



UNIVERSIDAD DE SONORA

Departamento de Matemáticas

Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa

**ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA PROMOVER LA
NOCIÓN DE PROPORCIONALIDAD EN ESTUDIANTES
DE DERECHO**

Tesis

Que para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

Presenta

Jesús Francisco Rodríguez Higuera

Directora de tesis:

M. C Ana Guadalupe Del Castillo Bojórquez

Enero 2017

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

1. MARCO DE REFERENCIA

- 1.1 Modelo curricular en la Universidad de Sonora
- 1.2 La asignatura Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos del programa de la Licenciatura en Derecho:
- 1.3 La proporcionalidad en Matemáticas
- 1.4 La proporcionalidad en el Derecho

2. PROBLEMÁTICA, JUSTIFICACION Y OBJETIVOS

- 2.1 Antecedentes
- 2.2 Problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Derecho
- 2.3 Justificación
- 2.4 Objetivos
 - 2.4.1 Objetivo General
 - 2.4.2 Objetivos Específicos

3. CONSIDERACIONES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS

- 3.1 El Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática.
 - 3.1.1 Prácticas y Objetos Matemáticos
 - 3.1.2 Significados y su tipología
 - 3.1.3 La idoneidad didáctica y sus dimensiones
- 3.2 Aspectos metodológicos
 - 3.2.1 Caracterización de significados institucionales
 - 3.2.2 Determinación de criterios de idoneidad como guía para el diseño
 - 3.2.3 Diseño de actividades

- 3.2.4 Valoración a priori del diseño
- 3.2.5 Puesta en escena de las actividades
- 3.2.6 Valoración a posteriori del diseño
- 3.2.7 Adecuaciones de la propuesta

4. LA PROPUESTA DIDÁCTICA

- 4.1 Significado institucional de referencia de la noción de proporcionalidad
- 4.2 Significado institucional pretendido de la proporcionalidad
- 4.3 La propuesta y sus características
- 4.4 Secuencias didácticas
- 4.5 Valoración previa de idoneidad didáctica de la propuesta

5. PUESTA EN ESCENA DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

- 5.1 Descripción general
- 5.2 Análisis a posteriori de la idoneidad didáctica de la propuesta
- 5.3 Adecuaciones a los diseños a partir del análisis

6. CONCLUSIONES

REFERENCIAS

ANEXO

INTRODUCCIÓN

Uno de los ejes centrales de Matemática Educativa como disciplina científica es buscar nuevas formas para mejorar los procesos educativos tanto de enseñanza como de aprendizaje, así como proponer diversos materiales que coadyuven a lograr que esto se cumpla. Con este objetivo, se presenta el siguiente documento.

El trabajo de tesis consiste en el diseño de actividades didácticas para promover la noción de proporcionalidad en los estudiantes de Derecho que cursan la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos* contemplada en su plan de estudios como una asignatura obligatoria a cursarse a partir del sexto semestre.

Las actividades están diseñadas como secuencias didácticas contemplando en cada secuencia, actividades de inicio, desarrollo y cierre, cada una de estas etapas con propósitos definidos que se documentan en el capítulo 4, donde se describen las actividades didácticas puestas en escena.

El Capítulo 1 describe el contexto en la Universidad de Sonora del momento, las condiciones y necesidades que se dan en la institución para modificar el plan de estudios que da origen a la asignatura mencionada. En este apartado también se muestra porqué se ha seleccionado la proporcionalidad, como un elemento que relaciona los dos saberes, la Matemática y el Derecho.

El Capítulo 2 aborda la problemática que se visualiza y que se considera es de interés para Matemática Educativa; también se muestra la justificación de la pertinencia de este trabajo para colaborar en la problemática expuesta. Para finalizar este apartado, se enuncian los objetivos para la realización del mismo.

En el Capítulo 3 se presentan los elementos teóricos y metodológicos. El Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS), sustenta con sus herramientas las diferentes acciones indicadas en la metodología, tales como:

el diseño de las actividades, los diferentes análisis a priori y a posteriori asociados a la propuesta, entre otras, para la realización de este trabajo.

El Capítulo 4 describe las actividades didácticas, sus características, los significados involucrados, el diseño, el análisis a priori de las actividades y las expectativas del trabajo.

En el Capítulo 5 se describe la puesta en escena y el análisis a posteriori de las actividades. A partir de este análisis, se realizan modificaciones a los diseños que se consideren pertinentes, esto, con el fin de lograr mejor idoneidad como señala el EOS. Con base en el trabajo realizado, se presenta en el anexo 1 la propuesta final, que es el objetivo central de esta tesis.

Por último, se presentan las conclusiones que surgen después de los análisis de la puesta en escena y de la propia experiencia del diseñador que, como profesor de la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, puede rescatar de este proceso.

1 MARCO DE REFERENCIA

1.1 Modelo curricular de la Universidad de Sonora

En el año 2002 se aprobó en nuestra Institución, el documento conocido como Lineamientos Generales para un Modelo Curricular de la Universidad de Sonora (2002), el cual contiene los planteamientos fundamentales con los cuales se forma a un egresado. Todos los planes de estudio de las diferentes carreras universitarias deben responder a las exigencias ahí expuestas.

En este documento, se hacen una serie de consideraciones acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje que sirven como análisis de la situación educativa de la propia Institución, y que marcan las bases para la estructura, justificación y la elaboración del citado documento.

Los Lineamientos Generales para un Modelo Curricular (2002), distingue 4 capítulos;

- a) La organización curricular a través de ejes formativos
- b) Las instancias que participan en la elaboración y modificaciones de los ejes formativos y los programas de asignatura de los planes de estudio
- c) Los lineamientos sobre pertinencia y flexibilidad de los planes de estudio
- d) Sobre la formación didáctica y pedagógica de los profesores.

Otro de los aspectos que este documento considera de gran importancia consigna la necesidad de desarrollar la capacidad de auto aprendizaje en los alumnos; esto se debe, indica, principalmente a uno de los nuevos paradigmas educativos de inicios del siglo XXI: la educación permanente.

Y se observa en los Lineamientos Generales para un Modelo Curricular (2002) el siguiente señalamiento:

Se propone entonces un proceso educativo activo, en donde se impulse la participación de los alumnos, en contraposición a aquel proceso en el que el profesor imparte la enseñanza y el estudiante se limita a ser receptor de sus exposiciones. En el método activo, en cambio, el alumno toma parte directa y significativa de su propio aprendizaje y resuelve problemas por sí mismo, realizando tareas relacionadas con los temas de estudio. (p. 20)

Una de las características que se debe de considerar en la enseñanza, tal y como se propone en este documento, es que el profesor apoye, metodológicamente, su actividad en el salón de clases en la resolución de problemas. Este tema siempre ha estado presente en los procesos de enseñanza y de aprendizaje; sin embargo, no siempre ha sido utilizado con el mismo objetivo. En el caso concreto de la enseñanza de las matemáticas, Vilanova et al., (2001) comenta;

La naturaleza de la matemática consiste en considerarla como una construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados deben ser juzgados en relación al ambiente social y cultural. La idea que subyace a esta visión es que “saber matemática” es “hacer matemática”. Lo que caracteriza a la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. La idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. (p. 1)

En este contexto, los diferentes programas educativos de la institución, incorporaron cambios a sus programas y planes de estudio, y rediseñaron sus perfiles de egreso, para que estos fueran coherentes con la normatividad propuesta por la Universidad.

La licenciatura en Derecho no estuvo exenta de esta transformación y poco después se implementaron cambios que culminaron con reformas al plan de estudios.

Como consecuencia de las modificaciones que se realizaron para actualizar el plan de estudios, se incorporaron cambios importantes que afectaron al currículo matemático. En este proceso de cambio, se presentó por parte de profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Sonora, Bautista y López (2001), una propuesta de programa para la materia de Matemáticas I en la

Licenciatura en Derecho, que contemplara estos nuevos paradigmas y manejara contenidos más cercanos a la problemática del Derecho, esto propiciaría las bases de los contenidos de una nueva asignatura que sustituiría a la materia de Matemáticas I: *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*.

1.2 La asignatura Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos del programa de la Licenciatura en Derecho

En el año 2004, se plantearon las modificaciones al plan de estudios de la carrera de la Licenciatura en Derecho de la Universidad de Sonora. El nuevo plan de estudios afectó la materia de Matemáticas 1, así lo señala Del Castillo (2009): "...se redujo de cinco a dos el número de horas presenciales por semana dedicadas a la asignatura Matemáticas, y se cambió su nombre por *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*. Esta reducción en el número de horas da muestra del poco interés que se tiene por las matemáticas en este tipo de programas."

Esta nueva asignatura, es considerada de carácter obligatorio, se les ofrece a los alumnos a partir del sexto semestre y forma parte del eje integrador. Las asignaturas que conforman este eje tienen la característica de promover la integración de diversos conocimientos, de esta manera, *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, pretende que los estudiantes relacionen conocimientos matemáticos que están presentes en diversas situaciones de varias ramas del Derecho.

Por estas razones los contenidos que se incluyen en el programa del curso abordan problemas de diferentes ámbitos o ramas del Derecho; laboral, mercantil, penal, de la seguridad social y derecho fiscal, entre otras, relacionando los contenidos de otras asignaturas que los estudiantes ya han cursado, con los temas matemáticos propuestos.

El programa se adecuó para que los estudiantes de esta área, que tienen la característica en general de manifestar un rechazo al estudio de la Matemática, vean en él reflejados algunos de los problemas que se les presentarán en su práctica profesional, abordando cada problema o ejercicio considerado, para que tenga significado en su área de desarrollo.

Los contenidos matemáticos que considera el programa del curso son:

1. El concepto de razón
2. El concepto de proporción:
3. El concepto de porcentaje
4. Conversiones de tiempo
5. El interés simple
6. El interés compuesto

Declarando como prerrequisitos necesarios:

1. Uso adecuado del porcentaje
2. Manejo adecuado de las operaciones algebraicas y sus propiedades.

Para la realización de este trabajo se consideró revisar algunas propuestas de diferentes planes de estudio de Licenciaturas en Derecho de varias Universidades del país y los programas de la asignatura Matemáticas que incluyen. Se observó que en algunos casos la asignatura de Matemáticas era ofrecida como optativa y en otros casos no aparecía y, que se podía transitar la Licenciatura en Derecho sin haberla cursado. Por ejemplo el caso de la Universidad Nacional Autónoma de México, donde se ofrece como una asignatura optativa.

Tomando en cuenta los contenidos propuestos en el programa del curso *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, se tiene que los temas de razón, proporción, porcentajes e interés están relacionados entre sí, teniendo como eje la proporcionalidad.

Este conocimiento de la proporcionalidad tiene presencia en diversos ámbitos cotidianos y en variados contextos escolares; matemáticos, físicos, químicos,

económicos, sociales, etc. Además está presente en muchas situaciones de índole jurídica, lo que lo hace de especial interés para los propósitos del curso.

Existe un razonamiento proporcional no solo en Matemáticas sino también en Derecho, el cual mantiene coincidencias cuando se trata de resolver problemas cuantitativos en asuntos legales, pero se aleja del tema matemático para cuestionar y juzgar la conducta humana (aspectos de índole cualitativa), con apreciaciones subjetivas lejos de la formalidad de esta ciencia.

La proporcionalidad tiene vida propia en cada una de las disciplinas, haremos un breve recorrido que considera aspectos históricos, pero que también hace los señalamientos pertinentes de algunos especialistas e investigadores en cada tema.

1.3 La proporcionalidad en Matemáticas

La proporcionalidad, señala Ortiz (2012), “es una relación entre magnitudes medibles. Este es uno de los conceptos matemáticos ampliamente difundido en el currículo escolar, y se debe a que, en buena medida, es intuitivo y de gran utilidad práctica”.

La proporcionalidad directa es un caso particular de las variaciones lineales y el factor constante de las proporcionalidades puede utilizarse para expresar las relaciones entre las magnitudes.

Cuando una razón se iguala a otra, se dice que existe proporción; es decir, para tener una relación proporcional necesitamos tener dos razones que sean equivalentes. Existen varios tipos de proporcionalidad, entre las más frecuentes están: la proporcionalidad directa y la proporcionalidad inversa. En este trabajo se aborda **la proporcionalidad directa**.

Es posible encontrar diferentes formas de la definición de proporcionalidad, con diferentes grados de formalismo, según sea el propósito del autor, se presentan como ejemplo las siguientes definiciones:

Fiol y Fortuny (1990) establecen que:

Dos magnitudes son proporcionales si se puede establecer un isomorfismo entre sus cantidades, f de M en N tal que:

- i) Si $a < b$ implica que $f(a) < f(b)$;
- ii) $f(a + b) = f(a) + f(b)$;
- iii) Si $a = r e$ entonces $f(a) = f(r e) = r f(e)$

Esta definición asume sólo el caso cuando la constante de proporcionalidad es positiva y por tanto es limitada.

Por otra parte Cienfuegos (2010), establece la siguiente definición de proporcionalidad directa:

Dadas dos cantidades, si al aumentar una corresponde un aumento para la otra, o si al disminuir una, la otra también disminuye, entonces esas cantidades son directamente proporcionales.

Esta última definición si bien atiende a un conocimiento que pudiera interpretarse como intuitivo, no es acorde a la pauta institucional, y corresponde a una concepción errónea acerca de la proporcionalidad. Cienfuegos (2010), reporta después de su definición los siguientes ejemplos:

- a) Si los ingresos de una persona aumentan, aumenta la cantidad de impuesto sobre la renta que debe pagar.
- b) A mayor número de días trabajados, mayor será el reparto de utilidades de un trabajador.

En el primer ejemplo que se muestra, según la definición, señala que el pago de este impuesto se cobra de manera proporcional, cuando no sucede así, en la realidad se cobra de acuerdo a determinados rangos de ingresos en forma escalonada.

En este trabajo de tesis se asumirá la siguiente definición de proporcionalidad directa, que coincide con la de Cuellar (2010). Con base en esta definición se pretenderá promover la noción de proporcionalidad en los diseños presentados.

Una relación de correspondencia entre dos variables es de proporcionalidad directa cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden siempre es el mismo. A ese cociente se le denomina constante de proporcionalidad

El razonamiento proporcional es un recurso que se ha utilizado para resolver problemas que podríamos llamar cotidianos desde hace siglos. Un ejemplo de este hecho es el papiro *Rhind*.

El *papiro Rhind*, es un documento que se remonta al siglo XVI (a. de c.), su autor es el escriba Ahmes, consta de 87 problemas y nos da información de la matemática egipcia sobre cuestiones aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, regla de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica. El mismo escriba Ahmes comenta en el documento que son tratados algunos problemas que tienen más de 300 años, (Oller M. et al., 2013).

Aquí podemos encontrar, entre otros problemas, los siguientes:

Problema 63

Repartos proporcionales de hogazas de pan.

Problema 65.

División proporcional de granos en grupos de hombres.

Problema 66

"Si 10 hekat de grasa deben durar un año, ¿cuánta grasa puede usarse en un día?"

Se muestra que el tema matemático de interés está presente en contextos cotidianos del mundo egipcio de esos momentos y, muestra que la proporcionalidad es considerada un conocimiento que les permitía resolver problemas.

Se han encontrado otros documentos, como el *papiro Moscú, Los Nueve Capítulos*, entre otros, alguno incluso anteriores al *papiro Rhind*, donde se muestran al parecer con fines educativos, problemas y su solución donde los temas se refieren a casos muy concretos de problemas que podrían estar ligados a contextos familiares para ciertos ciudadanos de esa época.

De hecho, los Nueve Capítulos es el texto más antiguo conservado en la actualidad que da un tratamiento sistemático a las fracciones, entendidas como la pareja de un numerador y un denominador (Needham, 1995 citado por Oller Marcen et al., 2013); lo que explica, en parte, el modo en que se maneja la proporcionalidad.

Es remarcable el hecho de que las técnicas de resolución y los algoritmos utilizados son desde entonces similares a los actuales pese a que surgen en contextos alejados del paradigma griego (Oller et al., 2013).

