^{-ik_i d_i} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Usando las condiciones de frontera en cada interfase, es posible relacionar los campos en el medio n_{N+1} con los campos en el medio n_1 a través de la relación

$$\begin{bmatrix} E_{N+1}^+ \\ E_{N+1}^- \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

donde la matriz M está dada por la multiplicación de matrices

$$M = M_1^{-1} \left(\prod_{i=N}^{i=2} M_i F_i M_i^{-1} \right) M_1. \quad (3.17)$$

3.2.3. La ecuación de eigenvalores

Si comparamos las ecuaciones (3.12) y (3.16) podemos escribir la ecuación de eigenvalores

$$M \begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

donde $\lambda = e^{-iKD}$. Los eigenvalores se obtienen resolviendo el sistema

$$|M - \lambda I| = 0. \quad (3.19)$$

Donde, para encontrar los eigenvalores es necesario resolver el determinante

$$\begin{vmatrix} m_{11} - \lambda & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (3.20)$$

Esta ecuación tiene dos soluciones analíticas

$$\lambda^+ = \frac{1}{2}(m_{11} + m_{22}) + \frac{1}{2}\sqrt{(m_{11} + m_{22})^2 - 4\Delta}, \quad (3.21)$$

y

$$\lambda^- = \frac{1}{2}(m_{11} + m_{22}) - \frac{1}{2}\sqrt{(m_{11} + m_{22})^2 - 4\Delta}, \quad (3.22)$$

donde

$$\Delta = m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}. \quad (3.23)$$

3.3. La relación de dispersión compleja

La relación de dispersión compleja se obtiene a partir de la relación

$$e^{-iKD} = \lambda^+, \quad (3.24)$$

donde K y λ^+ son números complejos en la forma

$$K = k_r + ik_i, \quad (3.25)$$

y

$$\lambda^+ = \lambda_r^+ + i\lambda_i^+. \quad (3.26)$$

Tomando en cuenta la notación compleja para K y λ^+ , la ecuación (3.24) es

$$\lambda^+ = \lambda_r^+ + i\lambda_i^+ = e^{-ik_r D} e^{k_i D}. \quad (3.27)$$

Para un determinado valor de λ^+ , esta ecuación tiene dos variables desconocidas, k_r y k_i . Para resolver esta ecuación, tomamos el complejo conjugado

$$(\lambda^+)^* = \lambda_r^+ - i\lambda_i^+ = e^{ik_r D} e^{k_i D}. \quad (3.28)$$

Multiplicando $\lambda^+(\lambda^+)^*$ se obtiene

$$e^{2k_i D} = (\lambda_r^+)^2 + (\lambda_i^+)^2. \quad (3.29)$$

Ahora, es posible encontrar el valor imaginario del vector de Bloch

$$k_i D = \frac{1}{2} \ln[(\lambda_r^+)^2 + (\lambda_i^+)^2]. \quad (3.30)$$

Para encontrar la parte real del vector de Bloch escribimos la ecuación (3.27) en la forma

$$\cos(-k_r D) - i \sin(k_r D) = e^{-k_i D} (\lambda_r^+ + i \lambda_i^+), \quad (3.31)$$

donde k_r puede ser encontrado tomando en consideración la expresión

$$k_r D = \cos^{-1}(e^{-k_i D} \lambda_r^+). \quad (3.32)$$

3.4. Ejemplos numéricos

En esta sección consideraremos varios ejemplos de estructura de bandas complejas para heteroestructuras de CF-1D. En un primer ejemplo, presentamos un cristal fotónico binario, compuesto de sólo dos materiales diferentes. En un segundo ejemplo, tomamos el caso de un cristal fotónico ternario. Finalmente, consideramos el caso de una supercelda con defecto.

3.4.1. Cristal fotónico binario

Consideremos un cristal fotónico binario unidimensional compuesto por dos materiales n_1 y n_2 de tamaño d_1 y d_2 , respectivamente. El dibujo del sistema se presenta en la figura 3.2 donde mostramos tres diferentes posibilidades de celda unitaria de tamaño $D = d$ ($d = d_1 + d_2$), $D = 2d$ y $D = 3d$ en los paneles (a), (b) y (c) respectivamente. En el lado derecho de cada panel presentamos la correspondiente Primera Zona de Brillouin (PZB). Observamos que en el caso del panel (b) la PZB es la mitad de la correspondiente al panel (a). De igual manera, la PZB del panel (c) es la tercera parte de aquella del panel (a).

La estructura de bandas complejas para un cristal fotónico binario se muestra en la figura 3.3. Consideramos dos materiales de índices de refracción $n_1 = 2.35$ y $n_2 = 1.46$, respectivamente. El tamaño de cada capa es $d_1 = 0.66d$ y $d_2 = 0.34d$. En los paneles (a) y (d) mostramos la parte real e imaginaria de la estructura de bandas para una celda unitaria de tamaño $D = d$, para este caso, el cálculo puede realizarse mediante dos métodos: la fórmula analítica de la ecuación (3.1) (con círculos) y nuestro tratamiento numérico de las ecuaciones (3.30) y (3.32) (con líneas).

Se observa una excelente concordancia entre ambos métodos. Consideremos ahora el caso de una supercelda de dimensiones $D = 2d$ en los paneles (b) y (e). Observamos en el panel (b) que la parte real del vector de onda se dobla dos veces. Esto se debe a que escogimos una celda unitaria dos veces más grande que en el caso anterior. Observamos que la parte imaginaria del vector de onda en el panel (e) permanece invariante. Sin embargo, si ahora dibujamos en una escala dos veces más pequeña, podremos apreciar que el valor es dos veces más grande que en el panel (d). Presentamos ahora en los paneles

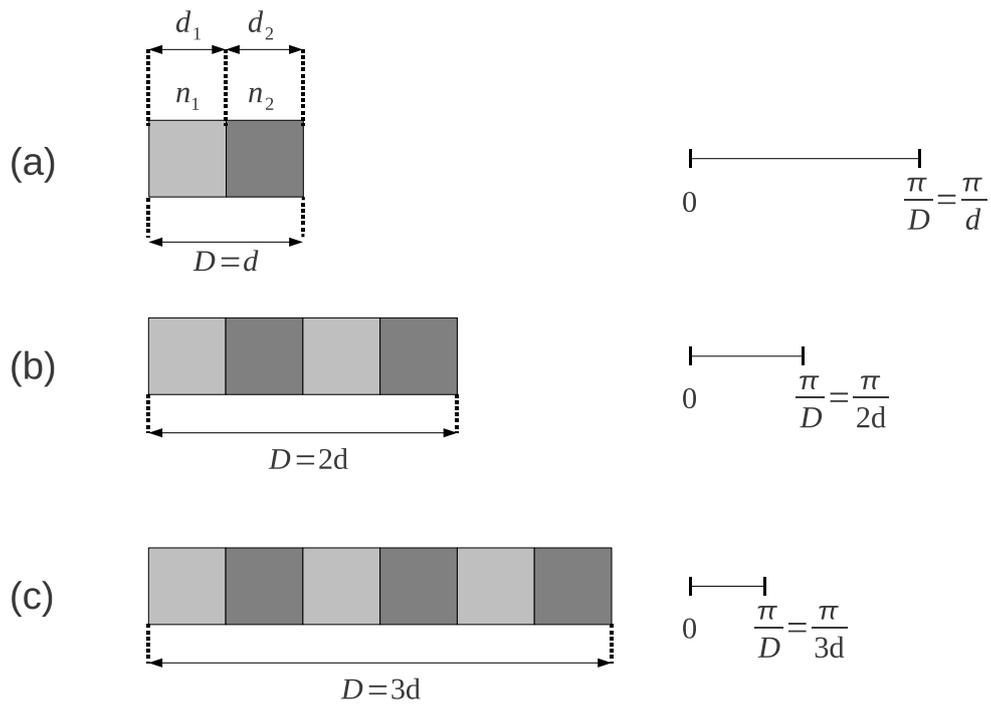


Figura 3.2: Esquema de tres diferentes posibilidades de celda unitaria en un cristal binario. En paneles (a), (b) y (c) presentamos una celda unitaria de ancho $D = d$, $D = 2d$ y $D = 3d$, respectivamente.

(c) y (f) la estructura de bandas para una celda unitaria de tamaño $D = 3d$, para los casos de la parte real e imaginaria del vector de onda, respectivamente. Se observa que en el panel (c) la parte real del vector se dobla tres veces.

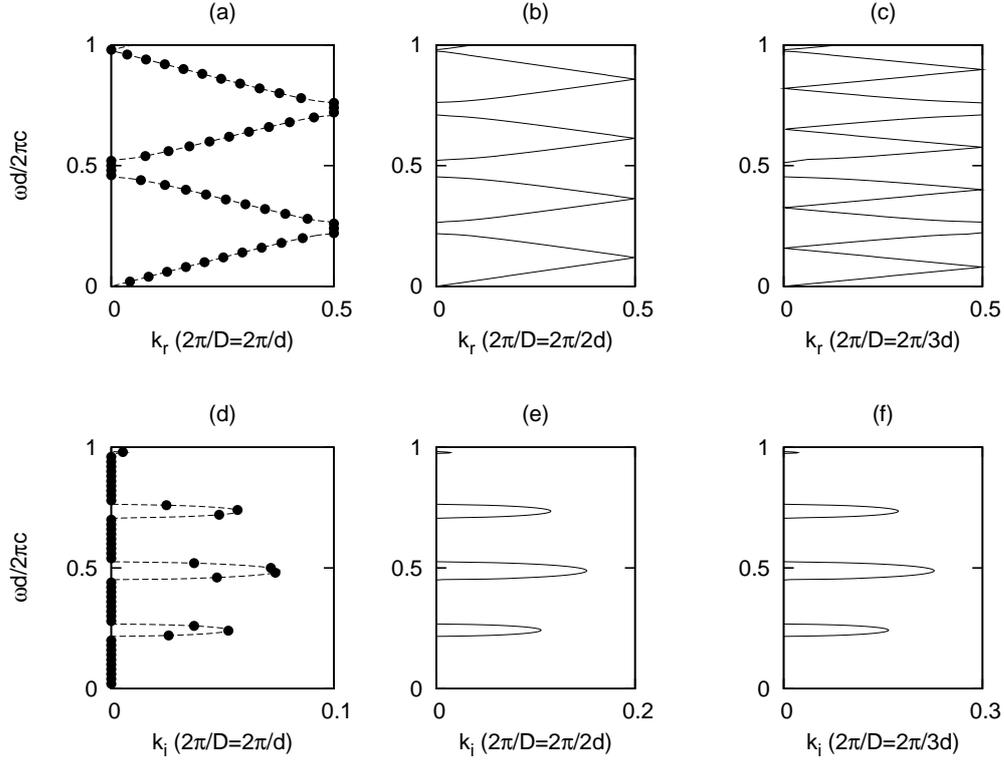


Figura 3.3: Estructura de bandas compleja para un cristal fotónico binario. En los paneles (a), (b) y (c) [(d), (e) y (f)] se muestra la parte real [imaginaria] del vector de onda con celda unitaria $D = d$, $D = 2d$ y $D = 3d$, respectivamente. Los puntos mostrados en los paneles (a) y (d), corresponden al cálculo hecho con la ecuación (3.1).

3.4.2. Cristal fotónico ternario

En esta sección consideramos un CF ternario compuesto por tres diferentes materiales en la celda unitaria, tal como se ilustra en la figura 3.4. Tomamos un CF ternario compuesto por tres materiales de índices de refracción $n_1 = 1.37$, $n_2 = 4.35$ y $n_3 = 3.6$, de acuerdo a la referencia [65]. El espesor de cada material es $d_1 = 90nm$, $d_2 = 20nm$ y $d_3 = 90nm$. El período de la celda unitaria es $D = d_1 + d_2 + d_3 = 200nm$.

En la figura 3.5 presentamos la estructura de bandas con la parte real en el lado izquierdo y la parte imaginaria a la derecha, respectivamente. Observamos que para el CF ternario la estructura de bandas es similar al caso del CF binario y que la estructura de bandas no se dobla por la presencia de los tres materiales en la celda unitaria.

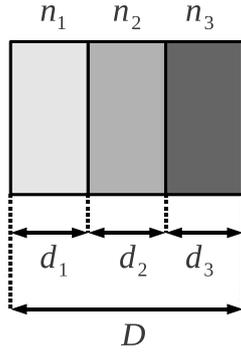


Figura 3.4: Ilustración de una celda unitaria ternaria.

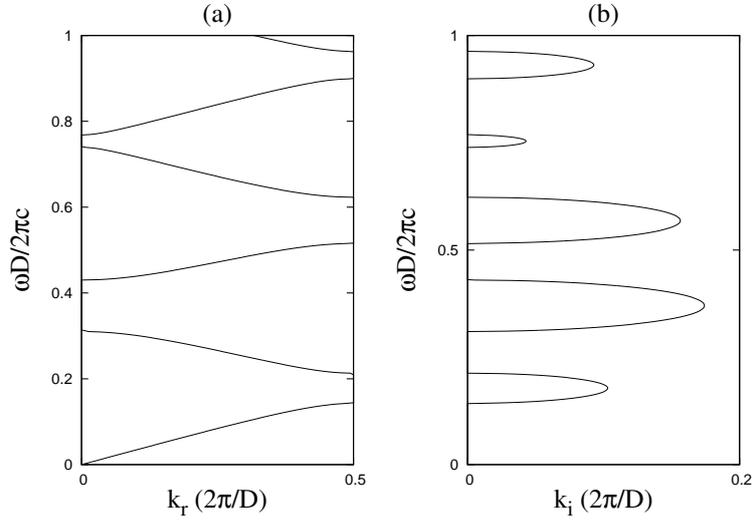


Figura 3.5: Estructura de bandas de un cristal fotónico de celda unitaria ternaria. En paneles (a) y (b) presentamos la parte real e imaginaria del vector de onda, respectivamente.

3.4.3. Cristal fotónico con defecto

Como último ejemplo, presentamos la estructura de banda compleja para un cristal fotónico con defecto. Las estructuras con defectos son útiles como cavidades láseres o guías de onda. Presentamos en la figura 3.6 pánel (a) la supercelda de tamaño $D = 10d$. Los índices de refracción alto y bajo son $n_H = 2.35$ y $n_L = 1.46$ en una secuencia $(HL)_{10}$. El grosor de las capas es $d_H = 0.66d$ y $d_L = 0.34d$, respectivamente. En el pánel (b) presentamos una estructura con defecto, donde hemos cambiado la primera capa de alto índice por una de bajo índice, obteniendo una secuencia $(LL)_1(HL)_9$.

La estructura de banda compleja se presenta en la figura 3.7 en los pánels (a) y (b) para la estructura sin defecto. En los pánels (c) y (d) se presenta la estructura de banda compleja para el sistema con defecto. El defecto existe en el primero y segundo gap de una

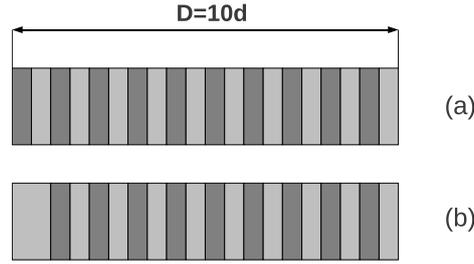


Figura 3.6: Dibujo de una supercelda de ancho $D = 10d$. En el pánel (a) presentamos la estructura perfecta de una supercelda y en el pánel (b) ilustramos la presencia de un defecto.

frecuencia específica. Observamos que la existencia de los defectos está también definida en la parte imaginaria del vector de onda, pánel (d).

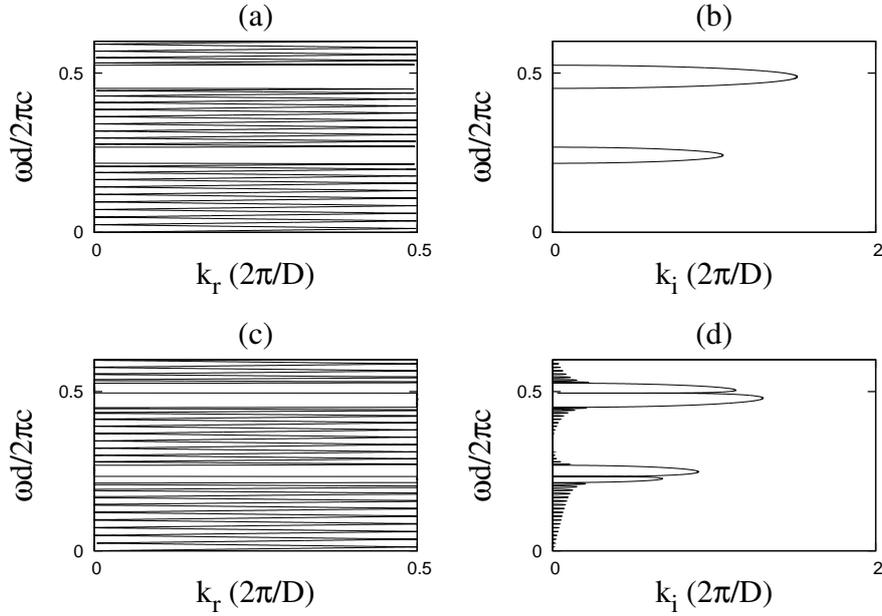


Figura 3.7: Estructura de bandas complejas para una supercelda de tamaño $D = 10d$. En los p neles (a) y (b) [(c) y (d)] presentamos la parte real e imaginaria de la estructura de bandas para el caso de la supercelda sin [con] defecto.

3.5. Conclusiones

En esta sección hemos presentado un estudio de una heteroestructura de cristal fotónico unidimensional usando el formalismo de supercelda basado en el método de matriz de transferencia y en la condición de Bloch. Derivamos una formulación para calcular la estructura de bandas complejas para un número arbitrario de capas en la celda unitaria

con la finalidad de poder estudiar estructuras que no puedan ser tratadas con la ecuación (3.1). El método se aplicó a tres casos diferentes. Primero, para el cristal binario, hemos encontrado que para diferentes celdas unitarias escogidas, es posible obtener la misma información para la obtención de las bandas prohibidas. Segundo, para el cristal ternario hemos encontrado que el diagrama de bandas proporciona una estructura estándar. Finalmente, presentamos la estructura de bandas complejas para un cristal con defecto donde se observa la importancia de la estructura de bandas compleja para discriminar las frecuencias de los estados de defecto y su propagación característica dada por la parte imaginaria del vector de onda. Este análisis puede ser útil para el diseño de heteroestructuras de cristal fotónico, así como para el entendimiento de sus propiedades.

Capítulo 4

Velocidad de grupo

En este capítulo presentamos un análisis de la velocidad de grupo en CF unidimensionales basado en un cálculo de la estructura de bandas en la zona de Brillouin extendida. Planteamos la imposibilidad de velocidad de grupo negativa en la segunda banda para un cristal fotónico dieléctrico unidimensional realizando un estudio sistemático de la variación de la velocidad de grupo en función del factor de llenado del cristal. Discutimos recientes reportes en donde existen malentendidos en la determinación de la velocidad de grupo.

4.1. Introducción

Actualmente existe un gran interés en controlar pulsos de luz modificando su velocidad de propagación, a tal grado que se plantea la posibilidad de detener por completo la luz utilizando cristales fotónicos [77]. La investigación en CF ha llegado a un punto tal de maduración que ya se busca el control totalmente óptico de la información en un circuito, con la idea de desarrollar novedosas aplicaciones tecnológicas [78]. Los dispositivos ópticos basados en CF tendrán grandes ventajas sobre los dispositivos electrónicos convencionales. Ellos ofrecerán una mayor velocidad de operación, mayor vida media y una tasa más alta de repetición de procesos. Por su naturaleza, los dispositivos fotónicos son extremadamente compactos, lo cual los hace especialmente aptos a la miniaturización en circuitos.

Recientemente diversos estudios experimentales presentan resultados sólidos en donde se observa el fenómeno de superprisma [26], el cual existe debido a la forma anómala de la velocidad de grupo en el borde de la banda de energía. Resulta de gran interés práctico que la velocidad de grupo sea sensible a las variaciones de la celda unitaria, es decir, los cambios en índices de refracción, tamaño de la celda y fracción de llenado. Esta característica puede ser empleada para sintonizar la estructura de bandas [79] y realizar dispositivos activos que varíen su respuesta óptica en función de un parámetro externo [80].

En el análisis de estos fenómenos y aplicaciones relacionadas, resulta de capital importancia la determinación de la velocidad de grupo en el cristal fotónico. Es notable que resultados recientes publicados en la literatura científica demuestran que este concepto y su cálculo aún esta sujeto a debate. [81, 82, 83, 84, 85] En este trabajo presentamos una discusión sobre un reciente reporte teórico, en donde se considera en forma errónea, que

la velocidad de grupo en la segunda banda es negativa [82]. Este controversial resultado rápidamente dió lugar a reportes en donde se refutaba esta situación [83, 84].

En esta sección presentamos una derivación de la velocidad de grupo a partir de la estructura de bandas en la zona extendida. Asimismo, para entender el significado físico de la velocidad de grupo, variamos el factor de llenado de la celda unitaria hasta llegar a la situación en donde la referencia [82] plantea la velocidad de grupo negativa.

4.2. Estructura de bandas: zona reducida y zona extendida

En la figura 4.1 presentamos el sistema multicapa unidimensional compuesto por los medios $n_a = 1$ y $n_b = 2.3$, con espesores a y b respectivamente. La fracción de llenado se define como $f=b/d$ y se relaciona con la cantidad de material en la celda unitaria.

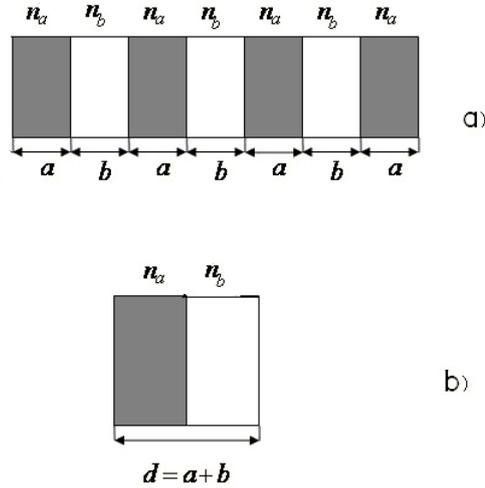


Figura 4.1: Cristal fotónico unidimensional compuesto por los medios n_a y n_b , con espesores a y b , respectivamente. El período de la celda unitaria es $d = a + b$.

