UNIVERSIDAD DE SONORA
POSTGRADO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

TESIS:
"MATEMÁTICA INTEGRADA USANDO PROYECTOS"

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, PRESENTA:

L. M. PAULINA DANAE LÓPEZ CEBALLOS

DIRECTOR DE TESIS

DR. JOSÉ LUIS DÍAZ GÓMEZ

Hermosillo, Sonora, Enero del 2007.

Quiero dedicar este trabajo de Tesis y agradecer infinitamente a todas aquellas personas que me prestaron su tiempo y esfuerzo para que yo lograra esta meta en mi vida profesional.

Con todo mi cariño......MUCHISIMAS GRACIAS.

P.D.L.C.

RESUMEN

Una problemática en la enseñanza de la matemática, consiste en desarrollar en los estudiantes las capacidades y habilidades pertinentes para que puedan ser capaces de transitar satisfactoriamente en un mundo de constantes cambios tecnológicos y científicos, donde la matemática es la herramienta principal; creemos que esto se logra sólo a través del aprender matemáticas haciéndolas mediante situaciones reales, con problemas reales, tanto de la vida cotidiana como del perfil profesional. Nuestro objetivo es analizar el aprendizaje de la matemática con el uso de proyectos, por lo que seleccionamos dos grupos del área de Contabilidad y Administración para trabajar durante un semestre en la enseñanza de la matemática a través de proyectos. Durante el transcurso del semestre se monitorearon: el aprendizaje de la matemática, el interés por aprender matemáticas más complejas, las herramientas matemáticas utilizadas, y la habilidad para resolver los problemas. Al finalizar el semestre, a los estudiantes se les aplicó un cuestionario para conocer su opinión ante esta forma diferente de aprender matemáticas y su nivel de aceptación. A pesar de que la mayoría opinó favorablemente, encontramos algunos casos de estudiantes que prefieren el método tradicional, creo que se debe en parte a tantos años de enseñanza tradicional.

SUMMARY

A problematic in mathematical education is developing in students the capacities and abilities so they can be able to journey satisfactorily in a world of constant technological and scientific changes, where mathematics is the main tool. This is obtained only through learning mathematics as much as doing them by real situations, with real problems, of daily life and professional work. The objective is to analyze the learning of mathematics through the use of projects. For our investigation we selected two groups of Accounting and Administration areas to work using projects for learning mathematics for a semester. During the course of this semester the students were quizzing in: the learning of mathematics, the interest to learn more complex mathematics, the use of mathematical tools and the ability to solve problems. At the end of the semester we asked them to fill a questionnaire whit their opinion about this different form of learning mathematics and their level of acceptance. Although the majority thinks favorably, we found some cases of students who prefer the traditional method, perhaps of so many years of traditional education.

INDICE

1. INTRODUCCIÓN

El gran reto para este siglo XXI en la enseñanza de la matemática, consiste en desarrollar en los estudiantes las capacidades y habilidades pertinentes para que puedan ser capaces de transitar satisfactoriamente en un mundo de constantes cambios tecnológicos y científicos, donde la matemática es la herramienta principal. No se pude pensar entonces en una enseñanza retórica, memorística y repetitiva, sino en una matemática que involucre el pensamiento crítico, el interés por aprender y la habilidad para adaptarse a diferentes situaciones y a los constantes cambios de manera eficiente. Para lograr esto, se necesita que los estudiantes aprendan matemáticas haciéndolas, es decir, que resuelvan problemas reales, tanto de la vida cotidiana, como del perfil profesional. Una herramienta que permite lograr esto y que está tomando auge en estos días es el aprendizaje basado en proyectos.

Utilizar proyectos como parte del currículo no es un concepto nuevo y los docentes los incorporan con frecuencia en sus planes de clase. Pero la enseñanza basada en proyectos es diferente: Es una estrategia educativa integral, en lugar de ser un complemento.

La utilización de proyectos como herramienta didáctica, permite que los estudiantes cambien de posición, de receptor- pasivo, a trasmisor-activo, los coloca en el lugar del Investigador, lo que implica que de ellos mismos surja la necesidad de utilizar la matemática para describir el fenómeno y por lo tanto la necesidad de estudiarla y aprenderla bien. Los proyectos además, permiten a los estudiantes relacionar a la matemática con otras disciplinas (donde se ubica la situación que desean analizar) y desarrollar otras habilidades como la investigación, el trabajo en equipo y el uso de la tecnología, entre otros.

Esta estrategia de enseñanza constituye un modelo de instrucción auténtico en el que los estudiantes planean, implementan y evalúan proyectos que tienen aplicación en el mundo real más allá del aula de clase, en ellas se recomiendan actividades de enseñanza interdisciplinarias, de largo plazo y centradas en el estudiante, en lugar de lecciones cortas y aisladas [14].

Existen actualmente varios modelos de enseñanza-aprendizaje en la educación de la matemática, uno de ellos es el modelo integrador, cuya pretensión es integrar a la matemática con la ciencia, dentro de este modelo el conocimiento se ve como una forma de relacionar y conectar temas de manera que sea significativo y relevante a otras áreas de aprendizaje tal como lo es en la vida real.

El modelo integrador no se le atribuye a ninguna persona hasta el momento, parece que se ha venido desarrollando a partir de la interdisciplinariedad, y se ha ido transformando con cada aportación de diferentes autores. En casi todos los artículos[1] relacionados con la matemática integrada la palabra *integración* no está claramente definida, sin embargo, se habla de la integración entre la matemática y la ciencia como una relación complementaria entre herramienta – objeto; es decir, la matemática se ve como

[1] Ver referencias bibliográficas: 2, 3, 17, 19, 22, 25, 27 y 31.

herramienta en una clase de ciencia, o la ciencia como situación problema o ejemplos en una clase de matemáticas, sin embargo algunos autores van más allá tratando de fusionar ambas.

En este trabajo de tesis nos orientamos por un modelo integrador como sustento teórico de enseñanza-aprendizaje de la matemática, ya que este permite ubicar al estudiante en situaciones donde la matemática es la herramienta que permite: plantear, entender, explicar y solucionar problemas reales a diferencia de un modelo conservador donde la matemática es una asignatura aislada y desligada que no permite hacer una conexión entre el aprendizaje de la matemática y las demás asignaturas y del aprendizaje de la escuela y la realidad.

El modelo integrador no tiene sólo una forma de abordarse, existen varias versiones de este modelo (capítulo 5), el que seleccionamos para nuestra investigación fue "el tejido", ya que es el que mejor se adecua a nuestra situación escolar institucional. En este modelo se escoge un tema y se usa como base para múltiples disciplinas, su estrategia de enseñanza es que el tema sea abordado en diferentes materias, cada una lo aborda desde diferentes ángulos, permitiéndole al estudiante una visión integradora del conocimiento.

Como en la institución donde trabajamos es muy difícil integrar a varios profesores en la enseñanza de un tema, resolvimos el problema utilizando como estrategia educativa los proyectos, ya que estos permiten abordar los temas desde diferentes perspectivas.

2. ANTECEDENTES Y MARCO DE REFERENCIA

Este capítulo tiene como intención presentar un panorama de la problemática por la que atraviesa el aprendizaje de la matemática a nivel nacional, presentando algunos datos de lugares que hemos ocupado, a nivel mundial, en las últimas evaluaciones realizadas. La problemática de la enseñanza de la matemática también se aborda en este capítulo, pero limitada sólo a la Universidad de Sonora en México, ya que es donde laboramos y podemos impactar (aunque de forma limitada) en su enseñanza trabajando con proyectos; esto es, utilizando formas alternativas de enseñanza que impacten positivamente en el aprendizaje de esta disciplina.

2.1 ANTECEDENTES

Las matemáticas han sido desde los comienzos de la historia la herramienta que ha permitido avanzar a las otras ciencias, como la ingeniería, la química, la informática, la física, etc. En la última década, los constantes cambios científico-tecnológicos han implicado una modificación en el significado de enseñar, pero sobre todo, de aprender matemáticas y de qué es lo que se debe aprender de las matemáticas: las técnicas, las herramientas, la metodología o las estrategias. Las diferentes corrientes de pensamiento matemático debaten día a día estas cuestiones.

Nuestra visión es que los estudiantes deben adquirir las habilidades matemáticas para identificar en una situación problema las herramientas, las técnicas y la estrategia pertinente para resolver de manera satisfactoria la situación que se les presenta sobre todo en su vida profesional. Creemos que un aprendizaje enfocado en la memorización de la técnica, de la herramienta, de la metodología o de la estrategia, limita y aísla los conocimientos matemáticos en los estudiantes, ya que cualquier modificación, por más pequeña que sea, provoca un fracaso en la resolución de los problemas. Necesitamos que los estudiantes sean capaces de adecuarse a los cambios, que puedan identificar la matemática pertinente que les permita en cada situación problema, resolver de manera asertiva el problema. Además se necesita que los estudiantes utilicen las herramientas tecnológicas disponibles actualmente para la esquematización, la modificación de parámetros, la solución del problema y en la presentación de resultados, para que realmente se hable de un aprendizaje completo.

2.2 MARCO DE REFERENCIA

Queremos en esta parte del trabajo de tesis darle al lector un panorama general sobre la problemática que enfrenta la matemática en su enseñanza-aprendizaje, tratando de identificar algunos de los factores que la inducen, sobre todo, aquellos en los que tenemos posibilidad de modificar, en busca de una mejora sustancial de la enseñanza que derive a su vez en mejoras del aprendizaje de la matemática.

2.2.1. Sobre la problemática del aprendizaje de la matemática en la vida escolar.

En el año 2003 el Programa Internacional de Evaluación de estudiantes (PISA, http://www.pisa.oecd.org, por sus siglas en ingles) que pertenece a la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) presentó los resultados del desempeño estudiantil investigado en 41 países incluyendo a México (los 30 miembros de la OCDE y 11 países asociados).

El objetivo de la investigación realizada era dar respuesta a preguntas que continuamente se plantean los padres, los estudiantes, el público y quienes tienen la responsabilidad de los sistemas educativos; tales como: ¿Están los estudiantes preparados para enfrentar los retos del futuro? ¿Son capaces de analizar, razonar y comunicar sus ideas con eficacia? ¿Tienen la capacidad de continuar aprendiendo a lo largo de sus vidas? El proyecto evaluó la medida en que estudiantes de 15 años de edad han obtenido algunos de los conocimientos y aptitudes que son esenciales para una participación plena en la sociedad.

La primera evaluación de PISA se aplicó en el año 2000. En aquella ocasión los resultados fueron decepcionantes para varios países, ya que se mostró que el desempeño de estos estudiantes estaba considerablemente rezagado con respecto a los alumnos de otros países, por el equivalente a varios años de escolaridad.

La segunda evaluación llevada a cabo en el año 2003 titulada "Aprendizaje para el mundo del mañana" presenta los resultados de un informe que se extiende mucho más allá del simple análisis de la posición en que se ubican los países en los conocimientos de matemáticas, ciencias y lectura; también se analizó una gama más amplia de actitudes en la educación que incluyó la motivación de los alumnos para aprender, lo que piensan de ellos mismos y sus estrategias de aprendizaje.

La evaluación PISA 2003 se centró en las matemáticas, donde México se ubicó en el lugar 37 de los 41 países participantes (por debajo del promedio de la OCDE), lo que indica un desempeño muy pobre en las habilidades y conocimientos en matemáticas.

Sin embargo, en cuanto a las actitudes hacia el estudio de las matemáticas, México se ubicó entre los más positivos, ya que el 87 por ciento de los estudiantes afirma que se interesan por las cosas que aprenden en matemáticas, en comparación con un promedio de la OCDE de 53 por ciento; además, los estudiantes en México también se mostraron convencidos de la utilidad de estudiar matemáticas en un porcentaje mucho mayor que sus contrapartes de otros países, y el 95 por ciento de ellos considera que las matemáticas que estudian en la escuela les ayudarán más adelante en sus empleos.

Un dato preocupante es que a pesar de estar convencidos de la utilidad del estudio de las matemáticas se observó que un 45 por ciento de los estudiantes afirma que se ponen muy tensos cuando tienen que hacer tarea de matemáticas en el hogar, un porcentaje muy alto en comparación con el promedio de la OCDE de 29%.

En cuanto a las cifras Nacionales y Estatales, no se encontraron índices de reprobación en los niveles de primaria, secundaria y Bachillerato, el INEGI reporta sólo índices de deserción escolar. En la siguiente tabla se puede apreciar que los porcentajes de deserción más altos los encontramos en el nivel medio superior, una posible explicación creemos se debe a que en los niveles de primaria y secundaria no hay casos de reprobación escolar y en el nivel medio superior sí. Según datos del INEGI (2000) Sonora se encuentra en la quinta posición a nivel nacional, utilizando el promedio escolar (8.1) como indicador, obtenido de la población estudiantil de 15 años o mas.

Índices de	2003			2004		
deserción	Primaria	Secundaria	Bachillerato	Primaria	Secundaria	Bachillerato
TOTAL	1.4	6.0	16.5	1.4	5.8	15.7
Hombres	1.6	7.4	18.8	1.7	6.2	18.7
Mujeres	1.2	4.7	14.4	1.0	5.4	12.8

Aunque las cifras reales de reprobación en matemáticas en los distintos niveles educativos no se conozcan, nadie puede negar que la enseñanza de la matemática es y ha sido un problema real, donde los índices de reprobación son los más altos en comparación con otras asignaturas, provocando, entre otras cosas, la deserción escolar. Debido a esto, es que surge a nivel Mundial gente preocupada por mejorar la forma de enseñar la matemática. Este trabajo de Tesis va en esa misma línea.

2.2.2. Sobre la problemática de la enseñanza de la matemática en la Universidad de Sonora.

El Departamento de Matemáticas de la Universidad de Sonora se fundó en 1964, entre los objetivos que se tenían estaba, el formar profesores de matemáticas que atendieran las materias de ésta área que se impartían en las diferentes carreras de la Universidad como eran: la escuela de Agricultura y Ganadería, de Ciencias Químicas, de Contabilidad y Administración y las diferentes Ingenierías de esa época. En el año de 1978 las escuelas de la Universidad se reestructuraron en Departamentos, cada Departamento se encargaría de elaborar los programas curriculares y temarios de las materias de su área de conocimiento, tanto de las que se imparten en su Departamento, cómo de las materias que se imparten en otros Departamentos. Así, el Departamento de Matemáticas elaboró los programas de las materias de matemáticas de la Licenciatura en Matemáticas y de las materias de matemáticas y estadística que se imparten en otras Licenciaturas e Ingenierías, surgiendo así, lo que se conoce como "tronco común"; cada tronco común es el mismo para las carreras de una determinada área, pero distinto entre áreas, por ejemplo, se tiene un "tronco común" para las carreras del área de las Ciencias Sociales, otro "tronco común" para las carreras que pertenecen a las Ciencias Naturales e Ingenierías, etcétera.

Debido a esta estructura y a la variedad de materias del "tronco común", cada departamento se hizo cargo de la materia que le correspondía, elaborando el programa de la materia e impartiendo la clase. En principio la idea se veía como natural y lógica, ¿quién mejor para elaborar un temario de Matemáticas Aplicadas a Psicología que un profesor del Departamento de Matemáticas?, sin embargo, esto ha ocasionado una desvinculación entre la materia de matemáticas, las otras materias curriculares y la razón por la que se incorporó en el curriculo de la carrera en las que se imparte.

Debido a que en la elaboración de los objetivos, temarios, ejemplos, notas de clase, etcétera, que se utilizan en cada materia no se ha tomado en cuenta la opinión de los profesores de la carrera a la que esta materia pertenece, tampoco se ha hecho un análisis exhaustivo de los objetivos, del perfil del egresado, de las aplicaciones en materias de semestres avanzados ni de los problemas reales a los que se va a enfrentar el egresado.

Flores Fahira [15] señala: "La falta de análisis real de las necesidades donde se planifica un currículo a nivel licenciatura en nuestro país ha ocasionado una desvinculación del currículo y la realidad, creando alumnos que son sólo receptáculos de conocimientos, alejados de la realidad que deberán enfrentar, ocasionando dificultades en la obtención de empleo. Todo ello resultado de la inadecuada planeación que no toma en cuenta las necesidades reales".

Fahira [15] continua diciendo:... "La forma tradicional de organizar los contenidos del currículo, ha sido el de materias separadas "Un conjunto de contenidos departamentalizados en cuerpos de conocimiento que no tienen relación entre sí", en este modelo el profesor es especialista en un área del conocimiento, además se tiene la creencia de que estos cuerpos de conocimiento, al final se van a integrar, lo cuál es dudoso". Esta organización curricular de contenidos, es la que ha prevalecido en la mayoría de las universidades y que a últimas fechas se le ha visto como causante de la fragmentación del conocimiento".

J.R. Gass (Citado por Flores Fahira [15]) dice: "Para propósitos de enseñanza, el conocimiento se organiza en base a disciplinas académicas. Tales disciplinas no son sólo un conveniente medio de dividir el conocimiento en sus elementos, sino también, la base sobre la cual la universidad se organiza en feudos autónomos que definen las diferentes especialidades de la enseñanza y de la investigación". Esta es, claramente, la problemática a la que se enfrentan los estudiantes de nuestra universidad donde el conocimiento está fragmentado y ha ocasionado dificultades en el aprendizaje de muchas materias, en particular de las matemáticas.

En la Universidad de Sonora los índices de reprobación en las materias de matemáticas han sido siempre los más altos, provocando en años recientes que muchas carreras eliminen estas materias en las reformas curriculares que se han venido dando, como es el caso de las carreras de Leyes, Psicología, Sociología, Administración Pública, y Comunicación. En otras carreras se han fusionado las materias de matemáticas, como es el caso de las Ingenierías, donde las materias de Probabilidad y Estadística que se impartían de manera separada se fusionaron en una sola asignatura (hay mas casos).

Esta problemática a permeado en algunos profesores del Departamento de Matemáticas, ya que algunos de ellos en un afán por disminuir los casos de reprobación tratan de darle un enfoque más aplicado a la materia que están impartiendo, revisando literatura del área o platicando con maestros de semestres posteriores para elaborar "problemas aplicados" o "ejercicios relacionados" que utilizan regularmente en sus cursos. Sin embargo en la mayoría de los casos la iniciativa es particular y carece de una estructura adecuada para su implementación formal.

De los esfuerzos que se han llevado a cabo formalmente para reestructurar los temarios, haciendo un análisis real de las necesidades y aplicaciones de las matemáticas en estas áreas, lo tenemos en J.L. Díaz "Rediseño de la currícula en matemáticas de la Carrera de Químico-Biólogo en funciones de las necesidades reales", que se llevó a cabo en 1991. Recientemente el Departamento de Matemáticas se ha dado a la tarea de recuperar esta desvinculación que existe, llevando a cabo dos trabajos de investigación, uno de ellos sobre la reestructuración de los cursos de estadística en el área de las ciencias sociales y el otro con respecto a la reestructuración de las materias de álgebra que se imparten en las Ingenierías. En ambos proyectos se ha tratado de incorporar al mayor número de profesores que imparten estas materias o que desean colaborar.

A su vez, la Universidad de Sonora tratando de resolver esta problemática y atendiendo a los cambios educativos actuales que se orientan por la Interdisciplinariedad y transdiciplinariedad, está proponiendo un "*nuevo modelo curricular*", basado en *materias del eje básico* (o "*tronco común*"), *materias del eje especializante*, es decir, específicas de cada carrera y *un eje integrador* con la modalidad de un "taller integrador" donde el estudiante tenga la oportunidad de relacionar los conocimientos particulares de cada materia y les encuentre una vinculación.

Sin embargo, y a pesar de los esfuerzos institucionales por resolver esta problemática, si estas materias no tienen una orientación real integradora durante su **instrucción**, donde el alumno alcance a percibir las conexiones y relaciones entre las disciplinas, es seguro que el alumno no podrá integrarlas por si sólo. Sabemos que la especialización de los profesores en una ciencia permite potencializar el conocimiento del estudiante, ya que profesores que no dominan la materia que imparten escasamente pueden guiar de manera adecuada el conocimiento, respondiendo dudas o cambiando la estrategia de instrucción debido a la respuesta de los estudiantes, de manera que no coincidimos con aquellos que afirman que la destrucción de la enseñanza basada en disciplinas y la creación de híbridos de conocimiento sea la respuesta.

Sostenemos que es posible lograr una integración del conocimiento sin destruir la enseñanza basada en disciplinas, mediante actividades adecuadas que le permitan al estudiante vincular los conocimientos de manera dinámica con otras disciplinas, con problemas reales de la sociedad o con su potencial campo de trabajo. Citando a Piaget [28]: "Se trata de lo que los docentes penetrados por un espíritu epistemológico lo bastante amplio, para que sin olvidar por ello el campo de su especialidad, logren que el estudiante vea de manera permanente, las relaciones con el conjunto del sistema de las ciencias".

Coincidimos con los que señalan que la fragmentación (o atomización) del conocimiento es un obstáculo que ocasiona dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Un currículo diseñado en forma tal, que permita a los estudiantes relacionar y vincular los conocimientos matemáticos entre si y con las demás ciencias a lo largo de toda su instrucción educativa, logrará que se adquiera en forma natural "un pensamiento matemático" que les abrirá las puertas en los campo de trabajo o en estudios de postgrado.

3. PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

Una vez analizada la problemática por la que atraviesa la matemática en su enseñanza y aprendizaje en México y en la Universidad de Sonora (descritas en el capítulo anterior), en este capítulo se presenta el problema que generó el interés por desarrollar este trabajo de tesis y las justificaciones dan soporte al tipo de investigación que vamos a desarrollar.

3.1 Problema

Al analizar varios artículos de la literatura de educación matemática durante el estudio de la maestría, algunos se referían a la *atomización* del conocimiento matemático como una de las posibles causas en la reprobación y deserción de los estudiantes; en estos artículos se habla de que la matemática se aborda en los niveles escolares de manera completamente desligada como si fueran pequeños átomos donde las teorías, técnicas o herramientas matemáticas que se analizan están en función del grado escolar en que se imparte, como si la multiplicación no tuviera su base en la suma o como si la división no tuviera nada que ver con la suma, la resta y la multiplicación. Los conocimientos matemáticos atomizados los podemos apreciar desde una perspectiva micro hasta una perspectiva macro. Dentro de una asignatura los temas que se abordan a lo largo del ciclo escolar no se ligan unos a otros, las materias de matemáticas que se imparten en cada año escolar, no se ligan unas a otras; en la Universidad pasa igual, las materias de matemáticas no se ligan entre sí ni con las otras materias que cursan los estudiantes, donde la primera debería ser la herramienta que ayude a las otras; incluso en la propia Licenciatura de Matemáticas; las diferentes materias que se estudian a lo largo de ocho semestres no parecen tener una relación entre si, incluso uno tiene la sensación de que son completamente ajenas.

Es hasta que se entra en la vida profesional y se quiere resolver una problemática, que se da uno cuenta de que la matemática no esta desligada si no todo lo contrario.

Una implicación que se ha tenido con la atomización del conocimiento matemático en las materias de matemáticas que se imparten en diferentes carreras de la Universidad de Sonora, es su desaparición en las recientes reformas curriculares, debido a que en su gran mayoría los estudiantes se quejaron durante muchos semestres de que las materias de matemáticas que cursaban no les servían para nada, no les encontraban relación con sus otras materias, ni con el perfil del egresado, por lo que desaparecieron.

Actualmente las materias de matemáticas que pueden correr la misma suerte, son las que se imparten en las áreas Contable, Administrativa, Económica y Financiera, debido a que en estas áreas no se ha llevado a cabo ninguna investigación por parte del Departamento de Matemáticas para valorar el servicio que este Departamento presta en estas áreas.

Tratando de avanzar en esta dirección nos surge el propósito de ver si es posible mediante alguna estrategia didáctica, mejorar la visión atomizada de la matemática y abonar en una percepción más integradora que permita a los estudiantes ver a la matemática como la herramienta que les permitirá ser exitosos en la resolución de problemas, tanto en su carrera, como en su vida profesional.

Queremos evaluar también si la estrategia didáctica que proponemos puede modificar percepciones erróneas que tienen algunos estudiantes del por qué se estudia matemáticas en la escuela, para qué le sirven y cómo se usan en la vida profesional.

Algunas de las percepciones que hemos escuchado en los estudiantes son:

1) La matemática es sólo para los que estudian esa Licenciatura.
2) Las matemáticas son sólo operaciones aritméticas que se aprenden en los niveles básicos de la vida escolar, no deben estudiarse a nivel universitario.
3) Las materias de matemáticas que se estudian en los diferentes niveles escolares o los diferentes tópicos matemáticos, no tienen nada que ver unos con otros, son diferentes y excluyentes.
4) Las matemáticas se aprenden memorizando las técnicas y resolviendo listas de ejercicios.
5) Los problemas que se ven en clase son obtenidos de los libros y se usan para ejemplificar las teorías y las técnicas que se ven en clase. No se como sería, ni como se resolvería un problema real.
6) Los problemas reales los resuelven las personas que tienen maestría y/o doctorado en matemáticas.

Uno de los objetivos que quisiéramos lograr con este trabajo es tratar de modificar en el estudiante aquellas concepciones erróneas que tiene de la matemática, dándole la posibilidad de interactuar con ella desde otra perspectiva, aquella que le permita una visión **integradora** de la matemática que le reditué en un desarrollo exitoso tanto en su vida académica como profesional, pero además quisiéramos que el estudiante tuviera una interacción agradable con la matemática que abone en el gusto por estudiarla.

Para lograr este objetivo se tuvo que hacer una búsqueda exhaustiva de metodologías que permitieran desarrollar una matemática integrada dentro del ámbito escolar, así fue que encontramos que mediante el uso de proyectos, se puede tener una visión global, ya que éstos permiten utilizar varias herramientas y técnicas matemáticas al mismo tiempo, dando esta visión integradora. En otras palabras utilizaremos como estrategia didáctica la enseñanza de la matemática a través de proyectos.

Las preguntas que se derivan y que queremos responder durante la investigación son:

1. ¿Esta estrategia didáctica, permite al estudiante hacer conexiones entre diferentes disciplinas usando a la matemática como herramienta y le permite entender el porqué y el cómo se utilizan las matemáticas tanto en la vida académica como en la profesional?

2. ¿Esta estrategia didáctica, permite al estudiante un pensamiento crítico, un gusto por aprender matemáticas, una destreza en su manejo y una visión real de su utilidad?

3. ¿Esta estrategia didáctica, crea en el estudiante una visión integradora de la matemática?

Creemos que se pueden modificar las concepciones de los estudiantes, pero tenemos nuestras reservas en cuanto al nivel de respuesta y al impacto que se tenga, ya que las limitaciones son muchas. Hay que tener presente al leer este trabajo, que es un esfuerzo individual, que no tenemos la manera de modificar, ni el temario de clase, ni los objetivos establecidos por la Institución, no tenemos manera de cambiar el número de horas asignado a los grupos ni la duración de la clase, tampoco tenemos manera de intervenir en forma particular o general en las demás asignaturas que cursó, que cursa o cursará el estudiante.

Bajo estas premisas se desarrollará este trabajo de investigación cuya hipótesis de investigación es: ***"El modelo Integrador basado en proyectos"*** favorece al aprendizaje de la matemática de forma integradora, disminuye considerablemente la fragmentación o atomización del conocimiento, permite desarrollar en el estudiante habilidades para resolver de forma asertiva problemáticas reales que se le presenten y le ayuda a adaptarse de manera efectiva a los constantes cambios científico-tecnológicos de estos días.

"La matemática al igual que la música no se pude apreciar si cada uno de los instrumento musicales tocan por separado, se necesita de una perfecta integración".

PDLC

3.2 Justificación

Actualmente, los cambios científicos y tecnológicos a nivel mundial han provocado reformas curriculares, sobre todo a nivel Universitario, que permitan a los estudiantes pasar de una actitud pasiva a una activa, de receptores a instructores, cambiar la memorización por la comprensión, trascender de una visión micro a una visión macro sin olvidar las modificaciones curriculares que permitan al estudiante desarrollar habilidades en el uso de la tecnología. Todo esto se debe a la necesidad de que nuestros próximos egresados sean capaces de adaptarse de manera exitosa a estos cambios, pues ya no se puede garantizar que el aprendizaje estudiado durante los años escolares quedara inmóvil, si no por el contrario, se ha visto con que rapidez han cambiado los principios físicos, matemáticos, químicos, biológicos, etc. que por muchos siglos se creyeron no cambiarian.

Se requiere entonces que nosotros aportemos nuestro granito de arena en esta dirección desde el lugar que nos corresponde: "La enseñanza de la matemática en la Universidad de Sonora".

Necesitamos modificar la forma tradicional de la enseñanza de la matemática, basada principalmente en memorizaciones de conceptos y fórmulas y repeticiones sistemáticas de técnicas y procedimientos resolutivos. Debemos desarrollar en los estudiantes otros tipos de habilidades, aquellas que les permitan: formar vínculos entre el conocimiento teórico y práctico, adaptarse a cambios en los procedimientos y las técnicas, resolver problemas basados en datos reales que se puedan estar modificando constantemente; más natural y necesario para resolver los problemas y que se vea de manera explícita a la matemática que problemas obtenidos de libros, que el conocimiento matemático se vea con la herramienta necesaria para el éxito académico dentro de su carrera y en su vida profesional.

Nuestra participación, aunque pequeña, va encaminada a contribuir al análisis de aquellas metodologías didácticas que modifican la enseñanza tradicional para el mejoramiento del aprendizaje de la matemática.

Por último y no menos importante, queremos, con este trabajo contribuir a los esfuerzos que actualmente realiza el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Sonora para mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, encaminada a lograr egresados con mejores habilidades y capacidades, ya que la matemática como ciencia es soporte y pilar de todos los desarrollos científicos y tecnológicos de nuestro Estado.

3.3 Objetivos

El objetivo general que deseamos alcanzar en este trabajo de Tesis, es el desarrollo de una metodología de enseñanza de la matemática, bien estructurada y fundamentada en teorías educativas, que permita modificar significativamente el aprendizaje de la matemática, que derive en estudiantes capaces de adaptarse y resolver asertivamente problemáticas que les presenten tanto en su etapa escolar como en su campo de trabajo.