En efecto, los libros 5, 6 y 8 de LOS ELEMENTOS de Euclides dan muestra de la importancia que se dio a este conocimiento en la cultura griega y es claro el impacto de influencia de esta civilización en el mundo occidental. Como señala Oller et al. (2013), la proporcionalidad era tratada desde un punto de vista mayormente geométrico, descontextualizando el saber de los usos cotidianos que le fueron dados en otras civilizaciones.

Cabe señalar además, que, en la Matemática Griega sólo se establecían proporciones entre magnitudes de la misma naturaleza, es decir, comparando longitudes con longitudes, tiempos con tiempos, áreas con áreas, volúmenes con volúmenes porque para ellos carecía de sentido hacerlo entre dos magnitudes de diferente naturaleza.

El razonamiento proporcional es una importante herramienta matemática. Se utiliza este concepto de razón y proporción para modelizar fenómenos físicos y económicos. Muchos problemas cotidianos también pueden resolverse con técnicas relacionadas con la proporcionalidad. Se trata además, como comenta Oller et al. (2013), de un tópico que aparece en el currículo y libros de texto de cualquier país desde hace más de 200 años. Esta relevancia del tema hace que tome gran importancia en Matemática Educativa.

1.3 La proporcionalidad en Derecho

Se revisaron diversos trabajos de autores especialistas en el Derecho y se puede englobar mediante el comentario de Rojas (2009), para tener una visión acerca del principio de proporcionalidad presente en esta disciplina. “Al tratar de conceptualizar el término proporcionalidad en el Derecho se presentan ambigüedades, así como no existe un consenso claro en este ámbito respecto del principio de proporcionalidad”.

En el trabajo de Sánchez (2007), “El Principio de Proporcionalidad”, se hace el siguientes comentario, que ilustran el tema que se está tratando.

El concepto de proporcionalidad es producto de una evolución histórica desde la época de Platón hasta nuestros días, aunque puede decirse que su incursión en tiempos modernos fue su utilización y caracterización en Alemania, donde fue introducido para limitar al Estado en la aplicación de penas. (p. 17)

En la aplicación del principio de proporcionalidad indica Sánchez (2007). “Enjuiciando el respeto al derecho de igualdad, las medidas estatales distintivas deben tener una justificación objetiva y razonable, y una relación razonable de proporcionalidad entre los medios empleados y el fin perseguido”.

Sánchez (2007), también comenta:

Si bien es muy discutible enfocar los problemas normativos de la conducta humana desde una perspectiva formal y casi matemática “more geométrica” diría Ortega y

Gasset como sin éxito intento el positivismo jurídico y menos todavía incurrir en la absurda pretensión de juzgar la conducta humana con la medida de la sección aurea; la idea de relación adecuada entre cosas diversas no pueden desterrarse del ámbito normativo y con ello se relaciona el principio de proporcionalidad. (p. 13)

La necesidad de contar con la proporcionalidad constituye una exigencia del Estado democrático, comenta Sánchez (2007).

Un Derecho penal democrático debe ajustar la gravedad de la pena a la trascendencia que para la sociedad tiene los hechos a que se asigna. Si la proporcionalidad fuese dejada de lado y se previesen penas igualmente graves para los delitos poco dañosos y los muy perniciosos, al delincuente le sería indiferente elegir la comisión de uno o de otro. Por tales razones exigir proporción entre delitos y penas no es, en efecto, más que pedir que la dureza de la pena no exceda de la gravedad que para la sociedad posea el hecho castigado. (p. 16)

El principio de proporcionalidad caracteriza la idea de justicia en el marco de un Estado de Derecho; es un principio que compara dos magnitudes: medio y fin. El cual toma carácter constitucional y, tiene lugar en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos (DOF 27-01-2016). En nuestro país juega un papel importante y ha pasado de un Derecho a otro, basta señalar algunos ejemplos contemplados en diferentes normatividades de los Estados Unidos Mexicanos:

Derecho Internacional. La represalia debe de ser una respuesta proporcional a la violación de un derecho cometido por otro Estado.

Derecho Civil. Fijación de la pensión alimenticia según las necesidades del acreedor y los medios con que cuenta el deudor.

Derecho Penal. La aplicación de una pena proporcional a la gravedad del delito.

Aquí se cita el artículo 22 de la Constitución Mexicana donde queda de manifiesto este principio de proporcionalidad que busca normar el criterio de los jueces y legisladores ante la imposición de una pena.

Artículo 22.

*Quedan prohibidas las penas de muerte, de mutilación, de infamia, la marca, los azotes, los palos, el tormento de cualquier especie, la multa excesiva, la confiscación de bienes y cualesquiera otras penas inusitadas y trascendentales. Toda pena deberá ser **proporcional** al delito que sancione y al bien jurídico afectado.*

En este sentido, no deben de admitirse penas o medidas de seguridad exagerada o irracional en relación con la prevención del delito, distinguiendo dos exigencias:

- La pena debe ser proporcional al delito
- La proporcionalidad se medirá con base en la importancia social del hecho.

Notamos aquí, que la proporcionalidad cobra sentido de una forma subjetiva ya que no se manifiesta de una forma similar sino dependiendo de las capacidades asumidas por el juez o encargado de imponer la sanción correspondiente.

En otro artículo, de la misma Constitución Política Mexicana, que se refiere a la obligación tributaria vía impuestos que tenemos como ciudadanos donde se aplica de nueva cuenta el principio de proporcionalidad.

Artículo 31.

Son obligaciones de los mexicanos:

*IV. Contribuir para los gastos públicos, así de la Federación, como de los Estados, de la Ciudad de México y del Municipio en que residan, de la manera **proporcional** y equitativa que dispongan las leyes.*

De esta manera en las leyes tributarias lo que se aplica con este principio es, que pagará más el que más tenga, haciendo la valoración de determinadas condiciones, de manera escalonada.

Del Código Penal Federal (DOF 18-07-2016), se cita el siguiente artículo:

Artículo 51.- *Dentro de los límites fijados por la ley, los jueces y tribunales aplicarán las sanciones establecidas para cada delito, teniendo en cuenta las circunstancias exteriores de ejecución y las peculiares del delinciente; particularmente cuando se trate de indígenas se considerarán los usos y costumbres de los pueblos y comunidades a los que pertenezcan.*

*En los casos de los artículos 60, fracción VI, 61, 63, 64, 64-Bis y 65 y en cualesquiera otros en que este Código disponga penas en **proporción** a las previstas para el delito intencional consumado, la punibilidad aplicable es, para todos los efectos legales, la que resulte de la elevación o disminución, según corresponda, de los términos mínimo y máximo de la pena prevista para aquél. Cuando se trate de prisión, la pena mínima nunca será menor de tres días.*

A manera de conclusión, diremos que la proporcionalidad vista desde la Matemática, si bien guarda una relación con diferentes contextos del Derecho, esta toma otros significados en ese ámbito. La aplicación y uso del principio de la proporcionalidad en las diferentes normatividades consideradas, por evidentes razones, no funciona de acuerdo a los significados matemáticos de proporcionalidad y pareciera tener un acercamiento intuitivo a la concepción limitada presentada por Cienfuegos (2010): que dada una relación entre dos variables cuando crece una crece la otra y, cuando disminuye una disminuye la otra.

Aunque en este contexto, el uso de la proporcionalidad es ambiguo, es posible asociarlo con la noción de proporcionalidad matemática. Más aún, existen situaciones específicas contempladas en los diversos marcos legales, que efectivamente involucran relaciones cuantitativas de proporcionalidad directa y que son susceptibles de ser resueltas mediante procedimientos matemáticos.

2. PROBLEMÁTICA, JUSTIFICACION Y OBJETIVOS

Este trabajo considera el entorno de los estudiantes de Derecho de la Universidad de Sonora que cursan la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, así que presentaremos, tanto la problemática que se presenta como la manera en que abordaremos el proceso de enseñanza mediante nuestra propuesta.

2.1 Problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el área de Derecho.

Hasta hace poco se tenía la idea de que la Matemática y el Derecho eran dos disciplinas incompatibles, por ser el Derecho una ciencia humanística y la Matemática una ciencia exacta.

Los estudiantes de Ciencias Sociales y, en particular, en el área de Derecho, generalmente muestran un rechazo hacia la matemática; así lo percibe Cienfuegos (2010), al plantearse las siguientes preguntas: “¿Cómo evitar que un porcentaje considerable de alumnos reprueben matemática? ¿Cómo evitar el disgusto y repulsión hacia la matemática?”, en su libro “Matemáticas Aplicadas al Derecho”.

Otros autores se manifiestan en el mismo sentido. De acuerdo con Fierro (2015), quien en su artículo menciona:

Se tiene la idea de que las matemáticas poco o nada tienen que ver con la carrera de Licenciado en Derecho. Nos encontramos que muchos estudiantes egresados de preparatoria se deciden por cursar una carrera más relacionada con las ciencias sociales, bajo la idea de que de esa forma no volverán a tener la necesidad de encontrarse con problemas que deban resolverse mediante el empleo de fórmulas matemáticas.

El profesional del Derecho en cualquiera de sus áreas, ya sea; Constitucional, Penal, Civil, Fiscal, Laboral, entre otras, necesita del conocimiento de las

matemáticas para hacer las determinaciones cuantitativas que el quehacer profesional le reclama, ya sea como funcionario de cualquiera de los poderes: Ejecutivo, Judicial o Administrativo o en el ejercicio libre de la profesión. En este sentido, lo manifiestan en sus artículos diversos autores, (Ulloa, s.f, Morales, s.f, Muñoz, 2010).

En el Capítulo anterior, además, se documentó que estas dos disciplinas, Matemática y Derecho, tienen intersecciones que han compartido desde hace tiempo y, que la matemática incide no solo en el pensamiento jurídico (razonamiento proporcional), sino también en los aspectos cuantitativos que se desprenden de las aplicaciones legales.

En general, Matemática Educativa tiene diversos retos en todas las áreas del conocimiento, en particular, en el ámbito de las Ciencias Sociales y, más específicamente, en el Derecho. En el presente trabajo se centra la atención en la noción de proporcionalidad, para atender las dificultades que se presentan en su enseñanza y aprendizaje en esa área.

La proporcionalidad se considera un conocimiento amplio y de especial importancia desde los primeros ámbitos escolares por su relación con otras disciplinas. La proporcionalidad es considerada a menudo por los profesores de matemáticas como una de las nociones más importantes de la enseñanza obligatoria pero, al mismo tiempo, como una que supone las mayores dificultades (Carretero, 1989).

El razonamiento proporcional se ha estudiado exhaustivamente por parte de diversos investigadores donde reportan las dificultades que tienen los estudiantes al abordar este conocimiento.

Por ejemplo, comenta Godino (2002), “Diversas investigaciones han puesto de manifiesto que los estudiantes basan su razonamiento intuitivo sobre las razones y proporciones en técnicas aditivas y de recuento en lugar de razonar en términos multiplicativos”

Lo reportado por Mochón (2012), donde se señala; “Una de las ideas fundamentales de la matemática es el razonamiento proporcional. Sin embargo, este aparece muy poco en el aula debido a que en general es remplazado rápidamente por la regla de tres”

También Balderas, et al. (2010), cita en su trabajo diversos estudios cognitivos (Inhelden & Piaget, 1955; Hart, 1988, Noelting, 1981) y didácticos (Verghnaud, 1988; Block, 2001; Ramírez, 2004; Mendoza, 2007; entre otros), donde muestra la existencia de dificultades para resolver problemas de proporcionalidad y han dejado ver que estas dificultades, en particular el utilizar estrategias aditivas en lugar de multiplicativas, pueden provenir tanto de una cuestión de desarrollo del razonamiento proporcional, como de una enseñanza deficiente.

Además de las dificultades a las que se hace referencia, se debe tomar en cuenta que, las sugerencias bibliográficas que consideran contenidos apropiados para la asignatura son limitadas y, además, por basarse en las diferentes leyes y normatividades, las cuales sufren cambios o modificaciones en el transcurso del tiempo, estas debieran actualizarse de manera frecuente, lo que implica una mayor dificultad para contar con materiales apropiados que apoyen la labor del profesor que imparte esta asignatura.

2.2 Justificación

Como se señaló en el apartado anterior se pueden mostrar diversos artículos, donde se hace referencia a la necesidad que tienen los estudiantes y los profesionales del Derecho de contar con cierta cultura matemática, sin embargo, son pocos los trabajos que presentan propuestas de actividades que puedan apoyar este tipo de cursos.

Ante esta preocupación y queriendo subsanar este espacio, Cienfuegos (2010), comenta; “Y tratándose de la carrera de Licenciado en Derecho ¿Cómo formar un profesional capaz de entender y solucionar los problemas cuantitativos derivados del estudio, interpretación y aplicación del Derecho?”

En ese trabajo, se presenta al estudiante diferentes problemáticas de índole legal que requieren de apoyo matemático para su solución, con la pretensión de motivar el estudio de esta ciencia y que la vean reflejada en su campo de estudio, no solo como un obstáculo académico, sino como una herramienta que les permitirá resolver problemas de su competencia.

Compartimos parte de la justificación que señala Cienfuegos (2010) donde anota que:

La matemática aplicada al Derecho permite realizar los cálculos que el estudio, interpretación y aplicación correcta del derecho exige. La ciencia matemática provee al derecho de métodos, técnicas y herramientas para determinar cuantitativamente las repercusiones jurídicas de cierto comportamiento: cálculo de términos, plazos, intereses, penas, beneficios, horarios, actualizaciones, prestaciones, asignación de curules, entre otros. (p. 2)

Fierro (2015), a su vez, reconoce la necesidad de que los profesionales del Derecho hagan suyos los recursos matemáticos que su profesión les exige y, subraya sobre cómo la percepción expuesta de la incompatibilidad de las dos ciencias, Matemáticas y Derecho, ha ido modificándose y estos señalamientos y reflexiones han impactado el currículo de algunas instituciones educativas de nuestro país.

Se muestra parte del discurso del artículo de *Fierro (2015)*, donde describe la necesidad de incluir tópicos matemáticos en el currículo de los estudiantes del Derecho;

Así pues, con un ánimo visionario, reconociendo el poco conocimiento que tenemos muchos profesionales del Derecho en el campo de las matemáticas, y con el afán de capacitar a los nuevos profesionales de la ciencia jurídica, la tendencia educativa va dirigida en el sentido de que en las escuelas de Derecho del país, como ha venido sucediendo en Europa hace ya muchos años, se incluya en la currículo una asignatura relacionada con la aplicación de las matemáticas a la ciencia jurídica.

Y más adelante, también añade,

Por ejemplo, la materia de “Matemáticas Aplicadas al Derecho” incluida en el plan de estudios de la carrera de Licenciado en Derecho de la Universidad Nacional Autónoma de México, y la materia de “Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos” que se imparte, para la misma carrera, en la Universidad de Sonora, son una respuesta a la necesidad de corregir las deficiencias de antaño...

Como se comenta en el apartado anterior, un elemento presente en la mayor parte de los temas que se revisan en la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, es la noción de proporcionalidad, y en ella fijaremos la atención, desprendiendo de esta las actividades didácticas que forman parte de la propuesta de este trabajo.

Antes de abordar el planteamiento de los objetivos del presente trabajo, se requiere hacer algunas anotaciones que se consideran pertinentes.

La proporcionalidad es una de las ideas principales presente en todos los niveles de las matemáticas escolares y está considerada en los currículos escolares desde hace más de 200 años, es fundamental en la estructura descriptiva de la Física, la Química, la Economía y otras ciencias.

Se ha estudiado de manera particular desde la Psicología, donde Noeiting (citado por Ruiz & Massieu, 2010), se plantea la posibilidad de jerarquizar el desarrollo cognitivo, de tal forma que los sistemas de orden superior controlen a los subsistemas de orden inferior. La investigación que llevo a cabo Noeiting para abordarlo, tomo el caso del desarrollo del pensamiento proporcional.

Este tipo de estudios también fue abordado por otros especialistas a partir de los trabajos de Piaget acerca del razonamiento proporcional.

Ruiz y Massieu (2010), referencian en su trabajo acerca de las investigaciones de Piaget. Señalando que:

Piaget hizo un seguimiento de las etapas del desarrollo intelectual, hasta llegar a la de las operaciones formales, lo que condujo a entender los fundamentos que él encontró en el tratamiento específico de los temas de razón y proporción. Señala

que el sujeto puede construir el esquema de proporcionalidad cualitativa cuando comprende que un incremento en una variable independiente da el mismo resultado que un decremento en la variable dependiente, para Piaget la noción de proporción empieza siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente.