En la figura 4.2(a) mostramos la estructura de bandas en el esquema de la zona reducida para una fracción de llenado $f=0.15$. Se observa que existen 4 bandas en el rango de 0 a 1.6. La figura 4.2(b) presenta la estructura de bandas en el esquema extendido. Esta representación es más adecuada para el cálculo de la velocidad de grupo, v_g . La velocidad de grupo está definida por la relación $v_g = d\omega/dk$. Es posible obtener la velocidad de grupo directamente de la relación de dispersión si planteamos la derivada en forma discreta

$$v_g(\omega_i) = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{k_{i+1} - k_i}. \quad (4.1)$$

En la figura 4.2(c) presentamos el resultado de nuestro cálculo de v_g . Observamos que en la segunda banda la pendiente es positiva (figura 4.2(b)) y por ello la velocidad de grupo es positiva. Sin embargo, si se considera la derivada en la zona reducida (figura

4.2(a)) la velocidad de grupo sería negativa, por lo que es erróneo proceder en función de la zona reducida para el cálculo de v_g [82].

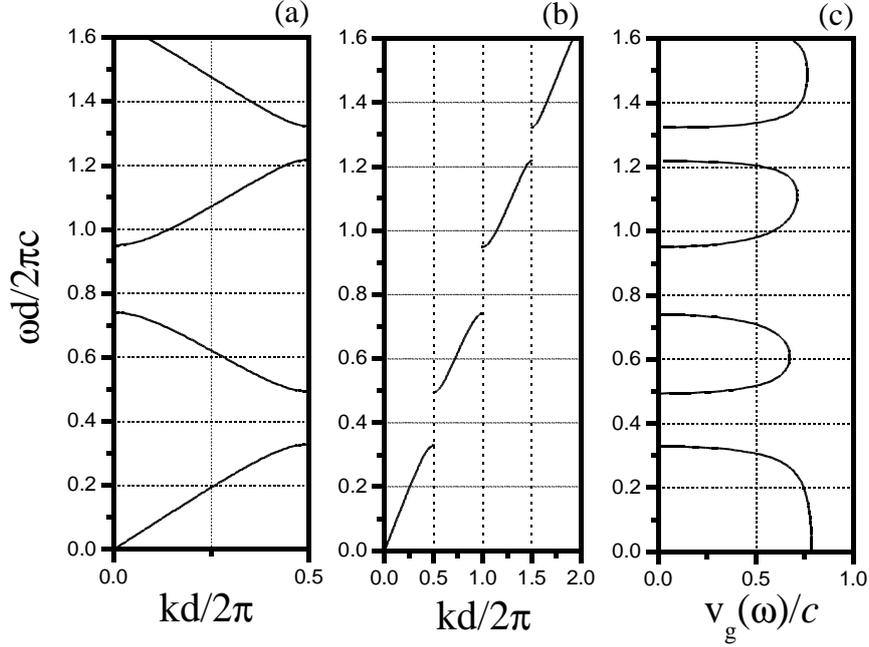


Figura 4.2: Estructura de bandas en la zona reducida (a), zona extendida (b) y velocidad de grupo (c) para el caso de factor de llenado $f = 0.15$

4.3. Variación paulatina del factor de llenado

Para entender el valor positivo de la velocidad de grupo en la segunda banda, analizaremos la variación sistemática de la velocidad de grupo en función de f . En la figura 4.3(a) mostramos la variación de la estructura de bandas en la zona extendida para los casos en donde $f = 0$, $f = 0.05$, $f = 0.1$, $f = 0.15$ y $f = 1$. El primer caso es el de red vacía, es decir, un sistema en donde solamente existe el aire. A medida que aumenta la fracción de llenado tenemos más material n_b . En la figura 4.3(b) mostramos la correspondiente v_g . En el caso de $f=0$, un pulso se propaga sin dispersión a la velocidad de la luz c . Si f aumenta, v_g disminuye gradualmente en las primeras dos bandas. Este comportamiento está directamente relacionado con la forma de la pendiente en la relación de dispersión.

4.4. Conclusiones

Hemos presentado una forma correcta de calcular la velocidad de grupo a partir de la derivada numérica de la relación de dispersión en la zona extendida. Observamos que la velocidad de grupo es una función que varía gradualmente con la fracción de llenado. Partiendo de la red vacía en donde la velocidad de grupo es c , observamos que v_g disminuye proporcionalmente como una función de f . Los valores de v_g permanecen positivos debido

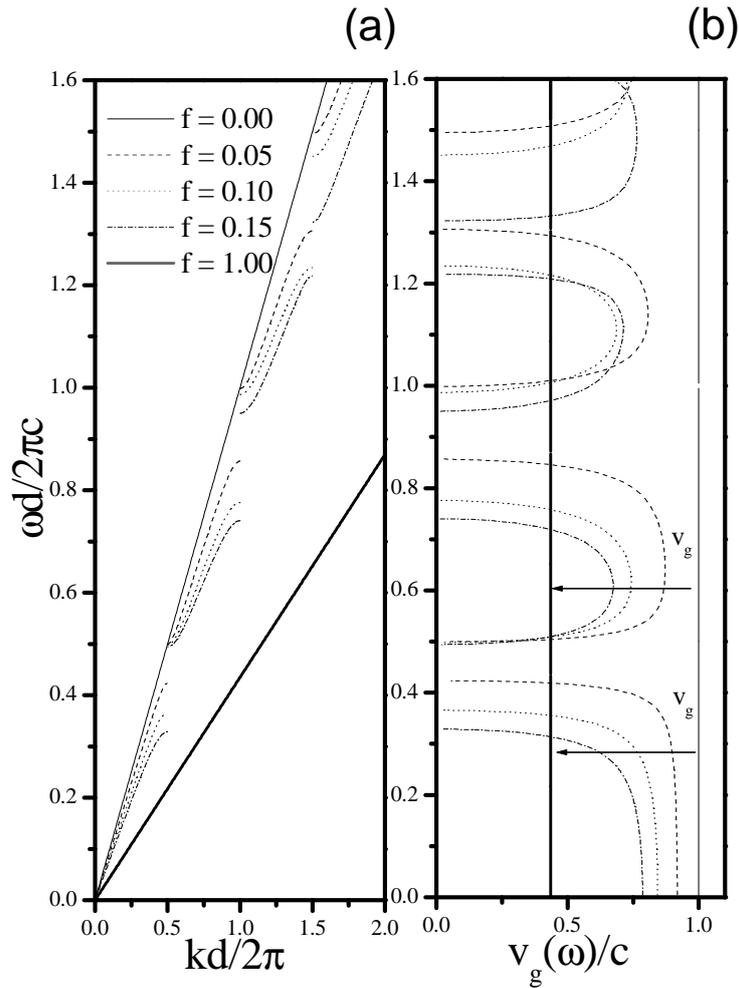


Figura 4.3: Estructura de bandas (a) y velocidad de grupo (b) para diferentes fracciones de llenado. Se grafica $f = 0$, $f = 0.05$, $f = 0.1$, $f = 0.15$ y $f = 1$ con líneas sólida-delgada, a trazos, a puntos, a trazos y puntos y sólida-gruesa, respectivamente. Se observa una disminución gradual de la v_g en las primeras dos bandas en función de f .

a que la pendiente de la relación de dispersión en la zona extendida siempre es positiva para este sistema. La representación en zona reducida es útil para presentar en forma compacta el mapa de energías permitidas del sistema, pero hay que ser cuidadoso para calcular la v_g a partir de ésta representación.

Esta descripción del cálculo de la velocidad de grupo es fácil de entender en sistemas 1-D, sin embargo, para sistemas en 2-D y 3-D se complicaría el cálculo, ya que la representación de las bandas en la zona extendida presenta pendientes alternadas positivas y negativas según sea la dirección cristalográfica que sigan dichas bandas, lo que no nos permite calcular su velocidad de grupo correctamente.

Capítulo 5

Determinación de gaps gigantes por medio de la velocidad de grupo

En este capítulo mostramos que es posible diseñar gaps gigantes en heteroestructuras fotónicas por medio del cálculo de la velocidad de grupo. Una heteroestructura fotónica está compuesta por la unión de dos o más CF distintos. Presentamos el cálculo de la estructura de bandas de la heteroestructura implementando la técnica de la supercelda en el método de ondas planas. Se muestra que la estructura de bandas de una heteroestructura generalmente tiene una forma sumamente complicada. Sin embargo en esta sección demostraremos que es posible discriminar las regiones de frecuencia con baja (alta) propagación realizando el cálculo de la velocidad de grupo. Por medio de la transmisión obtenida mediante el método de la matriz de transferencia, verificamos la existencia de regiones de energía prohibida (permitida) obtenidas a partir del cálculo de la velocidad de grupo de la heteroestructura.

5.1. Introducción

En los últimos años los CF han atraído la atención de científicos e ingenieros a causa de sus interesantes características físicas y sus potencialidades tecnológicas [86]. Los CF son estructuras compuestas por una base de al menos dos materiales de diferentes constantes dieléctricas y una red periódica en una (1D), dos (2D) o tres dimensiones (3D). Los CF se caracterizan por la existencia de bandas prohibidas (BP) para las ondas electromagnéticas, de la misma forma que los semiconductores presentan bandas de energía electrónicas.

La más simple y común característica utilizada en el diseño de dispositivos ópticos es el fenómeno de reflexión total, es decir, la característica de espejo. Existen dos tipos principales de espejos: los metálicos y los basados en estructuras dieléctricas periódicas multicapas. Los espejos metálicos son buenos reflectores omnidireccionales, es decir, que reflejan luz a cualquier ángulo de incidencia. Sin embargo, se vuelven inoperantes en el infrarrojo a causa de la absorción. Por su parte, los espejos basados en CF-1D no presentan problemas debido a la absorción ya que son dieléctricos, pero son altamente unidireccionales ya que existe el ángulo de Brewster que los vuelve transparentes a cierto ángulo de incidencia [87].

Es necesario diseñar espejos omnidireccionales que tengan amplias BP y que no pre-

senten absorción. Los CF basados en ópalo son estructuras 3D que han sido investigados como buenos candidatos para lograr BP omnidireccionales. Son especialmente interesantes porque su período es del orden de la longitud de onda de la luz, con lo cual se obtienen estructuras operantes en el visible [88]. Sin embargo, la presencia de desorden estructural ligado al método de fabricación destruye la BP [89].

Ha sido posible obtener espejos omnidireccionales utilizando CF-1D y el problema de la existencia del ángulo de Brewster ha sido resuelto considerando estructuras de alto contraste en el índice de refracción para aumentar el rango de operación en la zona radiativa [90]. Sin embargo, en la práctica, los materiales de alto índice de refracción son usualmente semiconductores y estos tienen diversos mecanismos internos que dan lugar a una absorción óptica [79], la cual es una característica indeseable como en el caso de los espejos metálicos. Sería deseable obtener espejos omnidireccionales a partir de materiales de bajo contraste dieléctrico aprovechando el grado de control que recientemente ha sido obtenido por las técnicas experimentales de crecimiento de CF-1D, como por ejemplo las estructuras formadas por silicio poroso.

En esta sección mostramos en forma teórica que la BP se puede hacer significativamente grande mediante la utilización de heteroestructuras. Una heteroestructura está compuesta por dos o más CF distintos. La estructura de bandas de la heteroestructura proviene de la combinación de las bandas de cada uno de los cristales. Los materiales constitutivos deben de ser escogidos cuidadosamente para que las BP adyacentes, provenientes de distintos CF, se superpongan unas con otras. La BP de la heteroestructura la denominamos gigante debido a que resulta de la adición de las BP de distintos CF. Las estructuras con amplios rangos de BP tendrán muchas aplicaciones potenciales en optoelectrónica para dispositivos tales como cavidades [91], guías de onda [92], interruptores ópticos ultrarrápidos [93], etc. Además se abre la posibilidad de estudiar problemas fundamentales, tales como la inhibición de la emisión espontánea de átomos y moléculas. En particular, en este problema se busca el control de una emisión muy localizada en el tiempo, pero que al mismo tiempo radíe en un amplio rango de frecuencias. Para lograr este control es necesario contar con CF con BP de considerable rango de operación [94].

La idea de optimizar las características ópticas de CF basados en heteroestructuras ha sido explorada para cristales 1D, 2D y 3D, [45, 95, 96, 97, 98]. Todos los reportes teóricos explorados hasta el momento han sido basados en el cálculo de la transmisión de luz utilizando el método de la matriz de transferencia (MMT) para determinar la ausencia de transmisión. En este trabajo presentamos la aplicación del método de ondas planas (MOP) en la optimización de heteroestructuras. Aunque hemos encontrado que el MOP entrega una estructura de bandas que es difícil de interpretar, muchas de estas bandas no implican propagación. Al calcular la velocidad de grupo (v_g) hemos relacionado a la transmisión de luz con valores significativos de v_g . La ventaja de utilizar el vector v_g para discriminar las regiones de BP es la direccionalidad. En efecto, los valores de v_g dependen de la dirección cristalográfica en la que se propaga el campo. Esto es especialmente importante para cristales en 2D y 3D. Por su parte, el cálculo de la densidad de estados es un escalar que entrega menos información, ya que es independiente de la dirección cristalográfica.

5.2. Estructura de bandas de la heteroestructura

La estructura de bandas dentro del cristal fotónico se describe por medio de la ecuación de onda

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r}) \mu(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (5.1)$$

En esta ecuación $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ es el campo eléctrico, $\varepsilon(\mathbf{r})$ y $\mu(\mathbf{r})$ son la función dieléctrica y la permeabilidad magnética, respectivamente. La frecuencia a la cual oscila la onda electromagnética es ω y la velocidad de la luz es c . Vamos a considerar estructuras no magnéticas, así que $\mu(\mathbf{r}) = \mathbf{1}$. Usando análisis de Fourier, es posible obtener la ecuación de onda [99],

$$[\mathbf{k} + \mathbf{G}] \times ([\mathbf{k} + \mathbf{G}] \times \mathbf{E}(\mathbf{G})) = -\frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\mathbf{G}'} \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \mathbf{E}(\mathbf{G}'), \quad (5.2)$$

en donde \mathbf{k} es el vector de onda y \mathbf{G} es un vector de la red recíproca. Esta ecuación es de la forma

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = -\lambda^2 \sum_{\mathbf{G}'} \mathbf{B} \mathbf{x}, \quad (5.3)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} [(k_y + G_y)^2 + (k_z + G_z)^2] & -(k_y + G_y)(k_x + G_x) & -(k_z + G_z)(k_x + G_x) \\ -(k_x + G_x)(k_y + G_y) & [(k_x + G_x)^2 + (k_z + G_z)^2] & -(k_z + G_z)(k_y + G_y) \\ -(k_x + G_x)(k_z + G_z) & -(k_y + G_y)(k_z + G_z) & [(k_x + G_x)^2 + (k_y + G_y)^2] \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} E_{0x}(\mathbf{G}) \\ E_{0y}(\mathbf{G}) \\ E_{0z}(\mathbf{G}) \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\lambda^2 = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (5.7)$$

Consideramos una estructura de periodicidad unidimensional en la dirección z , como lo ilustramos en la figura 5.1. En la figura 5.1(a) se muestra el cristal infinito y en la figura 5.1(b) ilustramos la supercelda (SC). Si el campo eléctrico tiene una polarización paralela al eje x , la ecuación de eigenvalores se reduce a

$$[k_z + G_z] \times ([k_z + G_z] \times E_x(G_z)) = -\frac{\omega^2}{c^2} \sum_{G'_z} \varepsilon(G_z - G'_z) E_x(G'_z). \quad (5.8)$$

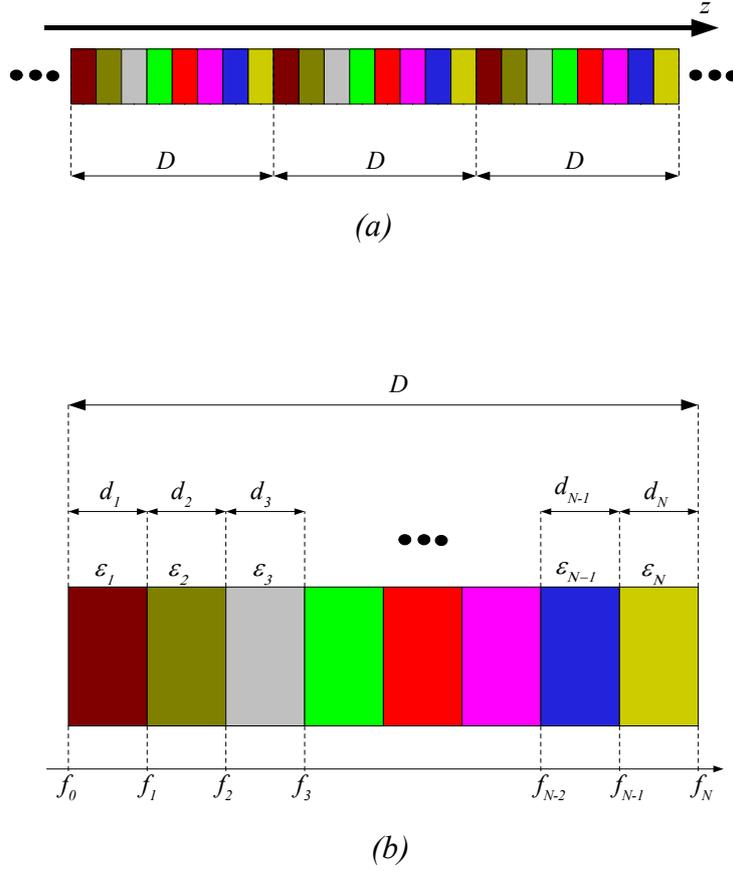


Figura 5.1: Geometría de una heteroestructura unidimensional. En (a) ilustramos el cristal infinito y en (b) ilustramos la supercelda.

La función dieléctrica en la SC es

$$\varepsilon(z) = \sum_{i=1}^{i=N} \varepsilon_i \{ \Theta [z - f_{i-1}] - \Theta [z - f_i] \}, \quad (5.9)$$

donde $\Theta(x)$ es la función de Heaviside. La función dieléctrica se describe en términos de la serie de Fourier como

$$\varepsilon(z) = \sum_{G_z} \varepsilon(G_z) e^{iG_z z}, \quad (5.10)$$

donde los coeficientes son obtenidos mediante

$$\varepsilon(G_z) = \frac{1}{D} \int_0^D \varepsilon(z) e^{-iG_z z} dz. \quad (5.11)$$

Integrando sobre la SC tenemos

$$\varepsilon(G_z) = \frac{1}{D} \left[\sum_{i=1}^{i=N} d_i \varepsilon_i \right] \delta_{G_z,0} - \frac{1}{D} \frac{1}{iG_z} \left[\sum_{i=1}^{i=N} \varepsilon_i (e^{-iG_z d_i} - e^{-iG_z d_{i-1}}) \right] (1 - \delta_{G_z,0}). \quad (5.12)$$

Este coeficiente de Fourier se introduce en la ecuación de eigenvalores para realizar el cálculo numérico de manera estándar. [99]

5.3. Velocidad de grupo

El concepto de velocidad de grupo ha sido considerado de importancia fundamental para el estudio de diferentes fenómenos de interés tecnológico [86]. La velocidad de grupo se define mediante la relación

$$v_g(k, \omega) = \frac{d\omega}{dk}. \quad (5.13)$$

Es posible obtener $v_g(\omega)$ directamente de la relación de dispersión utilizando diferencias finitas

$$v_g(k_i, \omega_i) = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{\omega(k_{i+1}) - \omega(k_i)}{k_{i+1} - k_i}. \quad (5.14)$$

Como un primer ejemplo consideramos la estructura de bandas para dos diferentes celdas unitarias (CU), ambas de un tamaño d . En la figura 5.2(a) mostramos la CU-*a* que está compuesta por los materiales $n_1 = 1.0$ y $n_2 = \sqrt{13}$, cuyos espesores son $d_1 = d_2 = d/2$. El factor de llenado de la CU es f_{CU} y se define como el espacio ocupado por el material de alto índice de refracción sobre el espacio total, en este caso para la CU-*a* tenemos $f_{CU} = 0.5$. En la figura 5.2(b) mostramos la CU-*b* que está compuesta por los mismos materiales, pero en donde los espesores son diferentes. Ahora $d'_1 = 0.68d$ y $d'_2 = 0.32d$. El factor de llenado en este caso es $f'_{CU} = 0.32$.

En la figura 5.3 presentamos estructuras de bandas y velocidad de grupo para la CU-*a* (con líneas) y para la CU-*b* (con puntos). En la figura 5.3(a) se muestra la Estructura de Bandas en la Zona Reducida (EBZR). La estructura *a* presenta 5 bandas en el rango de la gráfica. La estructura *b*, por su parte, presenta 4. En la figura 5.3(b) presentamos la Estructura de Bandas en la Zona Extendida (EBZE). La primera banda de las estructuras *a* y *b* es similar. A continuación de una región de energía en donde existe una ausencia de estados para ambas estructuras, existen estados permitidos para una o para otra estructura. En la figura 5.3(c) mostramos la $v_g(\omega)$ para cada estructura.

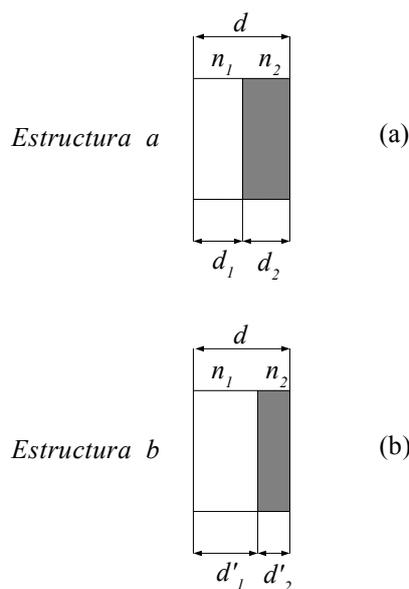


Figura 5.2: Celdas unitarias de las estructuras a y b.

5.4. Heteroestructuras

En la figura 5.4 mostramos varias superceldas correspondientes a heteroestructuras compuestas por CU-*a* y CU-*b*. El factor de llenado de la superestructura (f_H) lo definimos como el espacio ocupado por las CU-*a* sobre el espacio total de la supercelda (SC), $D = 10d$ en la figura 5.4(a) tenemos que toda la superestructura está compuesta por CU-*a*, así que el factor de llenado es $f_H = 1$. En la figura 5.4(b) existen dos CU-*b*, de manera que $f_H = 4/5$. Los paneles (c) y (d) ilustran los factores de llenado $f_H = 3/5$ y $f_H = 2/5$, respectivamente. En la figura 5.4(e) solo existen dos CU-*a* así que $f_H = 1/5$. Por último, el panel (f) muestra una heteroestructura compuesta únicamente de CU-*b*, cuyo factor de llenado es entonces $f_H = 0$.

En la figura 5.5 mostramos la estructura de bandas en la zona reducida de la supercelda (EBZRSC) y la $v_g(\omega)$ para diferentes f_H . En los paneles (a)-(b), (c)-(d), (e)-(f), (g)-(h), (i)-(j) y (k)-(l) presentamos nuestros resultados para $f_H = 1, 4/5, 3/5, 2/5, 1/5$ y 0, respectivamente. Se observa que partiendo de una SC con $f_H = 1$ [panel (a)] compuesta en su totalidad de CU-*a*, al incrementarse el número de CU-*b* la EBZRSC y la $v_g(\omega)$ se modifican.