Los objetivos particulares que analizaremos, están basados en observar si la metodología que utilizaremos en la enseñanza de la matemática y que deseamos probar, contribuye para que el estudiante:

1. Logre una visión integrada de la matemática en si misma, esto significa que ante un problema planteado, al estudiante le quede claro que son varias las herramientas matemáticas involucradas en la solución y que todas éstas herramientas están relacionadas.
2. Pueda discernir entre diferentes funciones y que reconozca que variables están involucradas en cada tipo de función, de manera que, le quede claro que la modificación de una variable produce una función diferente.
3. Que perciba que la matemática es la única herramienta efectiva para resolver de forma asertiva los problemas.
4. Que concluya que la matemática que estudia en la escuela le ayuda a resolver problemas reales, no sólo los que vienen en los libros, si no aquellos que se le van a ir presentando tanto en su vida académica, como el la vida cotidiana y en la profesional.

4. MARCO TEORICO

Este capítulo tiene la intención de presentarle al lector las consideraciones teóricas que sustentan a la matemática como disciplina científica imprescindible para la vida diaria y el desarrollo humano, su presencia en todos los niveles escolares es indicador de esa importancia y relevancia en el desarrollo académico y social de los individuos. La forma como se construye ese conocimiento comienza en un nivel particular, el de cada individuo, seguido de los conocimientos grupales y finalizando con los objetivos Institucionales que se pretenden desarrollar en el individuo. La última parte de este capítulo se refiere al modelo de enseñanza que se pretende implementar.

Este capítulo de consideraciones teóricas pretende sustentar la hipótesis de la utilización de los proyectos como una herramienta que mejora la enseñanza de la matemática, haciendo un breve recorrido que inicia en el por qué de la existencia de las matemáticas, pasando por una breve reseña de la construcción del conocimiento matemático y finalizando en la base que sustenta nuestro trabajo: El modelo que integra a la matemática con el entorno del estudiante tanto en la escuela como de la vida diaria.

Este trabajo se centrará en la matemática que sirve para modelar y resolver problemas de distintas disciplinas científicas que tienen su aplicación en campos de trabajo tan variados como: la industria, la salud, las finanzas, la alimentación, la agricultura, etc.

La forma de resolver el tipo de problemas planteados en este trabajo estarán sostenidos por tres pilares igualmente importantes: La construcción del conocimiento, la integración de los conocimientos matemáticos y la integración entre estos conocimientos matemáticos y las otras disciplinas.

Nuestras consideraciones didácticas también involucran tres ejes:

1. *El de tipo cultural*. Nos permitirá elaborar las actividades cuyos ejemplos y ejercicios tomen en cuenta la problemática que se estudia en la carrera donde se está impartiendo el curso de matemáticas, es decir vinculando los temas matemáticos con las materias específicas de su formación, tomando los problemas reales que se plantean dentro de esta ciencia para trabajar con ellos en los Proyectos.
2. *El de tipo formativo*. Tomaremos en cuenta la forma de cómo los estudiantes aprenden, basados en la teoría constructivista del conocimiento y la "Teoría antropológica" de Chevallard. Esto es importante ya que se desea que las actividades no sólo informen a los estudiantes sino los formen en el aprendizaje de las matemáticas.
3. *El de tipo instrumental*. Nos apoyaremos en las tecnologías de la información, la búsqueda en Internet, la calculadora científica y el software "Microsoft Office".

4.1. FUNDAMENTOS PSICO – COGNITIVOS DEL APRENDIZAJE

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso no agradable para la mayoría de las personas debido a su naturaleza abstracta, a la gran cantidad de representaciones simbólicas y gráficas, y a la variedad de formas en que pueden conectarse estas representaciones.

El estudio de la forma como las personas aprenden ha sido un tema de estudio desde los inicios mismos del conocimiento formal. Sin embargo el estudio en forma sistemática y fundamentada se le atribuye al psicólogo francés Jean Piaget quien estudió durante toda su vida, el proceso por el que atraviesa una persona para adquirir conocimiento. Desarrolló la teoría constructivista del conocimiento, la cual sostiene como principio fundamental que el conocimiento no se adquiere si no se *"construye"* a través del contacto con el objeto, con otros individuos y con la utilización de los sentidos. También sostiene como principio que el conocimiento es único, es decir cada persona construye su propio conocimiento.

Mario Carretero [5] comenta: El constructivismo es básicamente la idea de que el individuo –tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos- no es un simple producto del ambiente ni resultado de sus disposiciones internas, sino una *construcción propia*; que se produce día a día como resultado de la interacción entre esos factores.

Sostenemos entonces que cada individuo construye su propio conocimiento y éste incluye el conocimiento matemático que será impartido durante su estancia escolar. Pero, ¿por qué se enseña matemáticas en todos los niveles escolares? trataremos de dar una respuesta satisfactoria, aunque breve.

4.1.1. ¿Por qué se enseña matemáticas en la escuela?

La presencia de las matemáticas en la escuela se deriva de su presencia en la vida productiva de una sociedad; es decir, los avances tecnológicos, económicos, etc.... crean matemáticas más especializadas o nuevas matemáticas que tienen impacto directo en campos de trabajo como la industria, la economía, la política, la sociología, por mencionar algunos. De esta manera, las Instituciones de Educación deben estar a la vanguardia de estas nuevas matemáticas para formar estudiantes exitosos y capaces de enfrentar el campo profesional al cuál van a incorporarse.

Citando a Chevallard [7]: "Las matemáticas en la escuela son una consecuencia de su presencia en la sociedad y, por lo tanto, las necesidades matemáticas que surgen en la escuela deberían estar subordinadas a las necesidades matemáticas de la vida en sociedad. Cuando se invierte esta subordinación, cuando creemos que las únicas necesidades sociales matemáticas son las que se derivan de la escuela, aparece entonces la *enfermedad didáctica*".

Cuando un alumno no alcanza a percibir la necesidad real inmediata del estudio de las matemáticas, crea un obstáculo en su aprendizaje, ya que considera que es un requisito curricular más y que es suficiente con "pasar" aunque no se haya aprendido "nada" de ella. Cuando el estudiante no ve reflejado en los ejemplos y ejercicios que realiza la verdadera intención de estudiar las matemáticas, reduce su capacidad y gusto por aprenderlas y sobre todo reduce de manera significativa su intención de profundizar más en su estudio y aprendizaje.

Citando de nuevo a Chevallard [7]: "El considerar que las matemáticas están hechas para ser enseñadas y aprendidas... y que la única razón por la que se aprenden matemáticas es porque se enseñan en la escuela, reduce el *valor social* de las matemáticas a un simple *valor escolar*, convirtiendo la enseñanza escolar de las matemáticas en un fin en sí mismo".

Aunque gran parte de la actividad matemática puede identificarse como la modelización de problemas de otras ciencias, existen problemas matemáticos nacidos dentro de la matemática misma, donde su intención y finalidad de estudio puede ser ella misma, sin embargo en este trabajo de tesis tomaremos en cuenta sólo los que sirven para la modelización y solución de problemas no matemáticos.

4.1.2 Construcción del conocimiento

Este trabajo de Tesis se basa específicamente en la epistemología de Jean Piaget [28], básicamente en tres resultados sobre el conocimiento: 1) La existencia de múltiples formas de conocimiento, 2) El incremento en el conocimiento, desde un conocimiento menos provechoso o más pobre, hacia un saber más rico (en comprensión y en extensión) y 3) El conocimiento a través de la interacción entre el sujeto y el objeto.

Otro factor muy importante que influye en la construcción del conocimiento se encuentra en el lenguaje, el literato y psicólogo Ruso L. S. Vygotsky en sus estudios sobre los procesos psico-cognitivos fue capaz de ver cómo el lenguaje es una parte fundamental en el proceso cognitivo de las personas, aunque él estudió básicamente como aprenden los niños, sus resultados se pueden trasladar fácilmente a cualquier otra etapa y proceso de aprendizaje, incluyendo el de las matemáticas universitarias.

Citando a Vygotsky-Luria[2] [35]: "El niño comienza a percibir el mundo no sólo a través de sus ojos sino también a través de su lenguaje... como tal, el lenguaje se convierte en un parte esencial del desarrollo cognitivo del niño".

En estudios realizados por Vygotsky se demostró que es el lenguaje el que le da un valor a la cognición de los niños, es decir, se cree que los niños no "saben" algo, porque no lo pueden "describir verbalmente". Un estudio donde se les mostró un dibujo a un grupo de niños y se les pidió que lo describieran, produjo un resultado erróneo al creer que no comprendían el dibujo, sin embargo el mismo experimento realizado por Vygotsky produjo resultados opuestos al pedirles a los niños que describieran todo lo que percibían en el dibujo pero usando "pantomima", de esta manera los niños demostraron que comprendían el dibujo perfectamente.

---

[2] Alexander Romanovich Luria, recopiló los resultados más sobresalientes de Vygotski y estos fueron editados y publicados por un conjunto de psicólogos estadounidenses: Michael Cole, Vera John-Steiner, Sylvia Scribner y Ellen Souberman.

En la solución de los problemas que se les presentan a los Universitarios, ellos pueden llegar al resultado final sin emitir ningún sonido. Lo que es muy importante considerar en un problema es el lenguaje matemático involucrado en el planteamiento, desarrollo y solución del mismo, por lo que además del lenguaje verbal, las graficas, dibujos, escritura y simbologia matemática tendrán un lugar importante en este trabajo de investigación.

Al tratar de organizar los pensamientos para comunicarlos, ya sea en forma escrita, oral, con dibujos o utilizando imágenes, es cuando se puede llegar a percibir de alguna manera el grado de conocimiento del estudiante, además esto le permite una auto evaluación.

Citando a Vygotsky-Luria [35]:"El lenguaje surge en un principio como un medio de comunicación entre los niños y las personas que los rodean, sólo más tarde se convierte en un lenguaje interno que contribuye a organizar el pensamiento del niño".

De esta manera las actividades estarán desarrolladas tomando en cuenta la construcción del conocimiento desde el punto de vista Piagetano (aprender haciendo) y el lenguaje (matemático) como medio de organización y expresión del conocimiento (verbal, gráfico, escrito, etc.) ayudado de la tecnología para llevarlo acabo.

Además de considerar cómo se desarrolla el conocimiento dentro del estudiante, es importante que consideremos también que este conocimiento se lleva a cabo dentro de un salón de clases, dentro de ciertos requerimientos Institucionales y guiado por un curriculo específico, por lo que describiremos este "ambiente de transmisión de los conocimientos" como el conocimiento institucional.

4.1.3 El Conocimiento Institucional

Yves Chevallard estudia los procesos de transmisión y adquisición de los conceptos matemáticos dentro del medio escolar. A Chevallard le interesó el estudio de las relaciones: 1) entre los individuos, 2) entre los individuos y el objeto de estudio y 3) entre los individuos y el profesor. Chevallard lo llama "sistema didáctico".

Citando a Chevallard [7]: "Se forma un sistema didáctico cada vez que algunas personas se enfrentan a una cuestión cuya respuesta no es evidente y deciden hacer algo para resolverla... de manera que un sistema didáctico escolar se forma con un grupo de estudiantes que busca en una obra matemática las respuestas a ciertas cuestiones (la obra matemática es la que da respuesta a dichas cuestiones) con ayuda (o la guía) de un profesor".

Dentro de este sistema, un rasgo característico es que la enseñanza debe organizarse mayormente de manera comunitaria. La perspectiva basada en la línea constructivista de que la individualización de la enseñanza es lo más conveniente para mejorar la calidad de la enseñanza, y también en la hipótesis de que cada persona aprende de manera diferente, consistiría en ***adaptar los métodos de enseñanza*** a las características individuales de cada estudiante.

Chevallard [7] dice: "Aunque se pueda considerar el aprendizaje como un logro individual, se olvida que es el resultado de un proceso colectivo: el proceso de estudio que se desarrolla en el seno de una comunidad... el proceso de estudio sólo puede llevarse a cabo si el aprendizaje es algo bien compartido dentro del grupo: para que el individuo aprenda, es necesario que el grupo aprenda...desde este punto de vista el aprendizaje es un hecho colectivo".

Es importante tomar en cuenta las diferencias individuales de los alumnos: su capacidad, motivación, interés, actitud, formación previa, etc., pero la organización de la enseñanza debe basarse más en las características compartidas por los estudiantes que en las diferencias de cada individuo para que el estudio sea realmente colectivo.

Al respecto Chevallard [7] comenta: "La organización de la enseñanza debe basarse más en lo que los estudiantes tienen en común que en lo que es particular a cada uno de ellos. Desde el punto de vista antropológico, el estudio y, con él, el aprendizaje son actividades que unen a los individuos".

Otra característica importante a considerar es el *carácter abierto* de la relación didáctica, esto quiere decir que las actividades estarán diseñadas para el autoaprendizaje, donde los estudiantes podrán explorar diversas formas de llegar a la solución, se promoverá el trabajo en equipo y la participación del profesor será solamente como guía de las actividades y no como poseedor absoluto del conocimiento.

Citando a Chevallard [7]: "La enseñanza, como medio del proceso didáctico, no debe pretender controlar de una manera absoluta el desarrollo de dicho proceso. La relación didáctica es una relación "abierta". En la medida en que la enseñanza de las matemáticas se organiza para intentar "cerrar" esta relación, provoca un empobrecimiento del aprendizaje matemático de los alumnos".

Entre las actividades que hacen que la relación sea cerrada y que debemos evitar, podemos describir: 1) La poca consideración del profesor a las actividades matemáticas desarrolladas por el alumno, 2) la fuerte dependencia de los alumnos hacia el profesor, 3) las actividades específicas e individuales que no permitan el trabajo en equipo, y 4) la falta de motivación para que los estudiantes exploren nuevas rutas de solución de los problemas.

Por último, consideraremos los "momentos" por los que debe atravesar el estudiante para lograr un aprendizaje significativo, según la teoría antropológica de Chevallard. Los momentos que presentamos están basados en nuestra interpretación de los momentos que describe Chevallard en su teoría. El orden en el que aparecen no necesariamente es un orden estricto.

1. El momento del primer encuentro: Es cuando el estudiante se enfrenta por primera vez con un problema que no sabe exactamente como abordar para resolverlo.

2. El momento exploratorio: Es cuando el estudiante escoge herramientas matemáticas (llamadas técnicas) y las prueba para tratar de resolver el problema.
3. El momento del trabajo de la técnica: Se lleva a cabo cuando la técnica que encontró es adecuada y se utiliza para resolver el problema, es importante que el estudiante la pruebe con otros problemas parecidos, hasta que la técnica sea dominada por el estudiante.
4. El momento tecnológico-teórico: Es cuando se define formalmente la técnica utilizada y se le otorga su justificación dentro de la matemática. En este punto se espera que los estudiantes, ayudados por el profesor, formalicen toda la herramienta matemática utilizada (teoremas, axiomas, propiedades, etc.) en la solución del problema que se les planteó.
5. El momento de la institucionalización y la evaluación: Se refiere a la evaluación de los objetivos logrados por el estudiante, relacionados o en comparación con los objetivos institucionales que se desea que los estudiantes logren.

El orden habitual al que estamos acostumbrados actualmente en la enseñanza universitaria es: comenzar con el cuarto y quinto momento, es decir definiendo formalmente la técnica y dándole su valor en los objetivos institucionales, seguido del tercer momento, cuando el profesor da un conjunto de ejercicios parecidos a los que él realizó para que los estudiantes los repitan. Si queda tiempo (o si el profesor lo considera importante), se lleva a cabo el primer momento cuando el profesor les enseña o muestra los problemas a los que da respuesta la técnica. Esta secuencia tiene sus claras desventajas: primero, el estudiante no le encuentra su "razón de ser estudiada" a esa herramienta matemática (técnica) al inicio del tema, creando un razonamiento oscuro en su utilización; otra desventaja muy importante es que no se aborda el momento exploratorio (segundo momento), que les permite, basados en sus conocimientos previos analizar hasta donde éstos les ayudan a resolver el problema y provocarles una necesidad de incrementar sus conocimientos matemáticos para resolver completamente el problema, ligando los conocimientos previos que tienen con los nuevos conocimientos que está por adquirir.

La falta de percepción en las Instituciones sobre la necesidad de que los estudiantes pasen por todos los momentos descritos anteriormente provoca una desconcentración y fraccionamiento del proceso de enseñanza que finaliza en la atomización de los conocimientos adquiridos y su desvinculación.

Citando a Chevallard [7]: "Uno de los hechos más llamativos en las instituciones escolares actuales reside en la gran cantidad de alumnos que nunca llegan a *entrar* en el contrato didáctico[3]...esto se debe a la falta de dispositivos cuyos contratos didácticos específicos articulen de manera adecuada el tránsito entre los diferentes *momentos* del proceso de estudio".

[3] El Contrato Didáctico lo define Chevallard como las reglas establecidas entre el profesor y los estudiantes que guiarán la clase y la evaluación.

Mas adelante Chevallard [7] menciona: … "al intentar proteger al alumno de toda desconcentración y evitarle el encuentro con los *momentos*, se fracciona el proceso de enseñanza hasta hacerlo desaparecer como proceso… la enseñanza se convierte en un conjunto atomizado de actividades matemáticas aisladas, encadenadas arbitrariamente e independientes entre sí que no permiten al alumno llegar a dominar ninguna técnica y lo convierten, de hecho, en un incompetente".

La interdisciplinariedad es actualmente una forma de evitar la atomización del conocimiento, la cuál es utilizada en varias instituciones de educación mediante el uso de proyectos, problemas, casos, etc. A pesar de que ha demostrado ser muy útil tiene la desventaja de que es muy difícil elaborar los temarios curriculares y las actividades que los estudiantes tienen que llevar a cabo, ya que como no está estructurada de forma tradicional, se requiere de muchas horas de trabajo, además se necesita un equipo de trabajo interdisciplinario muy competente o profesores con conocimientos múltiples, para elaborar buenos currículos que realmente cumplan con los objetivos interdisciplinarios planteados.

Tratando de solventar estas desventajas creemos que el aprendizaje basado en proyectos (ApP) le permite al profesor que imparte la materia elaborar actividades que cumplan los requerimientos de la interdisciplinariedad, permitiendo a los estudiantes pasar por los *momentos* de estudio y que cumplan con el carácter de abiertas.

Piaget (citado por Flores Fahira [15]) dice: "Se trata de lo que los docentes penetrados por un espíritu epistemológico lo bastante amplio, para que sin olvidar por ello el campo de su especialidad, logren que el estudiante vea de manera permanente las relaciones con el conjunto del sistema de las ciencias".

Se pretende entonces que las actividades que realicen en la clase de matemáticas utilizando proyectos estén en forma permanente relacionadas con las ciencias de manera interdisciplinaria, por lo que creemos que el modelo integrador permitirá y dará sustento teórico a los proyectos seleccionados para cada área.

4.2 MODELO INTEGRADOR

El modelo integrador no se le atribuye a ninguna persona hasta el momento, parece que se ha venido desarrollando a partir de la interdisciplinariedad, y se ha ido transformando con cada aportación de diferentes autores. En casi todos los artículos[4] relacionados con la matemática integrada la palabra "*integración*" no está claramente definida, sin embargo, se habla de la integración entre la matemática y la ciencia como una relación complementaria entre herramienta – objeto; es decir, la matemática se ve como herramienta en una clase de ciencia, o la ciencia como situación problema o ejemplos en una clase de matemáticas, sin embargo algunos autores van más allá tratando de fusionar ambas.

---

[4] Ver referencias bibliográficas: 2, 3, 16, 18, 20, 22, 23, 24, 26, 27, 29, 30, 33 y 34.

Berlin, Donna F. y White, Arthur [3] escriben: "Una gran cantidad de términos referentes a "integración" pueden encontrarse en la literatura, los que incluyen: conexiones, cooperación, coordinación, correlación, atravesando las disciplinas, fusión, interacciones, interdependencia, interdisciplinario, interrelacionado, ligado, multidisciplinario, transdisciplinario y unificado. A través de toda la literatura existe un sentido general de que la integración es una "cosa buena", sin embargo muy pocas investigaciones han reportado explícitamente o descrito claramente que significa la integración entre la ciencia y la matemática, y menos aun han explorado sus beneficios o fracasos. Aunque muchos estarán de acuerdo con la proposición "integra *como* enseñas antes de preocuparte por integrar *lo que* enseñas (Steen 1994), otros invocan la fusión de "los métodos matemáticos dentro de la ciencia y los métodos científicos dentro de las matemáticas" tal que se vuelva algo indistinguible y no se sepa si es matemática o es ciencia lo que se enseña".

Lederman y Niess [22] ilustraron la integración de la matemática y la ciencia en un artículo llamado "5 manzanas + 4 naranjas =?", donde enfatizan fuertemente que "las tentativas de elaborar y/o clarificar el significado de un "*currículo integrado*" deberán abandonar tentativas de disolver las disciplinas para crear un híbrido incongruente", ellos argumentan esto resaltando las diferencias fundamentales entre las dos disciplinas: mientras *la ciencia* busca consistencia con el mundo externo/natural a través de evidencia empírica, *la matemática* busca consistencia dentro de su sistema interno a través de su deducción lógica. Esta diferencia metodológica clama por un entendimiento claro y una discusión explícita de la naturaleza de la ciencia y la matemática.

Morris, Robert [24] cita a Jacqueline Anglin's (1993): "Dentro del currículo integrado se requiere más que combinar dos temas, o turnar a los profesores... La noción de integración es más que conectar piezas para que los estudiantes vean un diseño más grande, de hecho, en los modelos de currículum integrado el conocimiento se refiere a relacionar y conectar *temas* de manera que sea significativo y relevante a otras áreas de aprendizaje tal como es en la vida real".

Con estas premisas, daremos nuestra visión de lo que es *un modelo integrador* como sustento teórico para este trabajo de investigación, además del uso de proyectos y los aspectos involucrados para su instrucción.

4.2.1 El modelo

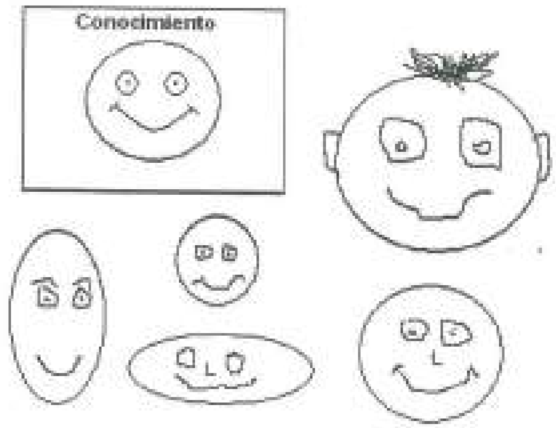
Partimos del modelo "Integrando ciencia y matemática de Berlin–White [3] (BWISM)" el cuál involucra seis aspectos: (1) el conocimiento, (2) las formas de conocimiento, (3) las habilidades de proceso y pensamiento, (4) el conocimiento conceptual, (5) las actitudes y percepciones y (6) la enseñanza.

1. <u>Conocimiento</u>. Se parte del punto de vista constructivista del aprendizaje (Piaget) y de la necesidad de construir un conocimiento significativo (Vygotsky). Por lo que del conocimiento se considera que:

- El conocimiento se construye sobre el conocimiento previo.

- El conocimiento se organiza alrededor de ideas, conceptos o temas.
- El conocimiento involucra la relación entre los conceptos y los procesos.
- El conocimiento está en una situación o contexto específico.
- El conocimiento avanza entrelazando múltiples conceptos.

2. *Formas de conocimiento*. Ya que el conocimiento es construido por el individuo (Piaget [28]), cada persona construye una imagen propia del objeto.



Las distintas formas de construir el conocimiento se basan en los conocimientos que cada individuo posee de su mundo real y con la imagen a la que se relaciona el conocimiento. En matemáticas, el conocimiento involucra frecuentemente la modelación de ciertos patrones y sus relaciones, que no pueden ser vinculadas con el mundo observable. En la modelación matemática se involucra la lógica y la simbología (lenguaje) para describir los patrones y las relaciones de una situación real; una vez que estos símbolos describen correctamente el fenómeno, pueden ser manipulados sin el referente real y sin la necesidad de una representación concreta.

En las formas de conocimiento hay que tomar en cuenta que las personas aprenden de manera diferente, que los aprendizajes previos son la base para el aprendizaje nuevo, y que hay un proceso de inducción - deducción presente en el pensamiento matemático.

3. *Habilidades de proceso y pensamiento.* Dentro de la integración se tiene una perspectiva de cómo evaluar las habilidades de proceso y pensamiento en matemáticas. Si bien, los términos pueden diferir, la mayoría de los currículos reconocen: la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación y las conexiones como el proceso central que emerge en el aprendizaje. Sin embargo una revisión detallada revela el gran "peso" que se le otorga al desarrollo de las habilidades procedimentales en las evaluaciones; no se evalúan las habilidades básicas dentro del proceso, como son: la observación, la inferencia, la medición, la comunicación, la clasificación y la predicción.

En las habilidades del proceso integrador se incluyen: el control de las variables, la definición de la operatividad, la formulación de hipótesis, la interpretación de datos, la experimentación y la formulación de modelos. Estas mismas habilidades se desarrollan para la resolución de problemas. Las actividades integradoras tienen el potencial para enganchar a los estudiantes en los retos que se les plantean, ya que ven como auténticos y relevantes los problemas que se abordan. Además promueve habilidades de pensamiento del alto grado, ya que ellos mismos buscan la solución, planteando, evaluando, reformulando, examinando, etcétera, hasta llegar a la solución (momentos de Chevallard).

4. *Conocimiento conceptual.* Los tópicos que se plantean para desarrollar habilidades integradoras, incluyen el estudio de la medición, los patrones y sus relaciones, el uso de la probabilidad y estadística, el uso de relaciones espaciales (geometría), de variables y funciones (cálculo), etcétera. Esto requiere que se integren los conocimientos actuales con los anteriores y posteriores para favorecer la integración de las diferentes áreas de la matemática.

5. *Actitudes y percepciones.* La integración de la matemática basada en experiencias reales y problemas sociales motiva grandemente a los estudiantes, los ayuda a desarrollar sus habilidades y les permite cambiar las percepciones en cuanto a la dificultad de la matemática.

La forma integradora de enseñanza modifica las actitudes dentro del salón de clases:

- Deseo de conocimiento: percibir a la matemática como el camino para conocer y entender.
- Aceptar ambigüedades: reconocer que los datos rara vez son claros y que se pueden tener planteamientos distintos del mismo problema.
- Tener voluntad para modificar explicaciones: ver nuevas posibilidades en los datos y en las soluciones de los alumnos.
- Cooperatividad en la resolución y respuesta de los problemas: trabar juntos en la creación de ideas, explicaciones y soluciones.
- Respetar el razonamiento: Evaluar los patrones de pensamiento y guiar a los estudiantes hacia la resolución del problema.

6. *Enseñanza.* Los métodos y estrategias de enseñanza incluyen cuatro dimensiones: la estructura y organización del medio ambiente de aprendizaje, las estrategias instruccionales, el asesoramiento, y el intercambio en los roles de enseñanza. El medio ambiente debe incluir un buen problema (Proyecto), tiempo para establecer las preguntas que guíen el aprendizaje, se debe estimular y guiar las discusiones, promover el uso de laboratorio u otras herramientas o instrumentos, también hay que estimular el uso apropiado de la tecnología, alentar procedimientos alternativos y maximizar las oportunidades para una experiencia exitosa.

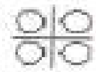
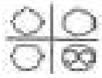
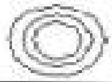
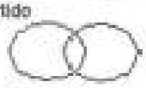
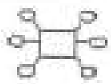
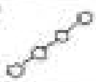
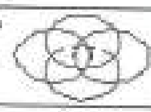
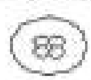
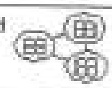
Las estrategias de enseñanza deben basarse en la investigación cognitiva de cómo los estudiantes aprenden en general y como se aprenden las matemáticas en particular.

Además de lo anterior, creemos que, para que un conocimiento sea relevante en una persona éste debe:

- Ser situado: Un conocimiento situado en nuestro trabajo coincide con las definiciones de la *teoría sociológica*, el cuál debe considerar el medio en el que está presente, como lo es: la institución, la carrera y el semestre.
- Ser significativo: El conocimiento según la teoría de Brousseau, se va transformando hasta llegar al individuo, de manera que sólo será significativo para el individuo si lo puede relacionar con algo para él familiar.
- Que esté integrado: Esto se refiere a que el conocimiento matemático debe estar integrado al currículo de la carrera de manera pertinente a las demás materias que se imparten, al perfil del egresado, al semestre en que se imparte, etc.

Las tres partes son esenciales y necesarias, y estarán presentes en nuestro modelo y en la selección de los Proyectos a desarrollar, para permitir en el estudiante una comprensión real e integrada del conocimiento matemático.

Los intentos por crear currículos integrados no es una idea nueva, de hecho ya se han llevado a cabo diversas formas de integración, Fogarty [16] agrupa en un cuadro los modelos integradores, describiéndolos y mostrando sus ventajas y desventajas. Además incluye en el primer renglón el modelo "fragmentado", como muestra de lo que tratan de evitar los modelos integradores.

NOMBRE	DESCRIPCION	VENTAJAS	DESVENTAJAS
Fragmentado 	Separado y distinto disciplinarmente	Claridad y un punto de vista discreto de la disciplina	Las conexiones no se hacen claras para los estudiantes
Conectado 	Topicos dentro de una disciplina estan conectados	Los conceptos clave estan conectados, asimilando las ideas en la disciplina	Las disciplinas no estan relacionadas las ideas permenecen aisladas
Anidado 	De pensamiento social y habilidades anidadas en un topico	Da la atencion a algunas areas, enriqueciendo el aprendizaje	Los estudiantes pueden perder de vista el objeto principal de estudio
Secuenciado 	Pensamientos e ideas similares, materias separadas	Facilita la transferencia de contenidos entre las disciplinas	Requiere que se conozca la secuencia curricular
Compartido 	Equipos planean y/o enseñan topicos compartidos	Se comparten experiencias de dos disciplinas	Se requiere tiempo y trabajo en equipo
Tejido 	Enseñanza tematica, usando un tema como base para multiples disciplinas	Motiva a los estudiantes y les ayuda a ver las conexiones entre las ideas	Se requiere de mucha preparacion para la seleccion del tema
Hilado 	Pensamiento y habilidades estan hiladas a travez de las disciplinas	Facilita en los estudiantes la transferencia de conocimientos	Las disciplinas permanecen separadas
Integrado 	Los temas de multiples disciplinas enseñados para un objetivo comun	Un aprendizaje integrado desarrollando habilidades y capacidades multiples	Requiere el dominio de los temas que se enseñan y sus relaciones
Inmerso 	Aprendizaje integrado, con enfasis en un area especifica	La integracion se lleva a cabo dentro del aprendiz	Permanece borroso el objetivo de la esnseñanza
En red 	El aprendiz guia el proceso de integracion	Proactivo, el estudiante es estimulado con nuevos conceptos	El estudiante esta forzado a pensar y puede ser infructuoso

El modelo integrador que utilizaremos para desarrollar en este trabajo es el **Tejido**, ya que dentro de los modelos integradores es el que mejor se adecua a nuestras posibilidades tanto curriculares como de personal docente involucrado en la enseñanza.