Si bien existen diversas situaciones de nuestra vida cotidiana que están ligadas con este concepto por ser intuitivo y, aparentemente de fácil uso, como se ha documentado existen dificultades en su aplicación y aprendizaje, más aun, Mochón (2012) concluye que: “las ideas de proporcionalidad son en general mal entendidas, debido a que es común que en el aula se enseñe este tema de manera mecánica utilizando la regla de tres”

Con la expresión “regla de tres” se designa un procedimiento que se aplica a la resolución de problemas de proporcionalidad en los cuales se conocen tres de los cuatro datos que componen las proporciones y se requiere calcular el cuarto. Se señala que en ocasiones los alumnos utilizan este concepto de manera mecánica queriendo tener la “fórmula” que resuelva el problema planteado sin saber si las magnitudes involucradas son de proporcionalidad directa, inversa o no guardan proporcionalidad.

También el contenido de la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, contempla el manejo de porcentajes y, siendo estos una relación de proporcionalidad, Godino (2002) comenta:

La notación de porcentajes y el razonamiento de proporcionalidad que se pone en juego cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor 100 se utiliza en una amplia variedad de situaciones de la vida diaria. La expresión “x%” es una manera alternativa de expresar la fracción $x/100$, pero el concepto de porcentaje proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, no sólo de manera absoluta (cuál de los dos es mayor), sino de una manera relativa, es decir, se desea saber qué fracción o proporción de uno representa respecto del otro. En estas situaciones se suele utilizar el número 100, que es bien familiar, como referencia. Al situarlo como denominador de una fracción, su numerador nos indica qué porción de 100 representa.

La proporcionalidad tiene muchas caras y está presente en muchas actividades cotidianas, asignaturas académicas y diversas disciplinas científicas lo que la hace como se dijo, un conocimiento matemático de gran presencia e importancia.

Sin embargo, el propósito y objetivos del presente trabajo de tesis pretenden promover **la noción de proporcionalidad** por encima de la definición o concepto de proporcionalidad en matemáticas cuyas estructuras atienden a requerimientos más formales.

Cuando se habla de **noción de proporcionalidad** es necesario establecer una idea clara al respecto, por lo que queremos hacer las siguientes anotaciones.

Las siguientes definiciones muestran una idea general del término noción:

La primera tomada del diccionario de la Real Academia Española que dice:

1. Conocimiento o idea que se tiene de algo.
2. Conocimiento elemental.

Otra definición del término es la siguiente, tomada de:

<http://www.significados.com/nocion/>

Noción es el conocimiento vago, elemental o general acerca de una situación, cosa o materia. La palabra noción proviene del latín "notio o notionis" que significa "conocer, idea, concepción", la palabra noción es el nombre de acción del verbo "noscere" que significa "conocer".

Se cuenta con variadas definiciones de noción que giran alrededor de la idea de conocimiento elemental de algo, en lo subsecuente asumiremos como propia la siguiente definición, misma que refleja el espíritu de este trabajo.

"El termino noción hace referencia a tener una idea o conocimiento acerca de algo, aunque solo sea una idea limitada o parcial de ese conocimiento"

En nuestro caso, atenderemos sólo el caso de la **proporcionalidad directa** que se establece en una relación, dejando de lado la proporcionalidad inversa, dado que la primera tiene presencia en muchas actividades de interés para el estudiante de Derecho.

Se pretende que el manejo de la noción de proporcionalidad, logre que el estudiante discierna sobre el uso y aplicabilidad al resolver problemas que involucren a la proporcionalidad directa, tales como: la regla de tres y el uso de porcentajes.

La definición o concepto de proporcionalidad es muy amplio tiene diversos enfoques que consideramos no aportan a los fines de este curso tales como: la proporcionalidad funcional, la proporcionalidad geométrica, la proporcionalidad en el arte, entre otros.

Entonces, el presente trabajo de tesis surge de la necesidad de acompañar el programa del curso con actividades didácticas que sirvan como apoyo a los profesores que imparten esta asignatura, y que muestren a los estudiantes la necesidad de contar con una formación matemática suficiente para comprender, interpretar y analizar situaciones jurídicas y reglamentaciones, que seguramente se presentarán durante su ejercicio profesional.

Con base en los señalamientos que se han venido haciendo hasta este momento, se declaran como objetivo general y objetivos específicos del presente proyecto de tesis lo siguiente:

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo general de la propuesta

Diseñar actividades didácticas dirigidas a estudiantes de Derecho, con base en problemas jurídicos, para promover la noción de proporcionalidad.

2.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar y seleccionar problemas jurídicos que involucren la noción de proporcionalidad.
- Relacionar los contenidos de las actividades con diferentes ramas del Derecho.
- Considerar situaciones jurídicas reales que favorezcan el interés del alumno.
- Determinar el lenguaje matemático apropiado para abordar los problemas jurídicos seleccionados.
- Identificar los posibles procedimientos que entran en juego para abordar los problemas jurídicos seleccionados, así como su validación.
- Analizar los conceptos, propiedades y argumentos, relacionados con la noción de proporcionalidad, que intervendrán en la resolución de los problemas jurídicos propuestos.

3. CONSIDERACIONES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS

3.1 Enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática

Matemática Educativa como campo de investigación tiene entre sus objetivos centrales, el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos, (Godino et al., 2009).

Godino, Batanero y Font (2009), escriben acerca de una teoría en Matemática Educativa, donde dice que está, “debe tener en cuenta y basarse en un análisis de la naturaleza de los contenidos matemáticos, su desarrollo cultural y personal, en especial en las instituciones escolares. Este análisis ontológico y epistemológico es esencial para Matemática Educativa, ya que difícilmente podría estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de objetos difusos o indefinidos”.

Asumiendo estas premisas, en este trabajo, se ha asumido tanto para el diseño como para los análisis de las secuencias didácticas el siguiente marco teórico desarrollado por Godino et al.:

“ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DE LA COGNICIÓN Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA (EOS)”

Esta propuesta teórica (Godino et al.), surge del hecho que el problema epistémico-cognitivo no puede desligarse del ontológico y por este motivo se elabora una ontología suficientemente rica para describir la actividad matemática y los procesos de comunicación de sus producciones.

El EOS es, una aproximación teórica que considera la noción de objeto y los significados asociados a ellos, en estrecha relación. Esta parte es considerada central para describir el conocimiento matemático desde el punto de vista institucional y personal.

El punto de partida es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado.

Tomando como noción primitiva la de situación-problemática, se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado, con el fin de hacer patente y operativo, por un lado, el triple carácter de la matemática a que se ha aludido, y por otro, la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, así como su mutua interdependencia, (Godino et al., 2009).

El EOS cuenta con diversas herramientas teóricas aplicables a un proceso de estudio matemático que tiene que ver con la enseñanza y aprendizaje de temas específicos de matemáticas. Para llevar a cabo el logro de nuestros objetivos consideraremos las siguientes herramientas teóricas:

- Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas
- Objetos primarios y sus significados
- Valoración de la idoneidad didáctica

En este trabajo se hará uso sólo de algunas de las herramientas que propone el EOS en sus niveles descriptivos-explicativos, esto con el fin de contar con una mejor comprensión del contexto planteado.

La idoneidad didáctica es una herramienta poderosa cuyo fin es valorar y mejorar algún proceso de estudio en matemáticas. Se proponen seis facetas las cuales deben considerarse para el diseño y análisis;

- Idoneidad epistémica
- Idoneidad cognitiva
- Idoneidad ecológica
- Idoneidad interaccional
- Idoneidad mediacional
- Idoneidad afectiva.

Esta herramienta, (la idoneidad didáctica), será la que apoyará el diseño de las actividades, así también permitirá lograr, mediante una serie de criterios, los análisis tanto a priori como a posteriori y, estos a su vez permitirán visualizar las dificultades o conflictos semióticos, que estén presentes en el proceso de estudio planteado. Además, con base en estos resultados proponer las modificaciones pertinentes.

A continuación describiremos las herramientas del EOS, tanto teóricas como metodológicas que nos permitirán conseguir los objetivos de este trabajo.

3.2 Sistemas de prácticas y objetos primarios presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje

La noción de práctica matemática se constituye como fundamental para el EOS. Se considera una práctica matemática a toda actuación o manifestación; verbal, mímica, simbólica etc. que un sujeto realiza para resolver problemas matemáticos así como comunicar a otros la solución, validarla o generalizarla a otros contextos.

Por un sujeto entenderemos tanto a una comunidad de personas como a un sujeto particular, claro es, comprometidos en la resolución de un mismo tipo de problemas matemáticos. También se asumirá que si las prácticas matemáticas son realizadas por un sujeto estas serán *prácticas matemáticas personales* y, si son promovidas por una institución o realizadas en el seno de la misma se denominarán *prácticas institucionales* (Godino & Batanero, 1994).

En los estudiantes de Derecho a partir de la resolución de problemas se promoverán ciertos sistemas de prácticas asociados a la noción de proporcionalidad. Los contextos que se consideran para promover estos sistemas de prácticas será proponer diferentes situaciones presentes en varias de las ramas del Derecho; Laboral, Civil, De la Seguridad Social, entre otras.

En estos sistemas de prácticas, el EOS considera que están presentes diferentes objetos matemáticos, ya sea que estos intervengan o emerjan en la resolución de los problemas. Este tipo de objetos se conocen como objetos primarios o componentes del significado.

Si los objetos emergen durante la realización de una práctica o situación se les considera objetos emergentes, y si son objetos que se utilizan para hacer emerger nuevos objetos se les denomina objetos intervinientes.

Si bien la asignatura puede considerar que la mayor parte de los conocimientos matemáticos que se involucran fueron previamente conocidos, la idea es lograr que estos conocimientos emerjan de manera significativa relacionando los contenidos matemáticos con situaciones problemáticas en un contexto propio de su profesión.

3.2.1 Objetos Matemáticos

En los diferentes sistemas de prácticas están involucrados objetos matemáticos. El EOS considera como objeto matemático a cualquiera de los siguientes seis tipos y sus combinaciones.

- **Situaciones:** entendido como cualquier ejercicio, ejemplo o problema de matemáticas que se quiera abordar.

Por ejemplo:

Se requiere obtener la cantidad que se cobra de IVA en la compra de un teléfono celular.

- **Lenguaje:** las representaciones semióticas ya sean verbales, graficas numéricas, analíticas, tabulares, etc.

Por ejemplo:

En lenguaje natural, como el siguiente artículo tomado de la Ley del Seguro Social (DOF 12-11-2015), referente a las aportaciones patronales, obreras y del Estado.

Artículo 106.

Las prestaciones en especie del seguro de enfermedades y maternidad, se financiarán de la forma siguiente:

- I. Por cada asegurado se pagará mensualmente una cuota diaria patronal equivalente al trece punto nueve por ciento de un salario mínimo general diario.
- II. Para los asegurados cuyo salario base de cotización sea mayor a tres veces el salario mínimo general diario; se cubrirá además de la cuota establecida en la fracción anterior, una cuota adicional patronal equivalente al seis por ciento y otra adicional obrera del dos por ciento, de la cantidad que resulte de la diferencia entre el salario base de cotización y tres veces el salario mínimo citado, y
- III. El Gobierno Federal, cubrirá mensualmente una cuota diaria por cada asegurado, equivalente a trece punto nueve por ciento de un salario mínimo general, la cantidad inicial que resulte se actualizará trimestralmente de acuerdo a la variación del Índice Nacional de Precios al Consumidor.

- **Procedimientos:** los algoritmos, técnicas, operaciones, etc.

Por ejemplo:

Se hace uso de la regla de tres así como del manejo de proporcionalidad y porcentajes para expresar los resultados.

- **Proposiciones:** enunciados que se hacen sobre conceptos como teoremas, lemas, propiedades, etc.

Por ejemplo:

En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios $a \cdot d = b \cdot c$

- **Argumentos:** lo que se dice o se hace para validar o explicar las proposiciones o procedimientos involucrados en la situación.

Por ejemplo:

Al multiplicar o dividir una de las cantidades por un número, la cantidad correspondiente se multiplica o divide por el mismo número y la proporcionalidad se mantiene.

- **Conceptos:** los enunciados que damos o usamos como definiciones.

Por ejemplo:

Dadas dos razones a/b y c/d diremos que están en proporción si $a/b = c/d$

Los términos a y d se denominan extremos mientras que b y c son los medios.

3.3 Significados y su tipología

En el contexto del Enfoque Ontosemiótico, partimos de la idea de que el significado del objeto en cuestión está en función del sistema de prácticas, operativas y discursivas, puestas de manifiesto por el sujeto o la institución, en su actuación ante distintos tipos de situaciones problemáticas.

En el sistema de prácticas que se estudia, ocurren los diferentes objetos (o sus combinaciones), que describe el EOS en su teoría. A partir de estos objetos los sujetos cobran significados. El EOS considera dos diferentes significados.

Los significados personales donde se proponen los siguientes tipos; el global, el declarado y el logrado.

Los significados institucionales donde distingue; el referencial, pretendido, el implementado y el evaluado.

Según el EOS, uno de los objetivos primordiales de las instituciones educativas es acercar el significado personal al significado institucional mediante acciones que se desarrollan en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y que este trabajo pretende promover con la noción de proporcionalidad.

3.4 La idoneidad didáctica y sus dimensiones

El EOS considera un nivel de análisis en el aspecto instruccional, que permite conocer y fundamentar una mejora progresiva de la enseñanza. La idoneidad didáctica propuesta en el marco teórico nos acerca al desarrollo de más y mejores propuestas para la enseñanza. Se consideran las diferentes facetas de idoneidad como guía para el diseño. (Godino et al.);

Idoneidad Epistémica, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

Por ejemplo, la enseñanza de la proporcionalidad en la asignatura puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos (baja idoneidad), o tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones de proporcionalidad e incluir la justificación de los algoritmos (alta idoneidad).

Idoneidad Cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial (Vygotsky, 1934) de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

Un proceso de enseñanza-aprendizaje con un alto grado de idoneidad cognitiva sería, el estudio de diferentes situaciones para obtener porcentajes a partir de la resolución de problemas en contextos diferentes, que el profesor realizará una evaluación inicial para saber si la mayoría de los alumnos dominan la obtención de los porcentajes y, en caso de no ser así, comenzará el proceso de instrucción planteando situaciones para abordar o reforzar dicho tema.

Idoneidad Mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si el profesor y los alumnos tuvieran a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema en cuestión (Maple T.A., para el estudio de los diferentes tópicos que aborda la asignatura), el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría potencialmente mayor idoneidad mediacional que otro tradicional basado exclusivamente en la pizarra, lápiz y papel. Asimismo, un ejemplo de un proceso de enseñanza

aprendizaje con un bajo grado de idoneidad mediacional con relación a los medios temporales sería una clase magistral, donde el profesor reproduce de manera íntegra y sin interacción con los estudiantes el significado pretendido.

Idoneidad Ecológica, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla. La asignatura “Aspectos cuantitativos de los problemas jurídicos” está considerada dentro del eje integrador del currículo de la Licenciatura en Derecho. En la medida que se logre relacionar los contenidos con el de otras asignaturas tendrá alta idoneidad.

Idoneidad Interaccional, un proceso de enseñanza y de aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional, si es posible identificar y resolver los conflictos semióticos que se producen durante el proceso de instrucción. Por ejemplo, un proceso de estudio realizado de acuerdo con una secuencia de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización (Brousseau, 1998), citado por (Godino et al.), tiene potencialmente mayor idoneidad semiótica que un proceso magistral que no tenga en cuenta las dificultades de los estudiantes. El presente trabajo considera secuencias didácticas para promover la noción de proporcionalidad en la asignatura mencionada.

Idoneidad Emocional, grado de implicación (interés, motivación,...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad emocional está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Por ejemplo, tendrán idoneidad emocional alta los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes. Las secuencias propuestas consideran situaciones problema dentro de ámbitos propios del Derecho por lo que se consideran de alta idoneidad emocional.