Al observar la figura 5.5(a) pareciera que estuviera construida *doblando* 10 veces la línea sólida de la figura 5.3(a). Esto es de esperarse dado que ambas gráficas representan la relación de dispersión de un mismo sistema físico. El efecto señalado es debido a la definición de celda unitaria en cada caso, para la figura 5.3(a) el bloque unitario se conforma por una CU-*a* [figura 5.2(a)], mientras que en la otra figura la SC está construida con 10 de estos bloques [figura 5.4(a)]. El resultado es que la zona reducida se hace 10 veces más pequeña, compactando la representación. Lo mismo puede afirmarse acerca de la figura 5.5(k) y la relación de dispersión representada por la línea punteada de la figura 5.3(a), la base en esta última es una CU-*b* mientras que la SC en la figura 5.5(k) se compone por 10 de estos bloques unitarios [figura 5.4(f)].

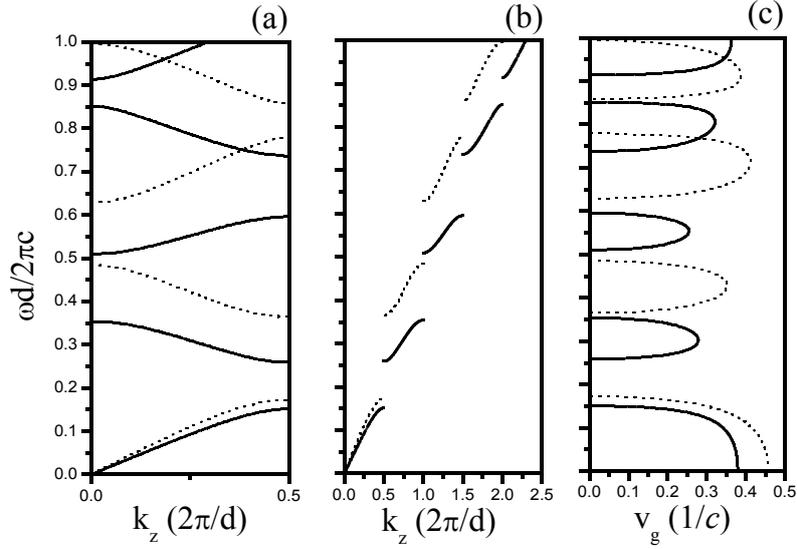


Figura 5.3: Bandas de energía en la zona reducida (a), en la zona extendida (b) y velocidad de grupo (c) para la estructura a (con líneas continuas) y la estructura b (con líneas a trazos).

Las bandas de las heteroestructuras mixtas [páneos (c),(e), (g) e (i) de la figura 5.5] muestran una pendiente bastante plana, esto se debe a que corresponden a modos muy confinados. Por ejemplo, la figura 5.5(c) pertenece a una SC conformada por 8 CU-*a* y 2 CU-*b*, la mayor parte de las bandas son de poca pendiente entre 0.2 y 0.6. Éstas corresponden a modos que oscilan en CU-*a* pero decaen en CU-*b*. Esta falta de conectividad provoca una degeneración de los modos de oscilación, aplanando la banda y disminuyendo la velocidad de grupo [figura 5.5(d)]. Este comportamiento se acentúa en los páneos (e) y (g), cambiando paulatinamente su carácter conforme disminuye f_H hasta que en la figura 5.5(i) la mayor parte de las bandas planas entre 0.38 y 0.8 corresponden a modos que oscilan en CU-*b* y decaen en CU-*a*. Finalmente en la figura 5.5(k), cuando $f_H = 0$ la relación de dispersión corresponde totalmente a oscilaciones en celdas de tipo CU-*b*.

La disminución de la velocidad de grupo en las bandas planas de los casos $f_H = 4/5, 3/5, 2/5, 1/5$ y la falta de conectividad de estos modos de oscilación tienen por consecuencia que sean frecuencias ineficientes para el transporte de energía y además de difícil excitación. Nuestra propuesta es que mediante la identificación de las regiones donde $v_g(\omega)$ sea pequeña o cero, podamos identificar las regiones en donde no exista transmisión de luz. De particular importancia es el par de páneos (e)-(f) y (g)-(h), correspondientes a $f_H = 3/5$ y $f_H = 2/5$. En estas figuras se ilustra la situación en donde a pesar de que la estructura de bandas [páneos (e) y (g)] muestran una buena cantidad de estados de energía permitidos, la velocidad de grupo en los páneos (f) y (h) predice una región de banda de energía prohibida desde $\omega d/2\pi c = 0.195$ a $\omega d/2\pi c = 0.78$.

Para comprobar la baja transmisión que presentan las bandas planas en las heteroestructuras mixtas, en la figura 5.6 mostramos la transmisión de luz calculada con el método de matriz de transferencia (MMT) para $f_H = 1, 4/5, 3/5, 2/5, 1/5$ y 0 en los páneos (a)-

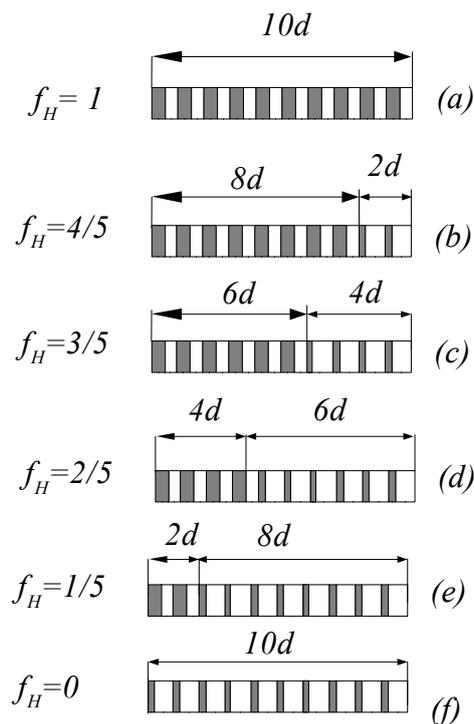


Figura 5.4: Supercelda de la heteroestructura para diferentes factores de llenado f_H .

(f), respectivamente. En todos los casos la luz se transmite a través de una SC, es decir, recorre una distancia $10d$, siendo el medio de incidencia y transmisión el aire. Se observa que la superestructura mixta con factores de llenado $f_H = 3/5$ y $f_H = 2/5$ correspondientes a los paneles (c) y (d) presentan la más baja transmisión, como es predicho con el cálculo de la velocidad de grupo.

5.5. Conclusiones

Hemos presentado una forma novedosa de identificar bandas prohibidas gigantes en heteroestructuras a partir del cálculo de la velocidad de grupo. Ésta estrategia de unir cristales fotónicos de modestas propiedades ópticas para lograr espejos de rangos gigantes abre el camino para la utilización tecnológica de estructuras de bajo índice de refracción.

A pesar de que el cálculo de la velocidad de grupo, nos confirma la existencia de gaps gigantes en la heteroestructura, en los capítulos posteriores se abordará un método diferente que nos permitirá diseñar heteroestructuras para ensanchar el gap a conveniencia, es decir, que podamos “construir” heteroestructuras de cristal fotónico con gaps de energía tan grandes como queramos dentro del espectro electromagnético.

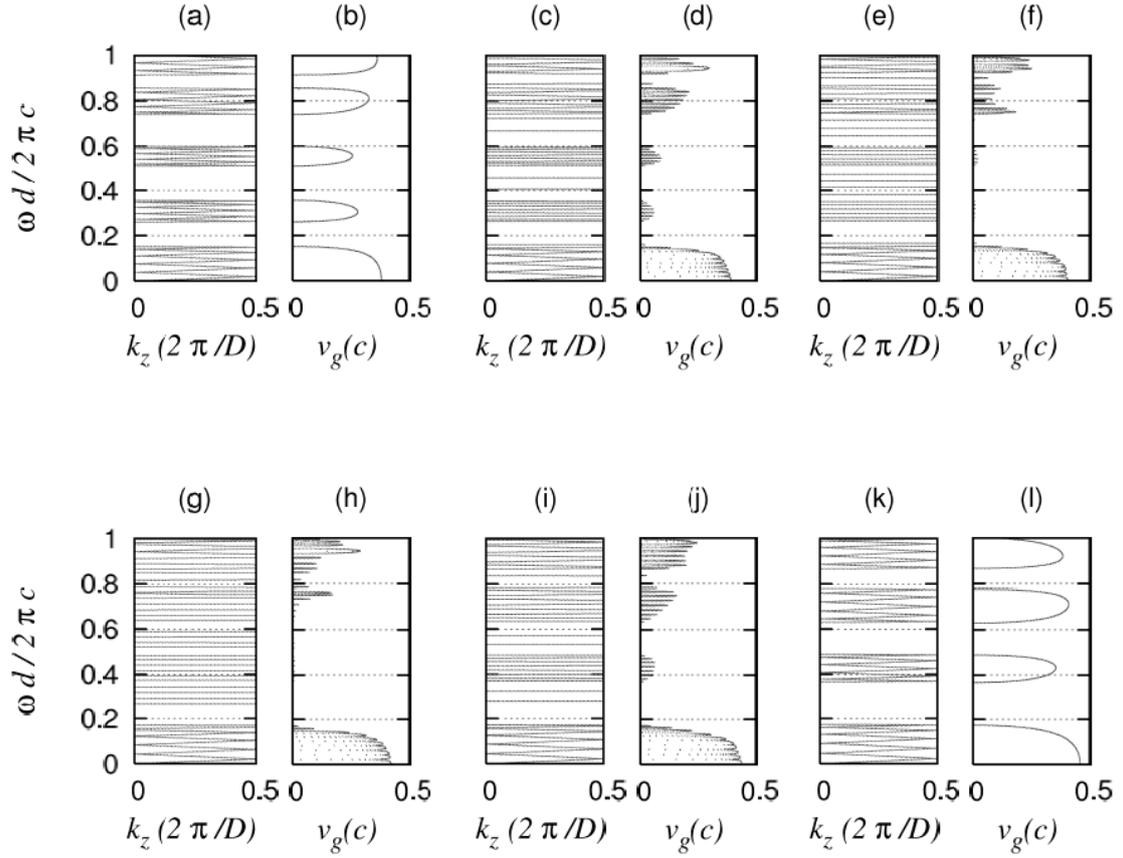


Figura 5.5: Estructura de Bandas en la Zona Reducida de la Supercelda y $v_g(\omega)$ para los correspondientes factores de llenado a,b) $f_H = 1$, c,d) $f_H = 4/5$, e,f) $f_H = 3/5$, g,h) $f_H = 2/5$, i,j) $f_H = 1/5$ y k,l) $f_H = 0$.

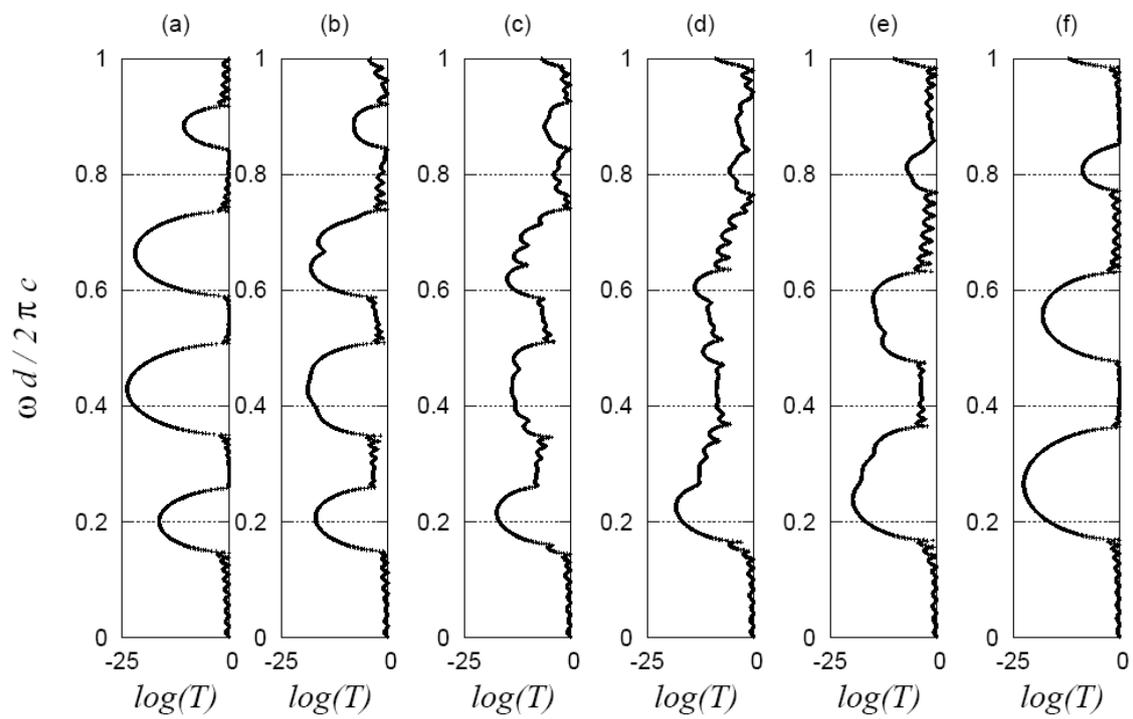


Figura 5.6: Transmisión de luz para los factores de llenado a) $f_H = 1$, b) $f_H = 4/5$, c) $f_H = 3/5$, d) $f_H = 2/5$, e) $f_H = 1/5$ y f) $f_H = 0$.

Capítulo 6

Gap gigante en heteroestructuras de silicio poroso

En este capítulo, demostramos que una serie de cristales fotónicos 1D de bajo contraste en el índice de refracción puede exhibir un gap completo en todo el rango del visible. Este reflector dieléctrico consiste en la combinación de tres subespejos de silicio poroso del mismo índice de refracción, pero de diferentes períodos. Presentamos una manera simple para incrementar el ancho del gap, para construir un espejo en el visible completo con el mínimo número de períodos. También estudiamos el papel de la absorción en las propiedades ópticas de una heteroestructura.

6.1. Introducción

Recientemente gran cantidad de investigación ha sido dedicada a espejos dieléctricos de silicio poroso tanto experimental [96, 68, 69, 98, 100, 71, 72, 101] como teóricamente [102, 103, 104, 91, 105, 41, 106, 107, 108, 92, 63, 109, 110, 70, 111] debido a sus pérdidas extremadamente bajas en frecuencias ópticas e infrarrojas, comparadas con los espejos metálicos tradicionales. La tecnología de silicio poroso permite obtener reflectores con el 100 % de eficiencia mediante la construcción de estructuras con variación periódica de los materiales con índices de refracción alto y bajo. Esta estructura periódica es un cristal fotónico unidimensional (CF-1D) debido a que el fenómeno de interferencia da lugar a una estructura de bandas fotónicas. En la región de bandas prohibidas la luz incidente no puede propagarse y toda la luz es reflejada. La tecnología de silicio poroso es una técnica experimental fácil, barata y flexible para la fabricación de CF en una, dos y tres dimensiones [112]. En particular, el grado de control de la técnica experimental para la construcción de CF-1D o *multicapa* es impresionante [98]. Ésta ha sido reportada en la fabricación de varios tipos de heteroestructuras. Una heteroestructura es hecha por la combinación de dos o más CF diferentes. Ha sido reportada la fabricación de espejos de heteroestructuras *chirped* [68, 69] y de distribución Gaussiana del índice de refracción [71, 72]. Ha sido explorado también el diseño de reflectores de gran espectro usando algoritmos genéticos [111] y de Fibonacci [73]. Todos esos trabajos intentan optimizar heteroestructuras fotónicas a fin de proponer un espejo más eficiente, compacto y simple (si es posible), con el mayor rango de operación.

En este capítulo, mostramos una manera de diseñar una heteroestructura capaz de bloquear la luz en un rango de frecuencias tan grande como se desee usando espejos de silicio poroso de bajo contraste de índice de refracción. La mayoría de los trabajos recientes han reportado resultados en el rango de las telecomunicaciones ($1.5\mu m$) [98, 100, 71, 72, 101, 102, 103, 104, 91, 105, 41, 106, 107, 108, 92, 63]. Por otro lado, en el rango del visible solamente existen pocos reportes. [68, 69, 106]. En uno de esos trabajos se ha diseñado y fabricado un espejo con un rango de operación desde $0.39\mu m$ a $0.65\mu m$ [69].

A nuestro conocimiento, sólo en la referencia [69], ha sido reportado un espejo para el rango completo del visible. Esta estructura está basada en una configuración chirped que necesita un alto número de capas para obtener el reflector. En este capítulo presentamos un diseño alternativo y más compacto de un espejo con rango de operación en todo el rango del visible.

6.2. Teoría

Se considera un arreglo de capas alternadas con índices de refracción n_H y n_L ($n_H > n_L$) con espesor de las capas d_H y d_L , respectivamente. En la 6.1(a) presentamos el cristal fotónico infinito que se obtiene por la repetición de una celda unitaria mostrada en la figura 6.1(b).

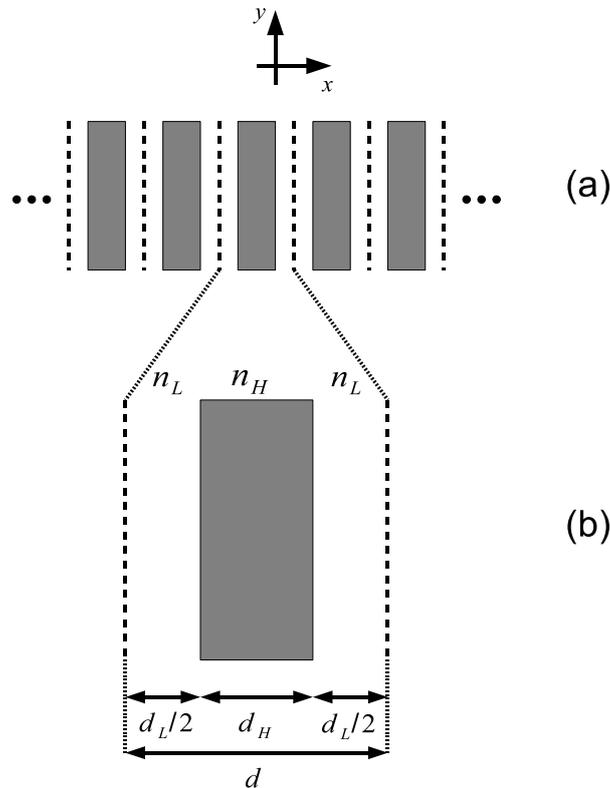


Figura 6.1: (a) Geometría de una multicapa infinita de silicio poroso.
 (b) Geometría de la celda unitaria con anchura $d = d_H + d_L$.

Es conveniente escribir la ecuación de eigenvalores numérica de la ecuación de onda, de forma que pueda ser determinada la estructura de bandas fotónicas para un cristal con cualquier período d , con lo que obtendremos

$$\sum_{n'} \alpha(n - n')(k_{red} + n')^2 E_y(n') = \omega_{red}^2 E_y(n), \quad (6.1)$$

donde ha sido introducido $k_{red} = kd/2\pi$ y $\omega_{red} = \omega d/2\pi c$ como el vector de onda y frecuencia reducida, respectivamente. Usando la identidad $\omega = 2\pi c/\lambda$, la frecuencia puede escribirse también como

$$\omega_{red} = \frac{d}{\lambda}. \quad (6.2)$$

6.3. Incremento del gap fotónico

En la figura 6.2(a) se muestra una estructura de bandas típica para una multicapa infinita de silicio poroso. Los índices de refracción son $n_H = 1.95$ y $n_L = 1.4$, los cuales fueron tomados de la referencia experimental [69], en la que se reportó la fabricación de un espejo formado con heteroestructuras de cristal fotónico unidimensional utilizando precisamente el mismo material y donde se mostró que a pesar de que esta estructura posee bajo contraste de los índices de refracción y sea un material absorbente y dispersivo, no se observan franjas de interferencia debido a la absorción y se obtiene un gap completamente definido cuando se calculan las bandas de ese cristal fotónico, tal y como se observa en la misma figura 6.2(a). Con el propósito de maximizar el gap fotónico, se determina el ancho de las capas por medio de la condición de cuarto de onda [68]. Los espesores para los materiales con índices de contraste altos y bajos son $d_H = 0.4179d$ y $d_L = 0.5821d$, respectivamente. En el pánel (b) se tiene la reflexión de la luz para una multicapa finita compuesta por 14 períodos que han sido calculados usando el método de matriz de transferencia. Se observa que el primer gap está rodeado por los límites superior e inferior ω_{red}^+ y ω_{red}^- , respectivamente.

Acorde a la ecuación (6.2) los límites del gap entonces ser an definidos como:

$$\lambda^+ = \frac{d}{\omega_{red}^-}, \quad (6.3)$$

$$\lambda^- = \frac{d}{\omega_{red}^+}. \quad (6.4)$$

En la figura 6.3(a) se grafica λ^+ y λ^- como una función de d . Incluso, si los límites ω_{red}^+ y ω_{red}^- son adimensionales, los límites de la longitud de onda del gap cambian como función de d . Se escogen tres diferentes CF-1D o subespejos d_I , d_{II} y d_{III} . Cada subespejo bloquea un cierto rango de longitudes de onda. En el pánel (b) se muestra con cuadrados,  irculos y triángulos la reflexión de la luz para los períodos d_I , d_{II} y d_{III} , respectivamente. Para cada caso los límites del gap se muestran en el cuadro 6.1.