4.3 APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS

Una herramienta muy utilizada por el "Modelo Integrador" en la enseñanza y que permite la integración de distintos conocimientos son "Los Proyectos", en los cuales, los estudiantes resuelven uno o varios problemas surgidos del proyecto. El Proyecto surge para analizar una situación real en una disciplina (distinta de la matemática); el análisis requiere, entre otras cosas que el estudiante se familiarice con todos los aspectos y variables que están involucradas en el proyecto, que utilice herramienta matemática para describir, analizar y solucionar el problema que surgió, además de involucrarse en la utilización de la tecnología para resolver y presentar el proyecto de manera formal.

David Moursund [25] comenta: "El Aprendizaje por Proyectos (ApP, siglas en español) es una metodología, una herramienta de instrucción que ayuda al maestro a lograr sus objetivos como educador. Aunque existen muchas otras metodologías que pueden ayudarle en su trabajo, el ApP es una herramienta de enseñanza efectiva que para llevarse a la práctica requiere ciertos cambios en el manejo de la clase. Algunas de las características que se evidencian cuando se está trabajando con ApP es que como esta metodología se centra en el aprendizaje, los estudiantes tienen un peso significativo en la selección de los temas de los proyectos que van a realizar (casi siempre concuerda con sus intereses y habilidades). En términos más simples, el ApP ayuda a los estudiantes a: (1) adquirir conocimientos y habilidades básicas, (2) aprender a resolver problemas complicados y (3) llevar a cabo tareas difíciles utilizando estos conocimientos y habilidades. El ApP se orienta hacia la realización de un proyecto o tarea, el trabajo se enfoca en la solución de un problema complejo o en la realización de una actividad que también lo es; el trabajo se lleva a cabo en grupos; los estudiantes tienen mayor autonomía que en una clase tradicional para moverse y hacer uso de diversos recursos (preferiblemente dentro del aula); y los grupos que se conforman trabajan en proyectos diferentes.

El uso de proyectos para la enseñanza de las ciencias no es algo innovador, realmente se ha venido utilizando a lo largo de los años pero nuevamente se le esta acogiendo como un buen recurso didáctico debido a sus excelentes resultados.

Bernard Spodek y Olivia N. Saracho [4] mencionan: "El uso de proyectos para facilitar la educación de los niños pequeños ha constituido una tradición en progreso a lo largo de más de 80 años. En 1952, de hecho, los maestros de escuelas judías progresistas como "Beth Hayeled" utilizaban proyectos para enseñar todo tipo de contenidos. Más tarde, a finales de los años 60' y comienzos de los 70', cuando en los Estados Unidos comenzó a despertar el interés en los usos del llamado "Integrated Day" o de la "Open Education" de la mano de las British Infant Schools, uno de los elementos clave de tales abordajes era el uso de proyectos para integrar el aprendizaje de los niños a través de las distintas áreas de conocimiento. En relación a lo anterior, entonces, no es de extrañar que cuando los abordajes por proyectos se hicieron presentes nuevamente, pudiera reconocerse en esa "innovación" una larga presencia anterior ".

El uso de proyectos en el aprendizaje de las ciencias y la integración de conocimientos se ha venido dando también a nivel profesional, encontrando los llamados PBL (Proyects by learning, siglas en inglés) en el aprendizaje de la medicina, la arquitectura, las artes y algunas ingenierías, principalmente.

El uso de proyectos para la enseñanza de las matemáticas permite al estudiante aprender en la acción; es decir, el estudiante ve la necesidad de saber como se manipulan de manera adecuada las diferentes herramientas matemáticas, como son: la graficación, la tabulación y la expresión algebraica para poder resolver el problema que se le presenta. El estudiante por si sólo encuentra en la matemática la herramienta capaz de ayudarle a entender el problema, plantearlo adecuadamente, entender sus relaciones, probar posibles soluciones y a expresar sus resultados. De esta manera adquiere la habilidad para identificar dentro de la matemática las herramientas, las técnicas y la estrategia pertinente para resolver de manera satisfactoria la situación problema que se les presenta dentro del proyecto.

Con el uso de proyectos no es necesario estar convenciendo al estudiante de la utilidad que le dará en el futuro el aprendizaje de la matemática que hoy se les está enseñando, tampoco es necesario hacer hincapié como cada tema se encadena con el anterior para dar forma a una matemática completa, esto lo aprende el estudiante de manera natural al enfrentarse a problemas más complejos. El propio estudiante ve la necesidad de que al enfrentarse a problemas más difíciles, sus conocimientos matemáticos deben ser mayores y por ende la complejidad de la herramienta matemática utilizada deberá ser mayor, sin que por ello represente una tortura su aprendizaje, por el contrario, el propio estudiante crea la necesidad de aprender bien matemáticas más complejas.

Vélez [34] plantea: "Cuando se habla de aprendizaje por proyectos, se habla de que estos deben buscar *actividades con propósito* que lleven a que la institución educativa no sólo prepare para la vida, si no también ser vida en sí misma. Por lo cual el proyecto debe fundamentarse tanto en los intereses de los alumnos como en los temas del currículo del curso en cuestión, desarrollándose en forma individual o colaborativa, siendo la última la ideal".

Además menciona: "Al responder al reto que impone la necesidad de formar hombres íntegros con habilidades y valores que respondan al mundo de hoy, se encontró que el trabajo por proyectos y la metodología de proyectos colaborativos, permiten un sin número de experiencias que hacen del proceso de aprendizaje un proceso cuyo propósito es el de facilitar y potenciar el procesamiento de información que permite el crecimiento y desarrollo del alumno, en la construcción teórica, concepciones, interpretaciones y prácticas contextualizadas".

Citando a Balmore Pacheco [2]: "El método de proyectos emerge de una visión de la educación en la cual los estudiantes toman una mayor responsabilidad de su propio aprendizaje (aprendizaje autónomo y procesos meta cognitivos), en donde construyen y aplican, en situaciones reales, las habilidades, destrezas, valores y conocimientos establecidos en el currículo". Balmore [2] comenta que entre los beneficios que se logran están:

1) Poner al alumno frente a una situación problemática real.
2) Permite la construcción de aprendizajes integrados, no aislados y fragmentados, ya que parte de un problema real donde en su solución hace que concurran distintas disciplinas.
3) Da oportunidad para que los alumnos realicen investigaciones que les permiten aprender nuevos conceptos.

4) Favorece el desarrollo de competencias y valores para el trabajo colaborativo entre compañeros, maestros y otras personas, desarrollándose habilidades relacionales, comunicacionales y de gestión.
5) El mismo estudiante, con el apoyo del docente, planifica, ejecuta, controla, evalúa y toma decisiones sobre el aprendizaje.
6) Estimula diversos tipos de aprendizajes: saber conocer, saber hacer, saber convivir, y saber ser.
7) Es compatible con estilos de aprendizaje diversos, tales como: aprender por si mismos leyendo y revisando o aprender en grupo y discutiendo.

A este respecto Vélez [34] dice: "En los proyectos se ven integrados los diferentes temas del programa académico… el desarrollo de estos permite a cada estudiante trabajar a su ritmo y les capacita en la utilización de procesos, habilidades e ideas en la medida en que lo requiera… El aprendizaje colaborativo implica que los estudiantes se ayuden mutuamente a aprender, compartan ideas y recursos, y planifiquen cooperativamente qué y cómo estudiar. Los docentes no dan instrucciones específicas, de este modo hacen a los estudiantes participar de su propio proceso de aprender".

La clave para lograr esto es la interdependencia, los miembros del equipo deben necesitarse los unos a los otros y confiar en el entendimiento y éxito de cada persona. Se debe asegurar que todos los integrantes sean responsables del conocimiento grupal, de manera que cualquier miembro sea capaz de responder a cualquier pregunta. Esto implica que algunos miembros asuman papeles de "docente" o de "investigador", promoviendo en estos alumnos el desarrollo de habilidades descriptivas alternas para asegurarse de que los demás miembros del equipo están entendiendo su explicación.

Los proyectos deben relacionar la actividad que se está desarrollando con el conocimiento inherente al currículum y con su aplicabilidad, pero sin que deje de ser muy interesante para el alumno de manera que lo invite a investigar más del tema.

Gran parte del éxito en los proyectos recae en el docente, quien debe dejar el papel tradicional para convertirse en un motor impulsor de este aprendizaje, estimulando la investigación a través preguntas, replanteamientos, observaciones y una guía adecuada.

Al respecto Vélez [34] comenta: "El educador debe romper con su estructura rígida y proporcionar la flexibilidad, la innovación y la creatividad…. debe ser un motor del proceso… un guía, un facilitador y un recurso".

Si bien el aprendizaje basado en proyectos permite libertad a los alumnos, el docente es quien establece los límites, mantiene las expectativas y orienta en lo que es fundamental conocer, discutir y modelar, dice Vélez [34].

El aprendizaje por proyectos desarrolla en el estudiante la habilidad para discriminar entre las diferentes técnicas y herramientas matemáticas la mas adecuada para resolver el problema. Además lo involucra en el uso de la tecnología computacional para plantear, probar diferentes soluciones, resolver y presentar los resultados obtenidos.

Vélez [34] comenta: "El mundo moderno nos invita a replantear muchas de las acciones que hemos llevado a cabo durante años, una de ellas es el actuar docente ante la necesidad de formar hombres con capacidades de solución de problemas, habilidades comunicativas y habilidades de sistematización de información en esta *jungla informativa* a la que día a día se tiene acceso gracias a las tecnologías de la información y comunicaciones".

4.3.1. Nuestra visión del modelo

El uso de proyectos es una herramienta adecuada para trabajar casi cualquiera de los modelos descritos anteriormente (pág.26), sobre todo aquellos que permiten la comunión de varios temas o disciplinas como lo son: el compartido, el tejido, el integrado y en red.

En este trabajo de tesis, el método que nos pareció más adecuado para desarrollar dentro del salón de clases, es el **Tejido**, donde se usa en tema como base para múltiples disciplinas. El tema a desarrollar dentro de un proyecto, será seleccionado de aquellos temas que los estudiantes analizan y estudian en otras asignaturas propias de su área, ya sea durante el mismo semestre o en semestres posteriores. Por lo que se deberá hacer un análisis previo de los temas que son más relevantes para los alumnos en el área donde se llevara a cabo la investigación.

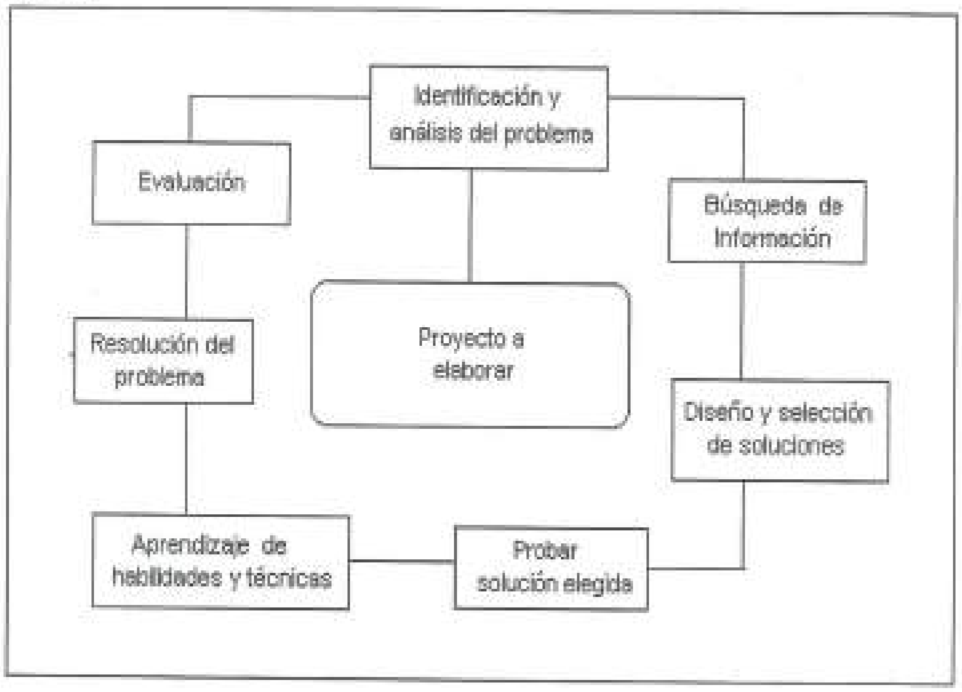
La manera en que se llevará a cabo el trabajo dentro del grupo puede ser, el desarrollo de un proyecto para todo el grupo o varios proyectos distribuidos en equipos. Nosotros seguiremos la siguiente estrategia:

1. Los estudiantes se agrupan en equipos (de 5 integrantes máximo).
2. Cada equipo elegirá un tema de un proyecto (de interés consensuado entre los integrantes) o se elegirá una parte tema de un sólo proyecto grupal.
3. Dentro del tema seleccionado se determinará él o los problemas específicos que se van a analizar y resolver.
4. Cada equipo es responsable de su investigación, desarrollo, solución, teoría matemática utilizada y presentación de resultados.
5. Los equipos presentarán sus resultados al resto del grupo, utilizando alguna tecnología de comunicación, y deberán dominar, debatir y defender la herramienta matemática (graficas, tablas y expresiones algébricas) que utilizaron para resolver su tema.

El trabajo debe realizarse en equipo por lo que el número mínimo de integrantes es de dos; creemos pertinente que no sean más de cinco, para no saturar las actividades y permitir una comunicación más fluida entre sus miembros.

Es importante tomar en cuenta que el tema que desarrollarán dentro del proyecto debe ser de interés para los estudiantes, debe desarrollar habilidades matemáticas como la lógica, debe permitir que se utilicen conceptos y herramientas de otras disciplinas y debe motivar a los estudiantes en el estudio y uso de matemáticas más especializadas y complejas, así como el uso de la tecnología y la información.

Se orientará a los estudiantes para que resuelvan el proyecto siguiendo el siguiente esquema:



- **Primero** deberán identificar dentro del tema que van a desarrollar, el o los problema(s) a los cuales desean darle respuesta. En esta primera etapa se espera que el docente guíe con preguntas adecuadas a los estudiantes, de manera que el proyecto a elaborar cumpla con las expectativas descritas anteriormente.
- **Segundo**, deberán hacer una búsqueda de la información que se requiera para entender perfectamente el problema que van a desarrollar, implicando el uso de Internet, la consulta de expertos, etc. Es importante que en esta etapa el docente supervise adecuadamente la información que se está obteniendo para que los estudiantes no pierdan de vista el objetivo y la meta que se persigue en el proyecto.
- **Tercero, cuarto y quinto (ciclo)**, se espera que los estudiantes prueben distintas herramientas y técnicas matemáticas, tanto graficas, como tabulares, analíticas y verbales para analizar el problema, y tratar de solucionarlo. También se espera que los estudiantes se den cuenta de sus potencialidades o limitaciones matemáticas al probar una solución (herramienta y/o técnica) elegida para el problema, y que las limitaciones los motiven a buscar mayores conocimientos (habilidades y técnicas) tanto de la matemática como de otras disciplinas. Esta etapa es un ciclo que se repite varias veces y es donde se

llevan a cabo las discusiones dentro del equipo más enriquecedoras para el conocimiento, se espera que durante este ciclo se logre la "la reificación[5]" del conocimiento matemático que define Anna Sfard [31], es decir que el estudiante logre conectar todos los conocimientos matemáticos y les encuentre significado en la solución de los problemas. En esta parte es muy importante que el docente analice el avance de cada proyecto y guíe con preguntas adecuadas soluciones alternativas a las que se ven muy obvias para motivar a los estudiantes en la construcción de conocimiento nuevo, en la solidificación y versatilidad del conocimiento ya adquirido y en el descubrimiento de conocimiento que ya se tiene y no se sabía para que servía.

- **Cuarto**, aquí es donde los estudiantes logran solucionar a su completa satisfacción el problema planteado y son capaces de transmitirlo tanto al interior del equipo como al resto del grupo con total seguridad, recordemos que es muy importante que cualquier miembro del equipo debe ser capaz de responder de manera satisfactoria a las preguntas que los demás miembros del grupo o el docente les plantee. Es igualmente importante que los estudiantes dominen las herramientas matemáticas y tecnológicas que están utilizando en la solución del o de los problemas planteados en el proyecto. El docente debe preparar preguntas adecuadas que motiven al resto del grupo a participar en una discusión grupal, pues es con esta discusión cómo el resto del grupo se enterará de lo que cada equipo resolvió, qué utilizó, los problemas a los que se enfrentó, etcétera; no importa si cada equipo resolvió un problema diferente o el mismo. Si éste es el caso, cada equipo tendrá una visión diferente de cómo abordar el problema, y de las diferentes herramientas y/o técnicas matemáticas que se pueden utilizar, enriqueciendo el aprendizaje.
- **Quinto**, Consideramos que la evaluación es un punto muy importante, por lo que lo discutiremos en detalle a continuación.

La Evaluación

Como los proyectos son una didáctica diferente de enseñanza y aprendizaje se espera que la evaluación sea igualmente diferente al examen tradicional de memorización y realización mecánica de procedimientos sin un razonamiento más allá del procedimiento.

Citando a Vélez [34]: "La evaluación bajo esta modalidad de enseñanza, es un proceso permanente y tiene como componentes esenciales una evaluación diaria y guías que permitan la autoevaluación, la coevaluación y la heteroevaluación… En cuanto a las pruebas formales… si se desean aplicar individualmente deben apuntalar a la aplicación de conceptos y no a la memorización de los mismos".

De la teoría antropológica de Chevallard [7] podemos mencionar lo siguiente: "Un poco de reflexión muestra que, aún en la fabricación de "su solución", cada alumno habrá puesto en marcha el mismo esquema de cuatro tiempos: 1) Observando, en clase o en los libros, algunas "maneras de hacer", 2) Analizándolas y Evaluándolas, con el fin de

[5] Anna Sfard define la reificación como el punto culminante del proceso cognitivo que se lleva acabo dentro del estudiante, al cual se llega sólo cuando todas las partes han encajado adecuadamente para formar el todo.

"desarrollar" su propia solución... En este esquema de acción, *la etapa de la evaluación constituye un gesto fundamental*, que requiere algunas observaciones muy generales. Señalemos en primer lugar que la evaluación de la que estamos hablando aquí *no debe ser considerada como la evaluación escolar*, tal como la asume el profesor al analizar la producción de los alumnos. Lo verdadero es de hecho lo contrario".

Chevallard [7] menciona algunos criterios que el docente debe tener en cuenta a la hora de evaluar y que consideramos muy importantes: ***criterio de identificación*, *criterio de las razones de ser*, *criterio de pertinencia***. El primero se refiere a si el alumno es capaz de identificar **cuáles** son las herramientas matemáticas adecuadas en la solución de su problema, si identifica que estas herramientas son útiles sólo para este problema o si son útiles para "otro tipo" de problemas . El segundo se refiere a si el alumno es capaz de explicar claramente **cómo y porqué** la herramienta matemática utilizada es la adecuada para describir y solucionar este fenómeno y el último se refiere a si el alumno es capaz de percibir **porqué** la herramienta matemática le es útil (pertinente) en la solución de los problemas, si le seguirá siendo útil para problemas en el futuro, **para qué** tipo de problemas le servirá, etc.

Reflexionando en lo anterior, la evaluación de los proyectos que llevaremos acabo será de la siguiente manera:

1. Se hará un seguimiento diario del avance de cada alumno mediante un reporte (elaborado por el docente) que llenará cada miembro del equipo.
2. Se hará una evaluación de cada equipo, donde cada miembro del equipo evaluará el desempeño de sus otros compañeros.
3. Se hará una evaluación grupal, en donde los integrantes del equipo harán una presentación al resto del grupo de su proyecto, se dará tiempo para una sesión de preguntas y respuestas, donde deben participar todos los integrantes del equipo respondiendo al menos a una pregunta.
4. Se les hará una pequeña evaluación individual para tener una visión más apropiada de su autoevaluación y de las habilidades desarrolladas; se pretende que esta evaluación no cubra más del 20% de la calificación final del estudiante.

Es muy importante que se tenga presente que además de evaluar los objetivos académicos, se deben evaluar otras habilidades desarrolladas en los estudiantes por lo que hay que tener siempre en cuenta los criterios descritos anteriormente.

5. MODELO INTEGRADOR BASADO EN PROYECTOS

En este capítulo se aborda el modelo alternativo de enseñanza cuya intención es impactar positivamente en el aprendizaje de la matemática, presentando al alumno situaciones reales en las que se busca integrar todos los conocimientos matemáticos adquiridos a lo largo de su desarrollo académico y que le permitan adaptarse de manera asertiva a los constantes cambios científico-tecnológico.

5.1 Introducción

El objetivo principal de trabajar con proyectos en la enseñanza de la matemática es que los estudiantes se sitúen en un ambiente real de su vida profesional, permitiendo "que aprendan a resolver problemas que se les puedan presentar cuando estén inmersos en su campo de trabajo", además de permitirle al alumno pasar por los momentos de aprendizaje de Chevallard[6], que creemos son los que permiten un aprendizaje más significativo de las matemáticas.

Esto implica desarrollar en los estudiantes algunas habilidades como: *de investigación* para entender el problema, *de identificación* de la herramienta matemática adecuada que les permita describir, analizar, ejemplificar y solucionar el problema y de *transmisión* de los resultados a sus compañeros.

Además, los cambios educativos recientes a nivel nacional en general y en particular en la Universidad de Sonora implican que los estudiantes deben conocer y saber utilizar otro tipo de herramientas auxiliares a las matemáticas como son: uso de material bibliográfico, ya sea en texto o hipertexto, uso de software, uso de calculadora científica, consulta de expertos, etc.

Esto significa modificar la forma en que tradicionalmente se utilizan los problemas en clase, la cual, en la mayoría de los casos tiene como objetivo ejemplificar la teoría o las técnicas matemáticas ya trabajadas en clase, donde el estudiante ya sabe (incluso antes de leer el problema) cuál es la herramienta matemática que se va ha utilizar, limitando su conocimiento a sólo el tercer momento "el desarrollo de la técnica", dejando a un lado uno de los momentos (que consideramos muy importante) "el momento exploratorio", que permite al estudiante probar herramientas matemáticas que él ya conoce para tratar de resolver el problema, permitiendo que refuerce sus conocimientos previos y en caso de que ninguno le sirva, el propio alumno se dé cuenta de donde están sus limitantes y qué debe hacer para superarlas, esto pone al estudiante en una mejor posición contra aquellos que no conocen su potencial y sus limitaciones.

Otros momentos importantes que se pierden al darle al alumno los procedimientos ya digeridos son: el momento de la validación y el de la justificación del uso de la técnica y herramienta matemática, donde por él mismo deduciría el porqué tal técnica funciona en estos casos y en otros no, y le encontraría un sentido real a su definición formal y a su

---

[6] Los Momentos de Chevallard, descritos en el Capitulo 2.

institucionalización dentro de su enseñanza escolar. Sin que el profesor le diga qué hacer, cómo hacerlo y para qué hacerlo.

Otra desventaja que vemos en la utilización de problemas como ejemplos de una teoría específica, en la clase tradicional, es que esta particularización del problema aísla el contenido matemático de los demás, tanto del área donde se imparten, como de la propia matemática. Es por esto, que creemos que son los "Proyectos" a diferencia de los "Problemas" los que permiten una integración de los conocimientos matemáticos con las áreas donde se imparten y con la matemática misma. Esto implica que dentro del Proyecto surjan uno o varios problemas que serán utilizados más como *el medio* para llegar a las técnicas matemáticas que como ejemplo.

Una revisión de los trabajos más recientes donde se han utilizado los proyectos para la enseñanza de la matemática, nos proporciona una idea clara del avance significativo que se ha tenido en la selección de los problemas que se trabajan dentro de los proyectos, donde se abordan situaciones reales muy interesantes para los estudiantes, dejando atrás los problemas comunes de los libros. Sin embargo y aún cuando la creatividad en la presentación y conducción de los proyectos es realmente buena, estos corren el peligro de ser conducidos en forma tradicional, esto es, no se permite que el estudiante avance sólo, y pueda pasar de manera íntegra por los momentos de Chevallard. Estos proyectos contienen una didáctica muy dirigida, mediante tareas específicas dentro de una secuencia de pasos que guían al estudiante en todo el trayecto de la elaboración del proyecto y resolución del (o de los) problema(s).

Nuestra hipótesis es que: "es sólo cuando el estudiante, por él mismo, logra entender el Proyecto de manera que pueda: identificar un problema, plantearlo claramente, solucionarlo usando la herramienta matemática adecuada y expresarlo de forma verbal y escrita, que se puede asegurar que ha adquirido un conocimiento matemático".

En el artículo "Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo" de Frida Díaz Barriga [11] se destaca la importancia de una educación que desarrolle las capacidades reflexivas, el pensamiento y el deseo de seguir aprendiendo basados en estrategias didácticas como la enseñanza experiencial, el método de proyectos o el análisis de casos.

En relación al aprendizaje basado en la solución de problemas auténticos Díaz Barriga afirma: "...me gustaría resaltar algunos de sus logros, documentados en la literatura: una mayor retención y comprensión de conceptos, aplicación e integración del conocimiento, motivación intrínseca por el aprendizaje y desarrollo de habilidades de alto nivel. En cuanto a los proyectos comenta: "los proyectos incluyen actividades que pueden requerir que los estudiantes investiguen, construyan y analicen información entre otras cosas".

Díaz Barriga menciona un artículo de Scardamalia y Bereiter (2003), donde se postula que la principal función de la educación debería ser la construcción de conocimientos colectivos mediante el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje basado en proyectos. No obstante, ello no debe entenderse como propiciar un aprendizaje empírico desconectado de los conocimientos científicos.

La utilización de proyectos en la enseñanza es una herramienta didáctica que ya tiene varios años desarrollándose en países como Holanda, Francia y Estados Unidos, por mencionar algunos, casi todos desarrollados para la enseñanza de la Medicina, la Ingeniería y la Psicología, donde el proyecto permite al estudiante involucrar de manera integradora todos los conocimientos adquiridos, que es como en la vida real se llevan a cabo, ya que para identificar una enfermedad con precisión, un medico debe tomar en cuenta muchas cosas (y no sólo una) tales como: los análisis químicos, síntomas, padecimientos anteriores y actuales, etc. El tomar una decisión basada en un solo diagnostico (de forma aislada) puede traer consecuencias muy graves para el paciente.

Para que los ApP puedan llevarse a cabo tal y como fueron concebidos, deberá transformarse completamente la forma como están concebidos los programas curriculares actualmente ya que se están involucrando distintas áreas de conocimiento, por lo que un grupo de profesores de cada área involucrada tendrá que trabajar previamente en la elaboración de los objetivos académicos y de habilidades que desean desarrollar en el estudiante, las herramientas y metodologías que se van a utilizar, etc. Esto requiere mucho trabajo, además se requiere que los estudiantes sean comunes para estos profesores, para que realmente los puedan asesorar y el proyecto fructifique.

5.2 Nuestra visión de aprendizaje basado en proyectos

Como en la Universidad de Sonora no se puede llevar a cabo una modificación curricular como la que se requiere (por lo menos en estos momentos), nos restringimos a trabajar con Proyectos dentro de la clase común de matemáticas de una hora diaria (generalmente).

En el trabajo con proyectos se utilizaron varias áreas de la matemática como el álgebra, el cálculo, la probabilidad y la estadística, aún cuando la clase curricularmente concebida fuera de cálculo I, se seleccionaron proyectos que también involucraran estimación de promedios, uso de tablas y graficas estadísticas, uso de conceptos probabilísticos, etc., con la finalidad de darle vida al "*modelo integrador tejido*", así como también se usaron temas de interés para los alumnos según su área de conocimiento, como química, salud, finanzas, construcción, etcétera.

Estos Proyectos se llevaron a cabo en un curso de Introducción al Cálculo Diferencial e Integral del área Químico Biológicas y en dos cursos de Matemáticas Aplicadas II (Cálculo Diferencial) del área Contable Administrativa, por tener acceso a estos grupos.

Es importante considerar que los estudiantes han tenido sólo experiencias de tipo tradicional en su educación escolar, por lo que para la mayoría de ellos, el trabajar con Proyectos es una experiencia totalmente nueva, implicando reacciones de las más diversas, desde cambios positivos de actitud, hasta renuencia a trabajar en equipo o extra clase.

Para tener una idea de que tipo de Proyectos se han utilizado o realizado en otras Instituciones de Educación (desde básicas hasta Universitarias), nos dimos a la tarea de realizar una búsqueda por Internet en revistas electrónicas especializadas como: www.mathforum.org, www.math.lsa.umich.edu, www.georgetown.edu/proyects, por mencionar algunas.

Un trabajo que nos llamo la atención por su pertinencia y relevancia en la vida real, fue el trabajo realizado por Rosalie A. Dance & James T. Sandefur (1998), donde se analizan los porcentajes de sobrevivientes en los descendientes de una población donde se sufre de malaria, y donde la genética humana ha desarrollado un "gen" para protegerse de este mal, pero con la desventaja de que puede producir, en algunos descendientes, la enfermedad de anemia, que causa la muerte.

Para comenzar con la experiencia de trabajar utilizando proyectos se seleccionó este trabajo y se desarrolló tal y como lo presentan los autores por lo que se obtuvo el permiso correspondiente por escrito, sólo que se tradujo para trabajar con él, en el curso de Cálculo I del área de Químico Biológicas.