En esta propuesta de secuencia de actividades se han considerado tanto para el diseño como para el análisis pertinente las seis facetas de la idoneidad didáctica, buscando mantener en la propuesta a implementar un alto grado de idoneidad.

3.5 Aspectos metodológicos

La metodología que se implementa es acorde al marco teórico EOS: Se propone en primer lugar, caracterizar los significados, así como, identificar a los objetos primarios relacionados con el objeto matemático que se pretende promover. La idoneidad didáctica será la herramienta del marco teórico que utilizaremos para el diseño, análisis e implementación de este trabajo.

3.5.1 Caracterización de significados institucionales

Para la realización de este trabajo de tesis se parte de la necesidad de conocer todo lo que hay alrededor del objeto planteado con la finalidad de que la propuesta esté lo más cercana posible a ese significado que se tiene en la institución y que en el marco teórico se conoce como **significado institucional de referencia**. Para este propósito se realizaron las siguientes tareas:

Se hizo una revisión bibliográfica para ubicar el estado del arte de la proporcionalidad en el Derecho. Si bien, como se comentó en el capítulo 1 de este documento, la proporcionalidad tiene significados distintos en Matemática y Derecho, esta tiene acercamientos en aspectos cuantitativos de situaciones concretas, esto motivó, que se revisaran trabajos en ambas disciplinas.

Se revisa el programa del curso y la bibliografía sugerida en el mismo programa, donde se constata que la mayor parte de los libros de apoyo maneja situaciones ajenas a los contextos del Derecho. Sólo el libro *Matemática Aplicada al Derecho* de Cienfuegos (2010), considera contextos adecuados para esta área.

También se revisaron múltiples artículos relacionados con este trabajo (Ulloa, s.f., Morales, s.f., Muñoz, 2010), donde se consigna de la necesidad que tiene el estudiante del Derecho de contar con una cultura matemática que le permita enfrentar situaciones propias de su profesión con éxito.

Se revisaron, también, planes de estudio de otras instituciones que tienen licenciaturas similares a la Licenciatura en Derecho de la Universidad de

Sonora; además, la opinión de otros profesores acerca de la actividad docente en la asignatura.

Por otra parte, a partir de este significado institucional de referencia, es importante determinar el sistema de prácticas que se plantea promover mediante las secuencias didácticas. A este significado, en el EOS se le llama *significado institucional pretendido*.

3.5.2 Determinación de criterios de idoneidad como guía para el diseño

La idoneidad de una dimensión no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas idoneidades deben ser integradas teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar de la idoneidad didáctica como criterio sistémico de adecuación y pertinencia respecto del proyecto educativo global (Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005).

Por lo que, el diseño de la propuesta considera todas las facetas de idoneidad, tomando en cuenta los indicadores empíricos que señala este marco teórico para cada una de las idoneidades, mismas que guían la planeación, el diseño de las actividades, los análisis y su implementación.

3.5.3 Diseño de actividades

Mediante el diseño de secuencias didácticas, y teniendo como base la resolución de problemas, se implementen los diseños a través de los cuales se promueve la noción de proporcionalidad. Se presentan tres secuencias didácticas: el salario, el aguinaldo y los impuestos. En ese sentido, Díaz-Barriga (2013), señala; “La elaboración de una secuencia didáctica es una tarea importante para organizar situaciones de aprendizaje que se desarrollarán en el trabajo de los estudiantes”.

Cada una de las secuencias tendrá actividades de inicio, desarrollo y cierre. Estas secuencias didácticas se basan en situaciones extra

matemáticas propias de las actividades específicas de los estudiantes de Derecho.

3.5.4 Valoración a priori del diseño

Se realiza una valoración de la idoneidad del trabajo, considerando los criterios propuesto por el EOS, pretendiendo que en cada una de las facetas se presente un grado máximo de idoneidad.

Las idoneidades se consideran para su valoración; alta, media y baja. El diseñador debe atender (por sentido común) al planear y diseñar trabajos de instrucción que las idoneidades de sus diseños estén valoradas con medida alta, y en ese tenor se presenta este trabajo.

3.5.5 Puesta en escena de las actividades

La puesta en escena de las actividades se llevó a cabo en dos grupos de *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos* de la Licenciatura en Derecho, con el fin de obtener resultados que permitan valorar la pertinencia de la propuesta.

3.5.6 Valoración a posteriori del diseño

Para contar con más y mejores elementos que permitan adecuar la propuesta diseñada, se hace este ejercicio de comparación entre las expectativas a priori de la actividad, donde se declaran los propósitos del trabajo a partir de las facetas de idoneidad planteadas en el EOS. Esto por un lado, y por otro, el análisis de los resultados obtenidos a posteriori de la puesta en escena de las actividades.

3.5.7 Adecuaciones de la propuesta

La confrontación de los análisis antes y después de la puesta en escena dio elementos para identificar la presencia de conflictos semióticos y hacer las modificaciones que puedan mejorar la propuesta.

4. PROPUESTA DIDÁCTICA

4.1 Significado institucional de referencia de la noción de proporcionalidad

Para la determinación del significado institucional de referencia, se llevaron a cabo diversas acciones, con el ánimo de allegarse toda la información posible acerca de la relación de la Matemática y el Derecho y, en particular de la proporcionalidad y su relación con estas disciplinas.

Entre las acciones que se realizaron están:

- Revisión del documento “Marco Normativo. Lineamientos Generales para un Modelo Curricular de la Universidad de Sonora”. (2000).
- Revisión del plan de estudios de la licenciatura en Derecho de la Universidad de Sonora.
- Revisión del programa de la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos* de la Licenciatura en Derecho de la Universidad de Sonora.
- Revisión de bibliografía donde se aborde el concepto de proporcionalidad.
- Reconocimiento de la bibliografía sugerida en el programa del curso. Uno de ellos considera contextos adecuados, cercanos a este tipo de estudiantes.
- Revisión histórica del concepto de proporcionalidad, donde se refleja cómo en las dos disciplinas el concepto tiene vida propia y se generan significados, por un lado similares, pero en ocasiones diferentes.
- Revisión de otros materiales y documentos relacionados con la Matemática y el Derecho, varios de los artículos son de abogados. En ellos se reconoce la necesidad de que los estudiantes del Derecho cuenten con una cultura matemática básica que les permita resolver situaciones que se les presentarán en su práctica profesional.

- Revisión de planes y programas de estudios de otras instituciones diferentes a la Universidad de Sonora.
- Consideración de lo que dicen y hacen otros profesores de la asignatura.

Se presenta a continuación la caracterización de los objetos matemáticos primarios involucrados en la determinación del significado institucional de referencia.

Situaciones problema

Se abordan situaciones ligadas a las diferentes ramas del Derecho, tomadas de las diferentes normatividades y reglamentos. Las problemáticas son planteadas con base en situaciones reales.

- Área de Derecho Fiscal:
Situaciones problema para determinar contribuciones de impuestos como; IVA, ISR, tanto en personas morales como físicas. Actualización de valores con el INPC.
- Área de Derecho Penal:
Aplicación y ejecución de penas. Aplicación de los beneficios de libertad condicional. Determinación de fianzas y multas.
- Área de Derecho de la Seguridad Social:
Cálculo para el pago de pensiones e indemnizaciones. Cálculo de las cuotas obreras y patronales.
- Área de Derecho del Trabajo:
Cálculo de indemnizaciones por despido o retiro. Cálculo por pago de tiempo extraordinario. Cálculo por el pago de prestaciones como; aguinaldo, vacaciones, séptimo día, bonos.

Lenguajes

Se muestran a continuación los lenguajes presentes en los documentos que se revisaron para la determinación de este significado.

- **Natural:**
Se enuncian las situaciones problema en las diferentes ramas del Derecho, inclusive se hace uso de este lenguaje para indicar algunas expresiones algebraicas o de cálculos.
- **Algebraico:**
Aunque es poco su uso, está presente en la resolución de problemas de funciones lineales o expresiones del uso de la regla de tres. También se hace uso de este lenguaje de manera retórica o sincopada.
- **Numérico:**
Se hace uso de los números enteros y fraccionarios, para expresar situaciones problemas y sus soluciones.
- **Tabular:**
Este lenguaje es utilizado para organizar la información, así como parte de la presentación de las relaciones de proporcionalidad.
- **Gráfico:**
Se incorpora este lenguaje como parte de promover otra representación del objeto noción de proporcionalidad, en el sentido que proponen varios teóricos acerca del enriquecimiento del significado.

Procedimientos

Algunos de los procedimientos que se han identificado en el análisis de los documentos son:

- Operaciones aritméticas.
- Uso de la regla de tres para la resolución de problemas de proporcionalidad.
- Cálculo de porcentajes.
- Cálculo de tiempo entre dos fechas.
- Lectura de tablas con indicadores.

Conceptos

Entre los conceptos que ubicamos en el análisis que se realizó podemos señalar los siguientes.

- Los sistemas numéricos; enteros y racionales.
- Operaciones aritméticas.
- Ecuaciones lineales.
- La proporcionalidad directa, inversa y compuesta.
- Porcentajes.
- Interés simple y compuesto.

Proposiciones

Los enunciados que se hacen sobre conceptos como teoremas, lemas, propiedades, etc. Y que se identifican en el análisis realizado se muestran a continuación.

- Los axiomas de campo de los números reales.
- Igualdad de fracciones.
- Las propiedades aditiva y multiplicativa de una relación de proporcionalidad.
- No todas las relaciones entre dos variables son de proporcionalidad.

Argumentos

Lo que se dice o se hace para validar o explicar las proposiciones o procedimientos involucrados en la situación problema que se presenta. Se han identificado:

- Los relativos a las propiedades de los números.
- Las propiedades de una relación de proporcionalidad.

Con base en lo anterior se considera el significado institucional de referencia, y a partir de este significado, se desprende el significado institucional pretendido que se presenta a continuación.

4.2 Significado institucional pretendido

A partir de la caracterización del significado institucional de referencia podemos posicionar nuestro significado institucional pretendido. Para este propósito, haremos uso del esquema propuesto por el EOS. Este modelo hace explícita la relación de los objetos primarios que se han considerado como componentes de las secuencias que conforman este trabajo.

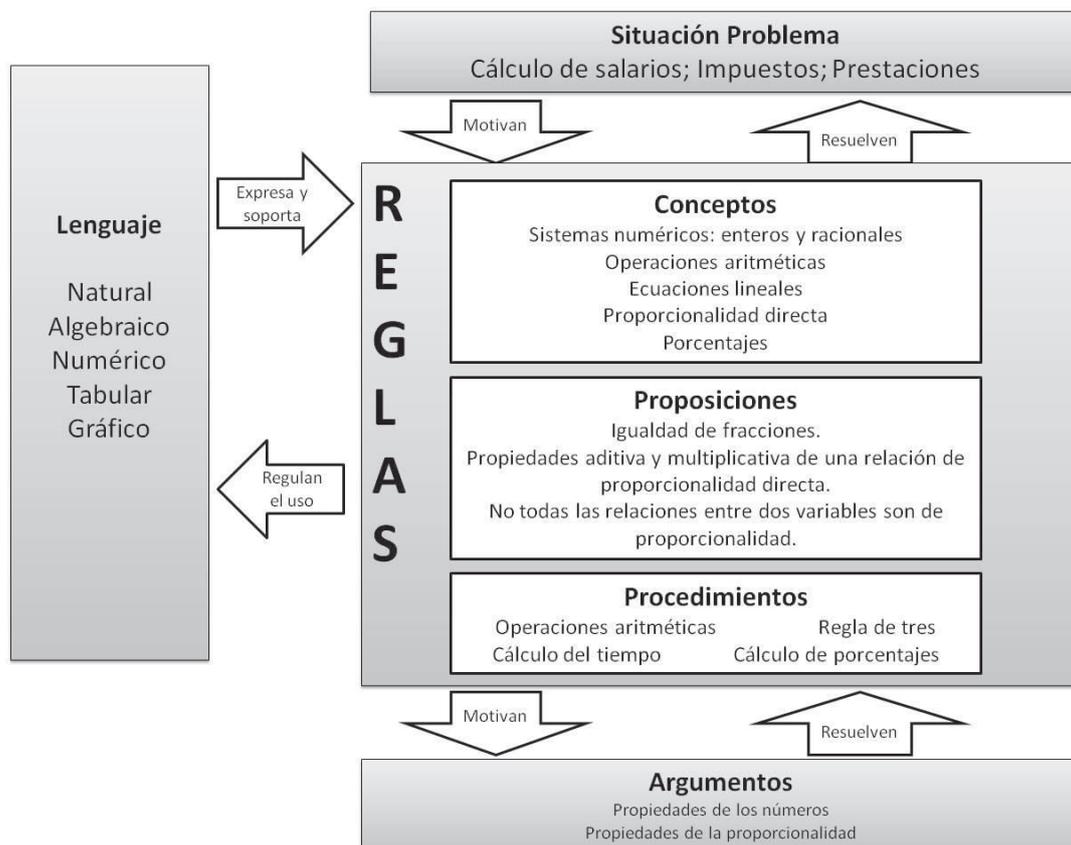


Figura2. Configuración de objetos primarios del significado pretendido.

4.2.1 La propuesta y sus características

La propuesta didáctica contiene tres secuencias: el salario mínimo, el aguinaldo y los impuestos, cada secuencia está compuesta por actividades de inicio, desarrollo y cierre. A continuación se describen las intenciones de cada uno de estos momentos.

Momento	Intención
 <p data-bbox="475 723 552 757">Inicio</p>	<p data-bbox="655 674 1316 813">Motivar el interés en el alumno por la situación, saber cuáles son los conocimientos que se tiene del tema. Estas actividades se realizan de manera individual.</p>
 <p data-bbox="437 1014 587 1048">Desarrollo</p>	<p data-bbox="655 819 1316 1218">Que los estudiantes interactúen no solo entre ellos sino con una nueva información, utilizando los conocimientos que previamente trabajaron en la etapa anterior, se presentan situaciones problemáticas contextualizadas que le proporcionen sentido y significado a la nueva etapa, buscando que vaya generando un aprendizaje significativo. También en este momento se promueve el trabajo en equipo, la discusión entre pares, la reflexión, argumentación, entre otros.</p>
 <p data-bbox="469 1294 555 1328">Cierre</p>	<p data-bbox="655 1263 1316 1368">Lograr una integración de las etapas previas, esto es, poder realizar una síntesis de todo el proceso planteado en la secuencia.</p>

Tabla 1. Intenciones de los distintos momentos en los que está dividida cada una de las secuencias didácticas.

Ahondando en las actividades de Desarrollo Díaz-Barriga (2013), comenta acerca de esta etapa de la secuencia:

Los momentos son relevantes en las actividades de desarrollo, el trabajo intelectual con una información y el empleo de esa información en alguna situación problema. El problema puede ser real o formulado por el docente, el problema puede formar parte de un proyecto de trabajo más amplio del curso, es importante que no se limite a una aplicación escolar de la información, a responder un cuestionario de preguntas sobre el texto o a realizar ejercicios de los que vienen en los textos escolares, sino que es conveniente que esta aplicación de información sea significativa.

Con respecto a las actividades de cierre Díaz-Barriga (2013), se plantea lo siguiente. A través de ellas se busca que el estudiante logre reelaborar la

estructura conceptual que tenía al principio de la secuencia, reorganizando su estructura de pensamiento a partir de las interacciones que ha generado con las nuevas interrogantes y la información a la que tuvo acceso. Estas actividades de síntesis pueden consistir en reconstruir información a partir de determinadas preguntas, realizar ejercicios que impliquen emplear información en la resolución de situaciones específicas (entre más inéditas y desafiantes mejor).

En el diseño de las tres Secuencias Didácticas se consideró una estructura general, la cual se resume en la Tabla 2

Momento	Acciones	Intenciones
Inicio	<ul style="list-style-type: none"> • Propiciar interés por la relación con su ámbito. • Aporte histórico. • Recordar conocimientos previos 	Manejo de representaciones gráfica y tabular de la relación de dos variables.
Desarrollo	<ul style="list-style-type: none"> • Procedimientos • Argumentación • Redacción • Negociación 	Identificar características de la proporcionalidad directa y de la existencia de una constante de proporcionalidad.
Cierre	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de la situación problema. • Reconocer una situación de proporcionalidad directa • Reconocer la constante de proporcionalidad directa. 	Consensos que busquen la institucionalización.