Una idea natural para incrementar el ancho de la banda es poner estos tres subespejos juntos. En la figura 6.4(a) se presenta la heteroestructura del espejo compuesta por tres diferentes subespejos de períodos d_I , d_{II} y d_{III} . Se considera que cada subespejo tiene

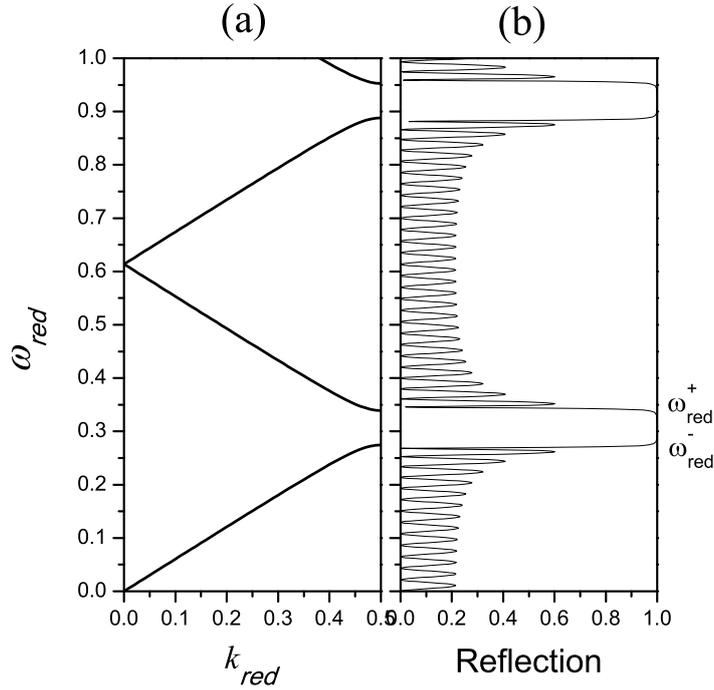


Figura 6.2: Pánel (a). Estructura de bandas para un cristal fotónico unidimensional Pánel (b). Reflexión de la luz en una multicapa infinita compuesta por 14 períodos d .

catorce celdas unitarias en total 72 bicapas de alto y bajo índices de refracción. La reflexión de la luz de ésta estructura es presentada en la figura 6.4(b). Se puede observar que existe un espejo completo en el rango de $381nm - 719nm$. En la referencia [69] se ha reportado un espejo basado en una heteroestructura *chirped* con un rango de operación similar. Sin embargo para construir este espejo es necesario preparar 308 bicapas. Por el contrario la heteroestructura optimizada de la figura 6.4 necesita solo 23% del número de capas del espejo reportado en [69].

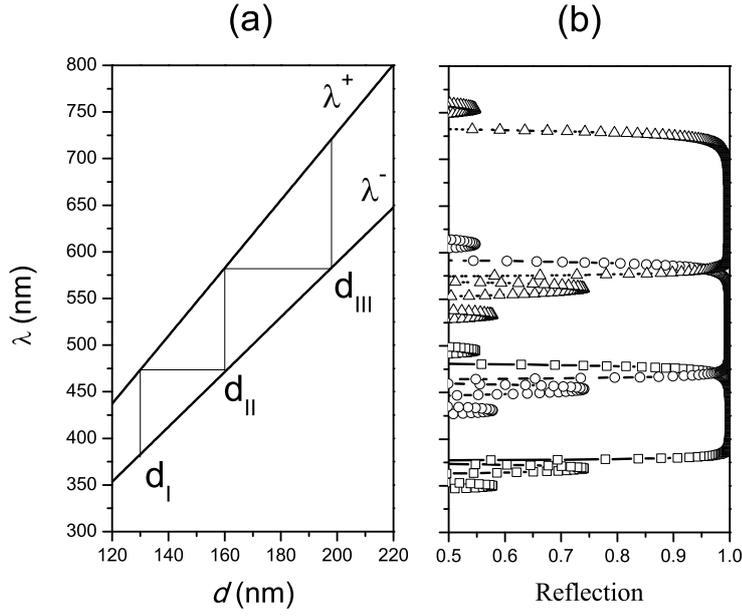


Figura 6.3: Pánel (a). Variación de los límites del gap como una función del período d . Pánel (b). Reflexión de la luz para un CF-1D de período d_I (Cuadrados), d_{II} (Círculos) y d_{III} (Triángulos).

Cuadro 6.1: Límites de los gaps para los subespejos de períodos d_I , d_{II} y d_{III} .

Período	λ^-	λ^+
$d_I = 130 \text{ nm}$	381 nm	473 nm
$d_{II} = 160 \text{ nm}$	473 nm	581 nm
$d_{III} = 198 \text{ nm}$	581 nm	719 nm

6.4. El rol de la absorción

En esta sección se investiga el rol de la absorción en las propiedades ópticas de la heteroestructura en el espejo. Recientemente el rol de la absorción ha sido investigado para los CF con constituyentes semiconductores [113, 26, 80, 114]. Se ha demostrado por varios autores que la presencia de pérdidas introduce efectos de interferencia en los CF.

Con el propósito de investigar el rol de la absorción, se considera que ambos índices de contraste tienen una parte imaginaria finita del índice de refracción. Podemos considerar, sin ser realistas, los índices como $n_a = 1.95 + 1.001i$ y $n_b = 1.4 + 1.001i$, donde la contribución de la parte imaginaria es suficiente para que observemos en la figura 6.5, como se afectan la reflexión de la luz (línea sólida), la transmisión (línea a trazos) y la absorción (línea punteada) para cada uno de los 3 subespejos. En el pánel (a), (b) y (c) se muestran las propiedades ópticas para los espejos de catorce celdas unitarias con períodos d_I , d_{II} y d_{III} respectivamente. Se puede observar que para cada subespejo, la calidad y el rango

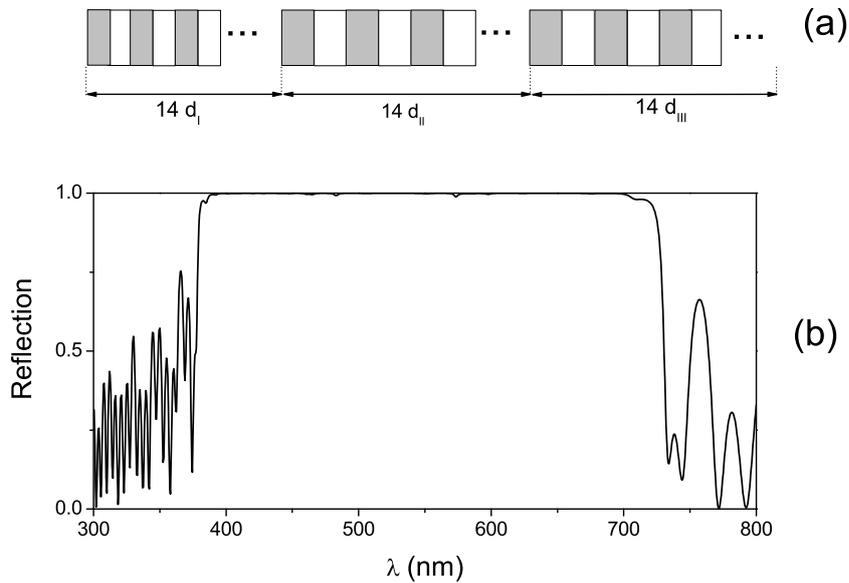


Figura 6.4: Pánel (a). Ilustración de la Heteroestructura del espejo compuesta por tres subespejos de diferentes períodos. Pánel (b), reflexión de la heteroestructura para el rango del visible.

de reflexión es preservada en la longitud de onda que corresponde al gap, sin embargo, un cierto grado de absorción aparece en cada subespejo fuera del gap aún para esta pequeña contribución de la parte imaginaria del índice de refracción.

Ahora exploramos el rol de la absorción en la heteroestructura del espejo. En la figura 6.6, se presentan tres posibles configuraciones de la heteroestructura con un haz incidente de izquierda a derecha. Primero, en el pánel (a) se tiene el subespejo de período d_I , y después los subespejos de períodos d_{II} y d_{III} , respectivamente. Segundo en el pánel (b) se tiene primero el subespejo de período d_{II} y a continuación los subespejos de períodos d_{III} y d_I . Finalmente se tiene en el pánel (c) primero el subespejo de período d_{III} y después los subespejos de períodos d_I y d_{II} .

De la figura 6.6 se puede observar que debido a la presencia de absorción la heteroestructura del espejo se vuelve imperfecto para todos los casos. Sin embargo, la absorción es diferente para los tres casos. Siempre existe un espejo perfecto en el rango que se relaciona con la posición del primer subespejo. Se observa que en el pánel (a), el primer subespejo (de izquierda a derecha) tiene un período d_I , entonces se tiene un espejo perfecto en el rango de los 381-473 nm. En el pánel (b) el primer subespejo existe solo en el rango 473-581 nm. Fuera de este rango, la heteroestructura del espejo es menos efectiva. Para el pánel (c) se tiene una situación similar. Se concluye que en la presencia de absorción la calidad de las heteroestructuras en el espejo, es sensible al orden de acomodo de los subespejos.

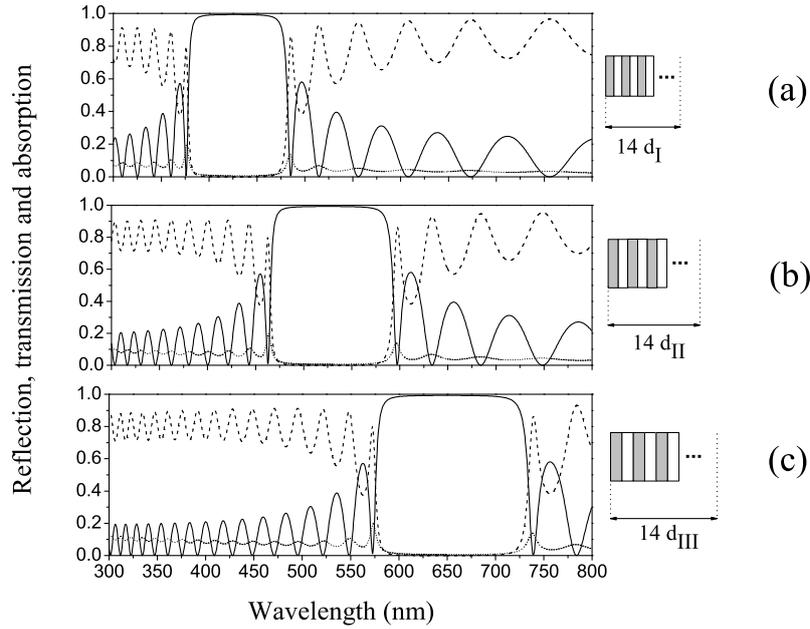


Figura 6.5: Reflexión (línea sólida), Transmisión (línea enguionada) y Absorción (línea punteada) para cada subespejo que conforma la heteroestructura.

6.5. Conclusiones

Se ha presentado una estrategia simple para diseñar un espejo en base a una heteroestructura de silicio poroso con un rango operación completamente en el visible. El método de optimización puede ser resumido en tres pasos. Primero, el cálculo de la estructura de bandas en términos de unidades reducidas para determinar ω_{red}^+ y ω_{red}^- . Segundo, la determinación de los gaps $[\lambda^+$ y $\lambda^-]$ como función de d . Finalmente, la construcción de la escalera para escoger los períodos requeridos para cubrir el rango de operación deseado.

El método presentado en este trabajo permite el diseño de heteroestructuras de cristal fotónico de bajo índice de refracción con gaps fotónicos tan grandes como se requieran.

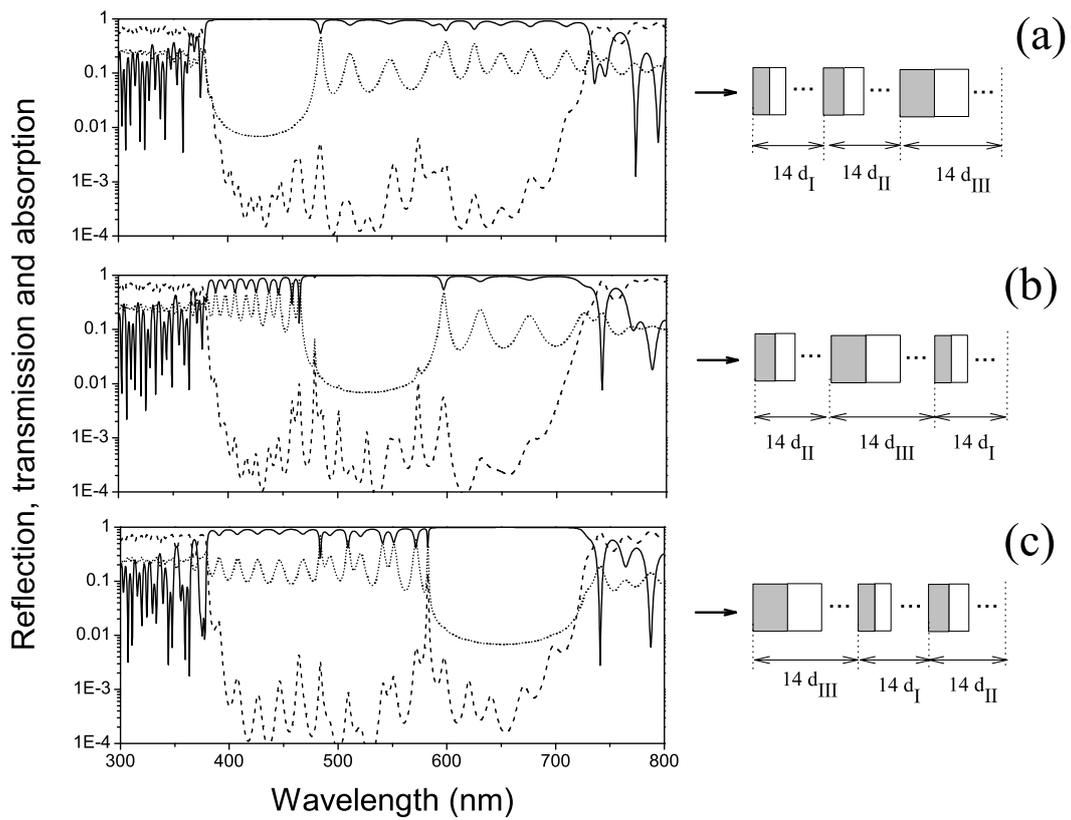


Figura 6.6: Intercambio de Posición de cada subespejo en los paneles (a) ,(b) ó (c) se puede observar que el cambio de posición presenta un cambio en la absorción (línea punteada) afectando el rango de espejo perfecto.

Capítulo 7

Gaps gigantes en el infrarrojo

En este capítulo mostramos que es posible construir un gap gigante en el rango del infrarrojo usando un cristal fotónico 1D de silicio poroso. El diseño está basado en unir subredes de cristal fotónico del mismo contraste en el índice de refracción, pero con diferentes períodos. De esta manera, podemos aumentar el pequeño gap que se obtiene de los cristales binarios de silicio poroso. La idea principal de este capítulo es aumentar el gap fotónico en el rango del infrarrojo utilizando el principio de escalamiento de la ecuación de eigenvalores.

7.1. Teoría

Considérese un CF hecho a partir de una repetición infinita de la celda unitaria ilustrada en la figura 7.1. La celda unitaria está compuesta por dos materiales, uno de alto (n_H) y otro de bajo (n_L) índice de refracción. El ancho de cada capa es d_H y d_L , respectivamente. La celda unitaria tiene un ancho $d = d_H + d_L$. La estructura de bandas fotónicas es obtenida usando una fórmula analítica derivada por Yeh *et al* [62];

$$\cos(kd) = \cos\left(\frac{n_H \omega d_H}{c}\right) \cos\left(\frac{n_L \omega d_L}{c}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_H}{n_L} + \frac{n_L}{n_H}\right) \sin\left(\frac{n_H \omega d_H}{c}\right) \sin\left(\frac{n_L \omega d_L}{c}\right); \quad (7.1)$$

k , ω y c son la magnitud del vector de onda, la frecuencia y la velocidad de la luz, respectivamente. Es conveniente escribir la ecuación en la forma:

$$\cos(kd) = \cos(2\pi n_H f_H \Omega) \cos(2\pi n_L f_L \Omega) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_H}{n_L} + \frac{n_L}{n_H}\right) \sin(2\pi n_H f_H \Omega) \sin(2\pi n_L f_L \Omega), \quad (7.2)$$

donde ha sido introducido el factor de llenado como el espacio ocupado por cada material en la celda unitaria $f_H = d_H/d$ y $f_L = d_L/d$. La frecuencia reducida es

$$\Omega = \frac{d}{\lambda}, \quad (7.3)$$

donde $c = \lambda/\tau$ y $\omega = 2\pi/\tau$.

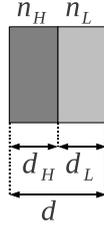


Figura 7.1: Celda unitaria compuesta de dos materiales con índices n_H y n_L .
El ancho de la celda unitaria es $d = d_H + d_L$.

Considérese una celda unitaria compuesta por dos materiales con índices de refracción alto y bajo, $n_H = 2.2$ y $n_L = 1.4$ tal y como se utilizó en la referencia experimental [69] para fabricar un espejo dieléctrico que refleja la radiación electromagnética en el rango de las longitudes de onda del infrarrojo cercano, y que además no muestra efectos de absorción cuando se calculan las bandas y la transmisión para ese sistema con tales parámetros. Los factores de llenado que optimizan el ancho de la primera estructura de bandas son calculados utilizando la condición de cuarto de onda $n_H d_H = n_L d_L = \lambda/4$, [115] obteniendo $f_H = 0.39$ y $f_L = 0.61$, respectivamente. En la figura 7.2 se presenta la estructura de bandas fotónicas. La zona gris es el primer gap el cual está limitado por un nivel inferior y superior de frecuencia reducida con valores $\Omega^+ = 0.33$ y $\Omega^- = 0.25$, respectivamente. Estos límites pueden relacionarse con la longitud de onda utilizando la ecuación (7.3)

$$\lambda^+(d) = \frac{d}{\Omega^-}, \quad (7.4)$$

$$\lambda^-(d) = \frac{d}{\Omega^+}. \quad (7.5)$$

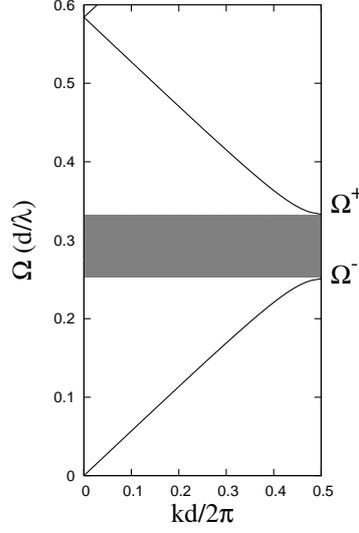


Figura 7.2: Estructura de bandas de un cristal con índices de refracción $n_H = 2.2$ y $n_L = 1.4$. Los factores de llenado son $f_H = 0.39$ y $f_L = 0.61$. El gap tiene una frecuencia límite reducida superior e inferior de $\Omega^+ = 0.33$ y $\Omega^- = 0.25$, respectivamente.

En la figura. 7.3(a) se grafica en la zona gris el incremento del gap como una función del período d . Los límites superior e inferior del gap son $\lambda^+(d)$ y $\lambda^-(d)$, respectivamente. Para diseñar una Heteroestructura con un gap gigante, se apilan juntas las redes de CF o subespejos de diferentes períodos tal que los gap individuales se superpongan. En el pánel (b) se ilustra la superposición de los gap de dos redes cristalinas de períodos d_i y d_{i+1} . El subespejo de período d_i (d_{i+1}) tiene límites superior e inferior de λ_i^+ (λ_{i+1}^+) y λ_i^- (λ_{i+1}^-), respectivamente. El propósito es el de escoger los períodos tal que el superior sea igual al límite inferior del siguiente subespejo, tal y como sigue.

$$\lambda^+(d_i) = \lambda^-(d_{i+1}). \quad (7.6)$$

Usando las ecuaciones (7.4), (7.5) y (7.6) esta relación puede ser escrita como la regla para los períodos de la siguiente forma:

$$d_{i+1} = \frac{\Omega^+}{\Omega^-} d_i. \quad (7.7)$$

La figura. 7.4 presenta en el pánel (a) una heteroestructura de CF formada por dos subespejos con una red de período d_i y $d_i + 1$, respectivamente. Cada subespejo tiene M períodos de celdas unitarias. En el pánel (b) se ilustra la superposición de los gap para cada subespejo para hacer una heteroestructura con gap más amplio.

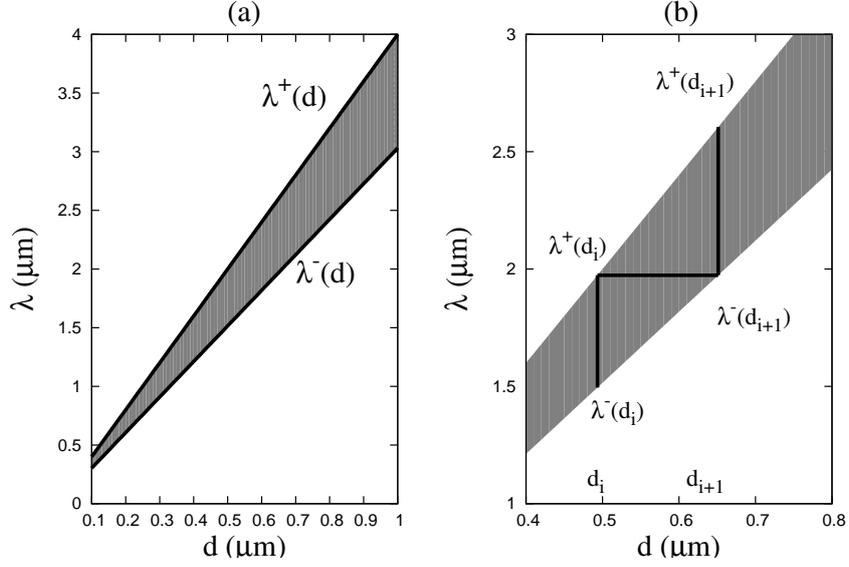


Figura 7.3: Variación del gap (zona gris) como una función del período. En el pánel (a) se presenta la variación de los límites $\lambda^+(d)$ y $\lambda^-(d)$ como una función de d . El pánel (b) ilustra el incremento de los gap tomando dos redes de CF con períodos d_i y d_{i+1} .