5.3 Un primer intento de trabajo con proyectos

Para llevar a cabo el proyecto, se siguieron los pasos descritos por los autores Rosalie A. Dance & James T. Sandefur (1998), los cuales se describen brevemente a continuación:

1. El primer paso, se introduce a los estudiantes en lo concerniente a la anemia falciforme y malaria, cómo se contrae, qué efectos tiene en el organismo, cuál es la relación entre ellas, etc. dándole al estudiante el material ya elaborado.
2. En el segundo paso, se hace una simulación en pequeño del problema real, utilizando fichas en una caja, para obtener la respuesta al problema planteado.
3. El tercer paso, guía a los estudiantes mediante una tabla para que obtengan los resultados obtenidos en la simulación.
4. El cuarto paso, se utiliza un diagrama de árbol y/o una tabla de doble entrada para que los estudiantes puedan generar un ecuación que describa el fenómeno en términos de una sola variable, (en este caso el de los genes falciformes).
5. El quinto paso, se elabora una grafica del fenómeno y se hacen relaciones con el fenómeno real.

El proyecto completo se describe a continuación, donde se pueden apreciar los pasos descritos anteriormente de forma completa.

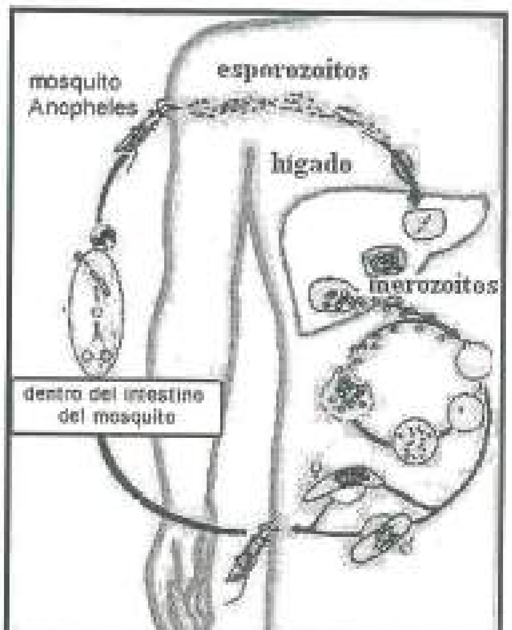
Un Estudio de la Malaria y la Anemia Falciforme. Un proyecto de Investigación Matemática.

This project was supported, in part, by the National Science Foundation.

1. La Malaria.

La malaria es trasmitida por la picadura de mosquitos del género *Anopheles* infectados con el parásito *Plasmodium*. Solamente las hembras se alimentan de sangre (son hematófagas), por lo que son las responsables de la transmisión de la enfermedad. Los parásitos responsables de la malaria humana en México y Centroamérica corresponden a las especies *Plasmodium vivax* y *P. falciparum*. Hay cerca de 2 millones de muertes de malaria cada año, haciéndola una de las enfermedades más mortales del mundo. Cuarenta por ciento de la población del mundo está en riesgo de contraer la malaria. Más del 90% de todos los casos de malaria se reportan en África al sur del Sahara. Dos tercios del restante se encuentran en seis paises -India, Brasil, Sri Lanka, Vietnam, Colombia y las Islas Salomón, en orden descendente conforme a la incidencia. La mayoría de las muertes son niños menores de 5 años o mujeres embarazadas.
Hay algunas áreas donde hasta 40 % de los niños mueren de malaria cuando las condiciones son insalubres. De acuerdo con un estudio de la Organización Mundial de la Salud en 1996, la forma más eficaz de proteger a los niños es hacer que duerman bajo mosquiteros impregnados con el insecticida permetrhin. Un estudio experimental con este método de la OMS en Gambia redujo el índice de mortalidad en los niños entre recién nacidos y hasta los cinco años en un 60%.

Cuando el mosquito pica una persona infectada, los parásitos se multiplican sexualmente (esporogonia) en el tubo digestivo del mosquito y se desarrollan en las glándulas salivares. Cuando el mosquito inocula los parásitos en un nuevo huésped, colonizan primero el hígado, donde tienen varios ciclos de multiplicación asexuada, y de donde salen para invadir los glóbulos rojos (eritrocitos). Dentro de los eritrocitos, los parásitos se reproducen en forma asexuada (esquizogonia), esta multiplicación es responsable por los síntomas que sufre el huésped. Los eritrocitos infectados y los destruidos pueden causar fallas en el funcionamiento del hígado o los riñones, hipoglucemia, o la malaria cerebral que puede incluir el bloqueo de los vasos sanguíneos que conducen sangre al cerebro.



Estos acontecimientos pueden conducir a la muerte. Cuando el mosquito *Anopheles* ingiere la sangre infectada, los gametocitos se diferencian en su intestino y reinician, por reproducción sexuada, el ciclo biológico.

2. La Anemia Falciforme.

La anemia falciforme es una enfermedad hereditaria de los glóbulos rojos. Los síntomas de la anemia falciforme son causados por una hemoglobina anormal. La hemoglobina, la principal proteína contenida en los glóbulos rojos, transporta el oxígeno desde los pulmones hacia todo el organismo. Normalmente, los glóbulos rojos son redondos y flexibles y se desplazan fácilmente por los vasos sanguíneos. Pero en la anemia falciforme, la hemoglobina anormal hace que los glóbulos rojos se endurezcan y, vistos bajo el microscopio, adoptan la forma de una letra C, como una hoz. Estos glóbulos rojos endurecidos pueden atascarse en los vasos sanguíneos pequeños, interrumpiendo la irrigación sanguínea a los tejidos vecinos. Los glóbulos rojos falciformes también mueren y se descomponen más rápidamente que los glóbulos normales, lo cual produce anemia.

Cada persona tiene dos copias del gene que determina si esa persona tiene la anemia falciforme. Si ambas copias son alelos "normales", solo se produce hemoglobina normal. Si uno de los dos alelos es "defectuoso", entonces esa persona tiene una mezcla de hemoglobina normal y falciforme, una condición conocida como "Carácter de Células Falciformes". El carácter de células falciformes generalmente no produce efectos dañinos a la salud. Si las dos copias de alelos son "defectuosas", solo se produce hemoglobina falciforme y la persona tiene Anemia Falciforme.

La anemia de células falciformes está asociada a una multitud de complicaciones médicas que se extienden de las crisis dolorosas agudas causadas por obstrucción de los vasos sanguíneos, del daño crónico al bazo, a los riñones, a los pulmones, al corazón, a los músculos y al cerebro. La hospitalización repetida para el tratamiento de dolor intravenoso, la terapia con antibióticos y las transfusiones de sangre son emprendidas para tratar los problemas médicos cuando se presentan las crisis. Estos pacientes se mueren prematuramente agobiados por la infección o como consecuencia del daño agudo o crónico de los órganos de cuerpo. Algunos progresos se están logrando hacia el uso de drogas que inducen la producción de hemoglobina "normal" en pacientes falciformes en un esfuerzo para disminuir la frecuencia de crisis falciformes. La única cura conocida para esta enfermedad es el transplante de médula de hueso, un procedimiento médico costoso y de riesgo elevado.

Mientras que el alelo que causa la anemia falciforme se encuentra con mas frecuencia en la gente de ascendencia africana, también ocurre en personas del Mediterráneo, Árabes, India del este, y de ascendencia del Sur y Centroamérica, áreas donde la malaria fue una vez frecuente; esto es más que coincidencia, como veremos. Hay realmente un grupo de variantes de la enfermedad falciforme causadas por un número de mutaciones genéticas (diversos alelos) que afectan la proteína de la hemoglobina. Para simplificar el tema, en este artículo vamos a suponer que hay solamente un alelo.

3. La relación entre las Células Falciformes y la Malaria.

El alelo que causa la anemia falciforme también concede resistencia parcial a la malaria. En individuos con dos "alelos" normales, el parásito de la malaria puede infectar los glóbulos rojos. La destrucción de estas células infectadas puede causar fallas en el riñón y el hígado, anemia, hipoglucemia, el bloqueo de vasos sanguíneos en órganos vitales, tales como el cerebro (que causa malaria cerebral); los niños menores de 5 años tienen un riesgo elevado de muerte si esto ocurre. Pero los glóbulos rojos de individuos con células falciformes son relativamente resistentes a la malaria; además, estos individuos no adquieren la anemia falciforme.

En los Estados Unidos, por ejemplo, no se conoce ninguna ventaja del alelo falciforme sobre la salud, y los padres sanos con un alelo falciforme tienen el potencial de transmitir este alelo defectuoso a sus descendientes, con la posibilidad de adquirir la anemia falciforme. Pero si una persona vive en un área habitada por los mosquitos que trasmiten el parásito de la malaria, entonces el alelo falciforme se puede considerar positivo en el sentido siguiente. Una célula falciforme crea una condición en los glóbulos rojos que da una cierta protección contra el parásito de la malaria, una causa principal de muertes prematuras en esas áreas.

4. El proyecto.

En este proyecto, modelaremos física y matemáticamente el efecto del alelo que causa la anemia falciforme en la supervivencia de una población. Nuestra meta será entender cómo el proceso genético saca el mejor provecho de una mala situación. La idea matemática dominante en el proyecto es el concepto de "optimización"; la optimización implica conseguir el mejor resultado posible de las circunstancias complicadas que hacen una situación.

Para el modelo físico, utilizaremos fichas de colores para representar los alelos. Los alelos normales los representaremos con fichas de un color y las etiquetaremos con la letra N. Y a los alelos falciformes con fichas de un color distinto y etiquetadas con la letra S. Cada persona tiene dos alelos, por lo tanto, cada persona tiene una de las siguientes combinaciones NN, NS, SN, o SS, donde la primera letra representa el alelo recibido de la madre y la segunda letra representa el alelo recibido del padre.

En lo que concierne al Carácter de Células Falciformes NS y SN son indistinguibles, así que se tratarán como iguales y nos referiremos a ellos solo como "NS". Si una persona tiene SS, supondremos que esa persona desarrollará un caso mortal de anemia falciforme. Si una persona tiene NN, esa persona es susceptible de adquirir la malaria. Simularemos el nacimiento de una persona tomando fichas de una caja. Para producir una persona, se deben de tomar dos fichas para representar los alelos que una persona recibe de sus padres.

Tendremos en cuenta los efectos estadísticos de las muertes en la población debido a la anemia falciforme y la malaria. Por razones relacionadas con el aprendizaje de la matemática, vamos a suponer en este proyecto que solamente un tercio de los niños de una cierta población con dos alelos normales sobreviven a la malaria; sin embargo, esta es una tasa más baja que la supervivencia real. Así que lo más probable es que un tercio de los niños con dos alelos normales mueran debido a la malaria; por lo tanto, dos tercios de los niños con alelos normales sobrevivirán.

Puede incomodar que las muertes de las otras causas no sean tomadas en cuenta Sin embargo, se espera que la muerte de otras causas se distribuya más o menos equitativamente entre los miembros de la población NN, "NS" y SS, puesto que no hay relación entre el carácter de célula falciforme y otras enfermedades o condiciones fatales. Así, la muerte de otras causas no afectará nuestro modelo.

I. Modelando una Población con Riesgo de Contraer Malaria: Un modelo Físico.

Material de Clase.

Vamos a simular el nacimiento de niños donde existe el riesgo de contagio de malaria y de la anemia falciforme. Se asume que esta población nace en un área en la que **un tercio de los niños NN sobreviven a la malaria**. También se asume que ninguno de los niños SS sobrevive a la anemia falciforme. En esta simulación, experimentaremos con diferentes herencias genéticas en la población (esto es, diferentes proporciones de alelos N y S que transmiten los padres) para ver como las diferentes herencias genéticas afectan la cantidad de niños que sobreviven tanto a la malaria como a la anemia falciforme.

El que puedas completar la siguiente simulación del proceso genético, te ayudará a prepararte para el desarrollo matemático del modelo de Poblaciones. Antes de que comiences, designa una persona para que sostenga la caja con fichas, una persona que extraiga las fichas y una persona que lleve el registro de los datos.

Simulación 1. Pon seis fichas N y cuatro fichas S dentro de la caja. La caja representa la herencia genética inicial de una población adulta en la cual la proporción de alelos normales, N, es 6/10 = 0.6 y la proporción de células falciformes, S, es de 0.4. Tú puedes ahora simular el nacimiento de los hijos de esta población. La persona designada para sacar fichas de la caja, lo hará de forma aleatoria, esta selección debe ser anotada, y la ficha será regresada a la caja. Obtén otra ficha de la caja, registra el tipo de ficha y regrésala a la caja. Hasta ahora, tu pudiste obtener NN, SS o "NS" (que contará igual si obtuviste SN). Estos serán los alelos del primer niño nacido. Repite el proceso hasta obtener los alelos de 30 "nacimientos", cuando hayas completado las 60 extracciones de fichas, tendrás las combinaciones de NN, SS o NS para los 30 niños Cada niño con SS morirá de anemia falciforme, los NN estarán en peligro de morir de malaria. En esta simulación asumimos que 2/3 partes de los niños NN morirán de malaria. El número de niños que sobrevive hasta una edad adulta será igual al número de niños con genes NS y un tercio de los niños con NN. Cuando hicimos la simulación obtuvimos un total de 13⅓ de sobrevivientes, los cuales están registrados en la Tabla 1. Registra tus resultados en la tabla 1, en el espacio bajo el 0.6, ya que tu población representa un promedio en el numero de sobrevivientes, (tu población puede que tenga un numero fraccionado de "gentes" como a nosotros nos dio).

Tabla 1: Resultados de la simulación con 1/3 de sobrevivientes NN de malaria		
Fracción de alelos N en la población adulta	0.6	0.3
Número total de sobrevivientes de los 30 nacimientos que llegan a edad adulta, en tu grupo		

Simulación 2: Repite el proceso de la Simulación 1, pero en esta ocasión con 7 fichas S y 3 fichas N. Recuerda que la caja representa la herencia genética de la población adulta en la cuál la proporción de alelos normales, N, es 0.3. Asume otra vez, que 2/3 de los NN mueren de malaria y todos los niños con genes SS mueren de anemia falciforme. Registra tu resultado en el espacio debajo del 0.3 de tabla 1.

1. Se puede ver que el tamaño de la población de niños sobrevivientes es una función de la fracción de la cantidad de alelos N de los adultos, llamaremos a esta función $f(n)$. ¿En tu simulación, cual es el valor de $f(0.6)$? ¿qué valor obtuviste en $f(0.3)$? En el contexto de este modelo, ¿cuál es dominio rango de esta función?

II. Elaborando un modelo matemático de la Población.

Ya se simuló el nacimiento de una población por medio de la selección aleatoria de 30 "nacimientos" y se modeló sucesos de muerte probabilidades dadas. Estudia tu tabla y la de los demás en el grupo, y compara los resultados obtenidos. El propósito de esta simulación es ayudarte a entender el proceso genético y la manera en que la incidencia de las dos enfermedades afecta los índices de supervivencia de los niños.

A continuación investigarás cómo el tamaño de la población de sobrevivientes P depende de la fracción de alelos N, en los padres. Por ejemplo, supón que el 60% de los alelos en los padres es N y que el 40% es S (como se representó con las fichas y la caja). Imagina que vas a sacar fichas de manera aleatoria de la caja, remplazando las fichas después de cada extracción, para obtener los 30 nacimientos, con un total de 60 fichas, dos fichas (alelos) para cada nuevo nacimiento. En lugar de simular nacimientos y muertes, harás una predicción con expresiones numéricas basadas en probabilidades, utilizando las fracciones que ya conoces para describir la situación. Se quiere conocer el número de individuos NN que se esperan en un total de 30 nacimientos si la fracción de N alelos en la población adulta es $n = 0.6$. Para calcular este número, multiplica la probabilidad con la que un padre contribuye con un alelo N por la probabilidad con la que la madre contribuye con otro alelo N y después multiplicalo por el número de nacimientos, es decir: 0.60x0.60x30 = 10.8 niños NN.

2. Utiliza el diagrama de árbol o la tabla 2x2 como en la Figura 1)a o 1b) para ayudarte a calcular el número esperado de niños que nacen "NS" y el número esperado de nacimientos con SS.

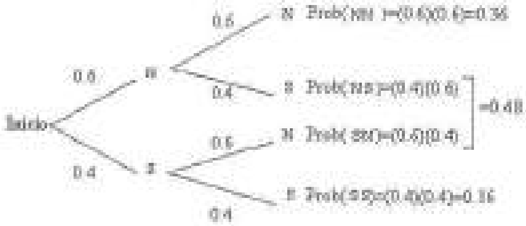


Figura 1a) diagrama de árbol

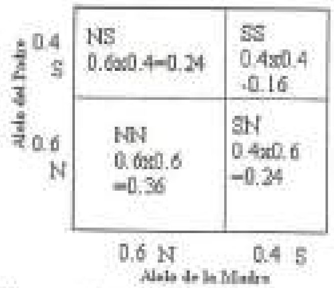


Figura 1b) tabla 2x2

3. Representemos la fracción de los padres con alelos N con la letra *n*. Representemos por *f(n)* el número total de niños que se espera que sobrevivan a la malaria y a la anemia falciforme, bajo el supuesto de que dos tercios de los niños NN mueren de malaria y que ninguno de los niños SS sobrevive a la anemia falciforme. Encuentre *f* (0.6) y completa la tabla 2 debajo de "0.6", esto te ayudará a organizar la información.

Tabla 2: Resultados de las predicciones cuando 1/3 de NN sobreviven a la malaria.				
Fracción de alelos N en la población adulta.	0.6	0.4	0.3	n
Fracción de alelos S en la población adulta.				
Número de nacimientos NN de la población de 30				
Número de nacimientos NN que sobreviven a la malaria.				
Número nacimientos "NS" de la población de 30.				
Total nacimientos que sobreviven y llegan a edad adulta de la población de 30.				

4. Encuentra *f* (0.4) y *f* (0.3). (Para cada uno completa un diagrama de árbol similar a la figura 1 y después completa la columna "0.4" y "0.3" de la Tabla 2.)

Compara la última hilera de la Tabla 1 con la última hilera de la tabla 2. La Tabla 1 es un registro de una simulación física; la Tabla 2 es una predicción matemática basada en las probabilidades. Suponiendo que hayas juntado los resultados de todos los grupos en tu clase sobre la Tabla 1, se debe de tener un cuadro razonable de lo que puede suceder en alguna población. Compáralos con los de la tabla 2. Ni la simulación física ni el modelo matemático se deben pensar como cuadro totalmente exacto de lo qué sucederá en el mundo real en un caso dado; pero no es usual que el mundo real refleje exactamente los resultados esperados.

5. En lugar de simular los nacimientos y muertes, haremos una predicción utilizando expresiones algebraicas. Representemos por *n* la fracción de N fichas en la caja y representemos por *s* la fracción de S fichas en la caja. Calculemos simbólicamente el número

de nacimientos NN y el número de nacimientos "NS", utilizando n y s. Utiliza estos resultados para completar la última columna de la tabla 2. Si utilizas un diagrama de árbol como el de la figura 2 o un modelo de área como el de la Figura 3 te servirá de mucha ayuda.

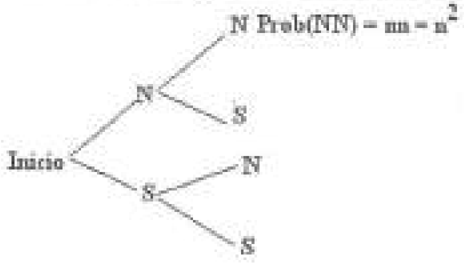


Figura 2

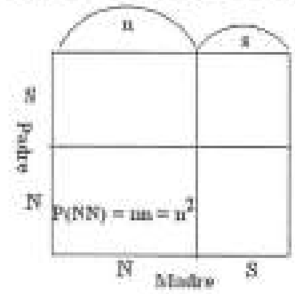


Figura 3

6. Ahora escriba la función $f(n)$ para el número de 30 niños que alcanzaron la edad adulta, donde n es la fracción de N alelos en el banco de genes. Probablemente hayas escrito las expresiones de la última columna de la Tabla 2 en términos de n y de s. Reescribe tus expresiones en términos de n únicamente. Esto te ayudará a desarrollar la expresión de $f(n)$. Recuerda que todos los alelos son N o S, así que si n es la fracción de un tipo, puedes fácilmente expresar s en términos de n.
7. Factoriza la función $f(x)$.
8. Grafica la función $f(n)$. Etiqueta las unidades en los ejes Vertical y Horizontal. ¿Qué representan los números sobre el eje Horizontal? ¿qué representan los números en el eje vertical?
9. ¿Cuál es el dominio de la función, en este contexto? Es decir, ¿que valores de n son posibles en el mundo real?
10. Obsérvese como el tamaño de la población que sobrevive varia con el valor de n. ¿qué significa esto? Obsérvese como la pendiente de la grafica de $f(n)$ cambia. Explique que significa esto en términos de esta situación, cuando $f(n)$ tiene pendiente positiva. Explique que significa que la pendiente sea negativa.
11. ¿Que valor de n maximiza el número de niños que sobreviven y llegan a ser adultos en nuestro ejemplo cuando las dos terceras partes mueren de malaria? ¿Cómo se relaciona el valor de n con los valores donde la grafica interfecta el eje n? ¿Cuál es la fracción de los nacimientos que sobreviven y legan a ser adultos en este caso?

   Observa que aunque se supone que todos los niños SS mueren antes de ser adultos, los datos $s = 0$ y $n = 1$, no maximizan el número de niños que sobreviven y llegar a ser adultos La malaria es un factor significativo.
12. Supongamos que hay 1000 nacimientos.
    (a) Escriba una función diferente, digamos $g(n)$, para el número de niños que sobreviven a la malaria y ala anemia falciforme si la fracción de NN que mueren de malaria es 1/10.
    (b) ¿Cuáles son las intercepciones con el eje n?
    (c) ¿Cuál es el valor de n que maximiza el número de niños que sobreviven y llega a ser adultos donde 1/10 de los NN mueren de malaria? ¿Cuál es la fracción de nacimientos que sobreviven y llegan a ser adultos en este caso?
    (d) Grafique g(n).
13. Las dos funciones que encontraste $f(n)$ y $g(n)$, son del mismo tipo de función. (¿Que clase?) En ambos casos, como se relaciona con las intersecciones con el eje n, el valor n que maximiza la función? ¿Por qué debe éste ser el caso en esta clase de función?

Resumen.
Una razón por la que la célula falciforme ocurre con relativa alta frecuencia en algunas poblaciones humanas es que, en las áreas donde prospera el parásito de la malaria, la presencia de la célula falciforme da lugar a la supervivencia de una fracción más grande de la población. Esto se llama una "ventaja de supervivencia." Se cree que este tipo de relación existe también para otras enfermedades y rasgos genéticos. Por ejemplo, hay una cierta evidencia de que la gente con un único alelo del que causa la fibrosis cística tiene una mayor oportunidad de sobrevivir al cólera.
Un aspecto importante que hay que hacer notar sobre la relación entre una enfermedad y un nuevo alelo es el siguiente. Las mutaciones genéticas ocurren aleatoriamente en un cierto plazo, y una población grande puede generar un número grande, diverso de genes transformados. La mayoría de las mutaciones no tienen ningún efecto beneficioso o negativo en la población, sino que algunas mutaciones pueden dar protección en contra de una nueva enfermedad o el peligro ambiental. Cuando estos alelos llegan a ser útiles, tienden a incrementar su predominio entre la población permitiendo que un número mayor de individuos sobreviva a la enfermedad o a la condición ambiental; la naturaleza tiende a optimizar.
Si la población de una especie es pequeña, por ejemplo en el caso de una especie en peligro de extinción, hay pocas oportunidades potenciales para que las mutaciones genéticas beneficiosas ocurran y que podrían ayudar a la especie a sobrevivir los nuevos peligros. La diversidad genética ayuda a una especie a sobrevivir.

5.4 Resultados obtenidos y modificaciones

Los resultados obtenidos se pueden catalogar en dos rubros opuestos, que llamamos pros y contras y que describiremos a continuación:

Pros: Los estudiantes mostraron mucho entusiasmo, le dedicaron horas extra clase con muy buena disposición, llevaron a cabo consultas breves con sus otros profesores del área de Química y Biología para entender el mecanismo genético, la transmisión de la malaria y como es que la naturaleza humana modificó la genética para protegerse. También mostraron mucho entusiasmo por la clase de matemáticas y su aplicación en la vida real, comentando que hasta que elaboraron el proyecto sintieron que la clase de matemáticas es realmente útil para su carrera, así mismo se dieron cuenta de que al plantear y resolver un problema se involucran varias áreas del conocimiento, así como varias ramas de la matemática.

Como se llegó a la formulación de la función cuadrática de manera natural, los estudiantes se vieron más entusiasmados, y sintieron verdaderamente la diferencia entre estudiar la función cuadrática dada por el profesor y después ver el ejemplo, contrario a llegar a la función cuadrática mediante el ejemplo.

Las discusiones grupales y el trabajo en equipo permitieron a los estudiantes trabajar de manera diferente a la tradicional, donde sintieron que aprendieron más, ya que fueron ellos los que exponían los resultados obtenidos al resto del grupo y esto los forzaba a entender completamente el procedimiento para poder describirlo.

Contras: Nos dimos cuenta que al darles a los estudiantes el proyecto tan guiado no pasaban por los momentos de Chevallard:

Primero: Al darles a los estudiantes el material ya elaborado, no pasaron por "el momento del primer encuentro" donde es importante que sean ellos mismos los que hagan una búsqueda bibliográfica completa del proyecto, obtengan datos reales del mismo y se planteen un problema a desarrollar dentro del proyecto. Creemos que esto, además, desarrolla en los estudiantes la habilidad para investigar, que es otra habilidad que se debe desarrollar con los proyectos.

Segundo: El guiar a los estudiantes mediante los diagramas y las tablas se priva del segundo momento "el momento exploratorio" donde ellos ponen a prueba sus habilidades y conocimientos matemáticos para tratar de resolver el problema, aquí se les decía como hacerlo. Esto no desarrolla en los estudiantes la habilidad para resolver los problemas por ellos mismos.

Tercero: A pesar de que no se llegó de manera tradicional a la función cuadrática, sentimos que no fueron los propios estudiantes los que descubrieron que es esta función la que describe y resuelve el fenómeno.

Tratando de rescatar los pros y evitando los contras se decidió que los proyectos de las clases de Matemáticas II en el área Contable- Administrativa se llevarían de manera diferente, esto es, que fueran los estudiantes quienes eligieran el tema del proyecto para trabajarlo en equipo, y dentro de cada equipo, se llegara al problema que se quería resolver. Esto requirió que los estudiantes hicieran una pequeña investigación para hacerse llegar de toda la información necesaria para entender en un primer momento el problema, posteriormente identificar el problema especifico que se iba a resolver y por último solucionarlo. Esto llevó a que pusieran en práctica habilidades matemáticas para describir, resolver y exponer al resto del grupo el Proyecto que se desarrolló.

6. METODOLOGÍA

En este capitulo se presenta el trabajo de campo que se realizo con los estudiantes, utilizando nuestro modelo de enseñanza. Se presentan los objetivos institucionales que se deben cumplir, las modificaciones que se realizaron para implementar nuestro modelo, los trabajos que realizaron los alumnos durante el semestre, así como una auto evaluación que llevamos a cabo como retroalimentación al modelo de enseñanza.

6.1 Antecedentes de la muestra

Durante el semestre 2005-1, se utilizaron como muestra dos grupos de Matemáticas Aplicadas II (clave 4869) en el Departamento de Contabilidad y Administración perteneciente a la División Económico Administrativa de la Universidad de Sonora. Los grupos fueron: el M16 en horario de 10 a 11 de la mañana y el grupo M18 de 12 a 13 hrs.

El curso de Matemáticas Aplicadas II, es básicamente un segundo curso de Cálculo a nivel universitario pero con la característica que debe estar aplicado al área Contable - Administrativa. El temario esta dividido en cuatro secciones:

1. <u>Funciones</u>: Conceptos básicos, funciones lineales, intersecciones de graficas y modelos funcionales.
2. <u>Funciones especiales</u>: Funciones exponenciales, logarítmicas y aplicaciones prácticas.
3. <u>Diferenciación</u>: Conceptos básicos, técnicas de diferenciación y aplicaciones prácticas.
4. <u>Optimización</u>: Conceptos básicos, cálculo de máximos y mínimos relativos, máximos y mínimos absolutos. La segunda derivada.

Como se puede apreciar en la estructura del temario los temas están separados unos de otros en temas y subtemas (ver anexo 1), esto conlleva a que la mayoría de los profesores impartan el curso de esta manera.

En nuestro afán de integrar las matemáticas en sí mismas en principio y posteriormente en el área en la cual se imparten utilizando el modelo integrador "tejido" y utilizando los proyectos como medio de integración, se reestructuró el temario de la siguiente forma:

1. <u>Funciones lineales:</u>
    a. Utilización de un primer proyecto (dado por el profesor) para introducir al estudiante en los conceptos básicos de funciones, su representación, sus variables y sus relaciones.
    b. Función lineal: Planteamiento de un proyecto en donde el problema a resolver involucre la función lineal.
    c. Representación algebraica y gráfica, y sus relaciones entre ellas y con el problema planteado.
    d. Dominio y rango restringidos.
    e. Derivada de la función lineal y su relación algebraica, gráfica y con el problema que se esta resolviendo dentro del Proyecto.

2. Funciones potencia:

   a. Función cuadrática: Planteamiento de un proyecto donde se involucra la función cuadrática.

   b. Representación algebraica y gráfica, y sus relaciones.

   c. Dominio y rango restringidos.

   d. Derivada de la función cuadrática y su relación con la expresión algebraica, gráfica y con el problema.

   e. Función cúbica: Planteamiento de un proyecto donde se involucra la función cúbica.

   f. Representación algebraica y gráfica, y sus relaciones.

   g. Dominio y rango restringidos.

   h. Derivada de la función cúbica y su relación con la expresión algebraica, gráfica y con el problema.

   i. Generalización de las funciones potencia: su expresión general, su representación gráfica, sus intersecciones con el eje X, su primera y segunda derivada, máximos y mínimos.