Tabla 2: Estructura general de los diseños de las secuencias didácticas.

Las actividades fueron diseñadas teniendo como eje algunas consideraciones generales que se mencionan a continuación:

Se han tomado como referencia las idoneidades didácticas: epistémica, cognitiva, ecológica, afectiva, mediacional e interaccional para el diseño, la implementación y el análisis. A continuación se muestran las características de los diseños acompañadas de la idoneidad involucrada.

- Proponer situaciones problemáticas que resulten interesantes para los estudiantes, es decir, estarán contextualizadas en su ámbito profesional. (idoneidad afectiva)

- Abordan situaciones de diferentes ramas del Derecho tales como Derecho laboral y Derecho mercantil (idoneidades epistémica y ecológica).
- Buscan promover en los estudiantes habilidades para la comunicación y la argumentación, promoviendo que asuman una actitud activa, no de simples receptores de información. (Idoneidad interaccional).
- Que los estudiantes apliquen los conocimientos adquiridos en etapas previas mediante la resolución de problemas propios de la disciplina o la profesión, resaltando los logros que se obtengan. (idoneidad cognitiva y afectiva)
- Buscan promover que los estudiantes realicen actividades prácticas que integren las habilidades desarrolladas y los aprendizajes adquiridos en diferentes asignaturas del plan de estudios. (idoneidad cognitiva y ecológica)
- La propuesta didáctica utiliza hojas de trabajo y permite el uso de la calculadora para facilitar los cálculos aritméticos. En las hojas de trabajo se presenta la información en diversas representaciones haciendo uso de lenguaje natural, tabulaciones y gráficos que permiten ordenar e interpretar la información. (idoneidad mediacional)

4.2.2 Secuencias didácticas

“Las secuencias constituyen una organización de las actividades de aprendizaje que se realizarán con los alumnos y para los alumnos con la finalidad de crear situaciones que les permitan desarrollar un aprendizaje significativo”, Díaz Barriga (1996).

Las actividades secuenciales guardan una estructura siguiendo un orden y procurando que se cumplan los propósitos para lo que fueron pensadas, es

decir, tienen la intención de que logren un aprendizaje significativo. Por un lado, busca recuperar conocimientos previos mediante situaciones familiares que le resulten de interés y puedan “engancharlo” para pasar a una situación de aprendizaje haciendo diversas acciones como; registrar información, verbalizar, reflexionar, hacer procedimientos, encontrar relaciones, explicar, demostrar, debatir ideas con sus pares, etc.

El EOS cuenta con herramientas teóricas tanto para el diseño, como para el análisis de un proceso de instrucción. Esto es, cómo planificar, controlar y evaluar el proceso de estudio y aprendizaje en el trayecto de la implementación. La intencionalidad y los momentos de intervención por parte del docente, forman parte de la implementación de las actividades de las secuencias.

Tomaremos como ejemplo la secuencia didáctica 1, donde se muestran las diferentes etapas propuestas así como los objetivos e intenciones del trabajo.

En el inicio de la actividad 1 se presenta una situación sencilla, pero contextualizada a la realidad, lo que le permite al profesor retomar conocimientos que el estudiante ha adquirido en su vida escolar, y que le den (al profesor), elementos de valoración acerca de esos saberes y su manejo al usarlos.

Se van bosquejando lineamientos de una proporcionalidad directa y las características que deben de presentar estas relaciones, asimismo, se hace uso de varios lenguajes; verbal, tabular, cartesiano con la intención de que el manejo de varias representaciones pueden enriquecer el conocimiento del objeto matemático que se busca promover.

La actividad de Inicio de la Secuencia 1 es:

Secuencia didáctica 1

Actividad 1: El salario



Inicio



Trabajo individual

Elena es una joven madre de familia que contribuye al ingreso familiar desempeñándose como operadora de tiempo parcial en un “call center”, gana \$720.00 por seis días de trabajo. ¿Su salario es bueno? Analicemos su situación.

1. ¿Cuánto gana por día trabajado?

2. ¿Cuánto gana por haber trabajado 4 días? ¿Y por 13 días?

3. ¿Cuántos días tendrá que trabajar como mínimo, para que sus ingresos sean mayores a \$1000.00?

4. Una persona le ofrece empleo en otra compañía diciéndole que le pagará \$1650.00 por 15 días de trabajo. ¿Le conviene esta propuesta? Argumenta tu respuesta.

5. Concentraremos la información que se ha obtenido hasta este momento mediante la Tabla 1.1. Para ello te pedimos que llenes los espacios vacíos.

Días trabajados	6	1	4	13	15
Ingreso	\$720				

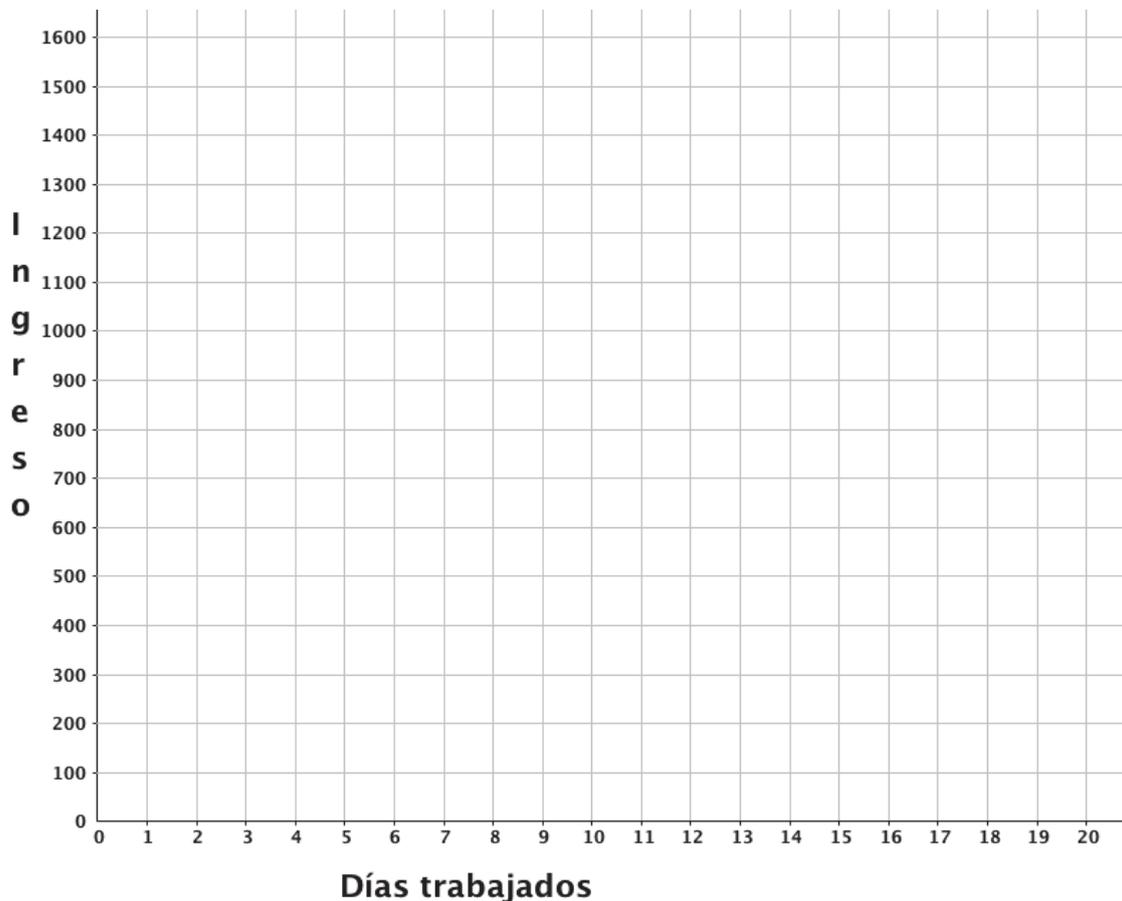
Tabla 1.1

6. Ahora, completemos la Tabla 1.2 donde se registra de manera ordenada los primeros quince días trabajados con su ingreso correspondiente.

Días trabajados	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ingreso															

Tabla 1.2

7. Con esta información, toma cada pareja de números que se forma en la Tabla 1.2, es decir, día trabajado y el ingreso correspondiente, para ubicarlos en la gráfica que se te presenta a continuación.



8. Si relacionas las parejas de números que has tomado mediante la operación división, es decir, día trabajado entre el ingreso correspondiente, ¿qué se obtiene?, ¿presenta alguna característica común? Descríbela.

9. Si unes los puntos en la gráfica con una línea, ¿qué forma tiene?

10. De prolongar esta línea, ¿crees que pasaría por el punto (0,0)? ¿Qué interpretación le darías al punto (0,0) de acuerdo a la situación del ingreso de Elena? Escríbelo.

Intencionalidad de la actividad de inicio

En el inicio de la actividad el profesor deberá expresar al grupo de estudiantes las intenciones que tiene la secuencia; en un primer momento indagar acerca del conocimientos que se tiene del tema, del manejo de las operaciones aritméticas, del uso y comprensión de diferentes lenguajes.

Al entregar las hojas de trabajo de la primera actividad, les solicitará que se trabaje de manera individual. Se les dará un tiempo de 20 minutos para esta parte, donde al final de la actividad de inicio y propiciado por el profesor se compartirá de manera grupal lo que se considere un “buen” salario.

La intención de las primeras dos preguntas es conocer si se comprende la situación planteada y, si hace buen uso de las operaciones aritméticas para resolverla. Aquí cabe señalar que se permitirá el uso de calculadora para efectuar estas operaciones.

En las preguntas tres y cuatro se quiere conocer si el estudiante puede resolver situaciones con datos que no están explícitos en el enunciado del problema.

La intención de las preguntas cinco y seis es acerca del manejo de la representación tabular. Se quiere conocer el uso del registro tabular para leer, interpretar y presentar información.

En este momento el profesor puede apoyar dando algunas sugerencias del manejo de este registro.

La pregunta siete tiene como intención indagar sobre el significado personal de la gráfica cartesiana, dado que esta figura no tiene uso en los contextos ligados a los estudiantes de Derecho, pero convencidos de que tendremos un mejor conocimiento si nos es posible transitar entre varias representaciones del objeto matemático.

En las preguntas que cierran la actividad de inicio se busca que se vayan presentando las características que presenta una relación de correspondencia proporcional directa.

La Actividad de Desarrollo de la Actividad 1.

Se presenta una situación problema de un referente importante en Derecho: El salario mínimo. Además se hace una introducción con dos posibilidades, una que el alumno tenga información que enriquezca su cultura y dos, que le permita manifestar su opinión acerca del tópico que se trata.

Esta etapa de nuevo reitera el uso de diversos lenguajes abordados previamente y se tratan de forma más específica las características de las relaciones de proporcionalidad.

La Actividad 2 de la Secuencia 1 es:

Actividad 2: Analizando el salario mínimo

Desarrollo



Trabajo en equipo

El Salario mínimo se establece con la promulgación de la Constitución General de la República publicada en el Diario Oficial de la Federación del 5 de febrero de 1917, específicamente en el Artículo 123, fracción VI bajo el principio de que el salario mínimo deberá ser suficiente “...para satisfacer las necesidades normales de la vida del obrero, su educación y sus placeres honestos, considerándolo como jefe de familia...”. Se determina, asimismo, en la fracción VIII, que el salario mínimo no podrá ser objeto de embargo, compensación o descuento alguno.

En México el salario mínimo estaba determinado según el área geográfica en donde se viviera. A partir de octubre del 2015 se aprobó en México un salario mínimo único para todo el país.

El salario mínimo vigente hasta el 31 de diciembre del 2016

<p>Salario Mínimo Único</p> <p>\$73.09 Pesos Diarios</p>
--

1. ¿Cuánto ganará al mes una persona, considerando que su sueldo es el salario mínimo?

2. Con la información anterior completen la Tabla 1.3

Días trabajados	1	3	5	9	14	20	29
Salario mínimo en pesos	\$73.09						

Tabla 1.3

3. Describan el procedimiento que siguieron para completar la tabla del punto anterior.

4. A continuación se muestra el pago que recibieron algunos trabajadores de la empresa “La sonorensé”. Si consideramos que su pago es el salario mínimo por día, determinen el número de días que trabajaron:

Sueldo	\$584.72	\$1096.35	\$2192.7
Días trabajados			

Tabla 1.4

5. Describan el procedimiento que siguieron para completar la Tabla 1.4

6. Completen la Tabla 1.5

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2		
4		
6		
x		

Tabla 1.5

7. De acuerdo a la tabla anterior, ¿cómo es el resultado de la división entre el salario mínimo y los días trabajados?, ¿a qué creen que se deba eso?
8. ¿La división entre el salario mínimo y los días trabajados de la Tabla 1.3 se corresponde con lo observado en la Tabla 1.5 columna 3?

Como habrás observado, el resultado de la división en todos los casos es la **misma**. Esto ocurre cuando entre dos cantidades existe una relación de proporcionalidad directa. Al resultado de la división entre dichas cantidades se le denomina **constante de proporcionalidad**. En el caso que estamos tratando el salario mínimo (SM) en pesos y los días trabajados (DT), $\frac{SM}{DT} = 73.09$ son cantidades directamente proporcionales y su constante de proporcionalidad es 73.09

A las relaciones que resultan de las divisiones que efectuamos entre el salario mínimo y los días trabajado $\frac{SM}{DT}$, y a las que podemos efectuar dividiendo los días trabajados entre el salario mínimo correspondiente $\frac{DT}{SM}$ les llamaremos **razones**.

Intencionalidad de la Actividad de Desarrollo

Se presenta una breve introducción histórica del salario mínimo con la intención de que el estudiante enriquezca su cultura, al ser este concepto un referente en muchos ámbitos jurídicos ligados a su futuro profesional. Se propiciara un debate acerca del salario mínimo sus fines originales y sus usos en la actualidad.

Se forman equipos de dos a tres estudiantes con la finalidad que se trabaje de esa manera. Se considera un tiempo de 20 minutos para esta actividad, pero se tendrá oportunidad de ajustar los tiempos de acuerdo al desempeño del grupo.

En las preguntas 1 y 2 se intenta saber si el estudiante comprende el problema solicitándole que realice unas operaciones para completar un registro tabular.

La pregunta 3 tiene la intención de conocer la capacidad de argumentación y negociación así como también la capacidad de redacción que se tiene.

En las preguntas 4, 5 y 6 se les plantea cambiar la variable que se venía utilizando para determinar la otra variable involucrada. Se sigue utilizando el registro tabular y de nueva cuenta se solicita que argumenten sobre sus procedimientos, además en la tabla de la pregunta 6 (tabla 1.5), se introduce un término x variable, con la intención de saber si les provoca dificultades el manejo de variables matemáticas.

Las preguntas 7 y 8 tienen la intención de propiciar la reflexión sobre las propiedades de la proporcionalidad directa y hace énfasis en la presencia de una constante de proporcionalidad en los cocientes de las variables correspondientes de estas relaciones.

La etapa de cierre de la secuencia didáctica 1 presenta la definición de proporcionalidad directa que se ha declarado. Además dos situaciones problemas donde se busca que el estudiante ponga en juego los conocimientos que ha trabajado en las etapas previas y que le permitan distinguir y resolver cuando se trata de una relación de proporcionalidad directa.

La Actividad 3 de la Secuencia Didáctica 1 es:

Actividad 3: Institucionalización y problemas de inspección



Cierre



Trabajo grupal

Definición

Una relación de correspondencia entre dos variables es de **proporcionalidad directa** cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden siempre es el mismo, a ese cociente se le denomina **constante de proporcionalidad**.

1. “La Sonorense” decide motivar a sus empleados, ofreciendo un bono de \$200.00 a la semana por puntualidad, analicemos esta situación:

Días trabajados	Semana 1 (7 días)	Semana 2 (14 días)	Semana 3 (21 días)	Semana 4 (28 días)
Sueldo				

Tabla 1.6

2. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la situación anterior? Justifica tu respuesta.