7.2. Resultados Numéricos

Con el propósito de presentar un método para diseñar una heteroestructura de cristal fotónico con un gap gigante se considerará el caso de un espejo en el rango del infrarrojo cercano y que incluya al infrarrojo de onda corta, utilizado en telecomunicaciones, específicamente con límites de frecuencia superior e inferior de $\lambda_{high} = 3.0 \mu m$ y $\lambda_{low} = 0.65 \mu m$, respectivamente. Para seleccionar el grosor del primer subespejo d_1 , se considera que el límite de frecuencia inferior $\lambda^-(d_1)$ es igual al límite de frecuencia inferior de la heteroestructura del espejo, λ_{low} . Esta condición puede ser escrita en la forma:

$$\lambda(d_1) = \lambda_{low}. \quad (7.8)$$

El primer período del subespejo es obtenido usando la relación

$$d_1 = \frac{\lambda_{low}}{\Omega^+}. \quad (7.9)$$

Para determinar en los subespejos siguientes los períodos d_i ($i > 1$) se usa la ecuación (7.7). Para cada subespejo, los límites de frecuencia inferior y superior son calculados usando las ecuaciones (7.4) y (7.5). La idea es calcular el período y los límites de frecuencia para N subespejos hasta que la condición se haya alcanzado, donde el límite de frecuencia superior del subespejo N es mayor que el límite de frecuencia superior de la heteroestructura deseada para el espejo λ_{high} ,

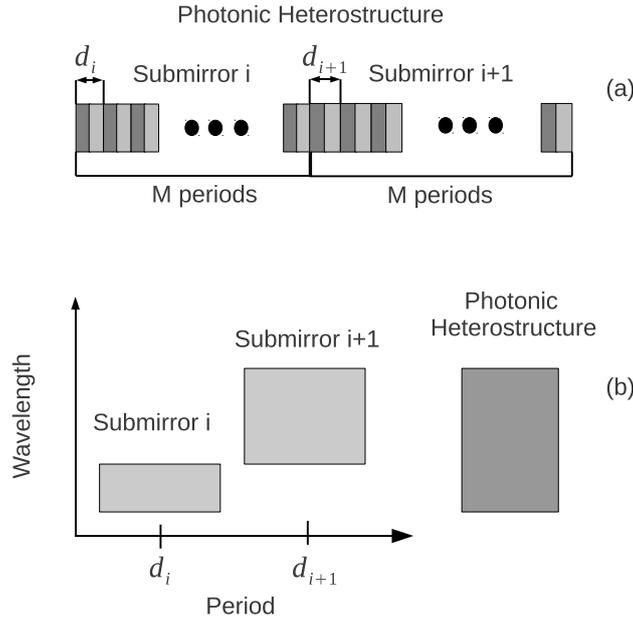


Figura 7.4: Esquema de la heteroestructura compuesta por la adición de dos subespejos de períodos d_i y d_{i+1} . Pánel (a) muestra la heteroestructura compuesta por la unión de dos subespejos. En pánel (b) se presenta la representación de la superposición de los gap.

$$\lambda^+(d_N) > \lambda_{high} \quad (7.10)$$

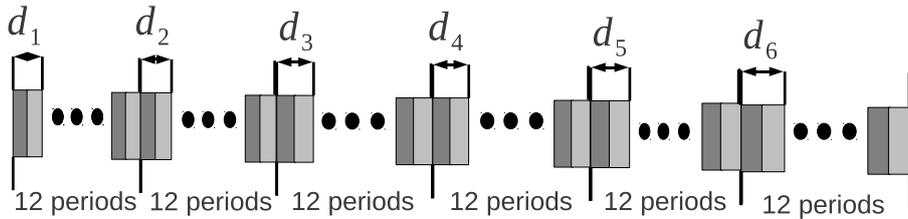


Figura 7.5: Esquema de la heteroestructura de cristal fotónico compuesta por 6 subespejos. Cada subespejo tiene períodos de 12 celdas unitarias.

Se ha encontrado que con 6 subespejos puede cubrirse el rango completo del infrarrojo. En el cuadro 7.1 se presentan los períodos y los límites para los gaps calculados en cada subespejo. La figura 7.5 muestra un esquema de la heteroestructura del cristal fotónico compuesta por seis subespejos, donde cada subespejo posee doce celdas unitarias. La heteroestructura completa tiene 72 celdas unitarias. En la figura 7.6 se presentan la reflexión de la luz calculada de la heteroestructura fotónica. Se observa que la reflexión total se encuentra en el rango $0.65\mu m-3.43\mu m$.

Cuadro 7.1: Tabla de los períodos (d_i) y de los límites de gap superior e inferior (λ_i^+ y λ_i^-) de cada subespejo.

subespejo	d_i (μm)	λ_i^+ (μm)	λ_i^- (μm)
1	0.21	0.85	0.65
2	0.28	1.13	0.85
3	0.37	1.49	1.13
4	0.49	1.97	1.49
5	0.65	2.60	1.97
6	0.86	3.43	2.60

7.3. Discusión

Se ha demostrado que una heteroestructura de silicio poroso de bajo contraste de índice puede ser diseñada a partir de utilizar una regla simple para determinar los períodos. El reflector en el infrarrojo cercano consta de 6 subespejos con 12 celdas unitarias en cada uno. La estructura completa consta de 72 celdas unitarias y refleja la luz en el rango del infrarrojo de $0.65\mu\text{m}$ - $3.43\mu\text{m}$. En comparación con la referencia [69] donde se ha reportado la fabricación de una heteroestructura para un espejo cercano al rango del infrarrojo la cual está compuesta por 45 subespejos de 4 períodos cada uno, obteniendo un total de 180 celdas unitarias. La heteroestructura que se ha diseñado en la sección 7.2 tiene 40 % menos capas en comparación con la referencia [69]. Por otra parte, la fórmula para determinar los subespejos presentada en este capítulo, está basada en la superposición de los gaps, mientras que la razón por la cual se usa la regla empírica en la referencia [69, 68] no es clara, ni permite entender porqué el espejo podría funcionar.

7.4. Conclusiones

Se ha presentado una estrategia simple para diseñar una heteroestructura con gap gigante en el infrarrojo, método que puede ser utilizado para diseñar una heteroestructura con un gap tan grande como se desee y en cualquier rango de frecuencia.

La heteroestructura propuesta basada en silicio poroso ha sido diseñada usando parámetros de índices de refracción y períodos que son compatibles con la tecnología utilizada para el silicio poroso. Estas estructuras tienen un potencial excelente para la integración con tecnología optoelectrónica.

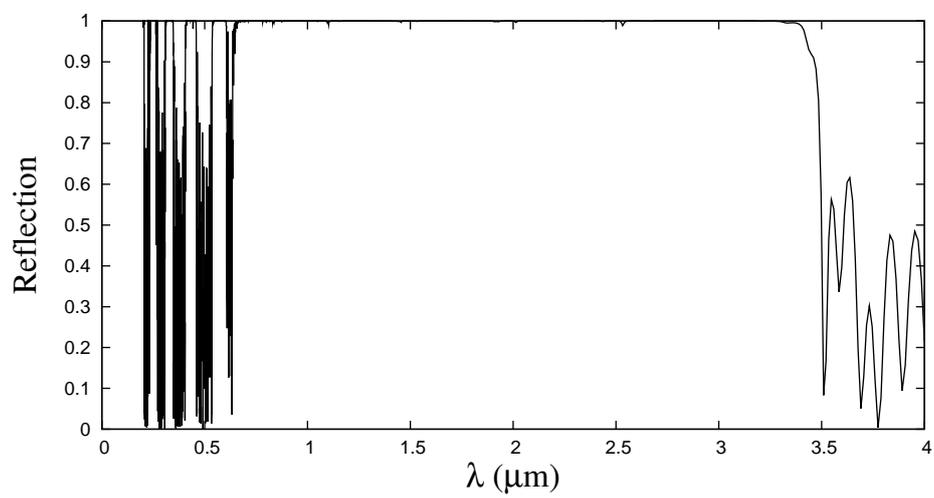


Figura 7.6: Reflexión de la luz de una heteroestructura de cristal fotónico compuesto por seis subespejos. El período para cada subespejo es presentado en el Cuadro 7.1.

Capítulo 8

Gap gigante con reflexión omnidireccional

En este capítulo presentamos el cálculo de un gap gigante omnidireccional. Este reflector perfecto se compone de la unión de diferentes redes de cristal fotónico con el mismo factor de llenado e índice de refracción, pero con diferentes períodos. Usando el principio de escalabilidad de la ecuación de onda presentamos una forma sencilla de aumentar el gap omnidireccional. Aplicamos el método para diseñar un gap omnidireccional en todo el rango del visible.

8.1. Introducción

Si un CF diseñado apropiadamente refleja ondas electromagnéticas incidentes en cualquier ángulo y polarización, se tiene un espejo omnidireccional (EO). Los EOs basados en CF tienen pérdidas despreciables comparadas con los viejos espejos metálicos, especialmente en los rangos del infrarrojo [102, 116]. Los EOs tienen aplicaciones interesantes, como por ejemplo sustratos perfectos para antenas fotónicas [117, 118, 119, 120, 121, 122] y filtros en celdas solares [123, 124], entre otras aplicaciones.

Ha sido demostrado que estructuras unidimensionales de CF-1D (tales como películas delgadas multicapa) pueden comportarse como un EO [102, 106, 104, 103]. Es también conocido que el rango de los EO es determinado por el contraste de las funciones dieléctricas entre los materiales constitutivos, mientras más grande sea el contraste, mayor será el rango. Sin embargo, hay limitaciones prácticas para obtener multicapas con alto contraste dieléctrico [125]. Una consecuencia del pequeño rango de EO que se obtiene de un CF binario es que pocas estructuras pueden ser usadas en situaciones prácticas. Sin embargo, varios autores han demostrado teóricamente que el rango de frecuencias de los EOs puede ser agrandado con el uso de heteroestructuras fotónicas (HF), construidas por la combinación de dos o más CF-1Ds. [65, 126, 127, 128, 129, 130, 109, 131, 132]

Nosotros hemos reportado que es posible ampliar el rango de reflexión total utilizando una HF en el caso de incidencia normal [108, 133, 134]. En este capítulo, basado en una sistemática investigación de las propiedades de CF-1Ds, se presenta un método para ensanchar, tanto como se quiera, el rango de frecuencias de los EOs de HF. La idea central es que los gaps de los EO's se traslapen unos con otros. Se ha diseñado una HF

para un EO gigante compuesto por la unión de varias redes de CFs o subespejos de los mismos materiales y fracciones de llenado, pero de diferentes períodos de red. Se presenta una regla muy simple para determinar los períodos de red usando la escalabilidad de los eigenvalores obtenidos de la ecuación de onda electromagnética.

8.2. Teoría

Comenzaremos nuestro análisis considerando una celda unitaria compuesta de dos materiales de alta (ε_H) y baja (ε_L) funciones dieléctricas como se ilustra en la figura 8.1(a). El tamaño de cada capa es d_H y d_L , respectivamente. La repetición de la celda unitaria en la dirección x da lugar a un cristal fotónico unidimensional infinito, tal cual se ilustra en la figura 8.1(b).

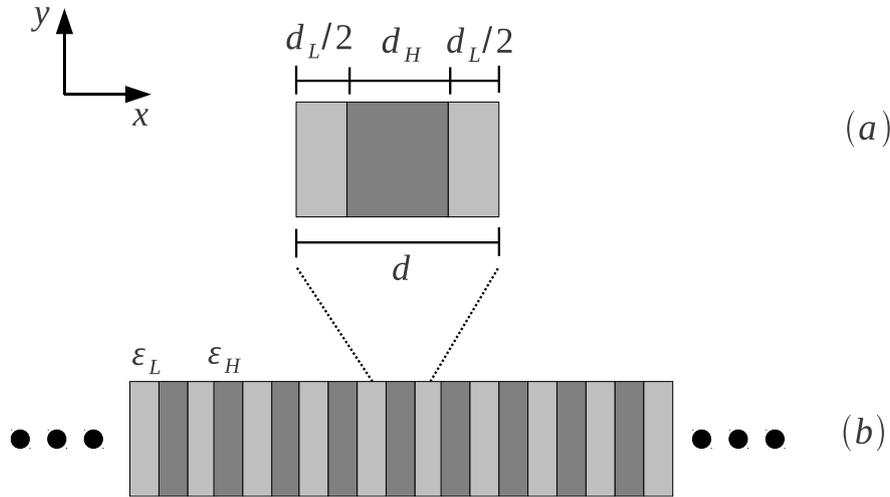


Figura 8.1: Geometría de un cristal fotónico unidimensional. (a) Celda unitaria de tamaño $d = d_H + d_L$. (b) Esquema del cristal infinito.

Consideramos dos modos independientes de vibración en el plano $x - y$. Uno es el modo transversal eléctrico (TE) donde el campo eléctrico es paralelo a la dirección z . El otro es el modo transversal magnético (TM), con el campo eléctrico paralelo al plano $x - y$. Las ecuaciones de onda para los campos transversales $E_z(x, y)$ (polarización TE) y $H_z(x, y)$ (polarización TM) son: [35]

$$\frac{1}{\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_z(x, y) = -\frac{\omega^2}{c^2} E_z(x, y), \quad (8.1)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] H_z(x, y) = -\frac{\omega^2}{c^2} H_z(x, y). \quad (8.2)$$

Para resolver estas ecuaciones, la función dieléctrica se escribe en términos de la serie de Fourier en la forma:

$$\frac{1}{\varepsilon(x)} = \sum_n \alpha(n) e^{i2n\pi x/d}, \quad (8.3)$$

donde n es un número entero. Los coeficientes de Fourier son [57]

$$\alpha(n) = \left\{ \frac{1}{\varepsilon_L} + f \left(\frac{1}{\varepsilon_H} - \frac{1}{\varepsilon_L} \right) \right\} \delta_{n,0} + \left\{ \left(\frac{1}{\varepsilon_H} - \frac{1}{\varepsilon_L} \right) \frac{\sin(f\pi n)}{n\pi} \right\} (1 - \delta_{n,0}), \quad (8.4)$$

donde el factor de llenado es definido como el espacio llenado por la función dieléctrica de alto contraste en la celda unitaria, $f = d_H/d$. Los campos periódicos eléctricos y magnéticos son también escritos en series de Fourier como:

$$E_z(x, y) = \sum_n E_z(n) e^{i(k_x + 2n\pi/d)x + ik_y y}, \quad (8.5)$$

$$H_z(x, y) = \sum_n H_z(n) e^{i(k_x + 2n\pi/d)x + ik_y y}. \quad (8.6)$$

Las ecuaciones (8.5) y (8.6) son sustituidas en las ecuaciones (8.1) y (8.2). Después de algunos cálculos algebraicos se obtienen las ecuaciones de eigenvalores para las polarizaciones TE y TM [108, 57]

$$\sum_{n'} \alpha(n - n') [(k_x + 2n'\pi/d)^2 + k_y^2] E_z(n') = \frac{\omega^2}{c^2} E_z(n), \quad (8.7)$$

$$\sum_{n'} \alpha(n - n') [(k_x + 2n\pi/d)(k_x + 2n'\pi/d) + k_y^2] H_z(n') = \frac{\omega^2}{c^2} H_z(n). \quad (8.8)$$

Si multiplicamos las ecuaciones (8.7) y (8.8) por el factor $[d/(2\pi)]^2$ obtenemos

$$\sum_{n'} \alpha(n - n') [(\kappa_x + n')^2 + \kappa_y^2] E_z(n') = \Omega^2 E_z(n), \quad (8.9)$$

$$\sum_{n'} \alpha(n - n') [(\kappa_x + n)(\kappa_x + n') + \kappa_y^2] H_z(n') = \Omega^2 H_z(n). \quad (8.10)$$

donde se han introducido los vectores de onda reducidos $\kappa_x = k_x d/2\pi$ y $\kappa_y = k_y d/2\pi$. La frecuencia reducida es

$$\Omega = \frac{\gamma d}{c}, \quad (8.11)$$

donde $\gamma = \omega/2\pi$. Las ecuaciones (8.9) y (8.10) definen dos problemas de eigenvalores de la forma $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$. Los eigenvalores son obtenidos mediante técnicas numéricas estándar. Es importante notar que esas ecuaciones de eigenvalores son independientes del período

d. Los eigenvalores Ω son escalables y nos permiten conocer la estructura de bandas para cualquier CF-1D que tenga la misma fracción de llenado y el mismo contraste dieléctrico.

Consideremos la estructura de bandas proyectadas de un cristal fotónico con un espejo omnidireccional. Para ello, tomemos una multicapa compuesta de dos materiales con funciones dieléctricas de $\varepsilon_H = 6.76$ y $\varepsilon_L = 2.1$, los cuales son valores típicos para multicapas de silicio poroso [106, 98] donde no hemos considerado la absorción del material debido a que el rango de operación se está tomando dentro del visible. En el caso de que se incluya la parte absorbente de las constantes dieléctricas se debe trabajar con las bandas proyectadas complejas, situación que podremos abordar posteriormente a este trabajo. Por el momento, consideremos una fracción de llenado acorde a la condición de cuarto de onda [115] de $f = 0.36$. En la figura 8.2 se muestra la estructura de bandas proyectadas, donde las zonas en gris claro indican los modos permitidos y la región en negro representa la del espejo omnidireccional. Los límites superior e inferior del EO son $\Omega^+ = 0.32$ y $\Omega^- = 0.29$, respectivamente.

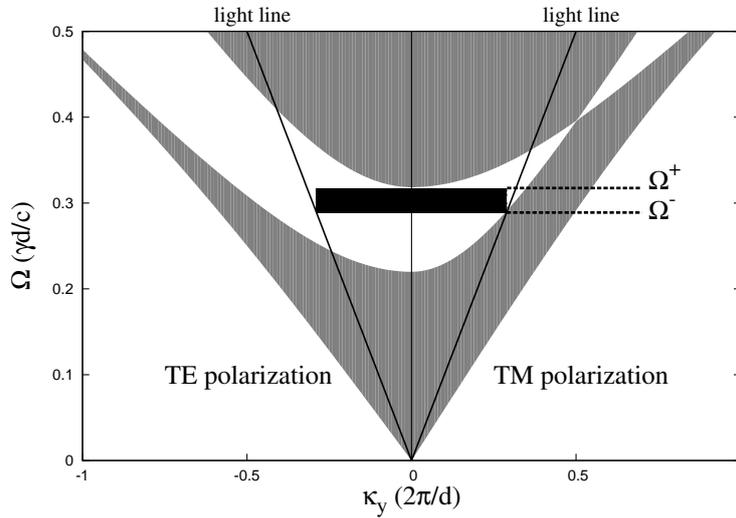


Figura 8.2: Estructura de banda fotónica de una multicapa infinita. Las zonas grises son las frecuencias permitidas y la zona en negro es el gap omnidireccional.

En la figura 8.3 presentamos la variación de los límites del EO como una función del período d

$$\gamma^+(d) = \frac{c\Omega^+}{d}, \quad (8.12)$$

$$\gamma^-(d) = \frac{c\Omega^-}{d}. \quad (8.13)$$

Para determinar la HF con EO aumentado, consideremos dos o más subespejos con dimensiones de período d_i y d_{i+1} tales que sus EOs pueden superponerse para obtener un EO agrandado en la forma

$$\gamma_i^- = \gamma_{i+1}^+ \quad (8.14)$$

La regla para determinar el grosor de los períodos es obtenido a partir de las ecuaciones 8.11 y 8.14

$$d_{i+1} = \frac{\Omega^+}{\Omega^-} d_i \quad (8.15)$$

La HF es el resultado de apilar diversos espejos juntos tal como se ilustra en la figura 8.4.

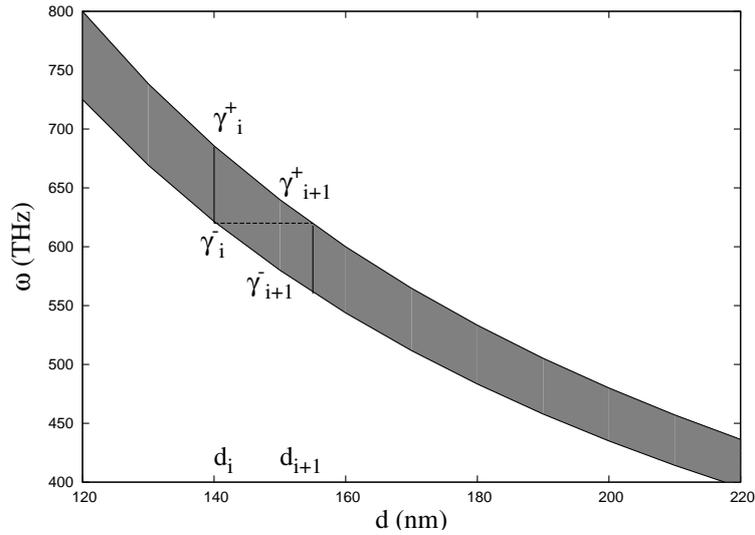


Figura 8.3: Variación del espejo omnidireccional como una función del grosor del período d . En la grafica se consideran los límites del EO para dos subespejos de período d_i y d_{i+1} , respectivamente.

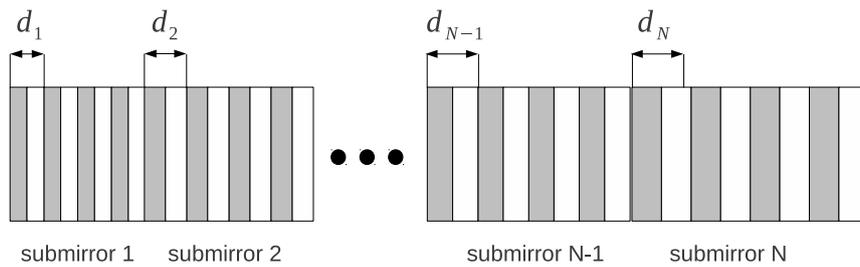


Figura 8.4: Esquema de una HF compuesta de N subespejos.

8.3. Optimización del espejo omnidireccional

El procedimiento para diseñar una HF con un EO aumentado de límites arbitrarios γ^+ a γ^- puede ser resumido en cuatro pasos:

1. Primero, consideramos que el límite superior de frecuencia del primer subespejo es el límite superior de frecuencia de la HF, $\gamma_1^+ = \gamma^+$. Para obtener el período del primer subespejo se usa

$$d_1 = \frac{c\Omega^+}{\gamma_1^+}. \quad (8.16)$$

2. Segundo, se determinan los siguientes períodos de subespejos utilizando la relación de recurrencia de la ecuación 8.15

$$d_{i+1} = \frac{\Omega^+}{\Omega^-} d_i. \quad (8.17)$$

3. Tercero, calcule los límites de frecuencia para cada subespejo utilizando las ecuaciones 8.12 y 8.13

$$\gamma_i^+ = \frac{c\Omega^+}{d_i}, \quad (8.18)$$

$$\gamma_i^- = \frac{c\Omega^-}{d_i}. \quad (8.19)$$

4. Finalmente, comparamos el límite inferior de cada subespejo (γ_i^-) con el límite inferior de la HF, (γ^-). Se busca la condición donde el límite inferior del subespejo N (γ_N^-) sea el límite inferior de la HF en la forma

$$\gamma_N^- < \gamma^-. \quad (8.20)$$

Cuando se alcanza esta condición se toman N subespejos para la HF.

Cuadro 8.1: Períodos y límites de frecuencia para cada subespejo.

i	d_i (nm)	γ_i^+ (THz)	γ_i^- (THz)
1	121.52	790.00	715.94
2	134.09	715.94	648.82
3	147.96	648.82	587.99
4	163.27	587.99	532.87
5	180.16	532.87	482.91
6	198.79	482.91	437.64
7	219.36	437.64	396.61

Ahora, se aplicará el método para obtener una HF para construir un EO con rango completo del visible el cual está definido desde $\gamma^- = 400$ THz ($\text{THz} = 10^{12} \text{ s}^{-1}$) a $\gamma^+ = 790$

THZ. Considérese el mismo CF-1D que en la sección anterior donde el contraste dieléctrico es $\varepsilon_H/\varepsilon_L = 6.76/2.1$ y el factor de llenado es $f = 0.36$. los límites superior e inferior en frecuencia reducida son $\Omega^+ = 0.32$ y $\Omega^- = 0.29$, respectivamente.