3. Funciones exponenciales y logarítmicas:

   a. Función exponencial (específicamente la que se utiliza para interés compuesto): Planteamiento de un proyecto donde se involucra la función exponencial.

   b. Representación algebraica y gráfica, y sus relaciones.

   c. Derivada de la función exponencial y su relación con la expresión algebraica, gráfica y con el problema.

   d. Despeje de la función exponencial (función logarítmica).

   e. Representación algebraica y gráfica, y sus relaciones.

6.2 Poniendo en práctica los proyectos

El curso estuvo básicamente enfocado en la utilización de Proyectos donde surgieran problemas a resolver para introducir la teoría, se utilizaron tanto las expresiones tabulares, como analíticas y gráficas en todo momento, tratando de poner énfasis en sus relaciones. El semestre se desarrollo de la siguiente manera:

- Para el primer tema (1. (a)) se utilizo el Proyecto de la Malaria descrito en el Capítulo 3, pero no se presento en la forma como lo desarrollaron los autores, sino, en equipos (de entre 2 y 4 personas) se abordó el proyecto. Cada equipo trató de resolver el problema particular de "cuantos descendientes se espera que sobrevivan si se parte de una población con 10 personas de las cuales 5 están sanas y 4 tienen el gen. Se les dio sólo una semana para que lo resolvieran como ellos consideraban adecuado y luego en la segunda semana cada equipo expuso al resto del grupo sus resultados. Aunque ningún equipo pudo dar una respuesta correcta, se cubrió totalmente el objetivo del primer punto: "introducir al estudiante en los conceptos básicos de funciones". Este proyecto permitió también

para calcular algún parámetro, despejes, etc.

c) **Resultados de manera tabular**: Su consistencia, los cambios de signo, la periodicidad, los valores máximos y mínimos, etc.

Todos estos tipos de representación del problema se analizaron al mismo tiempo, ya que es importante que el alumno descubra las implicaciones que tiene en una representación la variación en las otras.

evaluar las habilidades matemáticas tanto algébricas como graficas, de tabulación y de relación entre las variables involucradas.

- Como uno de los objetivos principales que se tenia en la Investigación (y en el curso) era que los estudiantes descubrieran la aplicación de la matemática en su carrera (en particular) y en su vida diaria (en general) se utilizaron Proyectos más adecuados al área contable administrativa obtenidos de: sus otros cursos (tanto del semestre que estaban cursando como de los semestres posteriores cuyo requisito para cursarlo es aprobar el curso de Matemáticas Aplicadas II), así como de Proyectos reales obtenidos de investigaciones reportadas en revistas científicas o Internet de congresos, coloquios, seminarios, etc.

A grosso modo el resto de los puntos (1. (b) en adelante) se llevo a cabo de la siguiente forma: Primero se escogía el proyecto y se les pedía que lo discutieran en equipo con la idea de que se entendiera claramente, se identificaran el (o los) problema(s) a resolver de manera que, transcurrido un tiempo, se pedía que se comentara al resto del grupo para asegurarse que quedo completamente comprendido. Una vez entendido de qué se trataba el problema y qué se pedía, se formaban los equipos de trabajo y se comenzaba a resolver. Una vez transcurrido un tiempo suficiente (días), se asignaba un miembro del equipo para que pasara al pizarrón a describir el avance del proyecto (escribiendo, graficando o dibujando lo que había realizado), con la guía del profesor se realizaban preguntas para ver si el equipo estaba en el camino correcto, si había un camino que no se habia explorado, si estaban realizando las operaciones adecuadas, etc. Si alguna palabra, tema, expresión algebraica, gráfica, etc. no quedaba suficientemente clara, o si el profesor veía que algún(os) equipo(s) no avanzaba en la solución, se les pedía una investigación complementaria (con la sugerencia y guía del profesor) en Internet, en libros o con asesoria de otros profesores sobre el tema, expresión, definición, etc. Durante la clase posterior se recogía la tarea por escrito y se hacia una valoración de lo encontrado grupalmente.

El problema quedaba resuelto no sólo cuando se llegaba a la respuesta correcta o especifica del problema, sino, cuando se agotaban todas las formas de abordar el problema, es decir:

a) **Su grafica**: la figura, la concavidad, la dirección, su máximo o mínimo (dentro del dominio restringido), sus intersecciones con los ejes, etc.

b) **Su expresión analítica**: Sus parámetros, las relaciones entre las variables, la forma como varian los parámetros, el uso de la calculadora para calcular algún parámetro, despejes, etc.

c) **Resultados de manera tabular**: Su consistencia, los cambios de signo, la periodicidad, los valores máximos y mínimos, etc.

Todos estos tipos de representación del problema se analizaron al mismo tiempo, ya que es importante que el alumno descubra las implicaciones que tiene en una representación la variación en las otras.

Una vez agotado un problema en los términos descritos anteriormente se comenzaba con otro, hasta que el tiempo calendarizado para el primer parcial se agotaba. La primera evaluación consistió en el análisis de un problema donde se involucraba la función lineal, donde el estudiante tenía que hacer un análisis como el descrito anteriormente. La segunda evaluación consistió de un problema de interés compuesto, donde se analizaba como varía el monto final, al cambiar el interés. En un tipo de examen se fijo el capital inicial y el periodo a dos años (función cuadrática) y en el otro tipo de examen se fijo el capital inicial y el periodo de tiempo a tres años, para que la función fuera cúbica. (Ver anexo 2).

Con el fin de abordar el tercer tema, se les pidió a los estudiantes que buscaran un problema real donde se utilizaran las formulas de interés simple y compuesto, con el objetivo de que los estudiantes se involucraran más activamente en la búsqueda de problemas, además de poder hacer una evaluación, hasta este momento, del objetivo que se deseaba en el curso: "que los estudiantes descubrieran el uso y aplicación de la matemática".

La razón para utilizar problemas de interés simple y compuesto, es que, en el modelo "tejido" se busca utilizar un tema que sea común para varias asignaturas y éste es un tema fundamental para el curso de matemáticas financieras que deberán tomar el próximo semestre, para los cursos de Finanzas y Economía que deberán cursar en semestres avanzados, además de ser útil para analizar las funciones exponencial y logarítmica, que era el tema que seguía en el temario.

Aunque el modelo "Tejido" no lo especifica, se entiende que el tema seleccionado para ser analizado en varias asignaturas es durante el mismo semestre (idealmente), sin embargo esto no es posible en nuestro caso, ya que la materia de Matemáticas Aplicadas II se cursa durante el segundo semestre y en este semestre los estudiantes llevan materias básicas de tronco común y no encontramos problemas que se pudieran utilizar en la clase de matemáticas para abordar los temas del currículo.

Una vez que los estudiantes investigaron, llevaron a la clase seis temas distintos donde se involucra el interés simple y el compuesto: compra de un automóvil (en dos modalidades, mediante préstamo bancario y autofinanciamiento), cuenta de inversión bancaria, compras a crédito en tiendas departamentales, casas de empeño y tarjetas de crédito bancarias. Durante el análisis de estos ejemplos, donde se discutía en qué casos se cobra interés simple y en cuáles compuesto, surgieron dudas sobre la forma como se cobra, y qué conviene más, por ejemplo, dar un mayor enganche en la compra de un automóvil o extender el tiempo de mensualidades. Este tipo de discusión abrió la oportunidad para involucrar a los estudiantes a que ellos mismo buscaran la respuesta elaborando un proyecto de investigación. Se formaron equipos (los estudiantes escogieron con quién trabajar) poniendo como tope máximo cinco estudiantes y como mínimo tres. Se dejó que los estudiantes escogieran el tema que les pareciera más interesante para trabajar con él.

Hubo algunos equipos que se interesaron en otros temas que no involucraban interés simple o compuesto, como el crecimiento en la venta y el uso de celulares, o la ganancia que deja un "Café Internet". Ambos temas pueden generar una función exponencial (el primero es más obvio) si se plantean adecuadamente, así que se decidió dejar que estos equipos trabajan con estos temas para ver si lograban llegar a esta función.

Se les dio un tiempo de dos semanas (10 días hábiles) para llevar a cabo su investigación y una vez concluido este tiempo, cada equipo expondría su investigación al resto del grupo, con el acuerdo unánime de que tanto el profesor como el resto del grupo dirigiría algunas preguntas seleccionando aleatoriamente al alumno que respondería, por lo que tenían el compromiso de que todos los integrantes del equipo deberían saber y dominar la misma información, ya que de eso dependía su calificación de este tercer parcial. Como mucho del trabajo se llevaría a cabo fuera del salón de clases se pidió a los estudiantes que realizaran un reporte diario del avance del proyecto (ver anexo 3).

Como el proyecto tiene el objetivo de analizar, entre otras cosas, la habilidad de los estudiantes para plantear y resolver un problema, la intervención del profesor estuvo limitada sólo a resolver alguna duda que se planteara. El análisis bibliográfico (así como el instrumento para obtener la información), la selección de la herramienta matemática para el análisis y presentación del tema, así como la metodología a seguir quedo totalmente en manos de los estudiantes.

6.3 *Resultados obtenidos*

Para evaluar los resultados obtenidos contamos con: 1) El reporte diario, 2) El proyecto por escrito y 3) La presentación al resto del grupo, la cual además incluyó preguntas tanto del profesor como del resto de los compañeros. Sin embargo, ninguno de estos resultados daba información de lo que significo para los estudiantes llevar a cabo el proyecto, por lo que se decidió aplicar una pequeña encuesta (ver anexo 4), cuyos resultados presentamos a continuación.

Resultados de la encuesta

La encuesta se aplicó al grupo 6984-M16, de la materia de Matemáticas Aplicadas II con un total de 41 alumnos inscritos y que asistieron regularmente durante todo el semestre, de éstos sólo 38 contestaron la encuesta (esa fue la asistencia de ese día). La encuesta se aplico al finalizar el curso, una vez que los estudiantes ya conocían su calificación final, por dos razones:

1. El proyecto y su exposición frente al grupo fue la calificación del tercer parcial, y con este último resultado se les proporcionó su calificación final semestral.
2. Para que la calificación final no sesgara los resultados a favor de lo que el estudiante considerara como "apropiado" para subir la calificación final.

Los resultados obtenidos se dividieron en dos grupos: los que trabajan, con un 79% (30 alumnos) y los que no trabajan, con un 29% (8 alumnos). Con la finalidad de analizar si hay alguna diferencia significativa o no, en sus respuestas. (Ver gráfica 1).

Con respecto a la clase de matemáticas

La gráfica 2 muestra cómo los estudiantes perciben el papel del profesor dentro del proceso enseñanza- aprendizaje. Se les pidió que para responder pensaran en todos los niveles educativos por los que han transitado. Los resultados mostraron cómo la mayoría de los estudiantes (35) considera que se aprenden mejor las matemáticas si el profesor enseña la teoría a través e ejemplos o problemas, ya sea obtenidos de libros de matemáticas (3), de otras materias (14), de ejemplos parecidos a los que se enfrentarán en el campo labora (10), y si el profesor los pone a realizar muchos problemas parecidos a los que el profesor realiza en el pizarrón (8). Esto es una muestra de que el sistema tradicionalista por el que han estado transitando en su vida escolar, donde el profesor es el centro de la enseñanza y las listas de ejercicios son la "mejor" forma de aprendizaje matemático, peso mucho en su respuesta.

Con respecto a la razón de existir que le dan los estudiantes a la matemática en la escuela (gráfica 3), los resultados pueden estar influidos en gran medida por la realización del proyecto, ya que 34 alumnos (89%) consideran que son necesarias para analizar y resolver los problemas y situaciones que se presentan en la práctica de la profesión. La gráfica 7 confirma esto, ya que 14 alumnos afirmaron que fue gracias al proyecto que entendieron para qué sirven y se usan las matemáticas y 8 afirmaron que es importante aprender matemáticas ya que se usan diariamente. Es importante comentar que 20 alumnos consideran (en distinto grado) que las matemáticas en la escuela se estudian para entender las materias específicas de la carrera, es decir son una herramienta para otras materias.

Otro punto importante es saber cómo los estudiantes consideran que se aprenden mejor las matemáticas, trabajando sólo (11) o trabajando en equipo (25), sin embargo hubo alumnos que priorizaron, es decir, que consideran mejor el trabajo sólo al principio y en equipo posteriormente (9), o al revés, trabajar primero en equipo y posteriormente reflexionar sólo (8). (Ver gráfica 4).

Los estudiantes consideran que un buen profesor de matemáticas debe relacionar los conocimientos nuevos con los que ya cursaron anteriormente y con los que cursaran después (19), solo 7 consideraron que esto no es importante. Otro resultado altamente influenciado por la forma tradicional de enseñanza de la matemática fue en la pregunta sobre, cómo los estudiantes consideran que es un buen profesor de matemáticas ya que nueve estudiantes considero que el buen profesor debe ejemplificar la teoría con problemas, que él resuelve primero y luego debe dejar muchos ejercicios parecidos para que los alumnos los resuelvan. Los alumnos consideran que es bueno que participen de manera activa dentro del salón de clase (21), pero no la consideran "muy importante", ya que sólo 2 personas la marcan como prioritario. Así mismo 25 consideran importante que el profesor los anime a buscar situaciones reales para trabajar en clase, pero de la misma manera que el reactivo anterior no la consideran prioritario, ya que sólo 5 la marcaron como prioritario.

Se ve claramente el peso que tiene en los estudiantes la forma tradicional de enseñanza de las matemáticas, ya que para ellos es más importante que el profesor tenga el papel activo en la enseñanza y que les de una lista de ejercicios que ellos repetirán (a lo mejor sin una comprensión real) para "aprender bien" las matemáticas.

Con respecto al proyecto

El tiempo que se les dio a los estudiantes para realizar el proyecto fue de dos semanas, donde 24 consideraron que el tiempo fue suficiente, sólo 7 dijeron que el tiempo fue poco. (Ver gráfica 6)

La grafica 7 muestra como se sintieron los estudiantes en cuanto al trabajo que desarrollaron en equipo, la mayoría (17 alumnos) comentó que fue bueno trabajar en equipo ya que así se comprende más, debido quizá a que la atención esta más dirigida a un número reducido de alumnos (uno o dos), la siguiente columna con más frecuencia (15 alumnos) confirma esto, ya que los alumnos comentaron que sus compañeros de equipo les explicaban cuando tenían dudas.

En la pregunta sobre como vieron, a través del proyecto, el uso y la aplicación de las matemáticas, las respuestas fueron muy variadas, pero se pueden dividir en dos opiniones opuestas: los que consideraron muy favorecedor el proyecto como medio para conocer cómo se utilizan y se aplican las matemáticas en problemas reales y los que consideraron muy complicado el uso de los proyectos (1 alumno solamente). Las respuestas favorables se reagruparon en 4 bloques (quedando los sinónimos en un mismo bloque): "me permitió entender las matemáticas y para qué se usan", con 14 respuestas; "Es muy importante aprender matemáticas pues las usamos diariamente", con 8; "fue interesante, entretenido y dinámico" con 9 y "es diferente tener que pensarlo nosotros e investigar ya que nos ayuda a razonar mentalmente" con 3 respuestas. (Ver gráfica 8).

Con respecto a cómo el proyecto les permitió relacionar las matemáticas con su carrera y/o con problemas de la vida real, los estudiantes consideraron: "tiene mucha relación con la vida cotidiana" 11 alumnos, "son muy aplicadas a mi carrera" y "son muy interesantes e importantes" con 8 respuestas ambos; "es mejor aplicarlas a problemas reales que a ejemplos de libros" 5 respuestas. Un comentario extra en las observaciones fue "las matemáticas no son complicadas, lo complicado es integrarlas a nuestro perfil y al mundo real". (Ver gráfica 9)

Por último se les pidió que reflexionaran sobre el uso de proyectos como método de aprendizaje de las matemáticas comparado con el método tradicional. A pesar de que varios estudiantes considera que el método tradicional es eficaz en la enseñanza de las matemáticas como lo comentamos anteriormente, las respuestas a esta pregunta son en parte contradictorias a esta percepción, ya que 17 alumnos afirman "Me gustó, fue interesante, didáctico, práctico, divertido, nada aburrido", 9 comentan "aprendí más con el proyecto porque analizamos mejor y logra interesar al alumno", es decir 26 alumnos (68%) consideran que los proyectos son una herramienta didáctica efectiva ya que logran interesar al alumno en el estudio de las matemáticas y eso en nuestra muy humilde percepción es la parte medular (o los cimientos) en el aprendizaje de las matemáticas. Un alumno comentó que lo que le pareció interesante fue el hecho de exponer el proyecto ante sus compañeros y otro más comento que le hubiera gustado más si se iniciara con esta metodología desde el inicio del semestre.

Sin embargo hubo 3 personas que piensan que los proyectos son buenos pero sólo como un ejemplo o práctica de la teoría aprendida en clase, otros 3 alumnos sienten que aprenden mejor de la manera tradicional.

Estos resultados muestran cómo influyó en los estudiantes, su paso por el sistema educativo tradicional, en cuanto a la percepción que tienen sobre el aprendizaje de las matemáticas. Varios estudiantes consideran que la manera eficaz para aprender matemáticas es que el profesor les diga qué técnica, herramienta y metodología matemática se debe utilizar, además de "mostrarles" a los estudiantes "cómo" se usa y dejarles muchos ejercicios parecidos para que "aprendan".

Sin embargo durante la realización del proyecto los estudiantes tuvieron que: aprender a razonar el problema, a buscar información, a probar técnicas y herramientas matemáticas para solucionarlo, a darle una solución adecuada, a utilizar las herramientas matemáticas (gráficas, ecuaciones, tablas) para entenderlo, solucionarlo y mostrarlo a sus compañeros, todo esto sin la intervención del docente. Es decir ellos se dieron cuenta (y así lo comentaron en clase) que son capaces de solucionar un problema sin saber de ante mano qué técnica, herramienta o metodología matemática es la que se debe usar.

ANEXOS

ANEXO 1:

PRIMER EXAMEN DE MATEMATICAS II
ÁREA: CONTABILIDAD Y ADMINISTRACIÓN
SEMESTRE 2005-1

NOMBRE:____

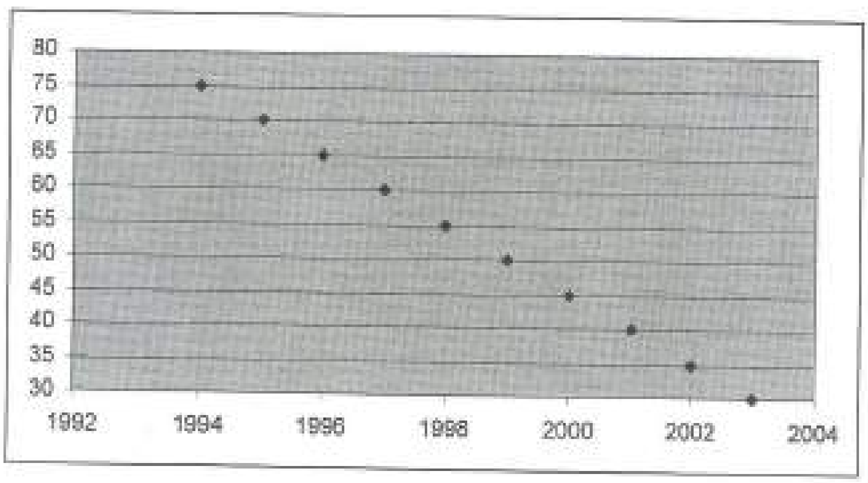
1.- Los siguientes datos indican el número de suscriptores a cablevisión por año:

Año	2001		2003	2004
No. De Suscriptores	15500	18300		

a) Complete la tabla
b) Grafiqué
c) Obtenga la ecuación

2.- Una empresa compra una maquinaria para fabricar aires acondicionados a un precio de $20,000 dólares. Si el valor de la maquinaria se deprecia a una razón de 1250 dólares por año, determine:
a) La ecuación de la depreciación de la maquinaria
b) Grafique
c) Identifique e interprete la tasa de variación y la intersección con los ejes X y Y.

3.- Los siguientes datos indican las ventas que tuvo una empresa desde 1994 hasta el año 2003.



Usando la información de la gráfica:
a) Elabora una tabla de datos X y Y.
b) ¿La grafica es creciente o decreciente?, ¿Qué significa eso en el caso de las ventas de la empresa?, En la ecuación de la recta ¿Dónde se ve reflejado esto?
c) Obtén la ecuación de la recta.

ANEXO 2:

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE MATEÁTICAS II
AREA: CONTABLE ADMINISTRATIVA
SEMESTRE 2005-1

TIPO 1

NOMBRE: ____

1.- La formula que determina el interés compuesto esta dado por:

$$M = C\,(1+i)^n$$

Donde M indica el monto final obtenido, C indica el capital inicial, i es el interés anual y n los años.

Suponga que una persona deposita **7,500** en un banco a una tasa anual *i* durante **dos** años.

a) Exprese la función con la información proporcionada
b) Grafique la función
c) Obtenga el dominio y rango e interprete
d) ¿Cuál es el monto final si el interés esta al:
  i) al 5% anual
  ii) al 12.5 % anual
  iii) al 10% anual
e) Localice los puntos anteriores en la grafica

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE MATEÁTICAS II
AREA: CONTABLE ADMINISTRATIVA
SEMESTRE 2005-1

TIPO 2

NOMBRE: ____

2.- La formula que determina el interés compuesto esta dado por:

$$M = C\,(1+i)^n$$

Donde M indica el monto final obtenido, C indica el capital inicial, i es el interés anual y n los años.

Suponga que una persona deposita **5,000** en un banco a una tasa anual *i* durante **tres** años.

f) Exprese la función con la información proporcionada
g) Grafique la función
h) Obtenga el dominio y rango e interprete
i) ¿Cuál es el monto final si el interés esta al:
  iv) al 5% anual
  v) al 12.5 % anual
  vi) al 10% anual
e) Localice los puntos anteriores en la grafica

manuales técnicos cuando necesite consultarlos.	
• Hay que conocer para qué sirve y cómo se utiliza la simbología matemática.	
• Otra:	

ANEXO 3:

CUESTIONARIO

INSTRUCCIONES: Puedes seleccionar una, dos o todas las opciones. Si seleccionas más de una opción, por favor prioriza con el número 1 la que consideres más importante y siguiendo en orden de importancia marca con el número 2, 3, etcétera.

¿Trabajas?: si no

1.- Según mi propia experiencia, las matemáticas se aprenden mejor:	
• Cuando el profesor enseña la teoría a través de ejemplos o problemas obtenidos de otras materias que estoy cursando o cursaré.	
• Si el profesor enseña la teoría a través de ejemplos o problemas obtenidos de los libros de matemáticas.	
• Cuando el profesor utiliza proyectos (o problemas) que me parecen interesantes.	
• Si el profesor utiliza problemas muy parecidos a los que enfrentaremos en el campo laboral.	
• Si el profesor nos pone a realizar muchos ejercicios parecidos a los que él realizó en el pizarrón, para que entendamos bien la teoría explicada.	
• Otra	

2.- Según mi propia experiencia, las matemáticas se estudian en la escuela porque:	
• Son importantes para entender otras materias que sí son útiles para mi carrera.	
• Todos los que terminan una carrera Universitaria deben saber "algo" de matemáticas.	
• Con ellas se pueden modelar y estudiar los problemas y situaciones de mi carrera.	
• Nos sirven para entender los libros de matemáticas o manuales técnicos cuando necesite consultarlos.	
• Hay que conocer para qué sirve y cómo se utiliza la simbología matemática.	
• Otra:	

3. Según mi propia experiencia, las matemáticas se aprenden mejor si:	
• Los ejercicios y problemas se resuelven de forma individual.	
• Los ejercicios y problemas se resuelven en equipo.	
• Otra	

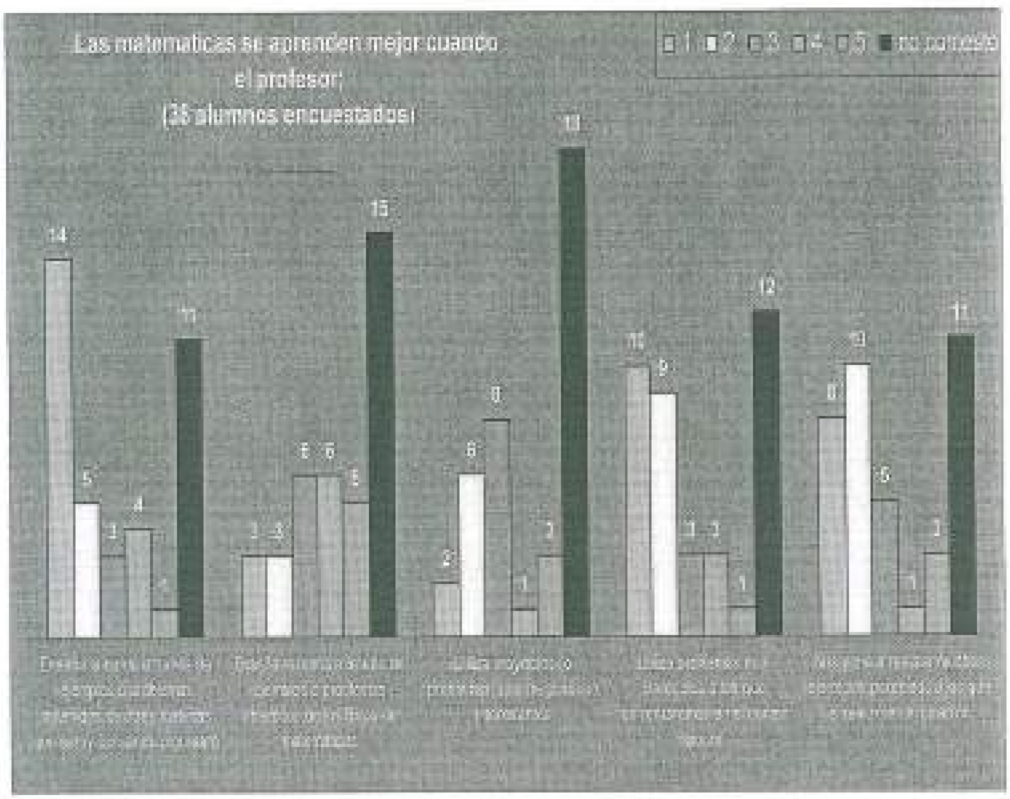
4.- Según mi propia experiencia, un buen profesor de matemáticas:	
• Relaciona los nuevos conocimientos matemáticos con los que cursé anteriormente, los que estoy llevando y los que cursaré.	
• Ejemplifica muy bien la teoría con problemas que él resuelve y luego nos deja muchos ejercicios parecidos para que aprendamos bien.	
• Utiliza ejemplos relacionados con las otras materias de mi carrera.	
• Nos permite participar con opiniones, preguntas, respuestas, comentarios, etc.	
• Nos pide que participemos buscando situaciones reales que consideremos interesantes para desarrollar en la clase de matemáticas.	
• Otro:	

L0S SIGUIENTES TÓPICOS SON SOBRE EL TRABAJO POR PROYECTO QUE REALIZASTE EN ESTE CURSO.