3. Felipe recibió el bono solamente en las semanas 1 y 3. Completa la tabla considerando su sueldo:

Días trabajados	Semana 1 (7 días)	Semana 2 (14 días)	Semana 3 (21 días)	Semana 4 (28 días)
Sueldo				

Tabla 1.7

4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la situación anterior? Justifica tu respuesta

En el caso de Felipe, no existe una constante de proporcionalidad como en la situación anterior, ya que si consideramos la serie formada por el sueldo entre los días trabajados, este cociente **no es constante**, por lo tanto no existe una relación directamente proporcional.

Días trabajados	Semana 1 (7 días)	Semana 2 (14 días)	Semana 3 (21 días)	Semana 4 (28 días)
Sueldo	690.7	1181.4	1872.10	2362.8
Serie ($Sueldo/DT$)	98.67	84.38	89.14	84.38

Intencionalidad de la Actividad de Cierre.

Esta actividad institucionaliza mediante la presentación de la definición de proporcionalidad directa que se pretende promover, así como las principales características de este concepto.

En este momento, el profesor propiciará que los alumnos relacionen las actividades y problemas que ya se han trabajado en las actividades anteriores con este conocimiento. El tiempo estimado de la presentación de la definición así como la resolución de los problemas será de 20 minutos.

Se presentan un problema que es posible resolver utilizando los conocimientos previos dado que las relaciones de las variables son de proporcionalidad directa, pero también se presenta una situación donde esto no se cumple, es decir, no existe proporcionalidad directa y permitirá saber si se maneja atendiendo de forma correcta.

El profesor después del momento de institucionalización podría solicitar que de manera grupal se verifique si en alguna de las tablas que se construyeron anteriormente se verifican las propiedades de proporcionalidad con el fin de uniformizar el conocimiento y dé mayor comprensión del objeto matemático.

Las tres secuencias didácticas completas se consideran en el **Anexo 1**.

4.3 Valoración a priori de idoneidad didáctica

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino et al., 2011): Epistémica, Ecológica, Cognitiva, Mediacional. Afectiva e Interaccional.

El propósito de esta valoración de acuerdo a las directrices que marca el EOS, es el de mejorar un proceso de instrucción, permitiendo identificar, de acuerdo a las facetas de idoneidad, considerando los diferentes componentes e

indicadores, las fortalezas del diseño planteado así como las debilidades que se presenten en los diseños.

A continuación, se enlistan las diferentes facetas de idoneidad que se valoran en las secuencias didácticas propuestas en este trabajo de tesis, las cuales permiten el análisis a priori de la propuesta didáctica. Se ha buscado con el diseño que la valoración de ellas se considere como alta.

Idoneidad epistémica

La Idoneidad epistémica se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales pretendidos, respecto de un significado de referencia. (*Godino et al.*).

Los problemas diseñados para las actividades didácticas, incluyen situaciones contempladas en el programa del curso y por ende en el significado de referencia, manejan una estructura común donde se presentan siempre situaciones extra matemáticas y en cada actividad se busca promover el desarrollo de un sistema de prácticas que favorezcan el enriquecimiento de la noción de proporcionalidad.

Las actividades están dirigidas a estudiantes de la Licenciatura en Derecho, motivo por el cual predomina el lenguaje natural y tabular. Las situaciones que se presentan son contextos cotidianos con significado para este tipo de estudiante, de esta manera se involucra, la simbología necesaria, propia de la disciplina para la resolución y procedimientos de los problemas y para la presentación de la información ya sea en lenguaje tabular o algebraico.

Los problemas diseñados en las actividades didácticas, tales como; cálculo de impuestos, tratamientos con salarios, reducciones de penas, aguinaldos, vacaciones, etc. presentan un contexto cercano a los estudiantes lo cual favorece a que ellos puedan hacer modificaciones a situaciones concretas de la realidad, haciendo nuevos planteamientos que puedan servir de base para una variedad de problemas que pueden presentarse en su práctica profesional.

Las actividades diseñadas promueven el uso y también la emergencia de diferentes formas de lenguajes. Se presentan las situaciones problema en lenguaje natural y tabular, solicitando la conversión entre ellos además de solicitar cambio de lenguaje tabular a gráfico en actividades específicas con el fin de promover esta representación teniendo en cuenta que el manejo de varias representaciones del objeto puede enriquecer su significado.

También se promueve que el estudiante se exprese justificando algunas de las situaciones (procedimientos) que se plantean, solicitando la respuesta a reactivos como; “*describan el procedimiento que siguieron*”, además de pedirle que describa y argumente su impresión acerca de algunas características de la proporcionalidad mostradas en algunos gráficos

Las actividades presentan una estructura común, donde se promueve la emergencia de objetos matemáticos asociados a la proporcionalidad, y por supuesto, se institucionalizan estos conocimientos presentando de manera formal estos conceptos. Para esto se proponen situaciones que consideran definiciones, conceptos, la noción de proporcionalidad, operaciones aritméticas, porcentajes, procedimientos etc.

Dentro de los objetivos que se han planteado para llevar a cabo este trabajo no se considera en ningún momento hacer demostraciones de tipo matemático. Se busca promover la noción de proporcionalidad directa, mediante situaciones problema y haciendo que vayan gradualmente emergiendo las características que definen estas relaciones.

El trabajo está dirigido para estudiantes universitarios y en las hojas de trabajo se presentan situaciones acordes a ese nivel, de la misma forma los procedimientos involucrados se consideran como objetos que previamente ellos han trabajado en alguna parte de su vida escolar tales como; despejes de una ecuación lineal, uso de la regla de tres entre otros, aunque no se deja esto como algo acabado y se dedica el tiempo para su recordatorio.

En todas las secuencias se dan momentos de trabajo en equipo y de intervención grupal donde se les solicita que hagan sus propias definiciones, argumenten entre ellos primero en el equipo y después estos resultados se

discutan en el grupo dando lugar a una primera versión de los conceptos y sus características previos a la institucionalización.

Los contenidos de las actividades didácticas están en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes y buscan promover la noción de proporcionalidad, de esta manera, todo está conectado para resolver situaciones extra matemáticas afines al Derecho.

Al implementar este trabajo de diseño de actividades, el docente podrá tomar decisiones para hacer ajustes y adaptaciones que considere en beneficio de un mejor aprovechamiento en la aprensión del conocimiento de los estudiantes.

Idoneidad ecológica

La Idoneidad ecológica es el grado en que el proceso de estudio planeado se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla. (Godino et al.)

El programa de la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, que forma parte del significado de referencia, señala que el alumno desarrollara habilidades para resolver problemas concretos de las diferentes ramas del Derecho, y las actividades presentadas en este trabajo se formulan siempre situaciones problemas de contexto real y del ámbito profesional de interés para el estudiante.

Consideramos así que, esta propuesta encaja dentro de las expectativas del programa del curso, y que a partir de la resolución de problemas se construya el conocimiento y, los significados personales estén más cerca de los significados pretendidos.

Esta propuesta abona al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje, dado que, su diseño e implementación en secuencias didácticas, el apoyo de hojas de trabajo, así como presentar contextos reales vinculados al estudiante de Derecho, apoyan la construcción de los conocimientos que se desea promover.

Dentro de las actividades se contemplan momentos de argumentación verbal que le permitirán al estudiante enriquecer varios aspectos; saber ordenar y

expresar sus ideas, argumentar con sentido lógico, debatir sus argumentos, entre otros. Estas prácticas argumentativas serán de mayor provecho ya que la actividad del abogado está cambiando y, en la actualidad se han implementado en su profesión los juicios orales.

En el desarrollo de nuestras actividades se busca promover la noción de proporcionalidad, elemento que se encuentra presente en muchas actividades a lo largo del curso, además de contemplar la incursión mediante la resolución de problemas de algunas situaciones que se presentan en diferentes ramas del Derecho; penal, civil, mercantil, entre otros. Esto último hace que los contenidos abordados en el desarrollo de esta asignatura y en el trabajo de estas actividades, tome presencia en otras del plan curricular de cada estudiante, cumpliendo de esta manera con la solicitud institucional de ser parte del eje integrador.

Idoneidad cognitiva

La Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los significados pretendidos estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos. (Godino, et al.)

Como se ha comentado al analizar el significado institucional de referencia, se consideran conceptos elementales de matemáticas, mismos que los alumnos de la licenciatura en Derecho, han estudiado en los diferentes niveles escolares que han cursado, como es el caso de la proporcionalidad, los porcentajes, la regla de tres, operaciones aritméticas, ecuaciones lineales. Estos elementos matemáticos ya han sido abordados en su vida académica. Si además consideramos que los contextos propuestos en las actividades diseñadas presentan situaciones que son familiares para un estudiante de Derecho, entonces el conocimiento que se busca promover y/o enriquecer está dentro de sus posibilidades.

La estructura que se presenta en las actividades propone primero ir construyendo nociones relacionadas con la proporcionalidad y después conforme se avanza utilizar esta noción en las actividades siguientes para

reforzar este concepto y sus propiedades. Se proponen además diversos problemas que le permitirán visualizar su uso en diversos contextos legales.

El trabajo propuesto también tiene la intención de identificar si los estudiantes logran una apropiación del conocimiento promovido, ya que mediante preguntas y la resolución de problemas propuestos, el docente podrá visualizar el grado de comprensión de los conceptos, así como de los procedimientos involucrados. Además, como se dijo anteriormente, las actividades propuestas promueven que los estudiantes desarrollen sus capacidades argumentativas y que en diversos momentos manifieste en forma oral y/o escrita sus procesos meta cognitivos.

Idoneidad afectiva

La Idoneidad afectiva se refiere al grado de implicación (interés, motivación, disposición,...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. (Godino, et al.)

En la propuesta se parte de la resolución de problemas en contextos extra matemáticos afines al Derecho, para que éstos tengan significado y lograr interés en los alumnos y pueda servir de apoyo en la construcción y/o enriquecimiento, primero de las características que presenta una relación de proporcionalidad directa y después del significado pretendido de la proporcionalidad.

Las situaciones que se plantean en las actividades diseñadas son cercanas a ellos y a su ámbito profesional, por lo que se considera que la propuesta es plena de significados para ellos y la adecuada conexión entre la teoría y la práctica puede provocar su interés.

Sin duda estos atributos de resolución de problemas en contextos extra matemáticos ligados al Derecho son de suma importancia dado que se trata de una comunidad que mayoritariamente ha evitado la utilización y el estudio de

las matemáticas, por lo que el docente deberá tener en cuenta resaltar los logros y avances que vayan teniendo los alumnos.

Otro punto de suma importancia para que se den mejores resultados aparte de considerar estas situaciones de interés, es enfrentarlos a situaciones problemáticas dentro de su zona de posibilidades, esperando lograr con esto que el estudiante genere confianza en un área que le ha resultado difícil en su camino académico.

Idoneidad interaccional

La Idoneidad interaccional en un proceso de enseñanza y aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional, si es posible identificar y resolver los conflictos semióticos que se producen durante el proceso de instrucción. (Godino et al.)

La estructura del diseño incluye momentos de trabajo individual, en equipo y grupal permitiendo que el estudiante vaya transitando este camino, primero, enfrentar una situación de manera autónoma, para después compartir en equipo y comparta con sus compañeros de equipo sus puntos de vista y negocie con ellos la presentación de una respuesta, después, hacer el cierre de manera grupal, dando la posibilidad de socializar el conocimiento y que esta construcción del conocimiento sea posible en todos los estudiantes.

En las actividades didácticas se propicia el trabajo en equipo y la participación grupal, esas acciones permiten que se fomenten diferentes valores democráticos tales como; la participación, la igualdad, la responsabilidad, la pluralidad, etc.

Las actividades que se presentan en este trabajo consideran una parte introductoria que el docente aprovechará para propiciar al inicio de cada actividad momentos donde se dé la participación de todos los estudiantes despertando el interés en la problemática expuesta.

De igual manera se consideran momentos de interacción docente-discente tanto en el desarrollo de resolución de las actividades, así como en el momento

que se presenta la institucionalización, donde previamente se promoverá trabajo grupal en busca de consensos que permitan que el docente logre el cierre de las actividades.

Las posibilidades que se presente un conflicto semiótico están consideradas en el diseño de las actividades, donde al enfrentar a los estudiantes a situaciones que pueden resultarles difíciles, como por ejemplo; una gráfica cartesiana y que esta pueda carecer de significado para ellos, dado que en las diferentes legislaciones y normatividades que se han revisado, y que son el sustento de su estudio, no están presentes. Sin embargo, era uno de los objetivos del diseño de este trabajo presentar esta representación de la proporcionalidad y tener elementos de análisis para la identificación de conflictos semióticos, pues la representación cartesiana es parte de sus estudios previos y es usada en diversas manifestaciones de comunicación, además, se tiene que el manejo de diferentes representaciones de un objeto matemático permite tener un significado más amplio del mismo.

Idoneidad mediacional

La Idoneidad mediacional es el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza y de aprendizaje. (Godino et al.)

La propuesta didáctica que se presenta utiliza hojas de trabajo y se permite el uso de la calculadora para facilitar los cálculos aritméticos. En las hojas de trabajo se presenta la información en diversas representaciones haciendo mayor uso del lenguaje natural y de tablas que nos permiten ordenar e interpretar la información.

Aunque las condiciones de la escuela de Derecho para trabajar en ambientes que involucren TIC son muy limitadas, se han considerado las hojas de trabajo como la mejor opción para conseguir los propósitos del curso. Se contempla en trabajo extra clase que los alumnos recaben información vía consulta de internet, para conocer, no sólo los artículos involucrados en las diferentes

reglamentaciones, sino también los cambios o jurisprudencias que se presentan en las diferentes leyes del país.

El curso de *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos* considera dos horas por semana, lo cual resulta insuficiente para abordar el contenido del programa, aun cuando no es muy ambicioso.

Esta limitación de tiempo del curso *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, puede ser apoyado mediante trabajo extra clase que está considerado en nuestra propuesta con actividades de diferentes ramas del Derecho.

5. PUESTA EN ESCENA DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

Buscar mejoras en los procesos educativos no sería posible sin la experimentación, es decir, dado que los problemas educativos tienen muchas aristas, se busca mediante la experimentación obtener nuevas alternativas que ofrezcan posibilidades de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula.

La experimentación permite analizar situaciones educativas y propiciar mejoramientos, ya sea que se experimente mediante el diseño de una actividad o secuencia (como es nuestro caso), un test, o una entrevista, etc.

En este trabajo de tesis, llamaremos experimentación a la puesta en escena de las secuencias didácticas. Abordar un proceso de enseñanza, que nos permita contar con información que podrá darnos pautas para lograr nuestros propósitos.

La puesta en escena y su posterior análisis nos permiten saber si lo que se promueve cumple con las intenciones planteadas a priori, entre otras, las expectativas de las secuencias didácticas son conocer si:

- a) los enunciados tienen el significado esperado
- b) la situación problema planteada es de interés
- c) se presentan conflictos semióticos y/o dificultades
- d) están en la zona de desarrollo próximo, potencial
- e) enriquece la noción de proporcionalidad

Además también se espera que los estudiantes:

- a) identifiquen las relaciones y características de proporcionalidad directa
- b) reflexionen y argumenten acerca de una relación de proporcionalidad directa
- c) identifiquen geométricamente una relación de proporcionalidad directa
- d) relacionen la propuesta con los contenidos de otras asignaturas

Con base en los resultados de la puesta en escena, incorporar cambios con el fin de buscar el mejoramiento de los propios diseños con la idea de lograr que los significados personales se acerquen a los significados pretendidos de la institución.

5.1 Descripción general de la puesta en escena

La puesta en escena de las secuencias didácticas de esta propuesta, se lleva a cabo con dos grupos de estudiantes de la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos* de la Licenciatura en Derecho de la Universidad de Sonora.

En este apartado se reportan los análisis y resultados correspondientes a las Secuencias 1 y 2 de salarios mínimos y aguinaldos, respectivamente. Ambas secuencias manejan contextos conocidos por los estudiantes; además, en el caso de los salarios mínimos, son estos un referente en muchas situaciones de índole jurídica, tales como; la aplicación de ciertas multas, sanciones y prestaciones donde el salario mínimo se involucra.

En el grupo donde se lleva a cabo la Secuencia 1, estuvieron presentes 23 estudiantes del sexto, séptimo, octavo y noveno semestre de la Licenciatura en Derecho; mientras que la puesta en escena de la secuencia 2 se presentó ante 20 estudiantes también de diversos semestres.