En el Cuadro 8.1 se presentan los valores de los períodos y los límites de frecuencias del EO para cada subespejo. Se observa que con solo siete subespejos es posible obtener un espejo completo en el visible. La reflexión de la HF es mostrada en la figura 8.5. Cada subespejo está compuesto por doce celdas unitarias. En los paneles (a), (b) y (c) se presenta la reflectividad para un ángulo incidente de 0° , 45° y 85° , respectivamente. Se presenta con líneas sólidas y a trazos los resultados para las polarizaciones TE y TM. La región del visible es ilustrada con una zona de gris claro.

8.4. Discusión

Hemos diseñado un reflector dieléctrico para luz polarizada TE y TM creando una reflexión omnidireccional para cualquier ángulo de incidencia y cualquier polarización. El reflector de heteroestructura está compuesto de varios subespejos de manera que la configuración de heteroestructura es tal que se tienen las siguientes conclusiones:

- Existe un rango de frecuencias con gaps para incidencia normal.
- Existe un rango de frecuencias con BFP para la energía electromagnética incidente hasta 90° desde la dirección normal.
- El rango de frecuencias de las BFP necesita ser común en ambos casos.

Es necesario considerar que el rango de las BFP para la incidencia normal es más amplio que el del caso de ángulo de incidencia de 90° , como puede observarse en la figura 8.5.

8.5. Conclusiones

Hemos presentado un sencillo método para el diseño de una heteroestructura fotónica con un espejo omnidireccional tan grande como se quiera. La heteroestructura fotónica está formada por la combinación de varios subespejos, los cuales son determinados mediante el uso de una expresión analítica. Hemos aplicado nuestro procedimiento para obtener una heteroestructura fotónica con un espejo omnidireccional para todo el rango del visible.

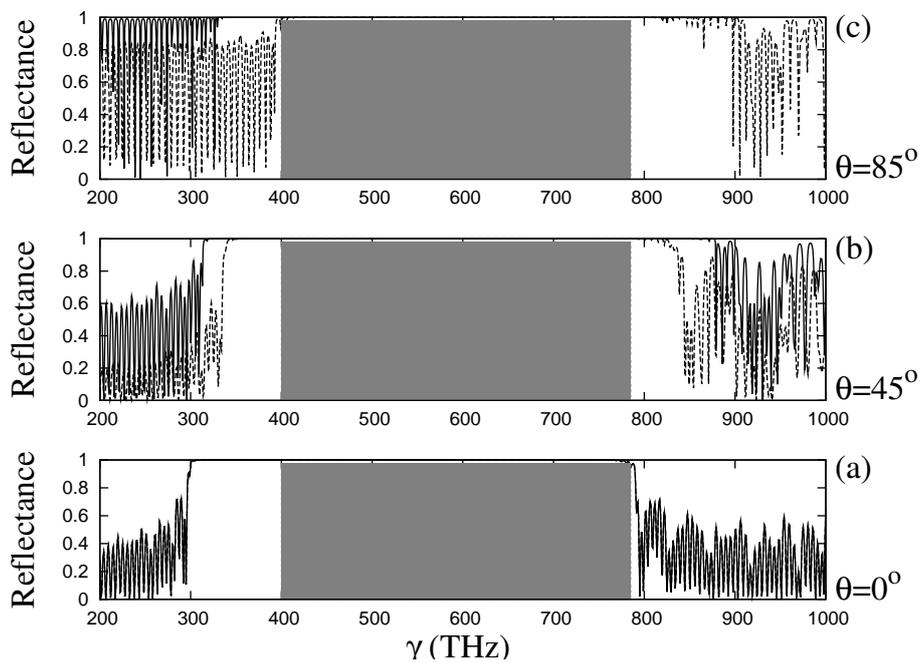


Figura 8.5: Reflectancia de una HF compuesta por siete subespejos. Cada subespejo tiene 12 celdas unitarias. Se presenta con líneas sólidas y a trazos los resultados para las polarizaciones TE y TM. En paneles (a), (b) y (c) se tiene la reflectancia para los ángulos incidentes de $\theta = 0^\circ$, $\theta = 45^\circ$ y $\theta = 85^\circ$, respectivamente.

Capítulo 9

Gaps elásticos gigantes en heteroestructuras fonónicas

9.1. Introducción

A partir del primer trabajo en cristales fonónicos realizado por Kushwaha *et al.* [135], se han realizado una gran cantidad de estudios teóricos y experimentales sobre medios periódicos compuestos por al menos dos materiales de diferentes propiedades elásticas. En este capítulo, demostramos que es posible obtener gaps gigantes en heteroestructuras fonónicas. Estas heteroestructuras son el resultado de la unión de diferentes redes fonónicas. Los parámetros de cada una de estas redes son escogidos de tal manera que los gaps sean consecutivos para que al adicionarse, se obtenga un gap gigante. Presentamos resultados numéricos para el caso de incidencia normal para ondas longitudinales y transversales.

Estas redes cristalinas exhiben una estructura de bandas donde existen gaps de frecuencia en donde las vibraciones elásticas -longitudinales y transversales- no pueden propagarse a través del medio periódico.

La existencia de rangos con reflexión total es la evidencia física mas clara de que ciertas energías no pueden propagarse a través de un cristal [103]. Recientemente, Manzanares-Martínez *et al.* [136] reportaron la fabricación experimental de un cristal fonónico unidimensional con un espejo elástico omnidireccional. Estos espejos para ondas mecánicas son indispensables cuando se desea evitar la propagación de ondas longitudinales y transversales. Un ejemplo de la utilidad de estos bloqueadores de ondas puede ser para evitar la propagación de ondas sísmicas [137], aunque sabemos que para lograrlo se deben utilizar los materiales apropiados que cuenten con parámetros específicos que proporcionen gaps en la región del espectro electromagnético en donde se encuentren las frecuencias y longitudes de onda que queremos bloquear.

Para el caso de cristales fotónicos, los gaps prohibidos son determinados por la topología del cristal y el contraste de índice de los medios constitutivos [138]. En términos generales, el factor limitante para obtener un gap ancho es el contraste de índice, entre más grande sea el contraste, mayor es el gap [115]. El valor del índice de refracción está comunmente limitado a los valores de los materiales que existen en la naturaleza.

Para el caso de cristales fonónicos, existe una limitación similar con respecto a los

valores disponibles de densidad de los materiales y la velocidad de propagación de las ondas elásticas. De esta forma, existe una limitación natural para los anchos de gaps que pueden ser obtenidos por cristales con celda unitarias binarias. Sin embargo, a lo largo de esta tesis hemos usado la estrategia de aumentar los rangos de frecuencias prohibidas por medio del uso de heteroestructuras. En esta sección, aplicaremos estas ideas al caso de cristales fonónicos tan solo para mostrar como el método de encontrar gaps gigantes en heteroestructuras fotónicas es también aplicable a otros sistemas donde se utilicen otras redes cristalinas y lo único que buscamos es mostrar su aplicabilidad.

En este capítulo, demostramos que es posible obtener gaps gigantes en heteroestructuras fonónicas que son el resultado de la unión de diferentes redes. Los parámetros de cada una de estas redes son escogidos de tal manera que los gaps sean consecutivos para que al adicionarse, se obtenga un gap gigante. Presentamos resultados numéricos para el caso de incidencia normal para ondas longitudinales y transversales.

9.2. Teoría

Comenzamos nuestro análisis con la ecuación de onda para medios elásticos [135]

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{x}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i(\mathbf{x}, t) = \nabla \cdot [\rho(\mathbf{x}) c_t^2(\mathbf{x}) \nabla u_i(\mathbf{x}, t)] + \nabla \cdot \left[\rho(\mathbf{x}) c_t^2(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial x_i} [\rho(\mathbf{x}) c_t^2(\mathbf{x}) - 2\rho(\mathbf{x}) c_t^2(\mathbf{x})] \nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (9.1)$$

Cada punto del medio elástico está caracterizado por tres parámetros: densidad de masa $\rho(\mathbf{x})$, velocidad longitudinal $c_l(\mathbf{x})$ y velocidad trasversal $c_t(\mathbf{x})$. Las componentes del vector desplazamiento \mathbf{u} son u_i , donde $i = x, y$ o z .

Consideramos un sistema que tiene periodicidad en el eje x , los parámetros materiales son funciones de la forma $\rho(x)$, $c_l(x)$ y $c_t(x)$. En este estudio, limitamos nuestro análisis a la propagación en la dirección paralela al eje x .

Tomando la componente x del vector desplazamiento tenemos

$$\rho(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_x(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \rho(x) c_l^2(x) \frac{\partial}{\partial x} u_x(x, t), \quad (9.2)$$

para las componentes y y z tenemos

$$\rho(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_y(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \rho(x) c_t^2(x) \frac{\partial}{\partial x} u_y(x, t), \quad (9.3)$$

$$\rho(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_z(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \rho(x) c_t^2(x) \frac{\partial}{\partial x} u_z(x, t). \quad (9.4)$$

De las ecuaciones (9.2), (9.3) y (9.4) se observa que las vibraciones son de dos tipos, longitudinales en la dirección de propagación x para la componente u_x y perpendiculares a la dirección de propagación x para las componentes u_y y u_z . Estas vibraciones son independientes unas de otras. También observamos que estas ecuaciones tienen la misma

estructura, de tal forma que el procedimiento de solución será similar en cada uno de los tres casos.

En la figura 9.1 presentamos la celda unitaria de período d que define la periodicidad de los parámetros $\rho(x) = \rho(x + d)$, $c_l(x) = c_l(x + d)$ y $c_t(x) = c_t(x + d)$. La celda unitaria contiene dos materiales que se caracterizan por los siguientes parámetros: longitud (d_a y d_b), densidad (ρ_a y ρ_b), velocidad longitudinal ($c_{l,a}$, $c_{l,b}$) y transversal ($c_{t,a}$, $c_{t,b}$).

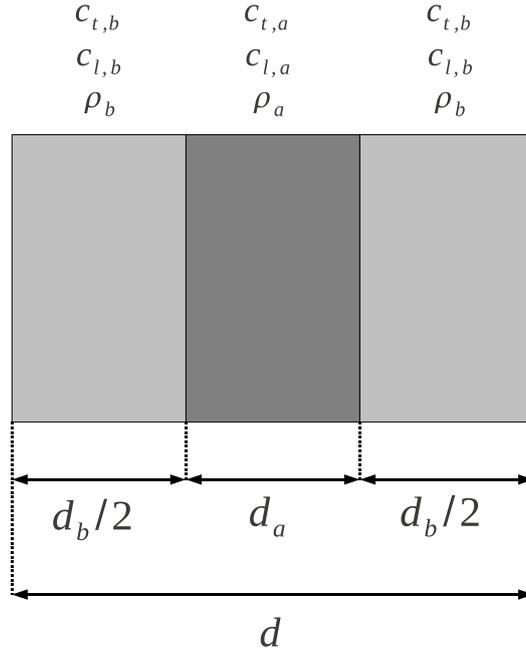


Figura 9.1: Celda unitaria compuesta por dos materiales cuya densidad, velocidad longitudinal, velocidad transversal y espesor están dados por $\rho_a, c_{l,a}, c_{t,a}, d_a$ y $\rho_b, c_{l,b}, c_{t,b}, d_b$, respectivamente.

La densidad periódica puede escribirse en términos de una serie de Fourier en la forma

$$\rho(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \rho(n) e^{i(2n\pi/d)x}, \quad (9.5)$$

donde los coeficientes de Fourier son

$$\rho(n) = [\rho_b + f_a(\rho_a - \rho_b)] \delta_{n,0} + \left[f_a(\rho_a - \rho_b) \frac{\sin(n\pi f_a)}{n\pi} \right] (1 - \delta_{n,0}), \quad (9.6)$$

aquí hemos introducido el factor de llenado f_a como el espacio ocupado por uno de los materiales en la celda unitaria de la forma $f_a = d_a/d$. Ahora introducimos el escalar periódico

$$\tau(x) = \frac{1}{c_{ref}^2} \rho(x) c_l^2(x), \quad (9.7)$$

donde c_{ref} es alguna velocidad de referencia. Este escalar puede también escribirse en términos de una serie de Fourier en la forma

$$\tau(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \tau(n) e^{i(2n\pi/d)x}, \quad (9.8)$$

los coeficientes de Fourier están dados por

$$\tau(n) = [\tau_b + f_a(\tau_a - \tau_b)] \delta_{n,0} + \left[f_a(\tau_a - \tau_b) \frac{\sin(n\pi f_a)}{n\pi} \right] (1 - \delta_{n,0}), \quad (9.9)$$

donde $\tau_a = \rho_a c_{t,a}^2 / c_{ref}^2$ y $\tau_b = \rho_b c_{t,b}^2 / c_{ref}^2$.

Por último, el vector desplazamiento también es descrito en términos de una serie de Fourier en la forma

$$u_x(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_x(n) e^{i[k+(2n\pi/d)]x} e^{-i\omega t}, \quad (9.10)$$

donde k es el vector de onda paralelo al eje x . Sustituyendo las ecuaciones (9.5), (9.8) y (9.10) en la ecuación (9.2) obtenemos la ecuación de eigenvalores

$$\Omega^2 \sum_n \rho(n - n') u_x(n') = \sum_{n'} \tau(n - n') (K + n)(K + n') u_x(n), \quad (9.11)$$

donde hemos introducido la definición de vector de onda reducido y frecuencia reducida en la forma

$$K = \frac{kd}{2\pi} \quad (9.12)$$

y

$$\Omega = \frac{\gamma d}{c_{ref}}, \quad (9.13)$$

donde $\gamma = \omega/2\pi$.

Para resolver la ecuación de onda para modos transversales de las ecuaciones (9.3) y (9.4), introducimos el escalar periódico

$$\chi(x) = \frac{1}{c_{ref}^2} \rho(x) c_t^2(x), \quad (9.14)$$

el cual puede expandirse en términos de una serie de Fourier en la forma

$$\chi(x) = \sum_n \chi(n) e^{i(2n\pi/d)x}, \quad (9.15)$$

donde los coeficientes de Fourier están dados por

$$\chi(n) = [\chi_b + f_a(\chi_a - \chi_b)] \delta_{n,0} + \left[f_a(\chi_a - \chi_b) \frac{\sin(n\pi f_a)}{n\pi} \right] (1 - \delta_{n,0}), \quad (9.16)$$

con $\chi_a = \rho_a c_{t,a}^2 / c_{ref}^2$ y $\chi_b = \rho_b c_{t,b}^2 / c_{ref}^2$. Sustituyendo esta expansión en las ecuaciones (9.5) y (9.8) obtenemos las ecuaciones de eigenvalores

$$\Omega^2 \sum_n \rho(n - n') u_y(n') = \sum_{n'} \chi(n - n') (K + n)(K + n') u_y(n) \quad (9.17)$$

y

$$\Omega^2 \sum_n \rho(n - n') u_z(n') = \sum_{n'} \chi(n - n') (K + n)(K + n') u_z(n). \quad (9.18)$$

La estructura de bandas longitudinal se obtiene resolviendo numéricamente la ecuación (9.11). De la misma forma, las bandas transversales se obtienen resolviendo la ecuación (9.17) o (9.18).

9.3. Resultados numéricos

Para nuestro estudio comenzamos considerando al cristal fonónico compuesto por la repetición periódica de una celda unitaria ilustrada en la figura 9.1. Esta celda unitaria está compuesta por dos materiales, aluminio (Al) y epóxico (resina, ep), con un factor de llenado f_{Al} y f_{ep} respectivamente. Cada material está caracterizado por tres parámetros, densidad, velocidad longitudinal y velocidad transversal. Para el aluminio tenemos $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c_{l,Al} = 6300 \text{ m/s}$ y $c_{t,Al} = 3100 \text{ m/s}$. Para el epóxico tenemos $\rho_{ep} = 1180 \text{ kg/m}^3$, $c_{l,ep} = 2540 \text{ m/s}$ y $c_{t,ep} = 1160 \text{ m/s}$. A lo largo de este trabajo, consideramos $c_{ref} = c_{t,ep}$.

En la figura 9.2 presentamos la variación de las bandas como una función de llenado del aluminio (f_{Al}). Las bandas transversales y longitudinales las presentamos en color gris claro y gris oscuro, respectivamente. Para asegurar la convergencia de las bandas, usamos una base de 100 ondas planas. Observamos que en general, existen más bandas transversales que longitudinales. Por otra parte, los cierres de las bandas y los máximos gaps para cada una de las polarizaciones ocurren en factores de llenado diferentes. Por esta razón, es difícil determinar el factor de llenado ideal que permita optimizar *ambos* gaps.

El factor de llenado $f_{Al} = f_{ep} = 0.5$ es el que experimentalmente es más fácil de realizar. Sin embargo, para este factor de llenado tenemos dos gaps para ambas polarizaciones en la región $0.9 < \Omega < 2.0$. Por esta razón, es preferible considerar un factor de llenado de $f_{Al} = 0.4$ ($f_{ep} = 0.6$) ya que en este caso, existe un solo gap en la región $1.0 < \Omega < 2.0$.

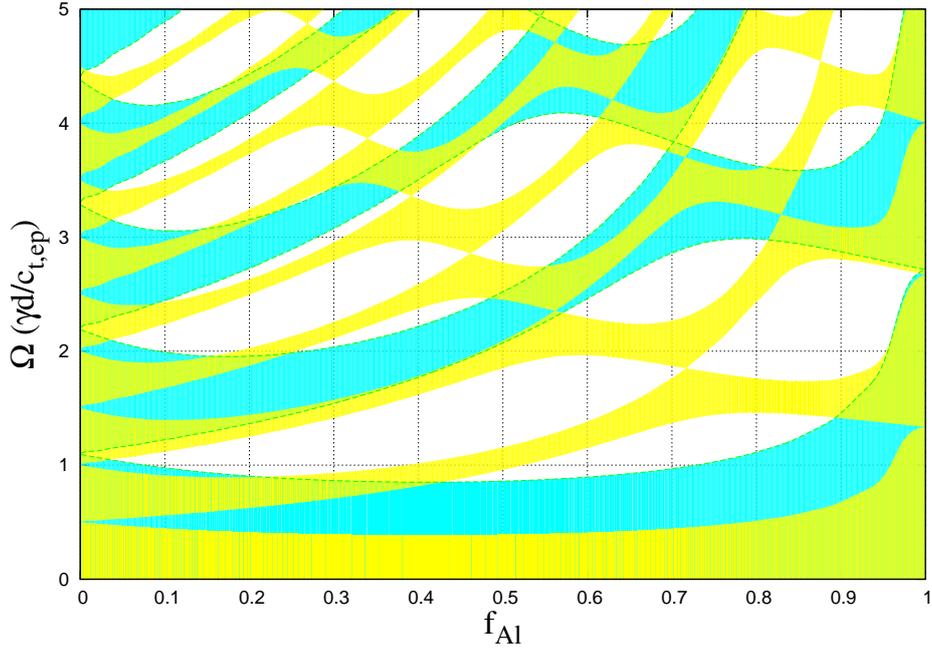


Figura 9.2: Mapa de bandas como una función del factor de llenado del aluminio, f_{Al} . Las bandas transversales y longitudinales son presentadas en gris claro y gris oscuro, respectivamente.

La estructura de bandas para el factor de llenado $f_{Al} = 0.4$ es presentada en la figura 9.3, en donde las bandas longitudinales y transversales se presentan en los paneles izquierdo y derecho en zonas gris oscuro y gris claro, respectivamente. En la región negra mostramos un gap de energías para ambas polarizaciones. Este gap está delimitado por las frecuencias $\Omega^+ = 1.58$ y $\Omega^- = 1.03$.

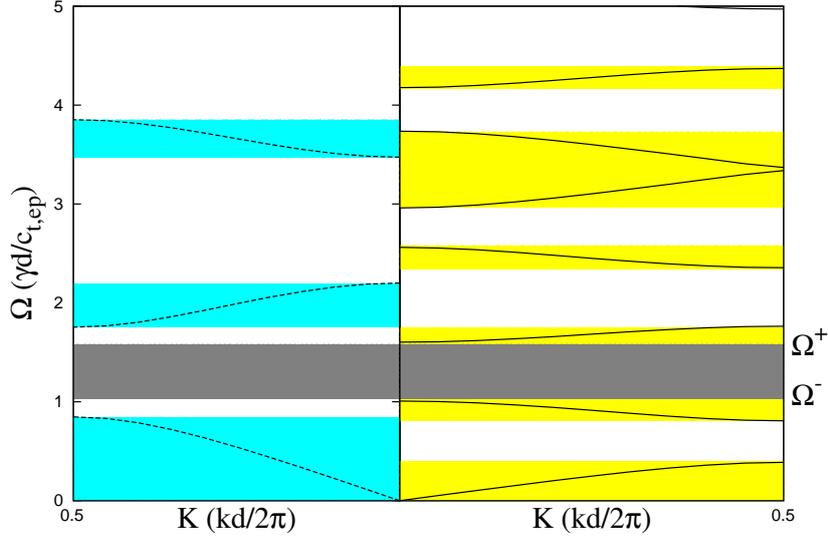


Figura 9.3: Estructura de banda para un factor de llenado $f_{Al} = 0.4$. En la región negra presentamos un gap para ambas polarizaciones delimitado por los valores Ω^+ y Ω^- , respectivamente.

9.3.1. Optimización de una primer heteroestructura

Los límites en frecuencia γ (en kHz) de estos gaps son una función del período en la forma

$$\gamma^\pm(d) = \frac{\Omega^\pm c_{ref}}{d}. \quad (9.19)$$

En la figura 9.4 mostramos en la región negra, la variación del gap para ondas longitudinales y transversales como función del período de la red. Observamos que para un espesor de $d_1 = 5 \text{ mm}$, tenemos gap con límite superior e inferior de $\gamma^+(d_1 = 5 \text{ mm}) = 366.65 \text{ kHz}$ y $\gamma^-(d_1 = 5 \text{ mm}) = 238.96 \text{ kHz}$, respectivamente.