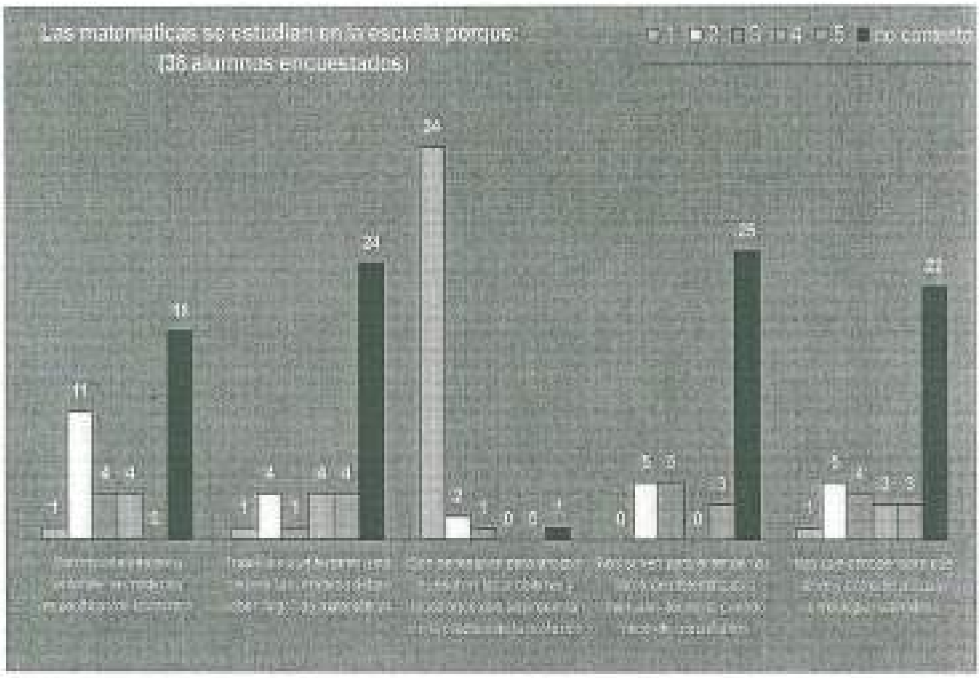
5.- Expresa tu opinión, <u>según tu propia experiencia</u>, en los siguientes aspectos:
• Con respecto al tiempo que le invertiste:

GRÁFICA 1

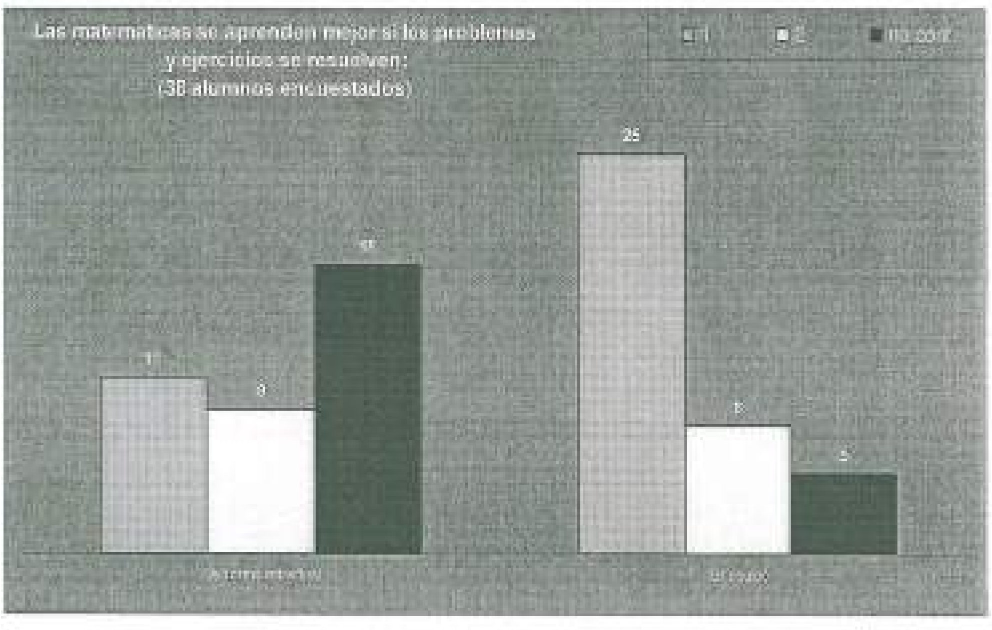
GRAFICA 2



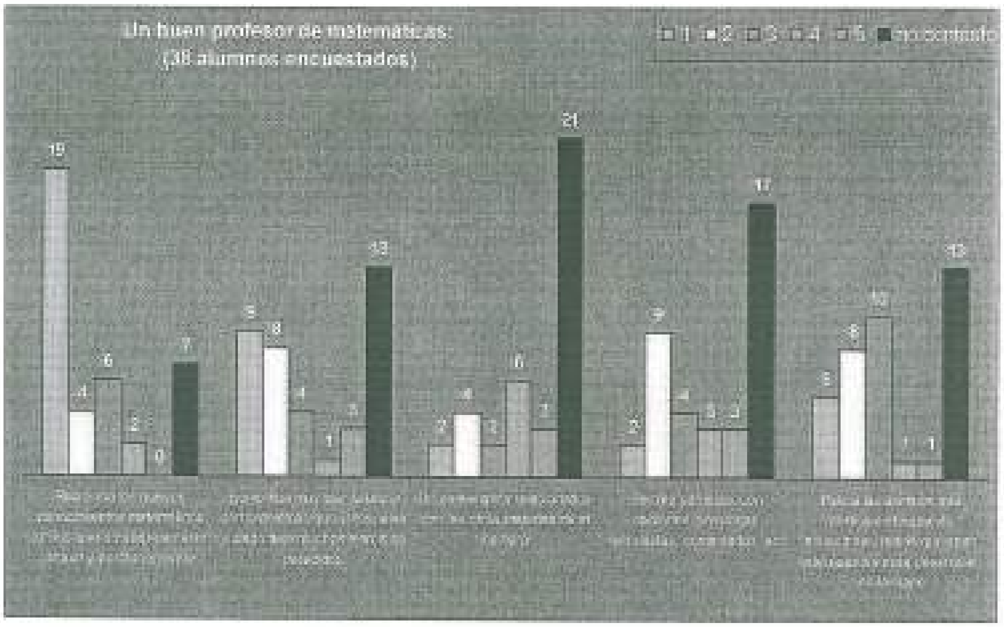
GRÁFICA 3



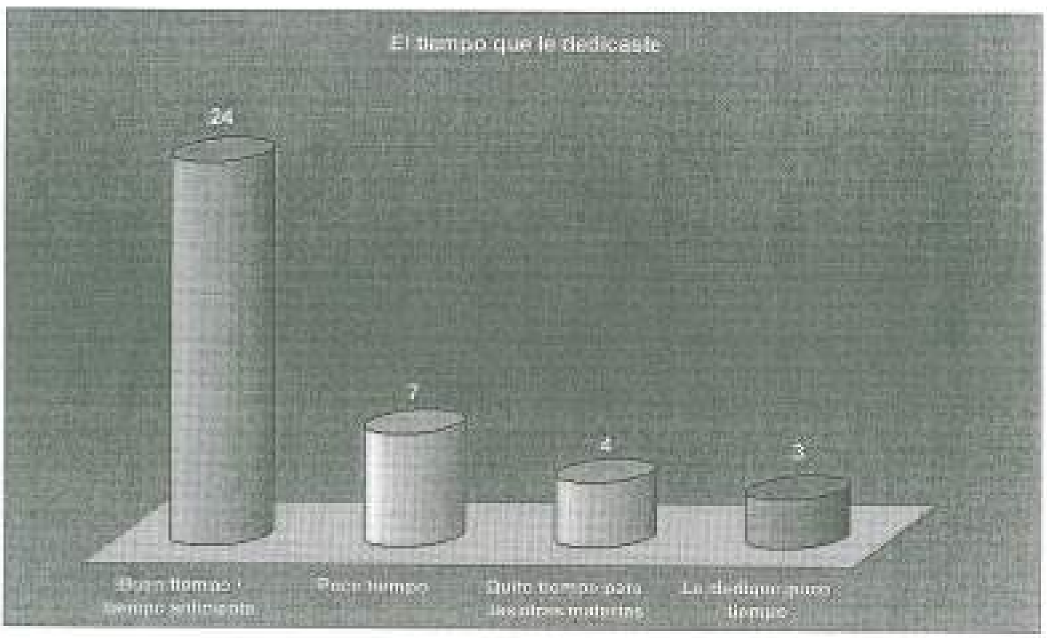
GRÁFICA 4



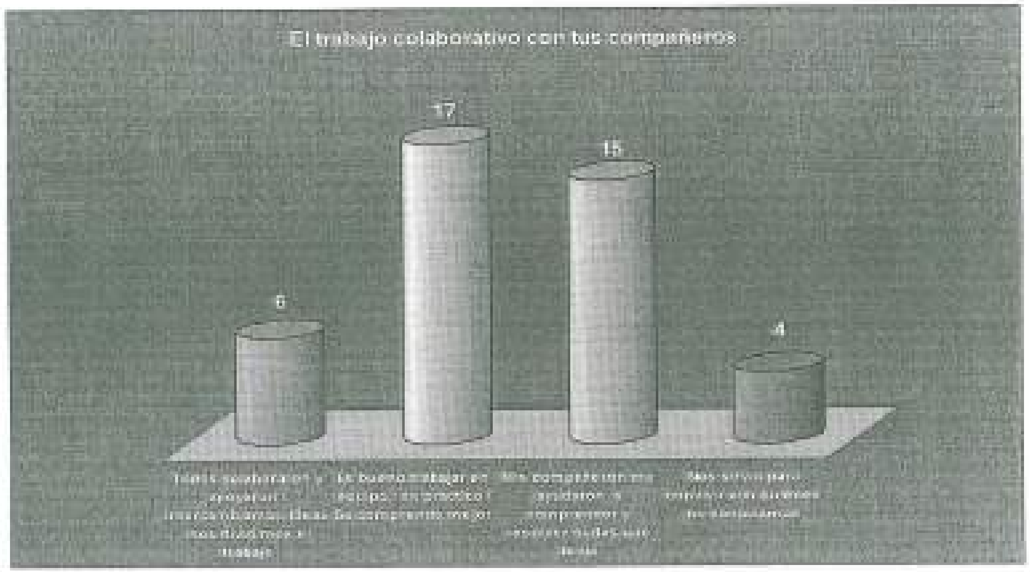
GRÁFICA 5



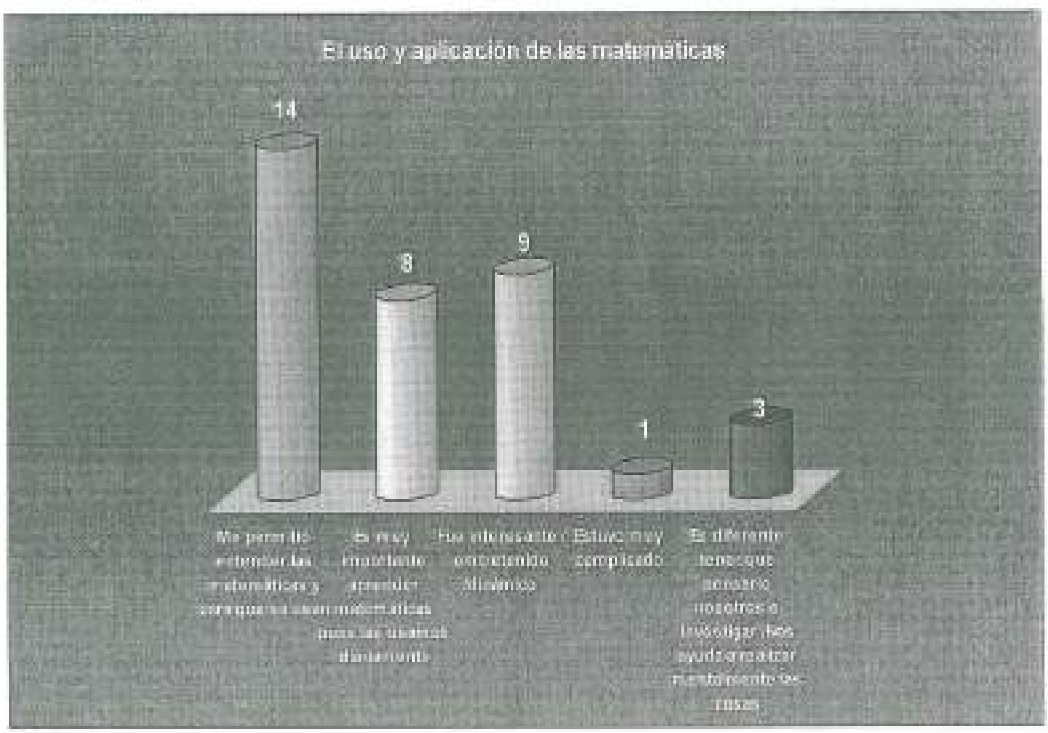
GRÁFICA 6



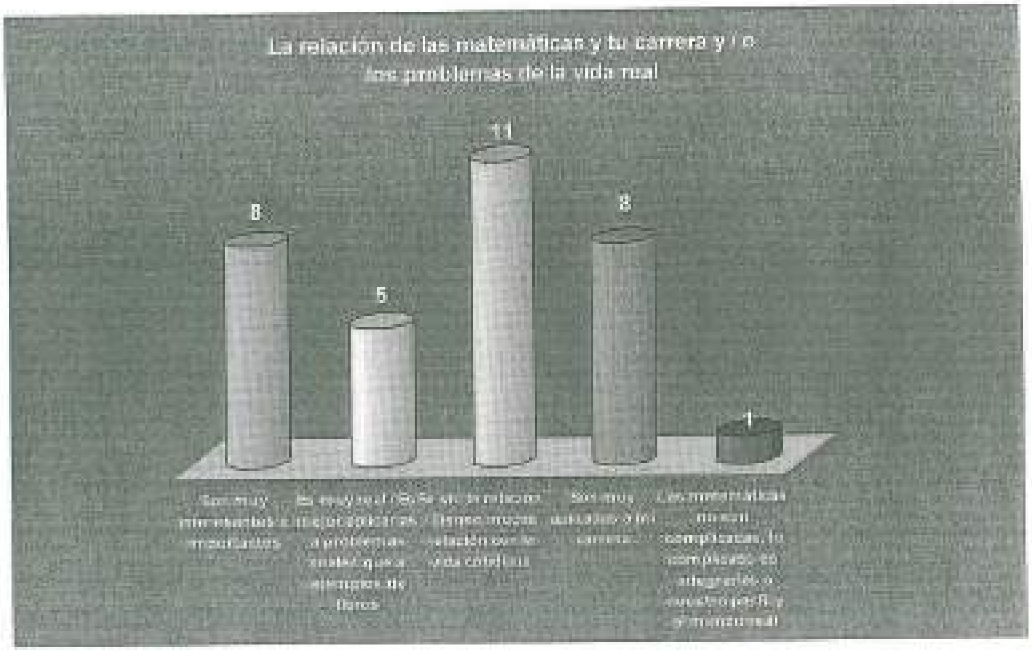
GRÁFICA 7



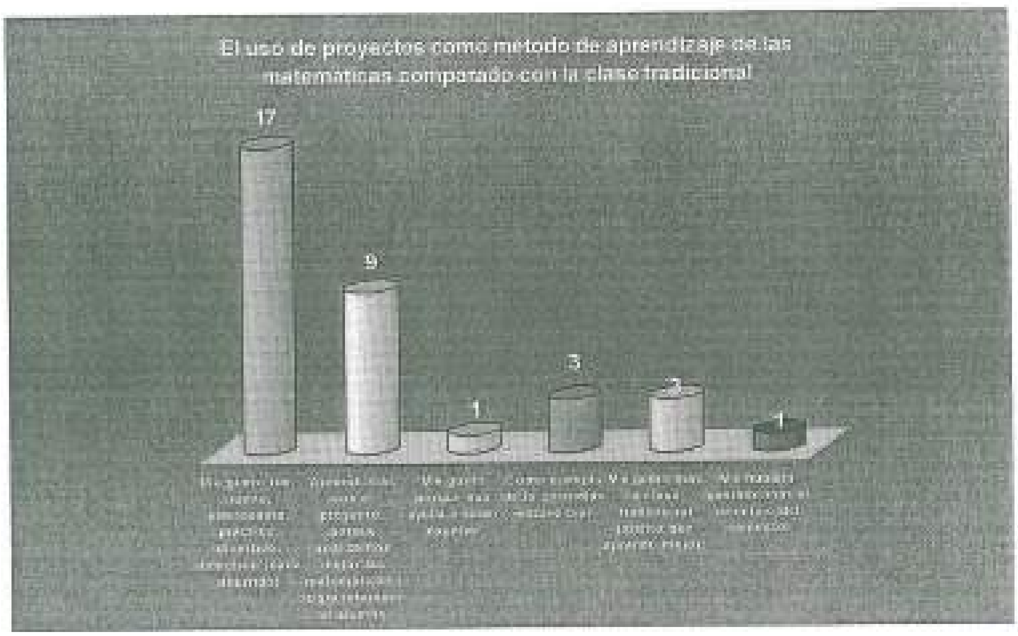
GRÁFICA 8



GRÁFICA 9



GRÁFICA 10



7. ANÁLISIS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 ANÁLISIS DE LOS PROYECTOS ELABORADOS EN CLASE

Este capitulo presenta los proyectos que desarrollaron los alumnos durante el semestre, donde se incluyen los reportes diarios. También se discuten los logros obtenidos por los estudiantes, así como las conclusiones generales del trabajo de investigación y las recomendaciones que creemos mejoran el trabajo que se desarrollo en esta Investigación.

Se desarrollaron durante el semestre varios proyectos por grupo, ya que la modalidad fue por equipos de tres integrantes como mínimo y cinco integrantes como máximo, como cada grupo tiene aproximadamente cuarenta alumnos, se pueden formar entre ocho y trece equipos por grupo. Cada equipo decidió el tema que desarrollaría, la(s) pregunta(s) específica(s) que responderían, la forma en que se dividirían el trabajo y las herramientas matemáticas y tecnológicas que usarian durante el desarrollo del proyecto.

Se presentan tres proyectos para el análisis y discusión, estos proyectos se seleccionaron aleatoriamente, por lo que representan una buena idea de lo que se desarrollo durante el semestre.

Todos los proyectos llevan un reporte diario que se les pidió para llevar un control del avance, de las estrategias que proponen y de las herramientas que estén utilizando o que van a utilizar. El informe diario que se les pide incluye:

1. Nombre el proyecto
2. Integrantes
3. Información Bibliográfica o de otras fuentes obtenida
4. Análisis de la información (escrita, grafica o esquemática)
5. Cálculos realizados (ecuaciones, fórmulas o identidades)
6. Otras actividades realizadas.

Los puntos uno y dos son llenados diariamente, los otros puntos pueden ser llenados total o parcialmente según el avance que se tenga, por ejemplo puede ser que en un primer momento el equipo completo se dedique a buscar información, por lo que sólo se llenaran los tres primeros puntos. Una vez agotado este punto el equipo puede empezar a analizar la información que se obtuvo de forma grafica o esquemática, por lo que sólo llenaría los puntos uno, dos y cuatro. Se espera que después empiecen a realizar los cálculos y que utilicen las herramientas tecnológicas como la calculadora, el Excel o algún software para ayudarse con las gráficas y los cálculos hasta que finalicen con la resolución del problema.

Sin embargo se vio durante el proceso de investigación que algunos equipos se dividieron las tareas por lo que tuvieron material para llenar más de tres puntos en un mismo reporte diario.

El primer proyecto que presentamos fue desarrollado por el equipo número nueve del grupo M18 con horario de 12 a 13 horas. Ellos quisieron investigar sobre la compra de un automóvil.

UNIVERSIDAD DE SONORA

ESCUELA DE CONTABILIDAD Y ADMINISTRACIÓN

NATEMATICAS II

COMPRA DE UN AUTOMÓVIL

LAGARDA PEÑA VILMA
LOPEZ BENITEZ ADANELLY
MARTINEZ ASTIAZARAN EDGARDO
ORTIZ ALMADA LILIANA
VERDUGO COTA KARLA

PAULINA DANAE LOPEZ CEVALLOS

HERMOSILLO, SONORA A 16 DE MAYO DEL 2005

La siguiente imagen que presentamos es el reporte diario.

Paulina.

26/04/05 #9

INFORME DIARIO DEL AVANCE DEL PROYECTO

NOMBRE DEL PROYECTO: Compra de un automovil.
INTEGRANTES: Lagarda Peña, López Benitez, Martinez Astiazaran, Ortiz Almada y Verdugo Cota.

Información bibliográfica obtenida: Diseño de la estrategia para obtener la información.

- Realizar visitas a las agencias de carros para pedir información.
- Encontrar el salario promedio mediante la aplicación de encuestas.
- Desarrollar procesos o programas que arroje resultados adecuados según el salario para obtener un credito.

Análisis grafico o esquemático: Problema (s) ó pregunta(s) que se desean plantear.

- Encontrar el carro adecuado según salario, estado civil, numero de hijos, gastos en general, etc.

División de tareas

- Visita a la Agencia de Automoviles (Karla Verdugo)
- Desarrollo de programa en excel (Edgardo Martinez)
- Desarrollo de ecuaciones. (Lizarraga Ortiz)
- Aplicación de encuesta (Vilma Lagarda Adanelly López)

Una vez que el equipo decidió que su pregunta a responde era "Encontrar el carro adecuado según el salario", quisieron aplicar una pequeña encuesta para conocer entre otras cosas: El sexo, si se tiene trabajo fijo, el salario y el tipo de automóvil que estaría dispuesto a adquirir, etc.

SEXO F ☑ M ☐

¿ ACTUALMENTE CUNENTA USTED CON UN TRABAJO FIJO ?

SI ☑ NO ☐

¿ USTED CUENTA CON AUTOMOVIL PROPIO ?

Si

¿ A CUANTO ASIENDE TU SALARIO MENSUALMETE?

$ 13000

¿ QUE TI PO DE AUTOMOVIL TE GUTARIA ADQUIRIR ?

TSURU

¿ SI HUBIERA UN PLAN DE FINANZIAMIENTO PARA LA ADQUISICION DE UN AUTOMOVIL DE ACUERDO A TU SALARIO TE INTERESARIA ?

SI ☑ NO ☐

SEXO F ☐ M ☑

¿ ACTUALMENTE CUNENTA USTED CON UN TRABAJO FIJO ?

SI ☑ NO ☐

¿ USTED CUENTA CON AUTOMOVIL PROPIO ?

No

¿ A CUANTO ASIENDE TU SALARIO MENSUALMETE?

$ 11000

¿ QUE TI PO DE AUTOMOVIL TE GUTARIA ADQUIRIR ?

PLATINA

¿ SI HUBIERA UN PLAN DE FINANZIAMIENTO PARA LA ADQUISICION DE UN AUTOMOVIL DE ACUERDO A TU SALARIO TE INTERESARIA ?

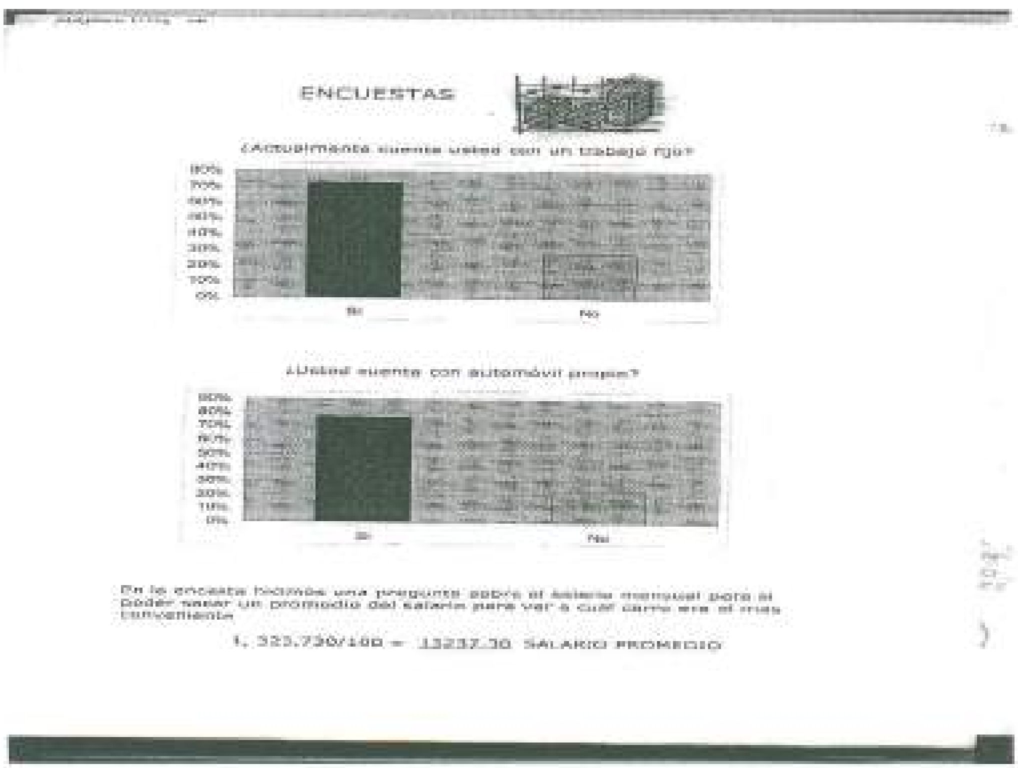
SI ☑ NO ☐

Es importante mencionar que en ningún momento se les pidió o sugirió que llevaran acabo encuestas, ya que no son parte de los objetivos de la clase de Matemáticas II. Los alumnos del Departamento de Contabilidad y Administración perteneciente a la División Económico Administrativa de la Universidad de Sonora, llevan dos materias estadísticas, la descriptiva y la inferencial, que están seriadas, es decir, no se puede cursar estadística inferencial si no se ha cursado aprobatoriamente la materia estadística descriptiva y a su vez la materia estadística descriptiva esta seriada con la materia de matemáticas II. También llevan materias de mercadotecnia en los últimos semestres donde hacen, entre otras cosas, encuestas para los estudios de mercado.

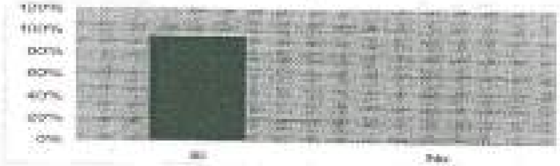
Los alumnos en este semestre no han cursado todavía ninguna materia estadistica ni de mercadotecnia, su único contacto con la estadística es el que se pudo haber adquirido en la preparatoria, aunque no en todas las escuelas de nivel medio superior se cursa.

Aunque no todos los equipos desarrollaron una encuesta, si estuvo presente en varios equipos, lo que nos confirma que los proyectos permiten a los estudiantes integrar a la matemática en si misma ya que hacen uso de varios tópicos matemáticos adquiridos fuera del curso. El planteamiento de la preguntas de la encuesta, la manipulación de los datos obtenidos de manera estadística y los tipos de gráficos estadísticos adecuados para presentar los resultados, tuvieron que ser investigados por los propios estudiantes.

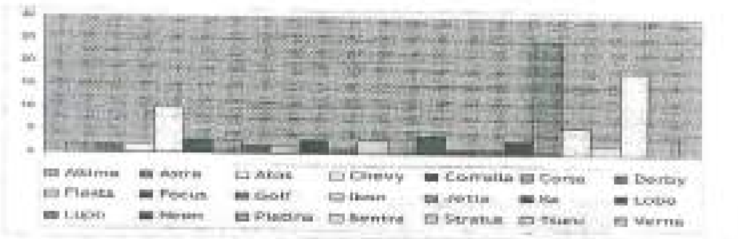
Como se puede ver a continuación las graficas y los cálculos de promedios están correctamente realizados.



¿Si hubiera un plan de financiamiento para la adquisición de un automóvil de acuerdo a tu salario te interesaría?



¿Que tipo de automóvil te gustaría adquirir?



De los 21 carros mencionados 4 fueron los más demandados

- Platina 25%
- Tsuru 18%
- Chevy 10%
- Sentra 6%

Tres de los mencionados son de NISSAN

Una vez que el equipo concluyó que automóvil es el que más demanda tiene, los integrantes del equipo se dieron a la tarea de investigar en la agencia donde se vende éste automóvil, los diferentes modelos y precios que se tienen. La investigación fue de dos tipos: en las instalaciones de la agencia y utilizando el Internet.

Escogimos el más económico ya que es el más accesible para la gente poder comprar el carro.

PLATINA 2005 GRADO Q T/M(A) sin D/H

Existen en le mercado varios tipos de Platina que varia en diferentes caracteristicas:

PRECIO Y EQUIPAMIENTO 

MODELO 2005/GRADO	ESPECIFICACIÓN	PRECIO ESPECIAL
PLATINA Q T/M	TRANSMISIÓN MANUAL	$ 99,400
PLATINA Q T/M A/A D/H	TRANSMISIÓN MANUAL/DIRECCIÓN HIDRÁULICA/AIRE ACONDICIONADO	$ 109,800
PLATINA K T/M	TRANSMISIÓN MANUAL	$ 111,300
PLATINA K PLUS T/M	TRANSMISIÓN MANUAL	$ 116,400
PLATINA K T/M A/A	TRANSMISIÓN MANUAL/AIRE ACONDICIONADO	$ 119,500
PLATINA K T/A	TRANSMISIÓN AUTOMÁTICA	$ 123,600
PLATINA K PLUS T/M A/A	TRANSMISIÓN MANUAL/AIRE ACONDICIONADO	$ 124,600
PLATINA K PLUS T/A	TRANSMISIÓN AUTOMÁTICA	$ 128,800
PLATINA K T/A A/A	TRANSMISIÓN AUTOMÁTICA/AIRE ACONDICIONADO	$ 131,800
PLATINA K PLUS T/A A/A	TRANSMISIÓN AUTOMÁTICA/AIRE ACONDICIONADO	$ 137,000
PLATINA A T/M A/A	TRANSMISIÓN MANUAL/AIRE ACONDICIONADO	$ 137,700
PLATINA A T/A A/A	TRANSMISIÓN AUTOMÁTICA/AIRE ACONDICIONADO	$ 150,100

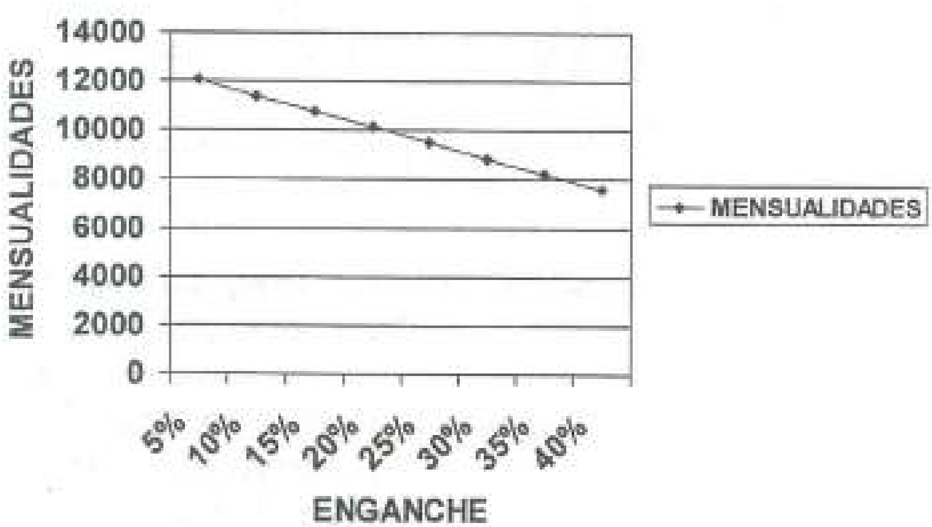
Además de investigar los modelos y precios, el equipo tuvo que averiguar los planes de financiamiento tanto de la agencia como los bancarios (por limitación del tiempo extra clase sólo se pregunto en Banamex).

El equipo decidió entonces trabajar primeramente, con el modelo más barato cuyo precio es de $99,400 y realizar las operaciones para obtener la mensualidad, en función del enganche y en función de la tasa de interés.

Como ya lo hemos mencionado, los estudiantes, sin ayuda del profesor, plantearon la expresión algebraica necesaria para poder calcular la mensualidad, pues aún que utilizaron el Excel como herramienta de ayuda, si no se le da la expresión no puede realizar los cálculos. Esto implica que les tiene que quedar claro que cosas son variables y cuales constantes, y de que manera están relacionadas las variables y las constantes.

Además, deben analizar los resultados y poder determinar si los cálculos son correctos, aún utilizando sólo el sentido común, es decir, si aumento el enganche y el tiempo esta fijo, la mensualidad debe disminuir, así que la grafica debe coincidir con estas premisas.

Gráfica con un interés de 15% anual fijo a un plazo de 48 meses para pagar.



ECUACION

$$M=\frac{(350{,}000.00-\text{Enganche})(1+.15)4}{48 \text{ meses}}$$

La pendiente es de - \$634.37
(- 126.87 por cada uno por ciento mas de enganche)

Cuando el enganche es de 0 % la mensualidad cobrada es de \$ 12,687.50

Se observa como los estudiantes inicialmente utilizaron la formula de interés simple, y la transformaron en una ecuación lineal al fijar ciertas variables, se aprecia que identifican claramente que se trata de una ecuación lineal (aunque no la escribieron explícitamente en este reporte) pues hablan de su "pendiente" esto quiere decir que no sólo la identifican, sino además la interpretan con pertinencia.