Se estimó en la planificación que el tiempo para resolver la totalidad de las actividades de la secuencias fuera de una hora. Sin embargo, el tiempo considerado fue insuficiente por diversos motivos, entre ellos; algunos estudiantes se incorporaron a las actividades después de la hora de inicio, el tiempo de exposición de motivos y aclaración de preguntas tomó más tiempo del que se tenía previsto, así como algunas intervenciones y/o aclaraciones en las diferentes etapas, entre otros.

La puesta en escena estuvo conducida por el diseñador de la secuencia, pero también estuvo presente el profesor titular del grupo, quien tuvo la facultad de intervenir cuando lo considerara necesario.

Cada estudiante contó con las hojas de trabajo de cada etapa donde se mantuvieron los tres momentos de la secuencia, es decir, una etapa de apertura, una de desarrollo y una última de cierre.

En la etapa de apertura, se hace una breve explicación dónde se exponen los motivos del trabajo e inmediatamente se propicia un diálogo grupal acerca de lo que representa un salario como pago por un trabajo en el caso de la Secuencia 1 y en la Secuencia 2, se aborda un breve recorrido histórico acerca del origen del aguinaldo.

Después de entregar las hojas de trabajo de la etapa de apertura, se indicó que contaban con 20 minutos para leer y responder las situaciones planteadas (lo que puedan). Se comenta, además, que esta etapa de trabajo es individual. Se indica también que intenten contestar la totalidad de las preguntas, solicitando que fueran explícitos en sus respuestas y que pueden usar tanto el lenguaje natural como otras formas de representaciones que les resulten más pertinentes.

Una vez transcurrido el tiempo previsto se les solicitó las hojas de la actividad de Inicio, la mayoría de los estudiantes entregan sus hojas y unos cuantos detienen la entrega para terminar de contestar.

Después se entrega por parte del diseñador las hojas de trabajo de la actividad de desarrollo. Esta parte inicia en el caso de la Secuencia 1 con la lectura de un breve comentario histórico acerca del salario mínimo en nuestro país, que aparece al inicio de la actividad buscando propiciar el interés en el tema y también dar a conocer aspectos relevantes que incidirán en su cultura general.

El trabajo de la etapa de desarrollo se organiza en equipos de dos estudiantes. Se les pide que lean las preguntas y las contesten, después de un debate entre ellos, buscando que las respuestas sean de común acuerdo. En esta parte de la actividad se indica que tienen veinte minutos para completarla, de nuevo se solicita que sean lo más explícito posible en las respuestas otorgadas.

En esta etapa, el profesor y el diseñador fueron solicitados por parte de varios equipos para clarificar alguna información. El diseñador en estos momentos reguló las actividades, se percibe a varios equipos negociar argumentos y posibles respuestas que harán en las hojas de trabajo, el diseñador procura intervenir sin dar respuestas sino apoyando las construcciones que se han iniciado.

Una vez transcurrido el tiempo previsto se les solicita las hojas de la actividad, la mayoría de los estudiantes entregan sus hojas y unos cuantos de nuevo detienen la entrega para terminar de contestar.

La etapa de cierre empieza con un diálogo grupal acerca de las características que presenta una relación de proporcionalidad en el caso de la Secuencia 1 y se aborda la regla de tres (objeto ya conocido), en la secuencia 2, temas que se han revisado en las etapas anteriores donde se abordan situaciones problemas ligadas a contextos de interés para ellos.

Una vez más se indica el tiempo asignado, veinte minutos. Se propone trabajar de forma individual dos problemas buscando que el estudiante reflexione acerca de las características de la proporcionalidad y sea capaz de discernir cuál de ellas cumple con esas características.

Una vez más en los dos grupos el tiempo fue insuficiente, y al tratar de organizarles para dar el cierre, institucionalizando el conocimiento propuesto relacionándole con otros aspectos donde se presenta este fenómeno de la proporcionalidad, los grupos estaban un tanto dispersos y no se concluyó de la forma que se tenía planeada.

Valorar los resultados de la puesta en escena es someter lo obtenido al escrutinio de las diferentes facetas de idoneidad propuestas en el marco teórico EOS, trabajo que se presenta a continuación.

5.2 Valoración a posteriori de idoneidad

Para contar con más y mejores elementos que nos permitan hacer mejoras y adecuaciones a la propuesta diseñada, hacemos este ejercicio de comparación entre las expectativas a priori de la secuencias, donde se declaraban los propósitos del trabajo a partir de las diferentes facetas de idoneidad planteadas en el EOS, esto por un lado, y por otro los resultados obtenidos a posteriori una vez que han sido puestas en escena las secuencias.

Las idoneidades se consideran para su valoración de acuerdo al marco teórico; alta, media y baja.

Se analiza, a continuación, la propuesta de trabajo una vez puesta en escena, bajo la mirada de las diferentes facetas de idoneidad propuestas por el marco teórico.

Idoneidad epistémica

La idoneidad epistémica se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados, respecto de un significado de referencia.

A posteriori:

Los problemas diseñados en las actividades didácticas, incluyen situaciones contempladas en el programa del curso y por ende en el significado de referencia, manejan una estructura común donde se presentan siempre situaciones extra matemáticas apropiadas al Derecho y, en cada actividad se busca promover el desarrollo de un sistema de prácticas que favorezcan el enriquecimiento de la noción de proporcionalidad.

Como ejemplo, se presentan las siguientes situaciones de la Secuencia 1:

Actividad 1

1. Elena es una joven madre de familia que contribuye al ingreso familiar desempeñándose como operadora de tiempo parcial en un “call center”, gana \$720.00 por seis días de trabajo. ¿Su salario es bueno o poco? Analicemos su situación.

Actividad 2

1. ¿Cuánto ganará al mes una persona, considerando que su sueldo es el salario mínimo?

Actividad 3

1. “La Sonorense” decide motivar a sus empleados, ofreciendo un bono extra de \$200.00 a la semana por puntualidad, analicemos esta situación sabiendo que todos ellos ganan el salario mínimo:

Considerando la noción de proporcionalidad se proponen situaciones que involucran las características de proporcionalidad directa así como también la presencia de la constante de proporcionalidad que van dando lugar a una definición de este concepto.

Parte de la Secuencia 1 se muestra a continuación:

Actividad 1

8. Si relacionas las parejas de números que has tomado mediante la operación división, es decir, día trabajado entre el ingreso correspondiente, ¿qué se obtiene?, ¿presenta alguna característica común? Descríbela.

Actividad 2

6. Completen la siguiente tabla

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2		
4		
6		
x		

Tabla 3

7. De acuerdo a la tabla anterior, ¿cómo es el resultado de la división entre el salario mínimo y los días trabajados?, ¿a qué crees que se deba eso?

Otras situaciones de la Secuencia 2.

2. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta.
3. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es?

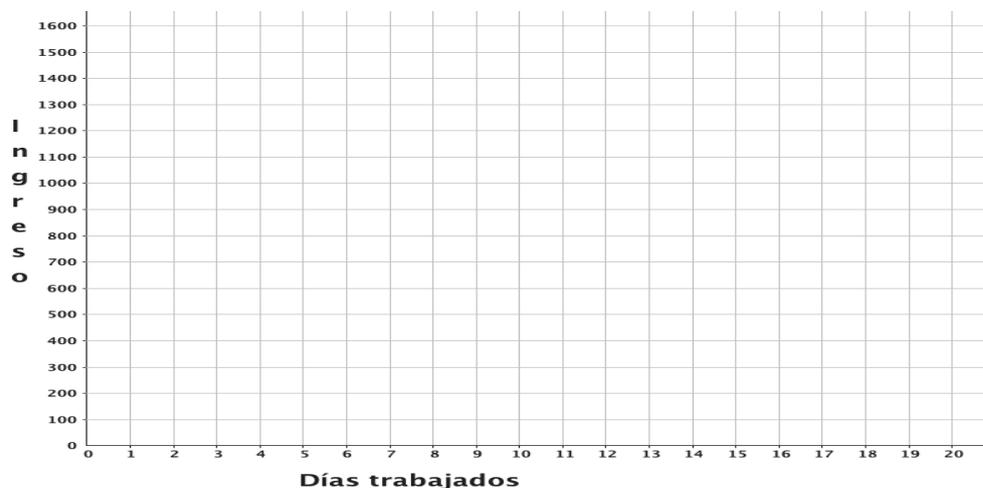
Se involucra además, la simbología necesaria, propia de la disciplina para la resolución de los problemas tales como; tratamientos con salarios, aguinaldos, vacaciones, etc. Se hace uso de técnicas que ya han desarrollado en su vida académica; despejes de una ecuación lineal, uso de la regla de tres, porcentajes, entre otros.

Se proponen diferentes representaciones; lenguaje natural, gráfico, tabular y algebraico. Dando lugar a que el manejo y tránsito de las diferentes representaciones apoyen la comprensión del conocimiento promovido.

La representación gráfica se presentó en la Secuencia 1:

Actividad 1

7. Con esta información, toma cada pareja de números que se forma en la tabla, es decir, día trabajado y el ingreso correspondiente y ubícalos en la gráfica que se te presenta a continuación.



Otra situación planteada en la Secuencia 2.

2. Consideremos el pago de varios trabajadores que laboraron en la misma empresa pero que no tienen el año completo de servicio. Con base en el artículo **87 de la LFT**, que considera **partes proporcionales** completa la siguiente tabla.

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	
3	
4	
6	
9	
12	15

Tabla 2.1

Intervienen y emergen las características de la proporcionalidad directa que deseamos incorporen a sus significados personales y, por supuesto, provocar la institucionalización de estos conocimientos.

A partir del análisis de los contenidos implementados mediante las hojas de trabajo, se considera que la idoneidad epistémica a posteriori se considera alta.

Idoneidad ecológica

La idoneidad ecológica es el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

A posteriori:

Las actividades implementadas en este trabajo formulan situaciones de contexto real y del ámbito profesional de interés para el estudiante de Derecho. Presentar contextos reales apoyan la construcción de los conocimientos que se desean promover ya que estas situaciones tienen significados que pueden relacionar con su práctica profesional.

La incursión mediante la resolución de problemas de situaciones que se presentan en diferentes ramas del Derecho; Penal, Civil, Mercantil, entre otros, hace que los contenidos abordados en el desarrollo de esta asignatura y en el trabajo de estas actividades, tome presencia en otras asignaturas del plan curricular del estudiante, cumpliendo de esta manera con la solicitud institucional de ser parte del eje integrador.

Desde la etapa de diseño de las actividades pensamos que uno de los aspectos más significativos que presentamos es lo referente a esta idoneidad, dado que las situaciones planteadas en las hojas de trabajo consideran situaciones de diferentes ámbitos e intereses del Derecho y, los estudiantes pudieron relacionar este concepto con temas de otras asignaturas del plan de estudios.

Como ejemplo de estas situaciones veamos la Secuencia 2:

Actividad 1:

1. El Sr. Jorge Hernández labora en la empresa “Industrias Los Seris” especialistas en manufacturas metálicas. Si el Sr. Hernández trabajó en la empresa durante todo el año y su sueldo es de \$350 diarios, de acuerdo al artículo 87 de la **LFT**, ¿Cuál será el monto que le corresponde como pago de aguinaldo? Utiliza el siguiente recuadro para realizar las operaciones.

Actividad 3:

1. El Sr. Felipe Maldonado se desempeñaba como operador técnico en “Industrias Los Seris”. Él laboró en la empresa del 1 de enero del 2009 hasta el día 15 de febrero del 2016. Por cambio de residencia presentó renuncia voluntaria. El artículo 87 de la **LFT** considera el pago proporcional por concepto de aguinaldo. ¿Cuánto le corresponde por este concepto si él tenía un salario de \$3,500.00 a la quincena?

Dentro de las actividades se contemplan momentos de argumentación verbal que le permitirán al estudiante enriquecer varios aspectos; saber ordenar y expresar sus ideas, argumentar con sentido lógico, debatir sus argumentos, entre otros. Las actividades diseñadas consideran contextos vinculados a actividades del profesional del Derecho, y esta práctica argumentativa será de mayor provecho ya que la actividad del abogado está cambiando, dado que, ahora se implementan los juicios orales en su profesión.

Como ejemplo de estas situaciones veamos la Secuencia 2:

Actividad 2:

2. De acuerdo a la tabla anterior, ¿cómo es el resultado de la división entre el salario mínimo y los días trabajados?, ¿a qué crees que se deba eso?

3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta.

El análisis que se realizó muestra que el trabajo atiende los indicadores de esta faceta. Por lo anterior la idoneidad ecológica a posteriori se considera alta.

Idoneidad cognitiva

La idoneidad cognitiva expresa el grado en que los significados implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados implementados.

A posteriori:

El significado institucional de referencia, pretendido e implementado considera conocimientos matemáticos que los alumnos de la Licenciatura en Derecho ya han abordado en su vida escolar, es el caso de la proporcionalidad, los porcentajes, la regla de tres, operaciones aritméticas, ecuaciones lineales.

Si además, los contextos propuestos en las actividades diseñadas presentan situaciones que son de interés para el estudiante de Derecho, entonces el

conocimiento que se busca promover y/o enriquecer está dentro de sus posibilidades, de esta manera, todo está conectado para resolver situaciones extra matemáticas afines al Derecho.

El trabajo propuesto tiene la intención de identificar si los estudiantes logran una apropiación del conocimiento promovido, ya que el docente con las hojas de trabajo, podrá visualizar el grado de comprensión de los conceptos así como de los procedimientos involucrados.

Al revisar las hojas de trabajo se advierte que las situaciones propuestas ofrecen a los estudiantes elementos donde, algunos de ellos se mueven con cierta soltura y proponen soluciones y argumentaciones, sin embargo, esto no fue el caso general.

Las actividades puestas en escena consideran elementos que podrían provocar en el estudiante un conflicto semiótico o enfrentarlo a dificultades. Esto podría deberse, ya sea por no tener la información suficiente y puede carecer de significado para ellos.

Por ejemplo, la representación cartesiana no estaba presente entre los materiales del Derecho que se revisaron, por lo que se tenía la sospecha que esta representación pudiera carecer de sentido para los estudiantes de Derecho.

Se consideró a priori que podría representar una dificultad para el estudiante y al solicitarle el cambio de representación en la Secuencia 1, de tabular a gráfico, los estudiantes en todos los casos resolvieron con éxito, esto a pesar de que los alumnos de Derecho no contemplan en sus prácticas este tipo de representación. El total de los estudiantes (23) pudo utilizar esta representación pasando la información de la forma tabular que anteriormente habían trabajado, a la representación gráfica que se solicita.

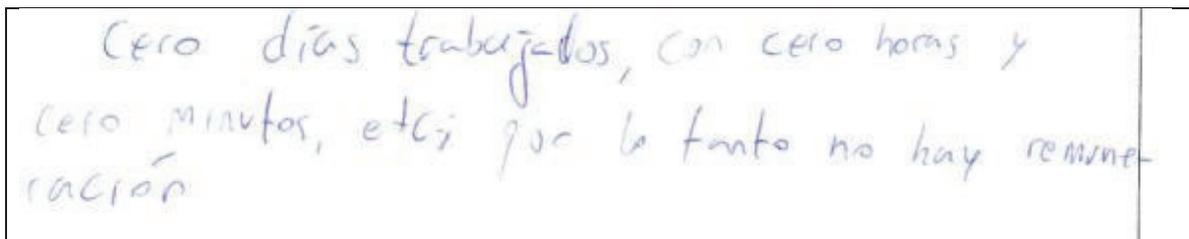
En la puesta en escena de la Secuencia 2, se solicita pasar la información de la representación gráfica a la forma tabular, 15 de 20 estudiantes, hicieron este cambio de manera correcta, pero creemos que, como los puntos mostrados en la gráfica, no todos coincidían con intersecciones exactas en la proyección de los

ejes, esto, para algunos estudiantes, pudo causar confusión y no contestaron o redondearon el valor.

Se buscaba además, promover la representación gráfica, esto con la finalidad de tener una visión más amplia del objeto matemático. Se les solicita entonces en la Secuencia Didáctica 1, con la intención de enriquecer este significado que interprete un punto específico de la recta que trazaron en la gráfica y que emitan su opinión de acuerdo al contexto planteado.