Si deseamos aumentar este gap, es necesario considerar la adición de otra red cristalina con otro período d_2 , que es obtenido al considerar

$$\gamma^+(d_2) = \gamma^-(d_1). \quad (9.20)$$

A partir de la ecuación (9.19), obtenemos que

$$d_2 = \frac{\Omega^+ c_{ref}}{\gamma^+(d_2)} = 7.67 \text{ mm}, \quad (9.21)$$

de la misma forma, el límite inferior está dado a partir de la ecuación (9.19) mediante la relación

$$\gamma^-(d_2 = 7.67) = \frac{\Omega^- c_{ref}}{d_2} = 155.78 \text{ kHz}. \quad (9.22)$$

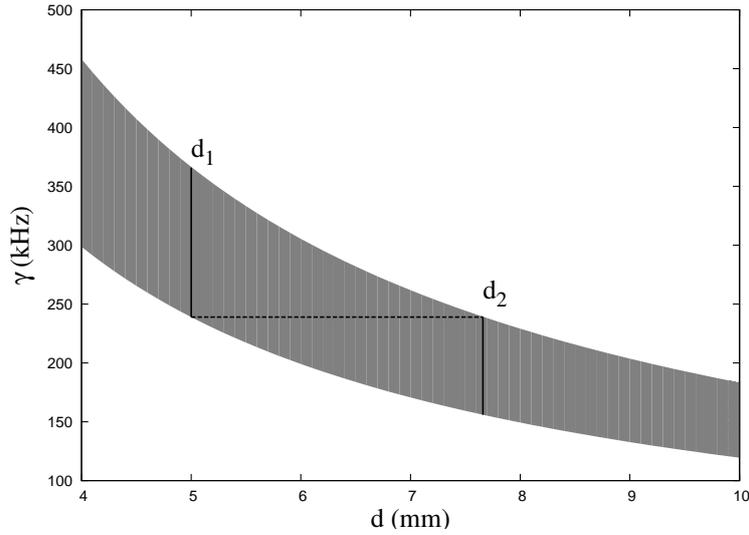


Figura 9.4: Variación del gap en función del período d .

En el Cuadro 9.1 presentamos un resumen de los límites en frecuencias para cada uno de los períodos. En la figura 9.5 presentamos la reflexión para un cristal fonónico de período $d_1 = 5\text{mm}$ y $d_2 = 7.67\text{mm}$ en los paneles (a) y (b), respectivamente. En ambos casos, la reflexión transversal y longitudinal se presenta con línea continua y a trozos, respectivamente. También en ambos casos, se consideran como medios de incidencia y transmisión el epóxico. La multicapa está compuesta por 3 capas de aluminio y entre ellas, dos capas de epóxico.

Cuadro 9.1: Períodos y límites de frecuencia de los gaps de la heteroestructura.

i	d_i (mm)	γ_i^+ (kHz)	γ_i^- (kHz)
1	5.0	366.65	238.96
2	7.67	238.96	155.78

En la figura 9.6 presentamos la reflexión de la heteroestructura que presenta un gap para ambas polarizaciones en el rango de 155.78 a 366 kHz. Consideramos el cristal de período d_1 compuesto por 4 capas de aluminio y 3 de epóxico, seguidos por 3 bicapas de epóxico/aluminio de período d_2

9.3.2. Optimización de una heteroestructura para su fabricación experimental

La optimización de la heteroestructura que analizaremos en esta sección la haremos con la idea de obtener los parámetros que permitan una realización experimental en nuestro laboratorio. Para realizar nuestro diseño, debemos de sujetarnos a los espesores que están

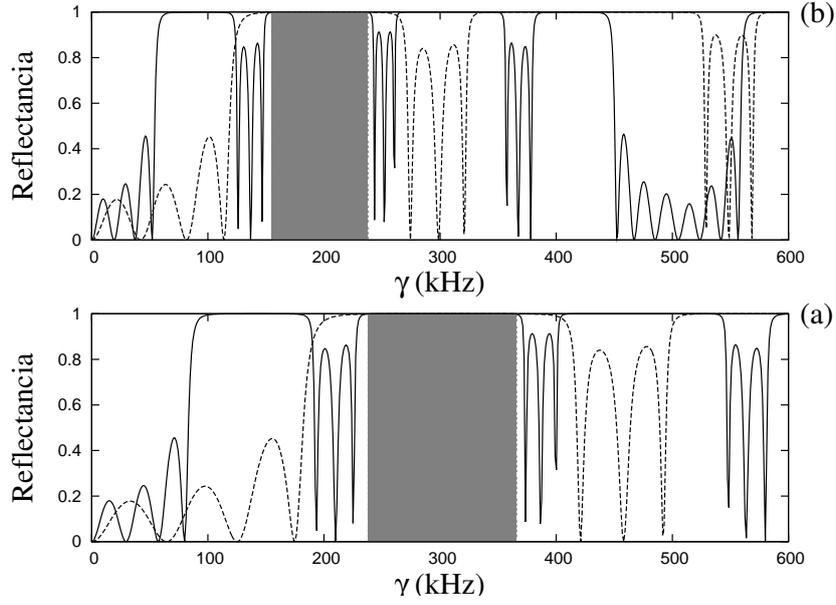


Figura 9.5: Reflectancia para dos redes cristalinas de períodos $d_1 = 5mm$ y $d_2 = 7.67mm$ en paneles (a) y (b), respectivamente.

disponibles con distribuidores comerciales, que para el caso del aluminio son mostrados en el Cuadro 9.2

Cuadro 9.2: Espesores comerciales del aluminio, d_{Al} .

d_{Al}	Pulgadas	mm ($10^{-3}m$)
d_I	0.16	4.06
d_{II}	0.12	3.04
d_{III}	0.08	2.03
d_{IV}	0.04	1.01

Ahora es conveniente definir los límites de los gaps en función del espesor del aluminio, d_{Al} . Para esto, tomamos la ecuación 9.19 y haciendo uso de la relación $f_{Al} = d_{Al}/d$ tenemos

$$\gamma^{\pm}(d_{Al}) = \frac{\Omega^{\pm} c_{ref} f_{Al}}{d_{Al}}. \quad (9.23)$$

Consideramos un factor de llenado f_{Al} en donde los límites del gap en frecuencia reducida son $\Omega^+ = 1.58$ y $\Omega^- = 1.03$. Los límites de los gaps en frecuencia (kHz) para cada uno de los espesores comerciales están dados en el Cuadro 9.3. Se observa que los gaps para los tres primeros espesores de aluminio se superponen convenientemente para formar un gap gigante. Para ayudar a visualizar esta superposición, en la figura 9.7 mostramos la reflexión para los espesores de aluminio d_I , d_{II} y d_{III} en los paneles (a), (b) y (c), respectivamente. En cada uno de estos tres casos, tenemos como medio de incidencia

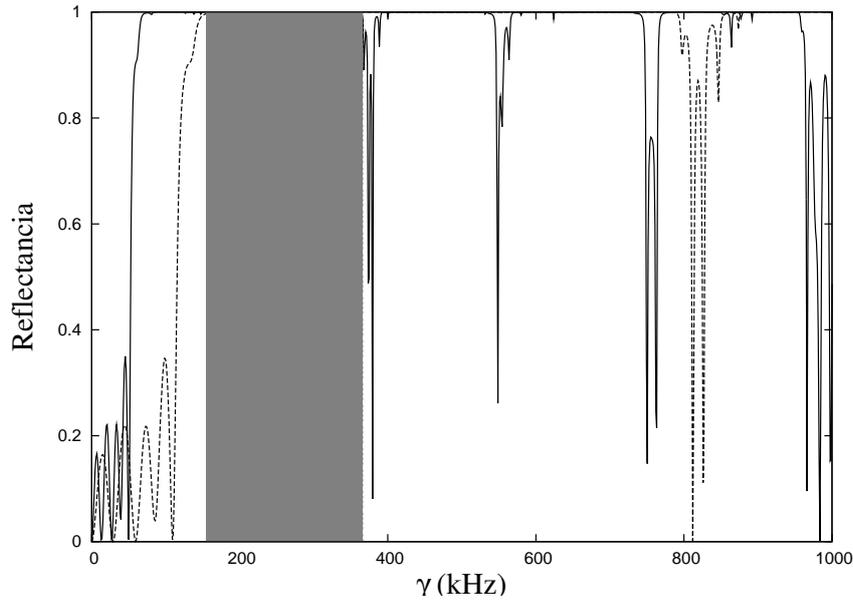


Figura 9.6: Reflexión de una heteroestructura que presenta un gap en el rango de 155.78 a 366.65 kHz . La polarización transversal y longitudinal se muestran con líneas sólidas y a trozos, respectivamente.

Cuadro 9.3: Límites de frecuencia para el caso de $f_{Al} = 0.4$.

d_{Al} (mm)	d_{ep} (mm)	d (mm)	γ^- (kHz)	γ^+ (kHz)
$d_I = 4.06$	6.09	10.16	180.39	117.59
$d_{II} = 3.04$	4.57	7.62	240.52	156.79
$d_{III} = 2.03$	3.04	5.08	360.78	235.196
$d_{IV} = 1.01$	1.52	2.54	721.57	470.39

y transmisión el epóxico, mientras que la multicapa está compuesta por tres capas de aluminio y entre ellas, dos capas de epóxico.

En la figura 9.8 mostramos la reflexión de una heteroestructura compuesta por tres redes en donde los espesores de aluminio son d_I , d_{II} y d_{III} . Los medios de incidencia y transmisión son el epóxico. La primer red está compuesta por 7 materiales, de los cuales 4 capas son de aluminio y 3 capas son de epóxico. La segunda y tercera red están compuestas por 3 bicapas de epóxico y aluminio. Se observa que existe un gap para ambas polarizaciones en el rango de 117.78 a 360.78 kHz . La polarización transversal y longitudinal se muestran en líneas sólidas y a trozos, respectivamente.

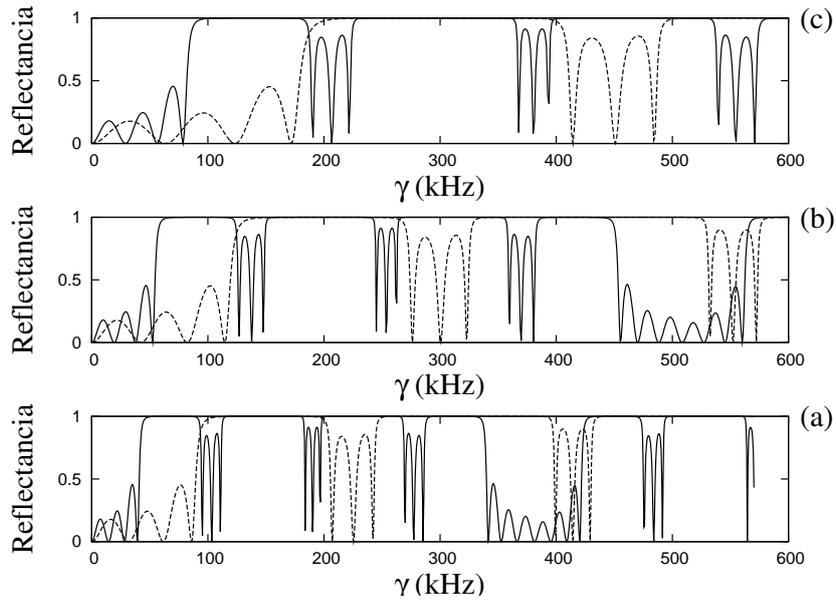


Figura 9.7: Reflectancia para tres redes cristalinas en donde el espesor del aluminio es $d_I = 4.06mm$ y $d_{II} = 3.04mm$ y $d_{III} = 2.03$ en los paneles (a), (b) y (c), respectivamente.

9.4. Conclusiones

En conclusión, hemos mostrado una estrategia para diseñar un cristal fonónico unidimensional con un gap gigante para ambas polarizaciones, longitudinales y transversales. Hemos usado la idea de la escalabilidad de los eigenvalores de la ecuación de onda elástica para proponer una heteroestructura diseñada de tal forma que al escoger los períodos de cada una de las redes, los gaps puedan adicionarse para lograr un gap gigante.

Hemos estudiado dos espejos, el primero es un espejo compuesto por dos redes el cual da un rango de frecuencias prohibidas entre los 155 a 366 kHz . El segundo espejo, es propuesto apegándonos lo más posible a los espesores comerciales del aluminio. Este espejo ha sido diseñado para ser operacional en el rango de 117.78 a 360.78 kHz y está compuesto por tres redes fonónicas. Se espera que esta estructura sea próximamente fabricada en nuestro laboratorio.

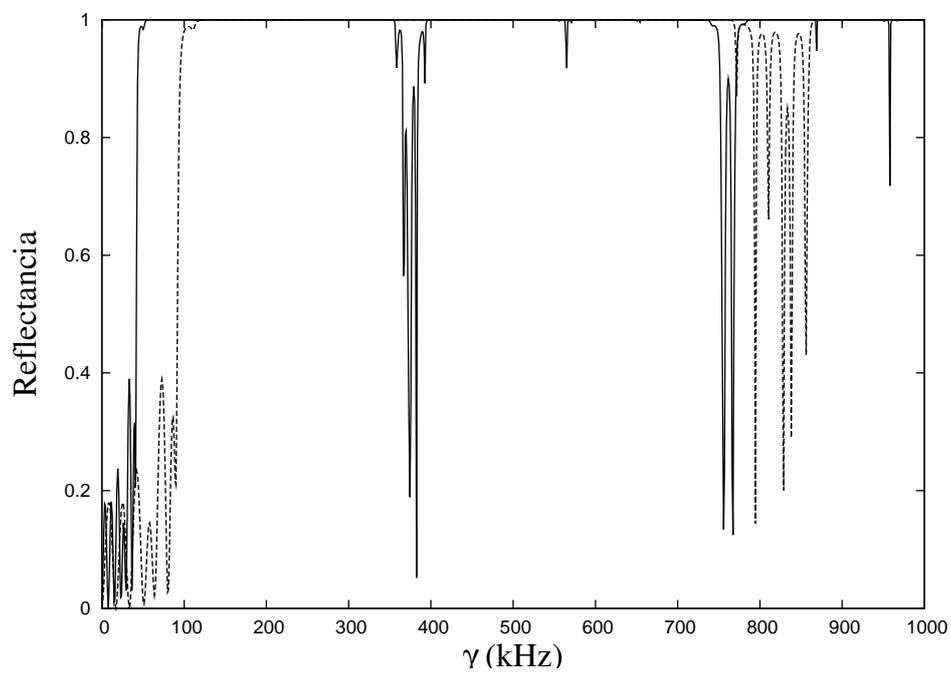


Figura 9.8: Reflexión de una heteroestructura que presenta un gap en el rango de 117.78 a 360.78 kHz . La polarización transversal y longitudinal se muestran con líneas sólidas y a trozos, respectivamente.

Capítulo 10

Conclusiones y perspectivas

En esta tesis hemos analizado la posibilidad de extender el rango de frecuencias prohibidas en cristales fotónicos y fonónicos por medio del uso de heteroestructuras. Nuestro objetivo ha sido comprender como lograr gaps más anchos de los que usualmente se encuentran usando cristales con celdas binarias convencionales. Nuestras ideas acerca de como diseñar una heteroestructura con gap gigante han sido principalmente planteadas en cristales fotónicos y fonónicos en una dimensión. Pero es posible aplicar las mismas ideas a otros tipos de heteroestructuras, por ejemplo los metamateriales. Al entender como obtener gaps gigantes en una dimensión, nosotros creemos que avanzamos en la dirección de como obtener gaps gigantes en dos y tres dimensiones. Hay que recordar que uno de los grandes retos en el campo de los cristales fotónicos es obtener una estructura con gaps completo para todas las direcciones del espacio.

A lo largo de esta tesis hemos obtenido una serie de resultados, que por su pertinencia, han sido publicados en varias revistas de circulación nacional e internacional. El capítulo 1, es la adaptación de un artículo de divulgación sobre heteroestructuras fotónicas. El capítulo 2, presenta de una forma didáctica el método de ondas planas en una dimensión. En el capítulo 3, se obtiene la estructura de bandas complejas que es una herramienta teórica que está destinada a entender como afecta la absorción al gap de una heteroestructura. Aún queda por explorar en una futura publicación, como la absorción afecta a la estructura de bandas. Los capítulos 4 y 5 presentan la forma en la que nosotros pensábamos, al inicio de esta tesis, como se debía de proceder para encontrar gaps gigantes en heteroestructuras. Estos estudios fueron hechos al inicio de esta tesis, cuando considerábamos que el cálculo de bandas de una supercelda y la determinación de velocidad de grupo era el camino a seguir. Nos dimos cuenta de que no era la mejor forma de optimizar heteroestructuras y decidimos dar una vuelta de timón y cambiar de estrategia. A nuestro juicio, la mejor forma de optimizar una heteroestructura es usar el escalamiento de la ecuación de eigenvalores. Estas ideas fueron aplicadas en los capítulos 6, 7 y 8. En el capítulo 6 y 7 diseñamos un espejo unidireccional para el visible y el infrarrojo, respectivamente. En el capítulo 8 obtuvimos el espejo gigante omnidireccional. La prueba de que éstas ideas pueden ser aplicadas a otros tipo de heteroestructuras se ve en el capítulo 9, en donde obtuvimos un gap fonónico para ondas longitudinales y transversales en la dirección normal.

Por último, es necesario recordar que estas heteroestructuras tienen muchas otras propiedades interesantes. Los gaps gigantes son solo una de las características que puede ser explotada en las heteroestructuras. También existen otras soluciones, tales como los estados tamm y las soluciones de Bloch que esperamos explorar en un futuro.

Bibliografía

- [1] E. Yablonovitch, “Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059–2062, May 1987.
- [2] S. John, “Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2486–2489, Jun 1987.
- [3] C. M. Soukoulis, “Photonic band gap materials: the semiconductors of the future?,” *Physica Scripta*, vol. 1996, no. T66, p. 146, 1996.
- [4] L. Rayleigh, “On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium,” *Philos. Mag.*, vol. 34, p. 481, 1892.
- [5] L. Brillouin, *Wave Propagation in Periodic Structures*. Dover, 1953.
- [6] V. P. Bykov, “Frequency scanning in a laser with an active negative feedback,” *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 206, p. 1078, 1972.
- [7] S. Satpathy, Z. Zhang, and M. R. Salehpour, “Theory of photon bands in three-dimensional periodic dielectric structures,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, pp. 1239–1242, Mar 1990.
- [8] E. Yablonovitch and T. J. Gmitter, “Photonic band structure: The face-centered-cubic case,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 63, pp. 1950–1953, Oct 1989.
- [9] K. M. Leung and Y. F. Liu, “Full vector wave calculation of photonic band structures in face-centered-cubic dielectric media,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, pp. 2646–2649, Nov 1990.
- [10] K. M. Ho, C. T. Chan, and C. M. Soukoulis, “Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, pp. 3152–3155, Dec 1990.
- [11] Z. Zhang and S. Satpathy, “Electromagnetic wave propagation in periodic structures: Bloch wave solution of Maxwell’s equations,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 65, pp. 2650–2653, Nov 1990.
- [12] E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, and K. M. Leung, “Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 2295–2298, Oct 1991.

- [13] A. Chelnokov, K. Wang, S. Rowson, P. Garoche, and J.-M. Lourtioz, “Near-infrared yablonovite-like photonic crystals by focused-ion-beam etching of macroporous silicon,” *Applied Physics Letters*, vol. 77, pp. 2943–2945, 2000.
- [14] C. Chan, S. Datta, K. Ho, and C. Soukoulis, “A7 structure: A family of photonic crystals,” *Phys. Rev. B*, vol. 50, pp. 1988–1991, Jul 1994.
- [15] J. E. G. J. Wijnhoven and W. L. Vos, “Preparation of photonic crystals made of air spheres in titania,” *Science*, vol. 281, pp. 802–804, 1998.
- [16] V. Berger, O. Gauthier-Lafaye, and E. Costard, “Photonic band gaps and holography,” *Journal of Applied Physics*, vol. 82, no. 1, pp. 60–64, 1997.
- [17] T. rui Zhai, D. he Liu, and X. dong Zhang, “Photonic crystals and microlasers fabricated with low refractive index material,” *Frontiers of Physics in China*, vol. 5, pp. 266–276, 2010. 10.1007/s11467-010-0003-0.
- [18] S. Romanov and U. Peschel, “Emission of semiconductor nanocrystals in photonic crystal environment,” *Nanocrystals, Intech.*, vol. Nanocrystals, pp.–0–, 2010.
- [19] T. Y. M. Chan, O. Toader, and S. John, “Photonic band gap templating using optical interference lithography,” *Phys. Rev. E*, vol. 71, p. 046605, Apr 2005.
- [20] D. N. Sharp, A. J. Turberfield, and R. G. Denning, “Holographic photonic crystals with diamond symmetry,” *Phys. Rev. B*, vol. 68, p. 205102, Nov 2003.
- [21] Y. C. Zhong, S. A. Zhu, H. M. Su, H. Z. Wang, J. M. Chen, Z. H. Zeng, and Y. L. Chen, “Photonic crystal with diamondlike structure fabricated by holographic lithography,” *Applied Physics Letters*, vol. 87, no. 6, p. 061103, 2005.
- [22] Z.-Y. Li and Z.-Q. Zhang, “Fragility of photonic band gaps in inverse-opal photonic crystals,” *Phys. Rev. B*, vol. 62, pp. 1516–1519, Jul 2000.
- [23] A. andChomski E. Blanco, S. Grabtchak, M. Ibisate, S. John, S. W. L. C. Leonard, F. Meseguer, H. Miguez, J. P. Mondia, G. A. Ozin, O. Toader, and H. M. van Driel, “Large-scale synthesis of a silicon photonic crystal with a complete three-dimensional bandgap near 1.5 micrometres,” *Nature*, vol. 405, p. 437, 2000.
- [24] R. M. J. Joannopoulos and J. Winn, *Photonic Crystals*. Wiley, 1995.
- [25] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, “Self-collimating phenomena in photonic crystals,” *Applied Physics Letters*, vol. 74, no. 9, pp. 1212–1214, 1999.
- [26] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, “Superprism phenomena in photonic crystals,” *Phys. Rev. B*, vol. 58, pp. R10096–R10099, Oct 1998.
- [27] M. Notomi, “Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap,” *Phys. Rev. B*, vol. 62, pp. 10696–10705, Oct 2000.