Esta es otra de las ventajas del uso de los proyectos en el aprendizaje de la matemática, ya que permite a los estudiantes manipular una misma ecuación en sus diferentes representaciones (despejes) y darse cuenta de que no es otra función diferente.

Se aprecia además cómo en un principio los estudiantes utilizan la expresión en su "forma financiera" en el Excel, pero al pedir la representación gráfica, los estudiantes pudieron observar la línea recta, así que transformaron la expresión original a la forma "$y = mx+b$", para poder identificar e interpretar la pendiente y la intersección con el eje Y que se expresa en su reporte, esto les permitió ubicar a la matemática como la herramienta que ayuda a entender y resolver problemáticas de su entorno, tanto académico como laboral, haciéndola útil y necesaria.

BANAMEX

Para poder comprar un carro también podemos pedir crédito a los Bancos, en este caso fue Banamex.

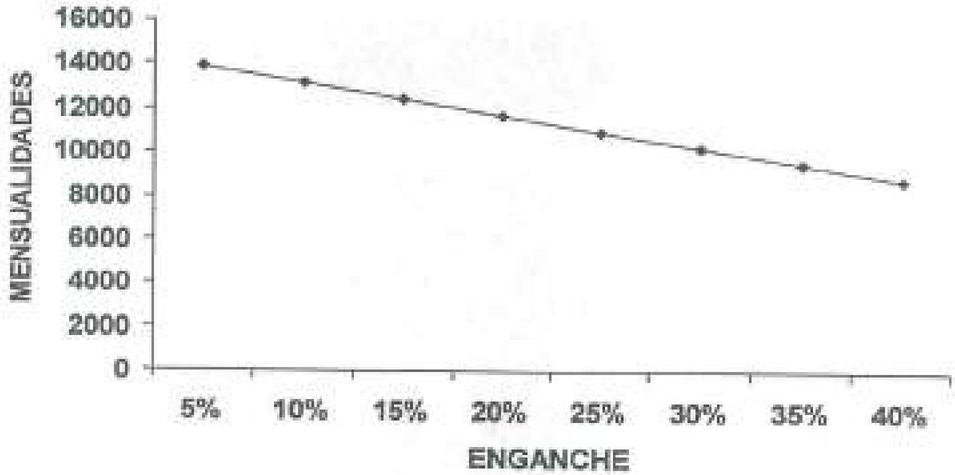
Banamex cobra un interés del 14.5 % anual fijo y es a plazos de 36 y 48 meses.

Los requisitos para pedir un crédito son:
-Comprobante de domicilio.
-Edo. De cuenta.
-Solicitud de crédito bien llenada.
-Credencial de elector.
-Carta del buró de crédito

Los integrantes del equipo investigaron también los préstamos Bancarios para la compra de un automóvil, los datos anteriores son resultado de su pesquisa.

Una vez investigado, utilizaron la información para hacer un análisis gráfico de las mensualidades variando otra vez el enganche, pero ahora cambiaron el interés y el plazo de pago, fijando ahora a 36 mensualidades.

Préstamo de 350,000.00 para adquirir un automóvil con un interés del 14.5% a un plazo de 36 meses



ECUACION

$$M=\frac{(350{,}000.00-\text{enganche})(1+.145)3}{36\text{ meses}}$$

La pendiente de la grafica es de - $729.17
(- 145.83 por cada uno por ciento mas de enganche)

Cuando no se da enganche la mensualidad es de $ 14583.33

Como se ha visto en este primer trabajo, el uso de proyectos permitió interactuar con una matemática integrada, donde se interactúa al mismo tiempo con sus tres expresiones: gráfica, tabular y analítica; además deja clara la necesidad de estudiarla para resolver los problemas que se presenten.

El segundo proyecto que analizaremos es el del equipo #4 del grupo M16 con horario de 10-11 a.m. El proyecto de este equipo fue sobre inversiones bancarias y el uso de las tarjetas de crédito, presentamos sólo una parte de la investigación documental que presentaron los alumnos, ya que fue demasiado extensa, así como algunos de los reportes diarios y diapositivas de la presentación en Power Point que realizaron para su exposición final, para que se pueda tener una idea del trabajo completo que realizó este equipo.

La secuencia de las graficas puede estar truncada, ya que como lo mencionamos anteriormente se seleccionaron las suficientes para dar una visión general del trabajo que desarrollo este equipo, la inclusión de todas las páginas del proyecto hubiera consumido mucho espacio.

UNIVERSIDAD DE SONORA

DEPARTAMENTO DE ADMINISTRACIÓN Y CONTABILIDAD

MATEMÁTICAS II
"PRÁCTICA FINAL"

PROFA.: PAULINA DANAE LÓPEZ CEBALLOS

ALUMNOS:

CASTILLO FIGUEROA ABRAHÁN
FIMBRES BADILLA NOHELIA
GONZÁLEZ RASCÓN JORGE LUIS
OSUNA MOYA MARÍA CONCEPCIÓN

HERMOSILLO, SONORA A 12 DE MAYO DE 2006.

INTRODUCCIÓN

En la presente investigación, las Inversiones Bancarias serán nuestra prioridad, hablaremos acerca de los tipos de inversiones que nos ofrecen los distintos bancos analizados y compararemos cual de ellos nos ofrece los mejores rendimientos, disponibilidad, tasas de interés, etc., en sus diferentes tipos de inversiones.

Tomaremos en cuenta el término de "Capitalización" y utilizaremos también la fórmula Monto = $C(1 + i)^n$ para determinar las tasas de intereses y poder comparar los resultados; para así poder conocer cual es la mejor inversión y de que forma nos conviene más capitalizar los intereses ganados en dicha inversión.

Presentaremos una serie de gráficas para ejemplificar las tasas de rendimientos y poder comparar en ellas de forma más clara los resultados obtenidos en nuestra investigación acerca del mejor tipo de inversión y en que institución nos conviene hacerlo.

ANÁLISIS DE INVESTIGACIÓN

CONCEPTO DE INVERSIÓN

Las inversiones son recursos colocados en títulos valores y demás documentos financieros, a cargo de otros entes, con el objeto de aumentar los excedentes disponibles por medio de la percepción de rendimientos, dividendos, variaciones de mercado y otros conceptos, o de adquirir o mantener el control de las entidades emisoras.

Las inversiones financieras son depósitos de bienes en este caso de dinero que se efectúan en entidades financieras autorizadas a tomar dinero y se hace a un plazo fijo con el fin de ganar un interés. Este interés es vencido, lo que implica que hasta el vencimiento de la operación no se puede realizar el cobro del capital depositado más los intereses.

TIPOS DE INVERSIONES

- **Inversiones a plazo.-** en la inversión a plazo el cliente tiene la opción de elegir el plazo que más le convenga, la tasa de interés es fija por lo que desde un inicio el cliente sabe lo que va a ganar; aunque entre mayor sea la inversión, mayor será el rendimiento.
- **Inversión automática.-** es la primera inversión a la vista que paga rendimientos de Mercado de Dinero con capitalización diaria de intereses, la inversión automática invierte diariamente en Mercado de Dinero los saldos superiores a $300,000 de forma automática, con vencimiento al siguiente día hábil a las tasas vigentes; las tasas que se estarán pagando serán iguales o incluso superiores a las que paga la Mesa de Dinero cuando se contrata de manera tradicional.
- **Inversión diaria.-** permite invertir los excedentes de efectivo diariamente, disponer del dinero cuando se necesite y recibir los más altos rendimientos, los intereses que brinda son de acuerdo al saldo diario, así que cada día se va incrementando el patrimonio ya que los intereses se suman al capital.
- **Cedes tasa fija.-** es una inversión a mediano plazo con atractivos rendimientos a tasa fija y disposición mensual de intereses. Con la Inversión de Cedes Tasa Fija se puede invertir a 3, 6 ó 13 meses con una atractiva tasa de rendimiento previamente determinada y sin importar que las condiciones del mercado cambien; además los intereses producto de la inversión pueden ser retirados de forma mensual.
- **Cedes Tasa Variable.-** este tipo de inversión permite a las empresas invertir a mediano plazo y garantiza atractivos rendimientos acorde a las tasas vigentes del mercado gozando de los intereses de forma mensual. Los plazos a elegir son de 91, 182, 371, 560 ó 721 días con tasas de interés revisables cada semana e indexada a la tasa ponderada de cetes a 28 días y los intereses producto de la inversión se reciben mensualmente.

- **Fondos de deuda**.- es una sociedad de inversión en instrumentos de Deuda para personas físicas con un horizonte de inversión a corto plazo, dirigido a inversionistas que por un monto muy pequeño desean acceder a un fondo con inversiones en Mercado de Dinero para obtener atractivos rendimientos y una liquidez inmediata.
- **Fondos de renta variable**.- esta sociedad de inversión esta dirigida a personas físicas y morales, este fondo combina dentro de su cartera instrumentos de renta variable y de Mercado de Dinero; consiste en hacer participe a un gran número de inversionistas de los beneficios que se puedan derivar de una cartera patrimonial de valores en renta variable y de instrumentos de deuda profesionalmente administrada. Esta sociedad persigue el crecimiento del patrimonio de los inversionistas que la integran.
- **Sociedad de inversión de deuda**.- es de los fondos más exitosos de su categoría obtienes muy altos rendimientos y disponibilidad inmediata, está dirigido a inversionistas conservadores que buscan altos rendimientos con un horizonte de inversión a muy corto plazo teniendo liquidez diaria. Este tipo de inversión capitaliza movimientos de mercado y puede invertir en instrumentos de Mercado de Dinero.
- **Inversión diaria en dólares**.- este instrumento permite invertir en overnight los excedentes de su chequera obteniendo atractivos rendimientos. Time Deposit Account es una inversión domiciliada en las Islas Gran Caimán que ofrece plazos desde 30 días, además cuentas con tasas fijas durante la vida de la inversión, pago de interés al vencimiento y pago mensual de intereses a partir de 181 días; además ofrece crédito sobre inversiones que te protege ante eventualidades y contingencias.
- **Cede Udis**.- garantiza atractivos rendimientos por encima de la inflación y te permite disponer de los intereses mensualmente, el inversionista elige el plazo que puede ser a partir de 91, 182 ó 371 días.
- **Inversión a plazo en UDIS**.- es un pagaré con rendimiento liquidable al vencimiento que se puede elegir a 91, 182 ó 371 días con atractivas tasa de rendimiento por arriba de la inflación.
- **Inversiones institucionales**.- El área de Asesoría Institucional Especializada, está orientada principalmente hacia las instituciones gubernamentales, financieras, y corporativas en general. Ofreciéndoles servicios de asesoría y diagnóstico, para el establecimiento de estrategias financieras orientadas a satisfacer las necesidades de inversión, financiamiento, previsión social y cobertura cambiaria, de los recursos patrimoniales que las instituciones destinen por cuenta propia de terceros.

EL MEJOR TIPO DE INVERSIÓN

La mejor opción para invertir tomando en cuenta los beneficios y los plazos que ofrece es la "Inversión a Plazo" ya que en ella podemos elegir el plazo en el que deseamos invertir nuestro dinero además que es la que ofrece mejores rendimientos porque podemos KAPITALIZAR nuestro dinero, esto quiere decir que si nosotros invertimos cierta cantidad a un plazo determinado y al llegar el vencimiento de dicha inversión volvemos a invertir el capital más los intereses ganados lo estamos capitalizando y así los resultados obtenidos serán mejores.

A continuación presentamos una tabla comparativa que muestra los distintos bancos analizados y las tasas de interés que ofrece cada uno de ellos.

BANCO	CAPITAL	TASA DE INTERES ANUAL	PLAZOS					
			28	56	90	182	270	360
BANCO AZTECA	$5,000.00	5.95%	4.70%	5.88%	5.00%	5.70%	7.25%	8.00%
BANAMEX	$2,000.00	6.80%	4.00%	5.00%	4.50%	5.00%	5.00%	5.60%
BBVA BANCOMER	$10,000.00	7.30%	3.50%	4.15%	4.80%	5.30%	6.00%	7.30%
SCOTIABANK INVERLAT	$10,000.00	5.50%	2.70%	3.20%	4.00%	4.70%	5.20%	6.60%
SANTANDER SERFIN	$10,000.00	7.15%	3.25%	3.95%	4.85%	5.35%	6.65%	7.15%
HSBC	$10,000.00	7.20%	3.40%	3.80%	4.70%	5.40%	5.90%	7.20%
BANORTE	$15,000.00	7.00%	3.00%	3.70%	4.30%	5.20%	5.70%	7.00%

RESULTADOS

BANCO SELECCIONADO

De acuerdo a los resultados que obtuvimos acerca de los bancos analizados concluimos que el mejor de ellos es sin duda alguna **Banco Azteca** ya que es el que ofrece la mayor tasa de interés a plazos más cómodos.

A continuación presentaremos algunas tablas de las diferentes cantidades que podemos invertir y cual es el rendimiento que podríamos obtener de cada una de ellas.

Estas tablas mencionan los plazos a invertir y el capital inicial para, efectuar una inversión con diferentes montos en capital.

CAPITAL DE $5,000.00

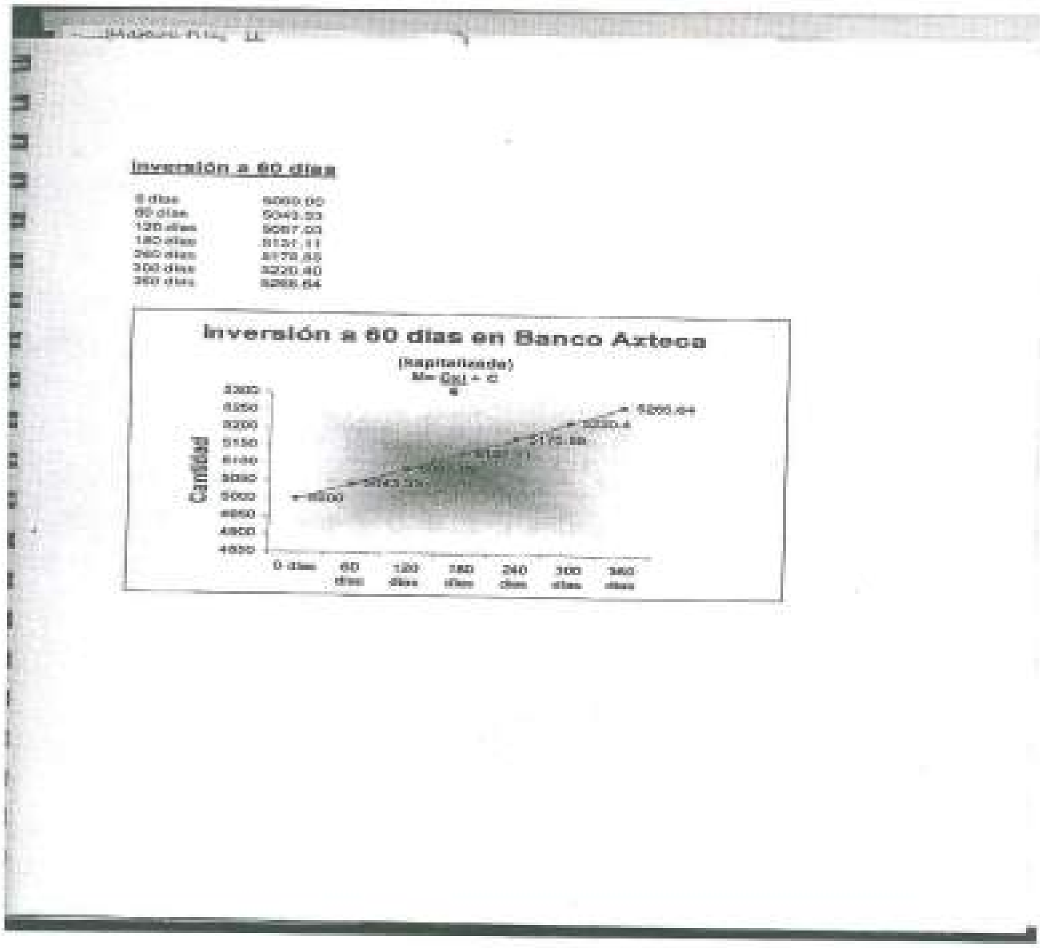
Inversiones	Si depositas	Durante	Ganas intereses de	Recibes un total de
Inversión Azteca 30	$5,000.00	30 días	$19.58	$5,019.58
Inversión Azteca 60	$5,000.00	60 días	$43.33	$5,043.33
Inversión Azteca 90	$5,000.00	90 días	$75.00	$5,075.00
Inversión Azteca 180	$5,000.00	180 días	$187.50	$5,187.50
Inversión Azteca 270	$5,000.00	270 días	$270.00	$5,270.00
Inversión Azteca 360	$5,000.00	360 días	$425.00	$5,425.00

CAPITAL DE $10,000.00

Inversiones	Si depositas	Durante	Ganas intereses de	Recibes un total de
Inversión Azteca 30	$10,000.00	30 días	$35.17	$10,035.17
Inversión Azteca 60	$10,000.00	60 días	$86.67	$10,086.67
Inversión Azteca 90	$10,000.00	90 días	$150.00	$10,150.00
Inversión Azteca 180	$10,000.00	180 días	$395.00	$10,395.00
Inversión Azteca 270	$10,000.00	270 días	$540.00	$10,540.00
Inversión Azteca 360	$10,000.00	360 días	$850.00	$10,850.00

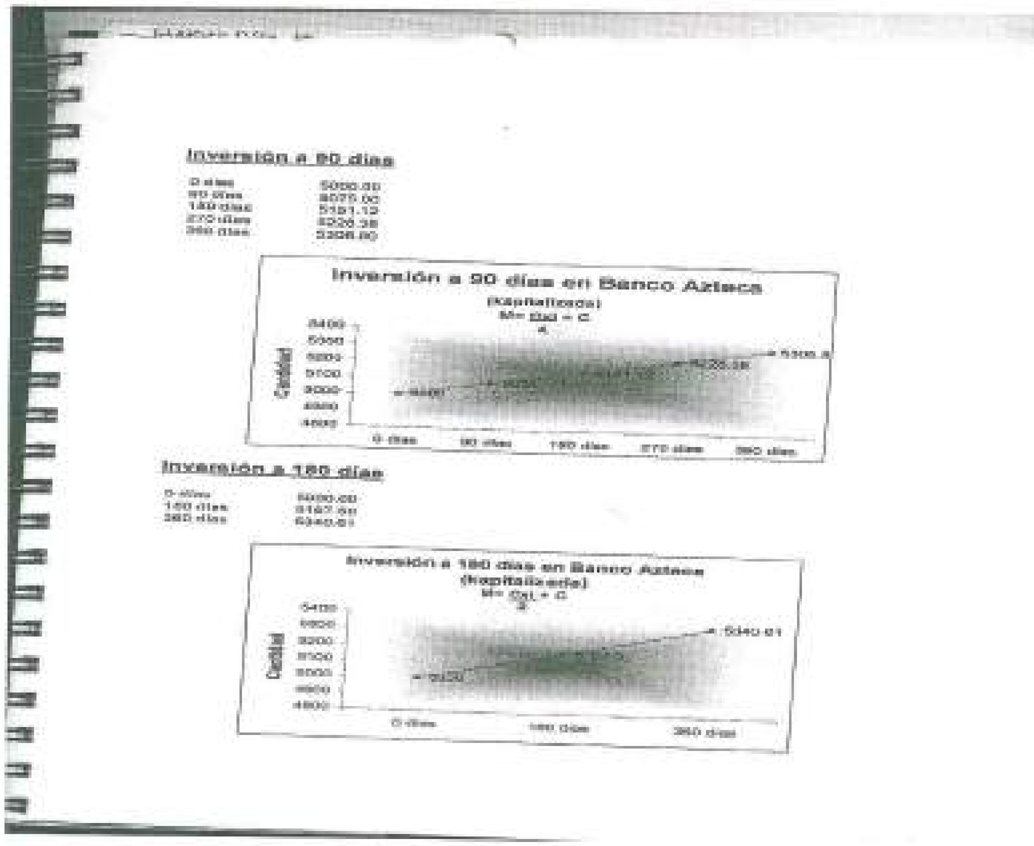
CAPITAL DE $50,000.00

Inversiones	Si depositas	Durante	Ganas intereses de	Recibes un total de
Inversión Azteca 30	$50,000.00	30 días	$195.83	$50,195.83
Inversión Azteca 60	$50,000.00	60 días	$433.33	$50,433.33
Inversión Azteca 90	$50,000.00	90 días	$750.00	$50,750.00
Inversión Azteca 180	$50,000.00	180 días	$1,875.00	$51,875.00
Inversión Azteca 270	$50,000.00	270 días	$2,700.00	$52,700.00
Inversión Azteca 360	$50,000.00	360 días	$4,250.00	$54,250.00



Una vez que se realizó la investigación documental, este equipo llevó acabo bastantes cálculos ayudados del Excel, los cuales fueron graficados y analizados por los integrantes. La línea recta nos da una idea de que este tema, para los estudiantes, es un punto de partida importante para el análisis y discusión del problema que están investigando.

La ventaja del uso de la tecnología en el análisis de los proyectos es fundamental, ya que permite hacer muchas gráficas fácilmente, lo que motiva a los estudiantes a explorar que pasa con la gráfica cuando se hacen modificaciones a los valores que tienen o cuando se sustituyen los valores por otros nuevos.



Una ves que se graficaron las distintas inversiones, modificando el plazo de la inversión, los estudiantes presentaron la información obtenida en un diagrama de barras para hacer una comparación grafica. Este diagrama de barras es una herramienta utilizada en la estadística, tema que como ya se comentó anteriormente no es objetivo de este curso, lo que muestra la necesidad de hacer uso de otras herramientas de la matemática para el análisis y razonamiento de los problemas que se están abordando.

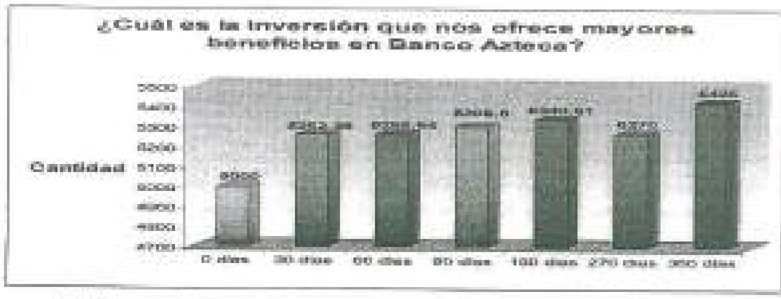
Esta es otra ventaja del uso de la tecnología para abordar los proyectos, ya que el estar trabajando con Excel, permite utilizar todas estas aplicaciones del software, que son muy sencillas.

Además de investigar con respecto a las inversiones en Banco Azteca, este equipo analizó el uso de la tarjeta de crédito en Banorte, como se presenta a continuación.

Esto fue porque, cuando llevaron acabo las investigaciones en un primer momento, la idea original era analizar las inversiones en varios bancos, pero los estudiantes que fueron a Banorte comentaron que no les dieron información sobre las inversiones, pero sí sobre las tarjetas de crédito, su uso y el cobro de intereses, tema que les pareció muy importante, por lo que decidieron hacer un trabajo más completo.

__Comparación entre los distintos plazos de inversión__

0 días	5000.00
30 días	5292.35
60 días	5285.84
90 días	5306.80
180 días	5340.81
270 días	5270.00
360 días	5436.00



Así llegamos al resultado que nos muestra, que la inversión que nos ofrece una mayor cantidad de resultados es la anual.

GRUPO FINANCIERO BANORTE

BENEFICIOS:

- promociones
- puntos banorte
- obtenes premios, puntos acumulados
- Estancias en ciertos hoteles
- Bonos en Sears o en Liverpool
- Millas de mexicana

REQUISITOS:

- Ingreso mínimo mensual de $ 5,000.00 pesos para las tarjetas de crédito Clásicas y $ 20,000.00 pesos para las tarjetas de crédito Oro
- Edad entre 21 y 65 años
- Firmar Solicitud-Contrato
- Comprobante de ingresos
- Recibos de nómina del mes inmediato anterior
- Estados de Cuenta de cualquier Banco de los últimos dos meses que manifiesten depósitos por conceptos relativos a "Pagos de Nómina" con antigüedad no mayor a 45 días
- Comprobante de domicilio
- Recibo de agua, luz o teléfono con antigüedad máxima de 3 meses
- Identificación oficial
- Antigüedad en el empleo

CUADRO DE COMISIÓN A LA TARJETA

Concepto de la comisión		Periodicidad
Cuota anual	Clásica: $330 Oro: $504	Anual / diferida a 3 meses
Cuota anual para tarjetas adicionales	Clásica: $304 Oro: $ 348	Anual / diferida a 3 meses
Disposiciones de efectivo	6.5%	Por evento
Reemplazo de Tarjeta	Clásica: $243.00 Oro: $243.50	Por evento
Aclaraciones improcedentes	$100	Por evento
Uso en exceso del límite del crédito	No Aplica	
Cargos de Cobranza	$279	Por evento
Copia de estado de cuenta	$15	Por evento
Cheques devueltos librados por pago de la Tarjeta, de acuerdo al artículo 193 de la Ley General de Títulos y Operaciones de Crédito	Hasta $500 o el 20% del monto del cheque girado, lo que resulte más alto.	Por evento

¿CUÁL ES LA TASA DE INTERÉS QUE PAGO EN MI TARJETA DE CRÉDITO BANORTE?

La tasa de interés anual de tu tarjeta de crédito Banorte la puede ver, de manera anualizada, en tu estado de cuenta. La tasa de interés varía dependiendo de las condiciones económicas y de mercado, por lo que el tipo podría llegar como lo establecido en el contrato ala tasa de referencia (TIIE a plazo de 28 días).
El procedimiento de cálculo de interés requiere de realizar dos cálculos: el de saldos promedio por compras y disposiciones y el del saldo promedio por el saldo anterior ala fecha de cálculo de los intereses.

¿CÓMO CALCULO MI SALDO PROMEDIO DIARIO?

Saldo promedio por compras y disposiciones:
Se debe tomar el estado de cuenta anterior y el estado de cuenta en el que quieras calcular los intereses. Se calcula multiplicando el importe de cada una de las transacciones realizadas en el periodo anterior, por el número de días naturales comprendidos entre la fecha de la transacción y la fecha de corte.

¿CÓMO SE CALCULAN LOS INTERESES?

Multiplicando el promedio de saldos diarios por la tasa de interés ordinaria (expresada en decimales), por el número de días efectivamente transcurridos, dividiendo el resultado entre 360. la tasa de referencia aplicable a cada uno de los periodos de pago de interés, será la que resulte del promedio de la publicidad de dicha tasa realizada durante las cuatro semanas previas a la semana del corte que corresponda.
Se debe tener a la mano el estado de cuenta en el que se cargan los intereses y el estado de cuenta del periodo anterior.
Del estado de cuenta del periodo anterior:
Se calcula el saldo promedio por compras y disposiciones.

¿CUÁL ES LA TASA DE INTERÉS QUE PAGO EN MI TARJETA DE CRÉDITO BANORTE?

La tasa de interés anual de tu tarjeta de crédito Banorte la puede ver, de manera actualizada, en tu estado de cuenta. La tasa de interés varía dependiendo de las condiciones económicas y de mercado, por lo que el tope podría llegar como lo establecido en el contrato ala tasa de referencia (TIIE a plazo de 28 días).
El procedimiento de cálculo de interés requiere de realizar dos cálculos: el de saldos promedio por compras y disposiciones y el del saldo promedio por el saldo anterior ala fecha de calculo de los intereses.

¿CÓMO CALCULO MI SALDO PROMEDIO DIARIO?

Saldo promedio por compras y disposiciones:
Se debe tomar el estado de cuenta anterior y el estado de cuenta en el que quieres calcular los intereses. Se calcula multiplicando el importe de cada una de las transacciones realizadas en el periodo anterior, por el número de días naturales comprendidos entre la fecha de la transacción y la fecha de corte.

¿CÓMO SE CALCULAN LOS INTERESES?

Multiplicando el promedio de saldos diarios por la tasa de interés ordinaria (expresada en decimales), por el número de días efectivamente transcurridos, dividiendo el resultado entre 360. la tasa de referencia aplicable a cada uno de los periodos de pago de interés, será la que resulte del promedio de la publicidad de dicha tasa realizada durante las cuatro semanas previas a la semana del corte que correspondan.
Se debe tener a la mano el estado de cuenta en el que se cargan los intereses y el estado de cuenta del periodo anterior.
Del estado de cuenta del periodo anterior:
Se calcula el saldo promedio por compras y disposiciones.

CUOTAS A PAGAR

Cuota anual titular:
- Visa Clásica $360.00
- Visa Oro $504.00

Cuota Anual para tarjetas adicionales:
- Visa Clásica $204.00
- Visa Oro $348.00

* Tasa de interés: 29% anual.
* Comisión del cajero: de $0.5 sobre el saldo que disponga.
* Cobro de anualidad de la tarjeta de crédito: $480.00

¿QUE COMISIONES DEBO PAGAR EN MI TARJETA DE CRÉDITO Y CADA CUANDO?

Existen algunos eventos en la vida de tu tarjeta de crédito Banorte que son sujetos de cobro de algún tipo de comisión. A continuación te presentamos un cuadro con las comisiones aplicables a tu tarjeta y su periodicidad de aplicación.

¿COMO SE CALCULA EL SALDO PROMEDIO DIARIO Y LOS INTERESES DE SU TARJETA?

El Saldo Diario se obtiene sumando al saldo del día anterior las compras y disposiciones del día y restando los pagos realizados el mismo día. Para obtener el Saldo Promedio Diario se suman cada uno de los saldos diarios registrados en el periodo (días entre la fecha de corte anterior y fecha de corte señalada en su Estado de Cuenta), dividiendo el resultado entre el numero de días que conforman dicho periodo.

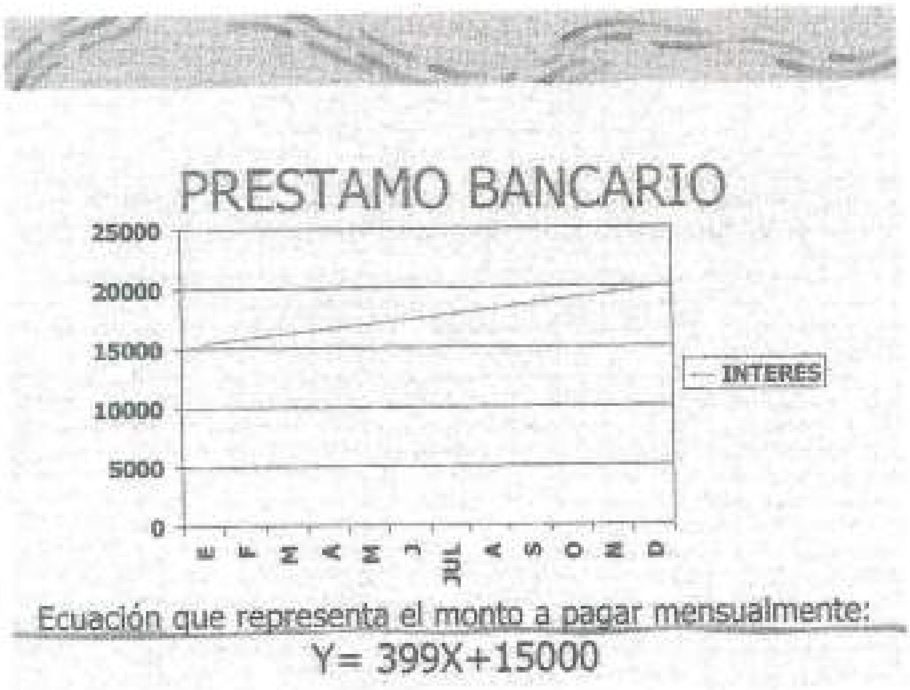
Suma de Saldos Diarios: $ 30,000
Días del periodo: 30
Saldo Promedio Diarios: $ 30,000 / 30 días = $ 1,000

Para calcular los intereses del periodo se toma como base el Saldo Promedio Diario y se aplica la Tasa Mensual de Interés.

$ 1,000 x 2.5 % = $ 25

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se realiza con la finalidad de aprender con más claridad del uso de formulas y ecuaciones en ambito laboral.



Estas últimas dos laminas fueron seleccionadas de la presentación que llevaron acabo los estudiantes en Power Point, donde se aprecia como los estudiantes de este equipo, parten de la expresión de interés compuesto para obtener los montos finales de la inversión en Banco Azteca a diferentes plazos de tiempo y una vez obtenidos los montos, se realizaron las graficas para cada resultado.

Como la expresión grafica resultó ser una recta, este equipo, al igual que el anterior, transforma la expresión analítica original a una más conocida para ellos, la de la forma "y=mx+b", para poder dar una interpretación de lo que se esta observando, o para tener una expresión con la que se sienten más familiarizados, ya que, recordemos, en la presentación que llevan a cabo los estudiantes el resto del grupo les hace preguntas que deben ser capaces de responder todos los integrantes del equipo.

Se puede observar a continuación (en los reportes diarios) cómo los estudiantes antes de obtener la expresión grafica y darse cuenta de que es una línea recta, trabajan con la expresión analítica de monto compuesto para obtener los resultados de la inversión, cuyo cálculo es un poco más laborioso que si se utiliza la expresión de la línea recta. Incluso al tratar de hacer un análisis gráfico utilizan sólo la recta real, lo que confirma la sospecha de que una expresión analítica sin su expresión gráfica desliga el análisis de la matemática ya que no permite al estudiante entender que ocurre con una expresión analítica cuando se fijan unas variables, en cambio al tener la expresión grafica se llega a la expresión analítica sin ningún problema.

Matemática II
Palma

Los Economiqui

28/Abril/2005

#4

INFORME DIARIO DEL AVANCE DEL PROYECTO

NOMBRE DEL PROYECTO: Créditos e inversiones bancarias
INTEGRANTES: [illegible]

Información bibliográfica obtenida: Diseño de la estrategia:

1.- Acudir a los bancos que sean (Banco Azteca, Banamex, Bancomer y HSBC e Inbursa)
2.- Entrevista con un gerente de un banco (Banamex)
3.- Obtener información en internet sobre inversiones y créditos
4.- Buscar información sobre la de empresas que obtienen inversiones y de la empresa que piden un crédito
5.- Investigar sobre aspectos legales que protegen al inversionista o al deudor de un crédito.
6.- Investigar en internet los requisitos que marca la [illegible] sobre operaciones bancarias

Análisis gráfico o esquemático: Problemas o preguntas que deseo plantear:

1.- ¿Qué banco es que ofrece mayor beneficios al obtener inversiones y créditos?
2.- ¿Qué banco es el que maneja una mayor tasa de interés en créditos y inversiones?
3.- ¿Número de clientes [illegible] en los bancos?
4.- ¿Porcentaje [illegible] clientes potenciales que se pierden [illegible] banco?
5.- ¿Rentabilidad importante?

Ecuaciones, fórmulas, cálculos, etc. Realizados:

Otras actividades realizadas: División de tareas (Integrantes del equipo)

Bancos

1.- Banco Azteca ([illegible])
2.- HSBC ([illegible])
3.- Banorte ([illegible])
4.- Inbursa ([illegible])
5.- [illegible] - Bancomer ([illegible])
6.- Banamex ([illegible])
Buscar la información correspondiente en internet.
7.- Información internet ([illegible])

Entrevista
8.- Entrevista con un gerente [illegible] Banamex ([illegible])

[illegible]

Equipo # 5

[illegible]

INFORME DIARIO DEL AVANCE DEL PROYECTO

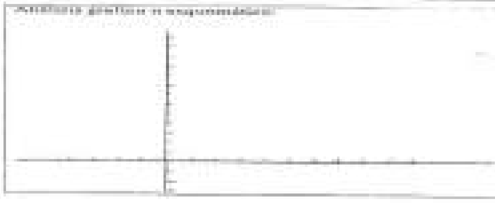
NOMBRE DEL PROYECTO: [illegible]

INTEGRANTES: [illegible]

Información bibliográfica obtenida:

[illegible]

Análisis gráfico o esquemático:



Ecuaciones, fórmulas, cálculos, etc. Realizados:

$M = C(1+i)^n$ C = capital ... de inversión; i = costo de ...; n = 1 año

$M = 5{,}000\,(1 + 4.2)^{?}$

$M = 5{,}000\,(19.54)$

$M = 5{,}019.54$ Banorte

Banca Azteca

$M = 5{,}000\,(1 + 8.8)^{12}$

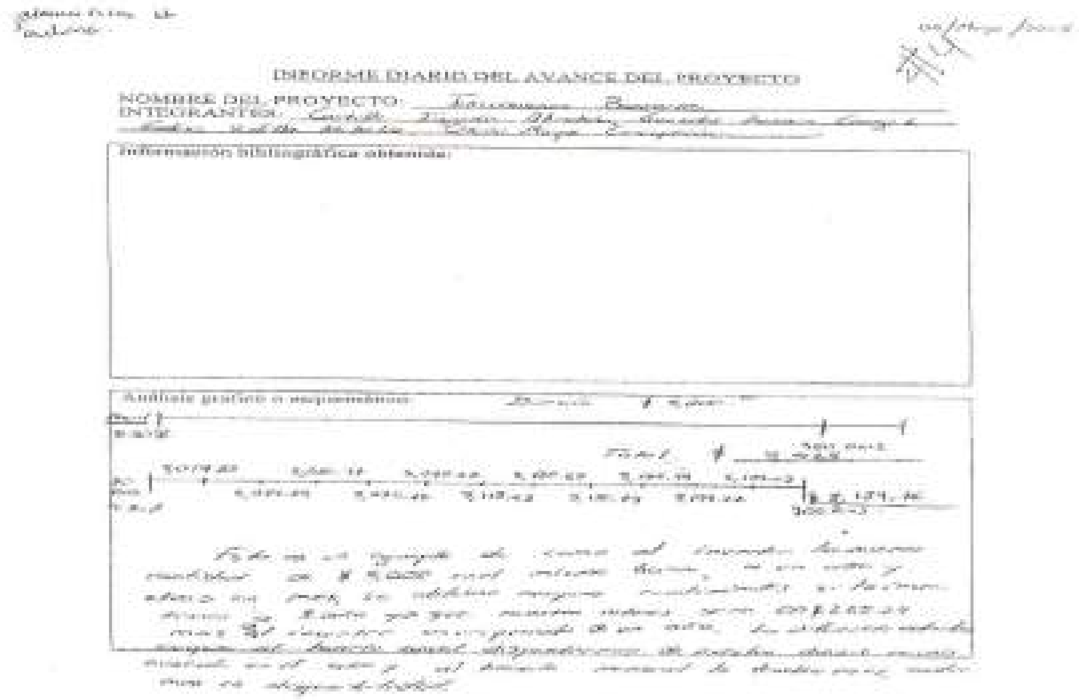
$M = 5{,}000\,(411.98)$

$M = 5{,}929.78$ Banamex

Otras actividades realizadas:

Estos son ejemplos de lo que pondremos en el trabajo de varios ejemplos y comparaciones con otros bancos.

Analizamos diferentes tipos de inversiones que podemos hacer en Mercado nacional y Mercado Extranjero.



INFORME DIARIO DEL AVANCE DEL PROYECTO

NOMBRE DEL PROYECTO:

INTEGRANTES:

Información bibliográfica obtenida:

Análisis gráfico o esquemático:

El tercer proyecto lo desarrolló el equipo #7 del grupo M16 de 10-11 hrs. Este equipo a diferencia de los dos anteriores no se interesó por temas relacionados con la Banca, ellos seleccionaron como tema para su trabajo a la telefonía celular. Por lo que se investigó desde la compañía que es más utilizada por las personas, como lo que se gasta mensualmente en el uso de esta telefonía. Para obtener esta información los integrantes del equipo tuvieron que elaborar y aplicar una pequeña encuesta entre las personas que utilizan este medio de comunicación, utilizando herramientas estadísticas para recolectar y analizar la información, lo que nos demuestra una vez más que el uso de proyectos permite utilizar muchas herramientas matemáticas, para analizar y resolver problemas.

Además de presentar los resultados obtenidos en la encuesta, los integrantes del equipo hicieron un análisis del crecimiento en el número de usuarios por familia que se espera utilicen este medio de comunicación en un futuro.

UNIVERSIDAD DE SONORA

PAULINA DANAEE LÓPEZ CEVALLOS

EL SABER DE MIS HIJOS
HARÁ MI GRANDEZA

PROYECTO DE MATEMÁTICAS
VENTAS DE PLANES CELULARES Y MERCADO

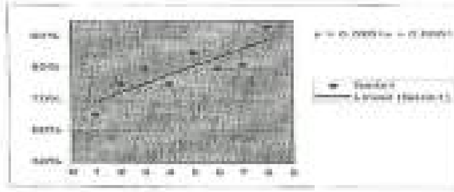
HERMOSILLO, SON. MAYO DEL [illegible]

INTRODUCCIÓN

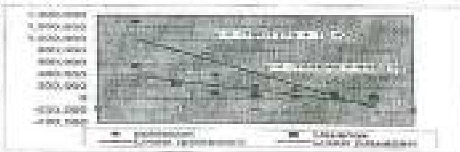
En esta investigación observamos la información sobre los planes mas vendidos en diferentes regiones de sonora, veremos diferentes graficas con sus respectivas ecuaciones se manejan distintos porcentajes. La información que se mostrara fue dada por la empresa TELCEL y la persona que entrevistamos su nombre es Mauricio Enriquez, que nos proporciono información necesaria para nuestra investigación. Nos menciono las distintas regiones con sus respectivos lugares, no dio información para poder elaborar las graficas y nos proporciono información mas reciente en cuanto a los tipos de celulares cuales modelos son los que mas se vende en la en la región que abarca telcel.

[illegible]

Participación del mercado	
Región 01 Baja Calif.	65%
Región 02 Noroeste	75%
Región 03 Norte	80%
Región 04 Noreste	78%
Región 05 Occidente	85%
Región 06 Centro	80%
Región 07 Golfo-Sur	81%
Región 08 Sureste	90%



Region 01	población	Usuarios	
Tijuana	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Mexicali	807,815	258,918	548,897
Ensenada	396,572	95,221	301,351
La paz	207,342	55,088	152,254
San luis rio colorado	150,867	28,670	122,197
Los cabos	111,800	40,749	71,051
Cd. Constitucion	66,569	7,658	58,911
	3,048,152	1,032,192	2,015,960

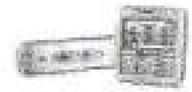


region 02	población	usuarios	
Culiacan	818,152	262,288	[illegible]
Hermosillo	694,549	230,446	[illegible]
Mazatlan	407,763	78,646	329,117
Cd. Obregon	384,283	94,066	290,217
Los Mochis	382,847	105,477	277,370
Guasave	278,285	30,948	247,337
Guaymas	181,606	27,222	154,384
Nogales	172,065	67,600	104,465
Navojoa	152,214	19,281	132,933
Navolato	145,396	8,489	136,907
Guamuchil	79,316	16,903	62,413
Caborca	71,448	18,287	53,161
	3,769,965	978,072	2,791,893

Region 03	población	usuarios	
Juárez	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Torreon	1,113,724	312,076	801,648
Chihuahua	743,661	394,864	348,797
Durango	522,180	124,633	397,547
Cuauhtemoc	129,015	52,829	76,186
Delicias	118,907	42,630	76,277
Hidalgo del Parral	107,449	27,829	79,620
San pedro	92,244	6,124	86,120
	[illegible]	[illegible]	2,701,467

Los datos que utilizaron los estudiantes les fueron dados por la compañía Telcel, por lo que ellos no realizaron ningún cálculo. Pero al analizar los datos, los estudiantes utilizaron la línea recta, cuando se aprecia gráficamente que su tendencia no es lineal.

¿QUE COMPAÑÍA VENDE MAS?



ENCUESTA

"Mercado de celulares"

1.- ¿Tienes celular?
Si_X_ No___

2.- ¿Qué modelo es?
[illegible]

3.- ¿De que compañía es?
Telcel_X_ Movistar___ Otra___

4.- ¿Por qué preferiste comprarlo en esa compañía? Por su
Calidad_X_ Precio___ Modelo___

5.- ¿Para ti cual es la que ofrece mejores servicios?
Telcel_X_ Movistar___ otra___

Para aplicar la encuesta los estudiantes tuvieron que investigar un poco sobre los tipos de muestreo, para que pudieran usar el más adecuado para ellos, así como la representación grafica y el tipo de estimaciones se usan en estadística.

COMPAÑIAS

TELCEL MOVISTAR
30 10
75% 25%

CANTIDAD PROMEDIO QUE GASTAN AL MES EN TARJETAS

ST / NP = MPr
$9,900 /40 =$247.50

ST = SUMA DE LAS DENOMINACIONES DE LAS TARJETAS.
NP = NUMERO DE PERSONA QUE TIENEN CELULAR.
MPr = MONTO PROMEDIO QUE GASTAN AL MES.

CANTIDAD QUE GASTAN LAS PERSONAS DE HERMOSILLO EN LA COMPAÑÍA MOVISTAR

*487,863(25%)= 121,966
**121,966(MPr) = GTM
**121,966($247.50) = $ 30,186,585

MPr = MONTO PROMEDIO QUE GASTAN AL MES UNA PERSONA.

GTM = GASTO TOTAL DE TARJETAS DE TODAS LAS PERSONAS POR MES.

COMPARACION DE LAS COMPAÑIAS EN CONSUMO DE TARJETAS

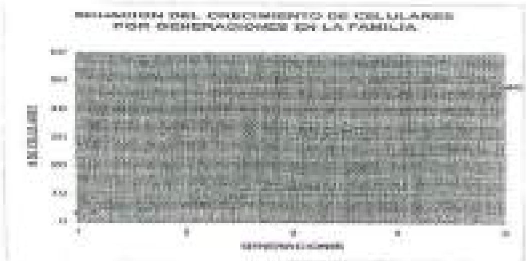
CONCLUCIÓN

- CON ESTA INVESTIGACION SE LLEGO A LA CONCLUSION DE QUE LA COMPAÑÍA TELCEL ES LA QUE VENDE MAS CELULARES.

En la lámina se aprecia que los estudiantes calcularon correctamente el promedio en el gasto mensual.

GENERACIONES

- Y = Número total de celulares por generaciones.
- 3 = Número de celulares por familia.
- 2 = Número de hijos por familia.
- n = Número de generaciones.



GENERACIONES

- CELULARES POR GENERACIÓN

$*Y = 4(4^n)$

$*\underline{Y = CX^n}$

- Ecuación general de los celulares por generación.

GENERACIONES

- Y = Número total de celulares por generaciones.
- C = Número de celulares por familia.
- X = Número de hijos por familia.
- n = Número de generaciones.

Llegamos a la conclusión de que esta investigación nos ayudo mas a comprender y relacionar las ecuaciones matemáticas con las nuevas tecnologías y mas que nada con algo que podamos utilizarlas en la vida diaria para sacarle provecho a la vida y usarlas como herramientas de inteligencia.

Por otro lado, viéndolo en el aspecto general de la investigación, vimos que Nokia es la marca de mejor calidad y que mas se usa en el mercado, mientras que TELCEL despunto la lista de las mejores compañías de celulares y la que mas gente prefiere.

En esta parte los estudiantes obtuvieron y analizaron la función exponencial, aquí los estudiantes llegaron a la expresión analítica primero y a la grafica después. En este momento se dieron cuenta de que los puntos que graficaron al principio no se ajustaban a una línea recta, pero dejaron la grafica así por que (al igual que todos los equipos), querían incluir en el análisis a la función lineal, aunque después analizaran otra.

[illegible]

(3) [illegible]

#7

INFORME DIARIO DEL AVANCE DEL PROYECTO

NOMBRE DEL PROYECTO: Estudio de mercado de los celulares

INTEGRANTES: [illegible]

Información bibliográfica consultada:

ENCUESTA A LA GENTE

¿ Comprarías tu celular a crédito o al contado ?

Análisis gráfico o esquemático:

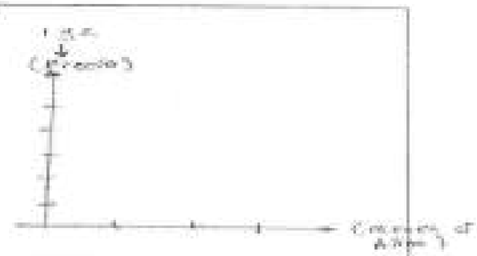
1.- ¿ Queremos saber la ecuación del costo de un celular, en un año ?

2.- ¿ Queremos saber la ecuación del costo de un celular en varios años ?

3.- ¿ Queremos saber los intereses al sacar un celular a crédito y su ecuación ?

Ecuaciones, fórmulas, cálculos, etc. Realizados:

3.- $M = C(1+r)^n$



Otras actividades realizadas:

Vamos a ir a COPPEL, a preguntar sobre los celulares a crédito para ver si tienen interés simple o interés compuesto.

Ecuaciones, fórmulas, cálculos, etc. Realizados:

Otras actividades realizadas:

Los [illegible] preguntas en algunas personas sobre los precios de [illegible] y sobre algún [illegible] [illegible]. Otra pregunta fue sobre como serán los precios en futuro y algunas [illegible] sobre el mismo, donde algunas de las respuestas fueron que con el tiempo los precios bajarán.

Ecuaciones, fórmulas, cálculos, etc. Realizados:

Ahora [illegible] y la porcentaje de Variación [illegible] y en los últimos meses

Otras actividades realizadas:

En el cambio de Ahorros a Clientes preguntamos por los Intereses [illegible] y nos respondieron que los intereses eran anuales a [illegible] aproximadamente

[illegible]

INFORME DIARIO DEL AVANCE DEL PROYECTO

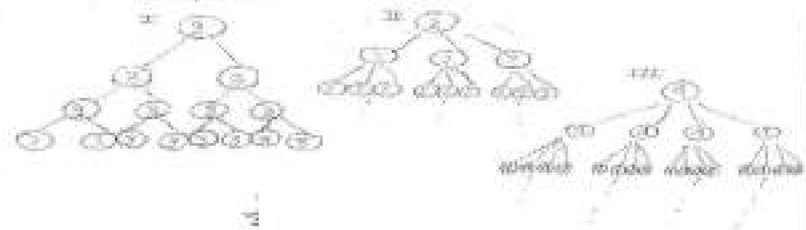
NOMBRE DEL PROYECTO: Modelo de Crecimiento

INTEGRANTES: [illegible]

Información bibliográfica obtenida:

- [illegible]

Análisis gráfico o esquemático:



Ecuaciones, fórmulas, cálculos, etc. Realizados:

$y = c(x^n)$

$y = 3(2^n)$

$y = 4(4^n)$

$y = 2(3^n)$

c = No. células

x = No. de hijos x familia

n = No. generaciones

Otras actividades realizadas:

[illegible]

Nota: Tiempo dedicado al trabajo [illegible]

En estos ejemplos desarrollados durante el semestre, se puede apreciar como la mayoría de los equipos se concentro, a pesar de que tener mucho material, en el análisis de la línea recta, esto debido (creemos) que es porque esta función se analizo con detalle en clase y la mayoría de los alumnos la domino en el examen.

7.2 CONCLUSIONES

En el análisis de los trabajos que llevaron a cabo los estudiantes, se aprecia como el trabajo de investigación, incluyendo el de campo, fue exhaustivo, así como en el uso de los recursos tecnológicos tanto para el planteamiento y análisis de los problemas como para su presentación.

El uso del Excel resulto muy importante para lograr algunos de los objetivos planteados en este trabajo de Investigación, pues permitió a los estudiantes relacionar datos numéricos (expresión tabular) con una expresión grafica y obtener la expresión algebraica correspondiente. Y a su vez, dada una grafica, los estudiantes pudieron obtener su expresión algebraica y con esta obtener algunos datos numéricos.

Observar los cambios que ocurren en la grafica y en la expresión algebraica de una función cuando se modifican las variables, es otra cosa que se pudo observar fácilmente con el uso del Excel.

También se observa como el uso del Excel permitió a los estudiantes reconocer la expresión algebraica a partir de su grafica, ya que como vimos en todos los trabajos presentados, los estudiantes parten de una expresión algebraica desconocida (la de interés compuesto) y al observar su grafica, inmediatamente identificaron la expresión algébrica correspondiente (de la forma "y=mx+b").

La integración de la matemática fue otro objetivo que se pudo apreciar nítidamente, ya que los estudiantes percibieron como la expresión grafica, la tabular y la algebraica son parte de una misma función y que el cambio de una variable produce otra función que a su vez tiene una correspondiente expresión algebraica. También se percataron (se puede ver en los comentarios de las hojas de diario y en el cuestionario que se aplicó al final del semestre) que la matemática es la herramienta que permite presentar, analizar y solucionar problemas que se presentan fuera del campo de las matemáticas y por lo tanto le dan su valor como asignatura que debe estar y permanecer en la currícula escolar de todos los niveles y todas las carreras y debe por lo tanto estudiarse y aprenderse bien para lograr el éxito en su campo profesional.

El uso de proyectos permitió darle un cambio a la enseñanza tradicional, modificando el rol en los estudiantes, ya que pasaron de receptores a actores de su aprendizaje y a su vez a profesores de esa enseñanza, ya que en todos los equipos se pudo apreciar cómo se preocuparon porque todos los integrantes dominaran las herramientas, técnicas y tecnologías usadas en su proyecto.

Durante el desarrollo de su proyecto, los estudiantes observaron y analizaron la parábola, algunos polinomios de grado mayor a dos, la función exponencial y en algunos casos funciones potencia, esto lo observé en **todos** los equipos, ya que los dos salones contaban con computadora y televisión. Durante la semana los estudiantes traían sus avances en memoria USB para comentar dudas, interpretaciones, observaciones, etcétera, los cuales veíamos en la computadora y en muchos casos las observaciones o comentarios las extendíamos al resto del grupo, mostrando las imágenes en la pantalla de televisión, por lo que vi cómo todos los equipos observaron y analizaron funciones diferentes a la línea recta. Esto se esperaba ya que la función de interés compuesto genera todas estas funciones al modificar algunos parámetros y dejar fijos otros.

Sin embargo, el 95% de los proyectos se centraron en el análisis de la función lineal cuando expusieron frente al grupo y en la entrega del reporte final por escrito. Un 10% analizó la parábola en el reporte escrito, pero no la incluyó en la presentación final y sólo un trabajo llegó a la función exponencial y de igual manera no la incluyó en la exposición que presentó frente al grupo.

La explicación que podemos dar es que la función lineal y la parábola, fueron evaluadas con un examen, por lo que tuvieron que ser estudiadas formalmente, y esto les dió seguridad para desarrollar su trabajo y llevar a cabo la presentación frente al grupo, no olvidemos que al final, lo que desean los estudiantes es no reprobar la materia y obtener una buena calificación semestral.

En cuanto a las preguntas que se plantearon en el capítulo 3:

1. *¿Un aprendizaje integrador basado en proyectos, permite al estudiante hacer conexiones entre diferentes disciplinas y permite una visión completa del porqué y de cómo se utilizan las matemáticas en la vida académica y profesional?*
2. *¿La enseñanza de la matemática basada en proyectos permite al estudiante un pensamiento crítico, un gusto por aprender matemáticas, una destreza en su manejo y una visión real de su utilidad?*
3. *¿El uso de proyectos crea el interés y necesidad de utilizar la tecnología como una herramienta de apoyo?*

Las respuestas fueron completamente favorables, todos los trabajos muestran que el uso de los proyectos permite una visión completa de las matemáticas, ya que al mismo tiempo se analiza la parte analítica, gráfica, tabular de una función, así como la incorporación de tablas para un análisis comparativo de la función al variar un parámetro. Se observo el uso de herramientas estadísticas en varios proyectos y quedo de manifiesto la necesidad de "estudiar y aprender matemáticas" ya que son la herramienta para plantear y resolver los problemas. Además les quedó muy claro que la profundidad con que se analizan y resuelven los problemas esta directamente relacionado a los conocimientos matemáticos que se tienen o se "dominan" y que mientras mayor dominio se tenga de las técnicas y herramientas matemáticas mayor es el análisis que se puede hacer.

7.3 RECOMENDACIONES

Para que el uso de proyectos tuviera un mayor aprovechamiento se necesita de un trabajo previo muy intenso, la búsqueda de problemas que satisfaga los requerimientos de contenido temático, de interés para los alumnos, de permitir un manejo amplio de herramientas matemáticas, etc.; no es fácil. Cuando se logra cubrir en su totalidad un rubro, por ejemplo el del "interés del tema", puede ser que no se logren cubrir todos los objetivos del tema de estudio o que la herramienta matemática involucrada sea muy pobre.

Encontramos al igual que otros autores que el uso de proyectos es una herramienta muy eficaz cuando se ha trabajado de antemano intensamente en la selección de los temas. Para nosotros fue muy importante incluir las opiniones de otros profesores que les impartirán clase a los alumnos en semestres posteriores a la hora de seleccionar los temas, pues esto permitió a los alumnos involucrarse con mayor interés, pues sabían que los problemas que estaban resolviendo, los retomarían en semestres posteriores.

También recomendamos involucrar a los alumnos en la selección de los temas, ya que les cambia el "status" de receptivos a participativos y les genera un interés adicional a la hora de resolver el proyecto, pues es un tema que ellos **"quieren"** resolver y no **"tienen"** que resolver.

El uso de varios proyectos durante el semestre, permite cubrir de mejor manera los requerimientos curriculares planteados, nosotros recomendamos que sean los primeros proyectos, los seleccionados por los alumnos, ya que ellos buscaron temas sencillos, debido principalmente a que son alumnos de los primeros semestres y no están muy involucrados en la resolución de problemas reales. Los últimos proyectos deberán ser asignados por el profesor, para que éstos permitan un análisis más profundo de las herramientas matemáticas e involucren el uso más especializado de las tecnologías tanto matemáticas como de la información.

Creemos que demasiados proyectos durante el semestre tampoco darán buenos resultados, pues el tiempo que le dedican para solucionar cada uno, desde la investigación documental hasta encontrar la solución adecuada es bastante y una sobresaturación dará como resultado exactamente lo contrario a lo que se pretende:

"Que los alumnos dejen de sentir a las matemáticas como su enemigo y perciban que su estudio es algo importante para su vida diaria y profesional y para el desarrollo de la humanidad".

Por último quisiéramos que este trabajo de Tesis tuviera repercusiones positivas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática y que todos los lectores hayan encontrado en este trabajo la forma correcta de ver y entender a la matemática... no como un ***problema*** sino más bien como ***la solución***... al final de cuentas esta es la razón de su existencia.

BIBLIOGRAFÍA

1. Artículos revisados en http://www.mgc.es:
    1. Anorexia Nerviosa.
    2. Diabetes tipo 2.
    3. Alergias cutáneas.
    4. Tabaco y pulmones.
    5. Osteoporosis.
    6. Prevención del cáncer de piel.
    7. Artrosis.
    8. Bulimia nerviosa.

2. Balmore Pacheco, Rolando (2003). Proyectos de Aprendizaje Integrado. Proyecto APREMAT- Unión Europea: Reforma a la Educación Media Área Técnica, El Salvador.

3. Berlin, Donna F. y White, Arthur (1995). Connecting school sciencie and mathematics: Integration model. Connecting mathematics across the curriculum. Year Book. NCIM, pag.22.EEUU.

4. Bernard, Spodek; Olivia N., Caracho (2003). "*On the Shoulders of Giants*": *Exploring the traditions of early Childhood Education*. Education Journal, Vol. 31, No.1, 2003. Versión en español: http://www.infanciaenred.org.ar.

5. Carretero, Mario (1997). Constructivismo y educación. Editorial Progreso. México.

6. Chevallard, Yves; Bosch, Marianna y Gascon, Joseph (1997). Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Instituto de Ciencias de la Educación (ICE). Biblioteca Normalista de la SEP, 1998. México.

7. Chevallard, Yves (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2.

8. Dance, Rosalie A.; Sandefur, James (1997). So Much Coffee, So Little Time: More on caffeine in the body. www.georgetown.edu/proyects

9. Dance, Rosalie A.; Sandefur, James (1998). *A study of Malaria and Sickle Cell Anemia: A Hands-on Mathematical Investigation*. www.georgetown.edu/proyects

10. Decaer, Walter (1978). Filosofía y objetivos educativos. Memorias del Simposium Internacional en la ciudad de Monterrey, Nuevo León, México.

11. Díaz Barriga Arceo, Frida (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista electrónica de Investigación educativa. Vol. 5, No. 2, 2003.