- [28] C. Luo, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, and J. B. Pendry, “All-angle negative refraction without negative effective index,” *Phys. Rev. B*, vol. 65, p. 201104, May 2002.
- [29] P. V. Parimi, W. T. Lu, P. Vodo, J. Sokoloff, J. S. Derov, and S. Sridhar, “Negative refraction and left-handed electromagnetism in microwave photonic crystals,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 127401, Mar 2004.
- [30] A. Zouhdi and A. Vinogradov, *Metamaterials and plasmonics: Fundamentals Modelling and Applications*. Springer-Verlag, 2008.
- [31] M. Plihal and A. A. Maradudin, “Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice,” *Phys. Rev. B*, vol. 44, pp. 8565–8571, Oct 1991.
- [32] T. F. Krauss, R. M. D. L. Rue, and S. Brand, “Two-dimensional photonic-bandgap structures operating at near-infrared wavelengths,” *Nature*, vol. 383, p. 699, 1996.
- [33] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 1999.
- [34] J. Manzanares-Martínez and P. Castro-Garay, “Modeling the tuning of lasing in liquid crystal based one-dimensional photonic crystal using the,” *Journal of Electromagnetics Waves and Applications*, vol. 24, pp. 1867–1875, 2010.
- [35] F. Ramos-Mendieta and P. Halevi, “Electromagnetic surface modes of a dielectric superlattice: the supercell method,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 14, pp. 370–381, 1997.
- [36] N. Malkova and C. Z. Ning, “Shockley and tamm surface states in photonic crystals,” *Phys. Rev. B*, vol. 73, p. 113113, Mar 2006.
- [37] D. R. Smith, S. Schultz, P. Marko, and C. M. Soukoulis, “Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients,” *Phys. Rev. B*, vol. 65, p. 195104, Apr 2002.
- [38] V. N. Bogomolov, S. V. Gaponenko, I. N. Germanenko, A. M. Kapitonov, E. P. Petrov, N. V. Gaponenko, A. V. Prokofiev, A. N. Ponyavina, N. I. Silvanovich, and S. M. Samoilovich, “Photonic band gap phenomenon and optical properties of artificial opals,” *Phys. Rev. E*, vol. 55, pp. 7619–7625, Jun 1997.
- [39] K. Busch and S. John, “Photonic band gap formation in certain self-organizing systems,” *Phys. Rev. E*, vol. 58, pp. 3896–3908, Sep 1998.
- [40] A. Khokhar, F. Rahman, and N. Johnson, “Photonic crystal heterostructures from self-assembled opals,” *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, pp. 1–7, 2010. 10.1007/s00339-010-6145-7.
- [41] S. H. Kim and C. K. Hwangbo, “Design of omnidirectional high reflectors with quarter-wave dielectric stacks for optical telecommunication bands,” *Appl. Opt.*, vol. 41, pp. 3187–3192, 2002.

- [42] D. D. Wang, Y. S. Wang, X. Q. Zhang, Z. Q. He, L. X. Yi, L. E. Deng, C. X. Zhang, and X. Han, "Enlargement of complete two-dimensional band gap by using photonic crystal heterostructure," *Applied Physics B: Lasers and Optics*, vol. 81, pp. 465–467, 2005. 10.1007/s00340-005-1882-6.
- [43] R. J. Martin-Palma, M. Manso, M. Arroyo-Hernandez, V. Torres-Costa, and J. M. Martínez-Duart, "Nanostructured-porous-silicon-based two-dimensional photonic crystals," *Applied Physics Letters*, vol. 89, no. 5, p. 053126, 2006.
- [44] H. Miyazaki, Y. Jimba, and T. Watanabe, "Multiphotonic lattices and stark localization of electromagnetic fields in one dimension," *Phys. Rev. A*, vol. 53, pp. 2877–2880, Apr 1996.
- [45] J. Zi, J. Wan, and C. Zhang, "Large frequency range of negligible transmission in one-dimensional photonic quantum well structures," *Applied Physics Letters*, vol. 73, no. 15, pp. 2084–2086, 1998.
- [46] C. Zhang, F. Qiao, J. Wan, and J. Zi, "Enlargement of nontransmission frequency range in photonic crystals by using multiple heterostructures," *Journal of Applied Physics*, vol. 87, no. 6, pp. 3174–3176, 2000.
- [47] G. Pucker, P. Bellutti, C. Spinella, K. Gatterer, M. Cazzanelli, and L. Pavesi, "Room temperature luminescence from (si/sio₂)_n (n = 1,2,3) multilayers grown in an industrial low-pressure chemical vapor deposition reactor," *Journal of Applied Physics*, vol. 88, no. 10, pp. 6044–6051, 2000.
- [48] X. Wang, "Enlargement of omnidirectional total reflection frequency range in one-dimensional photonic crystals by using photonic heterostructures," *Applied Physics Letters*, vol. 80, pp. 4291–4293, 2002.
- [49] L. Zhao, "Evolution of the band gap structures in one-dimensional photonic crystals with the modifications of the structures from quantum wells to heterostructures," *Modern Physics Letters B*, vol. 18, pp. 1293–1300, 2004.
- [50] P. Han and H. Wang, "Criterion of omnidirectional reflection on a one-dimensional photonic heterostructure," *Journal of the Optical Society of America B. Optical Physics*, vol. 22, pp. 1571–1575, 2005.
- [51] M. Thiel, "Thin-film polarizer based on a one dimensional-three dimensional-one dimensional photonic crystal heterostructure," *Applied Physics Letters*, vol. 91, p. 123515, 2007.
- [52] Z. Wenfu, "Polarization band pass filter based on one-dimensional photonic crystal heterostructures," *Journal of the Optical Society of America B. Optical Physics*, vol. 26, pp. 1845–1851, 2009.
- [53] W. Li, "Photonic band gap of one-dimensional periodic structure containing dispersive left-handed metamaterials," *Chinese Optics Letters*, vol. 6, pp. 198–200, 2008.

- [54] D. Xin-Hua, “Omnidirectional reflection band extension using fibonacci photonics heterostructures containing negative-index materials,” *Journal of Modern Physics*, vol. 57, pp. 325–329, 2010.
- [55] X. Chunhua, “Higly efficient all-optical diode action based on light-tunneling heterostructures,” *Optics Express*, vol. 18, pp. 7479–7487, 2010.
- [56] S. Chen, “Study on z-scan characteristics for light tunneling heterostructures composed on one-dimensional photonic band gap material and metallic film,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 25, pp. 97–110, 2011.
- [57] R. Archuleta-García, B. Manzanares-Martínez, and J. Manzanares-Martínez, “Una descripción del método de ondas planas para el cálculo de bandas fotónicas,” *Revista Boliviana de Física*, vol. 13, pp. 79–85, 2007.
- [58] M. A. Lopez-Esquer, *Tesis de Maestria: ”Aplicación del Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo a la simulación del Campo Electromagnético”*, J. Manzanares-Martínez (Director). Departamento de Investigación en Física, Universidad de Sonora, 2005.
- [59] R. Archuleta-García, *Tesis de Maestria: ”Heteroestructuras de Cristal Fotonico en una dimensión”*, J. Manzanares Martínez (Director). Departamento de Investigación en Física, Universidad de Sonora, 2007.
- [60] M. A. Velarde-Chong, *Tesis de Ingenieria Mecanica: ”Implementación del Método de Matriz de Transferencia en Heteroestructuras de Cristal Fotonico en una dimensión”*, R. Archuleta-García (Director). Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, 2009.
- [61] D. Moctezuma-Enriquez, *Tesis de Maestria: ”Optimización de Heteroestructuras Fotónicas de bajo índice de refracción”*, J. Manzanares-Martínez (Director). Departamento de Investigación en Física, Universidad de Sonora, 2009.
- [62] P. Yeh, *Optical Waves in Layered Media*. Wiley, 2005.
- [63] S. K. Awasthi, “Wide-angle broadband plate polarizer with 1d photonic crystal,” *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, vol. 88, pp. 321–335, 2008.
- [64] S. K. Awasthi and S. P. Ojha, “Design of a tunable optical filter by using one-dimensional ternary photonic band gap material,” *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 4, pp. 117–132, 2008.
- [65] A. Banerjee, “Enhanced refractometric optical sensing by using one-dimensional ternary photonic-crystals,” *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, vol. 89, pp. 11–22, 2009.
- [66] C. J. Wu, Y. H. Chung, B. J. Syu, and T. J. Yang, “Band gap extension in a one-dimensional ternary metal-dielectric photonic crystal,” *Progress In Electromagnetics Research, PIER*, vol. 102, pp. 81–93, 2010.

- [67] S. K. Awasthi, M. U., and S. P. Ojha, “Enhancement of omnidirectional total-reflection wavelength range by using one-dimensional ternary photonic band gap material,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 23, pp. 2566–2571, 2006.
- [68] V. Agarwal and J. A. del Rio, “Tailoring the photonic band gap of a porous silicon dielectric mirror,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 82, p. 1512, 2003.
- [69] V. Agarwal and J. A. del Rio, “Filters, mirrors and microcavities from porous silicon,” *Int. J. Mod. Phys. B*, vol. 20, pp. 99–110, 2006.
- [70] J. Manzanares-Martínez, P. Castro-Garay, and E. Urrutia-Banuelos, “Influence of disorder on a chirped mirror based on porous silicon,” *Progress In Electromagnetics Research Letters*, vol. 11, pp. 159–165, 2009.
- [71] J. O. Estevez, J. Arriaga, A. M. Blas, and V. Agarwal, “Omnidirectional photonic bandgaps in porous silicon based mirrors with a gaussian profile refractive index,” *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 19, p. 191915, 2008.
- [72] J. O. Estevez, J. Arriaga, A. M. Blas, and V. Agarwal, “Enlargement of omnidirectional photonic bandgap in porous silicon dielectric mirrors with a gaussian profile refractive index,” *Applied Physics Letters*, vol. 94, no. 6, p. 061914, 2009.
- [73] N. V. Grushina, P. V. Korolenko, A. Y. Mishin, and A. M. Zotov, “Broad omnidirectional band of reflection from fibonacci one-dimensional photonic crystals,” *PIER Online*, vol. 5, pp. 511–515, 2009.
- [74] A. Hache and G. Bader, “The role of penetration depth in optical tuning of a photonic bandgap of a semiconductor periodic structure,” *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, vol. 6, pp. 235–238, 2004.
- [75] J. F. Bertone, P. Jiang, K. S. Hwang, D. Mittleman, and V. L. Colvin, “Thickness dependence of the optical properties of ordered silica-air and air-polymer photonic crystals,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 83, pp. 300–304, 1999.
- [76] M. Bergmair, M. Huber, and K. Hingerl, “Band structure, wiener bounds, and coupled surface plasmons in one dimensional photonic crystals,” *Applied Physics Letters*, vol. 89, no. 8, p. 081907, 2006.
- [77] M. F. Yanik, W. Suh, Z. Wang, and S. Fan, “Stopping lighth in a wave guide with an all-optical analog of electromagnetically induced transparency,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 233903, 2004.
- [78] A. Hache and B. M., “Ultra fast all-optical switching in a silicon based with an active negative feedback,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 77, p. 4089, 2000.
- [79] J. Manzanares-Martínez, F. Ramos-Mendieta, and P. Halevi, “Temperature tuning of two-dimensional photonic crystal in the presence of phonons and a plasma of electrons and holes,” *Phys. Rev. B*, vol. 72, p. 35336, 2005.

- [80] J. Manzanares-Martínez, F. Ramos-Mendieta, and P. Halevi, “Tunning of transmission peaks in two-dimensional semiconductor based photonic crystals with line defects of cylinders,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 87, p. 101110, 2005.
- [81] J. N. Munday and W. M. Robertson, “Negative group velocity pulse tunneling through a coaxial photonic crystal,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 81, p. 2127, 2002.
- [82] S. P. Ojha and S. S. K., “Group velocity, negative and ultra-high index of refraction in photonic band gap materials,” *Microwave and Optical Technological Letters*, vol. 42, p. 82, 2004.
- [83] A. Gomez, A. Vegas, and M. A. Solano, “Remarks on: Group velocity, negative and ultra-high index of refraction in photonic band gap materials,” *Microwave and Optical Technological Letters*, vol. 44, p. 302, 2005.
- [84] L. Poirer, R. I. Thompson, and A. Haché, “Impossibility of negative group velocities in a periodic layer structure with or without loss,” *Opt. Comm.*, vol. 250, p. 258, 2005.
- [85] S. P. Ojha and S. S. K., “Reply to: Remarks on: Group velocity, negative and ultra-high index of refraction in photonic band gap materials,” *Microwave and Optical Technological Letters*, vol. 46, p. 94, 2005.
- [86] K. Yasumoto and Y. Y., *Electromagnetic Theory and Applications for Photonic Crystals*. CRC Press (New York), 2005.
- [87] B. Manzanares-Martínez and F. Ramos-Mendieta, “Transverse elastic waves in superlattices: The brewster acoustic angle,” *Phys. Rev. B*, vol. 61, pp. 12877–12881, May 2000.
- [88] S. G. Romanov, T. Maka, C. M. Sotomayor Torres, M. Müller, R. Zentel, D. Cassagne, J. Manzanares-Martínez, and C. Jouanin, “Diffraction of light from thin-film polymethylmethacrylate opaline photonic crystals,” *Phys. Rev. E*, vol. 63, p. 056603, Apr 2001.
- [89] M. A. Kaliteevski, J. Manzanares-Martínez, D. Cassagne, and J. P. Albert, “Disorder-induced modification of the transmission of light in a two-dimensional photonic crystal,” *Phys. Rev. B*, vol. 66, p. 113101, Sep 2002.
- [90] D. N. Chigrin, A. V. Lavrinenko, D. A. Rarotsky, and S. V. Gaponenko, “Observation of total omnidirectional reflection from a one-dimensional dielectric lattice,” *Appl. Phys. A*, vol. 68, p. 25, 1999.
- [91] K. M. Chen, A. W. Sparks, H. C. Luan, D. R. Lim, K. Wada, and L. Kimerling, “Omnidirectional reflector and microcavity resonator via the-sol gel method,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 75, p. 3805, 1999.
- [92] B. Temelkuran and E. Ozbay, “Experimental demonstration of photonic crystal based waveguides,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 74, p. 486, 1999.

- [93] M. Scalora, J. P. Dowling, C. M. Bowden, and M. J. Bloemer, “Optical limiting and switching of ultra-short pulses in nonlinear photonic band gap materials,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, p. 1368, 1994.
- [94] M. D. Tocci, M. Scalora, M. J. Bloemer, J. P. Dowling, and C. M. Bowden, “Measurement of spontaneous-emission enhancement near the one-dimensional photonic band edge of semiconductor heterostructures,” *Phys. Rev. A*, vol. 53, p. 2799, 1996.
- [95] M. P. M. E. Bardosova, I. M. Povey, R. H. Tredgold, and D. E. Whitehead, “Enhanced bragg reflections from size-matched heterostructure photonic crystal thin films prepared by the langmuir-blodgett method,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 89, p. 93116, 2006.
- [96] A. Bruyant, G. Lerondel, P. A. Reece, and M. Gal, “All-silicon omnidirectional mirrors based on one-dimensional photonic crystals,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 82, p. 3227, 2003.
- [97] E. Xifre-Pérez, L. F. Marsal, J. Pallares, and J. Ferre-Borull, “Porous silicon mirrors with enlarged omnidirectional band gap,” *J. Appl. Phys. Lett.*, vol. 97, p. 64503, 2005.
- [98] H. Lee and G. Nam, “Realization of ultrawide omnidirectional photonic band gap in multiple one-dimensional photonic crystals,” *J. Appl. Phys. Lett.*, vol. 100, p. 83501, 2006.
- [99] F. Ramos-Mendieta and P. Halevi, “Surface electromagnetic waves in two-dimensional photonic crystals: Effect of the position of the surface plane,” *Phys. Rev. B*, vol. 59, pp. 15112–15120, Jun 1999.
- [100] Z. Wang, J. Zhang, J. Xu, L. Wang, C. Cao, and P. Zhan, “1d partially oxidized porous silicon photonic crystal reflector for mid-infrared application,” *J. Phys. D.: Appl. Phys.*, vol. 40, pp. 4482–4484, 2007.
- [101] E. Xifre-Perez, L. F. Marsal, J. Ferre-Borrull, and J. Pallares, “Low refractive index contrast porous silicon omnidirectional reflectors,” *Appl. Phys. B*, vol. 95, pp. 169–172, 2009.
- [102] J. N. Winn, Y. Fink, S. Fan, and J. D. Joannopoulos, “Omnidirectional reflection from a one-dimensional photonic crystal,” *Opt. Lett.*, vol. 23, pp. 1573–1575, 1998.
- [103] Y. Fink, J. N. Winn, S. Fan, C. Chen, J. Michel, J. D. Joannopoulos, and E. L. Thomas, “A dielectric omnidirectional reflector,” *Science*, vol. 282, pp. 1679–1682, 1998.
- [104] D. N. Chigrin, A. D. Lavrinenko, D. A. Yarotsky, and S. V. Gaponenko, “All-dielectric one-dimensional periodic structures for total omnidirectional reflection and partial spontaneous emission control,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 2018–2024, 1999.

- [105] H. Y. Lee, H. Makino, T. Yao, and A. Tanaka, “Si-based omnidirectional reflector and transmission filter optimized at a wavelength of $1.55 \hat{\text{I}}_{\frac{1}{4}}\text{m}$,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 81, pp. 4502–4504, 2002.
- [106] M. Deopura, C. K. Ullal, B. Temelkuran, and Y. Fink, “Dielectric omnidirectional visible reflector,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 26, pp. 1197–1199, 2001.
- [107] W. H. Southwell, “Omnidirectional mirror design with quarter-wave dielectric stacks,” *Appl. Opt.*, vol. 38, pp. 5464–5467, 1999.
- [108] R. Archuleta-García, M. B. Manzanares-Martínez, and J. Manzanares-Martínez, “Giant photonic band gaps in photonic heterostructures,” *Revista Mexicana de Física*, vol. 53, pp. 371–375, 2007.
- [109] R. Srivastava, K. B. Thapa, S. Pati, and S. P. Ojha, “Design of photonic band gap filter,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 81, pp. 225–235, 2008.
- [110] V. A. Tolmachev, T. S. Perova, J. Ruttle, and E. V. Khokhlova, “Design of one-dimensional photonic crystal using combination of band diagram and photonic gap map approaches,” *J. of Appl. Phys.*, vol. 104, pp. 033536–1–033536–6, 2008.
- [111] L. Jiang, G. Zheng, L. Shi, J. Yuan, and X. Li, “Broad omnidirectional reflectors design using genetic algorithm,” *Optics Communications*, vol. 281, pp. 4882–4888, 2008.
- [112] A. Birner, R. B. Wehrspohn, U. M. Gosele, and K. Bush, “Silicon-based photonic crystals,” *Adv. Mat.*, vol. 13, pp. 377–388, 2001.
- [113] K. C. Huang, P. Bienstamn, J. D. Joannopoulos, and K. A. Nelson, “Phonon-polariton excitations in photonic crystals,” *Phys. Rev. B*, vol. 68, pp. 075209–075221, 2003.
- [114] J. Manzanares-Martínez and F. Ramos-Mendieta, “One-dimensional photonic crystals with semiconducting constituents: the effects of the absorption mechanisms,” *Revista Mexicana de Física*, vol. 54, pp. 95–100, 2008.
- [115] H. S. Sozuer and S. Kevim, “Robustness of one-dimensional photonic band gaps under random variations of geometrical parameters,” *Phys. Rev. B.*, vol. 72, pp. 195101–195110, 2005.
- [116] A. Banerjee, “Enhanced incidence angle based spectrum tuning by using one-dimensional ternary photonic band gap structures,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 1023–1032, 2010.
- [117] I. J. Kuzma-Filipek, F. Duerinckx, E. van Kerschaver, K. van Nieuwenhuysen, G. Beaucarne, and J. Poortmans, “Chirped porous silicon reflectors for thin-film epitaxial silicon solar cells,” *J. Appl. Phys.*, vol. 104, pp. 073529–073536, 2008.
- [118] C. Biancotto and P. Record, “Dielectric ebg corner reflector antenna,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 2107–2118, 2010.

- [119] Y.-F. Chau, H.-H. Yeh, and D. P. Tsai, “A new type of optical antenna: Plasmonics nanoshell bowtie antenna with dielectric hole,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 1621–1632, 2010.
- [120] H. Zhou, S. Qu, Z. Pei, Y. Yang, J. Zhang, J. Wang, H. Ma, C. Gu, and X. Wang, “A high-directive patch antenna based on all-dielectric near-zero-index metamaterial superstrates,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 1387–1396, 2010.
- [121] C. S. Currel, H. Cosar, and O. Akalm, “Accurate resonant frequency computation of multisegment rectangular dielectric resonator antennas,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 839–847, 2010.
- [122] T. Masri, M. K. A. Rahim, H. A. Majid, O. Ayop, F. Zubir, and M. N. A. Karim, “Electromagnetic band gap structure for planar ultra wide band antenna,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 229–239, 2010.
- [123] L. Dominici, L. Vesce, D. Colonna, F. Michelotti, T. F. Brown, A. Reale, and A. Di Carlo, “Angular and prism coupling refractive enhancement in dye solar cells,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 96, pp. 103302–103304, 2010.
- [124] C.-C. Liu, Y.-H. Chang, and C.-J. Wu, “Refractometric optical sensing by using a multilayer reflection and transmission narrowband filter,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 293–305, 2010.
- [125] E. Istrate and E. H. Sargent, “Photonic crystal heterostructures and interfaces,” *Rev. of Mod. Phys.*, vol. 78, pp. 455–481, 2006.
- [126] S. K. Awasthi and S. P. Ojha, “Wide-angle broadband plate polarizer with 1d photonic crystal,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 88, pp. 321–335, 2008.
- [127] Z. Y. Wang, X. M. Cheng, X. Q. He, S. L. Fan, and W. Z. Yan, “Photonic crystal narrow filters with negative refractive index structural defects,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 80, pp. 421–430, 2008.
- [128] N. Kumar and S. P. Ojha, “Photonic crystals as infrared broadband reflectors with different angles of incidence: A comparative study,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 80, pp. 431–445, 2008.
- [129] S. K. Srivastava and S. P. Ojha, “Omnidirectional reflection bands in one-dimensional photonic crystal structure using fullerene films,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 74, pp. 181–194, 2007.
- [130] S. K. Srivastava and S. P. Ojha, “Enhancement of omnidirectional reflection bands in one-dimensional photonic crystals with left-handed materials,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 68, pp. 91–111, 2007.
- [131] C. J. Wu and Z. H. Wang, “Properties of defect modes in one-dimensional photonic crystals,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 103, pp. 169–184, 2010.

- [132] C.-J. Wu, B.-H. Chu, and M.-T. Weng, “Analysis of optical reflection in a chirped distributed bragg reflector,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 23, pp. 129–138, 2009.
- [133] R. Archuleta-García and J. Manzanares-Martínez, “Slow group velocity in photonic heterostructures,” *Superficies y Vacío*, vol. 21, pp. 18–20, 2008.
- [134] R. Archuleta-García, D. Moctezuma-Enriquez, and J. Manzanares-Martínez, “Enlargement of photonic band gap in porous silicon dielectric mirrors,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 351–361, 2010.
- [135] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, “Acoustic band structure of periodic elastic composites,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, pp. 2022–2025, 1993.
- [136] B. Manzanares-Martínez, J. Sanchez-Dehesa, A. Hakansson, F. Cervera, and F. Ramos-Mendieta, “Experimental evidence of omnidirectional elastic bandgap in finite one-dimensional phononic systems,” *Applied Physics Letters*, vol. 85, pp. 154–156, 2004.
- [137] L. A. Molotkov, “Propagation of seismic waves in block elastic-fluid media. i,” *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 127, pp. 2469–2481, 2005.
- [138] J. N. Winn, R. D. Meade, and J. D. Joannopoulos, “Two-dimensional photonic band-gap materials,” *Journal of Modern Optics*, vol. 41, pp. 257–273, 1994.