Se obtuvieron varias respuestas, mostramos a continuación algunas representativas:

Pregunta: Secuencia 1, Actividad 1	
10. De prolongar esta línea, ¿crees que pasaría por el punto (0,0)? ¿Qué interpretación le darías al punto (0,0) de acuerdo a la situación del ingreso de Elena? Escríbelo.	
Respuestas de los estudiantes	
	<p>LO TOMARIA COMO INICIO LABORAL, YA SEA INICIANDO CADA SEMANA, O DURANTE O SIMPLEMENTE VA EMPEZANDO A TRABAJAR EN DICHA EMPRESA.</p>
	<p>Si puede pasar, ya que sino trabaja (trabaja otros) no gana nada (gana \$0).</p>
	<p>SE PODRIA TOMAR EL PUNTO 0,0 COMO INICIO DE LA QUINCENA O FINAL DE LA QUINCENA. que al no trabajar ningun día no obtendia ninguna ganancia.</p>



Cero días trabajados, con cero horas y
cero minutos, etc; por lo tanto no hay remuneración

A partir de las respuestas mostradas y, que son representativas se observa que se tiene un significado cercano a la relación de proporcionalidad propuesta del salario y los días trabajados.

Al diseñar la pregunta 8 de la Actividad 1 de la Secuencia 1, se tuvo la idea de que diera evidencia y se reconociera la presencia de una constante: la constante de proporcionalidad directa. Esta aparece, pero en el diseño se pudo haber indicado que se tomara el ingreso correspondiente entre el número de días trabajados, con el propósito de que la constante de proporcionalidad obtenida tuviera más sentido desde el punto de vista de la situación planteada.

Si bien el resultado que se obtiene atendiendo la indicación muestra una constante de proporcionalidad, esta se interpreta en algunos casos, en otro sentido y, curiosamente algunas respuestas “asumen” la operación cambiando el dividendo y el divisor.

Algunas respuestas son mostradas a continuación:

Pregunta planteada: Secuencia 1 Actividad 1:
<p>8. Si relacionas las parejas de números que has tomado mediante la operación división, es decir, día trabajado entre el ingreso correspondiente, ¿Qué se obtiene? ¿Presenta alguna característica común? Describe</p>
Respuestas de los estudiantes
<p>SE OBTIENE EL SALARIO POR HORA TRABAJADA, EN MEXICO NO ES MUY USUAL PERO HAY OTROS PAISES DONDE SE ASESUMEN A REALIZAR JORNADAS LABORALES POR HORA TRABAJADA</p>
<p>El resultado es 0.00833. Siempre es el mismo resultado cuando se divide día trabajado entre lo que ganó SE OBTIENE LA RELACION DE DIAS Y PRECIO TRABAJADOS (SALARIO).</p>
<p>Todos dan \$120, es decir es el Salario diario de la persona.</p>
<p>Son múltiplos de 120</p>

En esta pregunta se advierte una falla del diseño, que afecta las respuestas de los estudiantes y es modificada para evitar diferentes interpretaciones y además que tenga mayor significado de acuerdo al contexto planteado.

Otro elemento que se considera es, solicitar que interpreten y utilicen una literal para representar una expresión algebraica, aquí, sólo 2 estudiantes de los 23 lograron hacer lo solicitado. La mayor parte del grupo no entendió la propuesta o pensó que era un error del diseño, al poner ahí una letra x .

Se muestran algunas de las respuestas obtenidas.

Pregunta planteada: Secuencia 1 actividad 2

6. *Completen la Tabla 1.5*

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2		
4		
6		
x		

Tabla 1.5

Respuestas de los estudiantes

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2	\$ 146.18	73.09
4	\$ 292.36	73.09
6	\$ 438.54	73.09
x (8)	\$ 584.72	73.09

Tabla 1.5

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2	146.18	$146.18 / 2 = 73.09$
4	292.36	$292.36 / 4 = 73.09$
6	438.54	$438.54 / 6 = 73.09$
x	584.72	$584.72 / 8 = 73.09$

Tabla 1.5

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2	146.18	73.09
4	292.36	73.09
6	438.54	73.09
x	Y	XY

Tabla 1.5

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2	146.18	73.09
4	292.36	73.09
6	438.54	73.09
x		

Tabla 1.5

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2	146.18	73.09
4	292.36	73.09
6	438.54	73.09
x	$x(73.09)$	$x(73.09) / x$

Tabla 1.5

Días trabajados (DT)	Salario mínimo (SM)	SM/DT
2	146.18	73.09
4	292.36	73.09
6	438.54	73.09
x	584.72	73.09

Tabla 1.5

Nótese que algunos estudiantes hicieron el cambio de la x por el número 8, siguiendo el patrón de la tabla, a algunos les causo confusión y la dejaron en blanco.

La estructura de las secuencias mantiene un hilo que las une, así la Secuencia 1 plantea las características que tiene una relación de proporcionalidad directa y la existencia de la constante de proporcionalidad que mantienen estas relaciones, este conocimiento interviene en el resto de la propuesta.

La Secuencia 2 tuvo dificultades para los alumnos, dado que, aquí la relación de proporcionalidad se asumía como un objeto matemático interviniente, sin embargo, la Secuencia 2 fue aplicada a un grupo diferente de estudiantes al que se le aplico la Secuencia 1 y, al contar con un tiempo limitado para la puesta en escena de esta actividad, no se pudo realizar por parte del diseñador, un panorama de este tipo de relaciones y sus características.

Así la Secuencia 2 presentó dificultades que mostramos a continuación:

Pregunta planteada: Secuencia 2, Actividad 1

2. Consideremos el pago de varios trabajadores que laboraron en la misma empresa pero que no tienen el año completo de servicio. Con base en el artículo **87 de la LFT**, que considera **partes proporcionales** completa la siguiente tabla.

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	
3	
4	
6	
9	
12	15

Tabla 2.1

Respuestas de los estudiantes

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	431.50 - 1.25 días
3	1,294.52 - 3.75 días
4	1,726 - 5 días
6	2,589 - 7.5 días
9	11.25 - 11.25 días
12	15

Tabla 2.1

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	431.50 1.2
3	1294.52 3.7
4	1726 200
6	2589 7.5
9	11.5
12	15

Tabla 2.1

meses
12 - 15 días
9 - 11.25 días

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	1.25 1.25
3	3.75
4	5
6	7.5
9	11.25
12	15

Tabla 2.1

$\frac{15}{12} =$

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	1
3	4
4	5
6	7.5
9	11
12	15

Tabla 2.1

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	1.25
3	3.75
4	5
6	7.5
9	11.25
12	15

Tabla 2.1

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	1.25
3	3.75
4	5
6	7.5
9	11.25
12	15

Tabla 2.1

Se presentan diferentes respuestas, aunque la Tabla 2.1 de la Secuencia solicita los días de aguinaldo de acuerdo al artículo 87 de la **LFT**, como se muestra en muchas de las respuestas esta se dio en dinero, a pesar de que no se había proporcionado el salario de los trabajadores.

Las siguientes preguntas de la Secuencia tenían relación con la Tabla 2.1 comentada y estaban dirigidas a que el alumno fijara su atención en la relación ahí expuesta y decidiera si esta era de proporcionalidad directa o no, se obtuvieron de nuevo diversas respuestas que se muestran:

Pregunta planteada: Secuencia 2, Actividad 1

3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta.

4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es?

Respuestas de los estudiantes

3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta. *No, no coincide cuando sacas los valores con la regla de 3.*

4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es?

<p>3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta. NO, porque al hacer la multiplicación de los días que le tocan por el salario, NO corresponde la misma cantidad que si se saca de esta manera ejemplo: si 12 meses son 15 días al 6^{to} mes se tendrían que dar 7.5</p> <p>4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es? NO</p>	
<p>3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta. Si, cada mes trabajado le corresponde 1.25 días de aguinaldo</p> <p>4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es? Si, dependiendo el tiempo q haya trabajado en la empresa se le pagarán lo equivalente a días q le corresponden</p>	
<p>3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta. Si, porque por cada día trabajado le corresponde 1.25 días de aguinaldo</p> <p>4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es? Si, porque dependiendo el tiempo que haya trabajado en la empresa se le pagarán lo equivalente a días que le tocaban.</p>	
<p>3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta. Si, debido a que los días de aguinaldo aumentan en relación al aumento de meses trabajados y es igual a 15 cuando son doce.</p> <p>4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es? Si, a medida que se trabajó un mes más se adquiere 1.25 días de aguinaldo.</p>	
<p>3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta.</p> <p>4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es? 1 mes, 4 meses, 9 meses</p>	

Si bien se obtuvieron diversas respuestas la mayoría de los estudiantes no contestó, en nuestra percepción no se tenía claridad acerca de las características

de proporcionalidad directa que se les solicitaba ni tampoco estaban claros de la constante de proporcionalidad directa, aunque intuían en varios de los casos que si se presentaba esta constante.

En la Actividad 2 de la Secuencia 2, se buscaba promover de nueva cuenta las características de la proporcionalidad directa solicitando que los estudiantes fijaran su atención en las diferentes razones que se podían formar a partir de una relación de proporcionalidad directa, esta solicitud fue parcialmente atendida por la mayoría de los estudiantes aunque hubo varias respuestas que no dan evidencia de ello. Se muestran a continuación algunas de las respuestas obtenidas:

Pregunta planteada: Secuencia 2, Actividad 2

1. *A partir de observar la gráfica, completen la Tabla 2.2*

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	
2	
4	
7	
10	
12	15

Tabla 2.2

A partir de esta tabla podemos formar parejas de números en forma de cocientes, las que anteriormente denominamos razones.

Así $\frac{4}{5}$, $\frac{12}{15}$, son algunas de las razones que se pueden generar en la tabla.

2. *¿Escriban todas las relaciones de cocientes que se generan en la tabla? anota tus resultados en el recuadro. Contrasten su respuesta con la de sus compañeros.*

Respuestas de los estudiantes

Meses trabajados	Días aguinaldo de
1	1.25
2	2.5
4	5
7	8.75
10	12.5
12	15

Tabla 2.2

$$\frac{1}{1.25} \text{ y } \frac{4}{5} \quad , \quad \frac{4}{5} \text{ y } \frac{10}{12.5} \quad , \quad \frac{10}{12.5} \text{ y } \frac{12}{15} \quad ,$$

$$\frac{1}{1.2} \text{ y } \frac{2}{2.5} \quad |$$

Meses trabajados	Días aguinaldo de
1	1.25
2	2.5
4	5
7	8.75
10	12.5
12	15

Tabla 2.2

$$\begin{array}{l} 12 - 15 \\ 1 - x \\ 12 - 15 \\ 2 - x \\ 12 - 15 \\ 4 - x \end{array}$$

$$\frac{9}{11} \text{ y } \frac{6}{7}$$

Meses trabajados	Días aguinaldo de
1	1.25
2	2.50
4	5
7	8.75
10	12.5
12	15

Tabla 2.2

$$\frac{1}{1.25} \quad \frac{2}{2.50} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{7}{8.75} \quad \frac{10}{12.5} \quad \frac{12}{15}$$

Meses trabajados	Días aguinaldo de
1	1.25
2	2.50
4	5
7	8.75
10	12.5
12	15

Tabla 2.2

$$\frac{1}{1.25} \text{ y } \frac{2}{2.5} \quad , \quad \frac{4}{5} \quad , \quad \frac{7}{8.75} \quad , \quad \frac{10}{12.5} \quad \text{ y } \quad \frac{12}{15}$$

Los resultados indican que los estudiantes, hicieron lo que se les solicitaba de acuerdo a lo mostrado en la pregunta y, no avanzaron más allá de expresarlos en forma de cociente. La pregunta deberá ser reformulada para que se logre mostrar la constante de proporcionalidad de la relación de las dos variables, que logren

darle significancia de acuerdo al contexto planteado y, que visualicen que esta constante de proporcionalidad puede obtenerse en dos sentidos, según qué columna se tome como dividendo y cual como divisor.

No se logró en la Secuencia 1, Actividad de Cierre, que el alumno argumentara que no existía proporcionalidad en una relación, mostrando que no existía una constante de proporcionalidad o haciendo uso de las características que tienen estas relaciones de proporcionalidad directa. Esto era en el diseño un planteamiento importante que supusimos los alumnos estarían en posibilidades de hacer notar para su uso cuando la relación no es proporcional.

En la Secuencia 2, Actividad de Cierre, nos planteamos que el estudiante hiciera uso de estos conocimientos para resolver dos situaciones planteadas en contextos ligados a su ámbito de interés, sin embargo las respuestas obtenidas sólo fueron parciales en la mayoría de los casos.

Por lo anterior expuesto, la idoneidad cognitiva se considera media.

Idoneidad afectiva

La idoneidad afectiva se refiere al grado de implicación (interés, motivación, disposición,...) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

A posteriori:

Esta idoneidad didáctica se consideró central en el diseño de las actividades, ya que, como se mencionó, las características de esta comunidad de estudiantes manifiesta un rechazo hacia la actividad matemática y se señala en algunos casos que no encontraban ni sentido ni necesidad de llevar un curso de esta naturaleza, cuestionando, pues, su utilidad en su área profesional.

Durante la presentación del trabajo en el aula de clase, los estudiantes estuvieron receptivos a las situaciones que se plantearon, algunos propusieron soluciones y

con base en las operaciones aritméticas resolvieron e hicieron los procedimientos propuestos.

Se valoró que las actividades diseñadas son cercanas a ellos y a su ámbito profesional, y la adecuada conexión entre la teoría y la práctica provocó su interés. Sin duda estos atributos de la resolución de problemas en contextos extra matemáticos ligados al Derecho son de suma importancia dado que se trata de una comunidad que mayoritariamente ha evitado la utilización y el estudio de las matemáticas, como se menciona y documenta en el capítulo 1.

Por lo que se comenta, esperábamos mejores resultados. Considerar situaciones de interés, que las actividades propician enfrentarlos a situaciones problemáticas reales dentro de su zona de posibilidades y contextos de su ámbito profesional son atributos considerados en el diseño de las actividades, sin embargo, esto no sucedió cabalmente, creemos que existieron varios factores; parte fue, lo limitado del tiempo que se tuvo y por otra lado, los recursos disciplinares de la generalidad. Las respuestas en blanco prueban que no hubo el interés esperado. Cabe señalar que esto último se manifestó mayormente en la puesta en escena de la Secuencia 2.

Por lo que a posteriori esta idoneidad se considera media.

Idoneidad interaccional

La idoneidad interaccional en los procesos de enseñanza y de aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional, si es posible identificar y resolver los conflictos semióticos que se producen durante el proceso de instrucción.

A posteriori:

Propiciar que mediante las hojas de trabajo haya un diálogo entre los participantes del proceso de instrucción, y poder identificar con los diseños propuestos las dificultades y conflictos que se pueden presentar son atributos que creemos se logran con nuestro trabajo.

Se promueven diferentes etapas de interacción durante la puesta en escena; esto es, momentos en los que el estudiante se enfrenta a las situaciones problema planteadas de manera individual y donde tuvo que asumir la responsabilidad de las actividades; momentos en los que el estudiante comparte con sus compañeros de equipo sus puntos de vista y, momentos en los que al estudiante se le solicita que negocie una respuesta argumentada en equipo.

Se consideran también momentos de interacción docente-discente tanto en el trabajo de resolución de las actividades, así como en las etapas donde se presenta la institucionalización, momento que promueve trabajo grupal en busca de consensos que permitan al docente el cierre de las actividades.

Se han identificado diversas dificultades tanto del diseño como de las respuestas obtenidas de los estudiantes, se han comentado en la parte de la faceta cognitiva algunas de esas dificultades. En las hojas de trabajo se tuvo la intención de promover la representación de la gráfica cartesiana para contar con otro recurso visual de la proporcionalidad, con la posibilidad de que se presentara un conflicto semiótico porque podía carecer de significado para ellos.

Si bien esta dificultad esperada no se presentó con respecto de la gráfica, si hubo otras situaciones, previstas en la valoración a priori, donde se identificaron dificultades de situaciones donde el estudiante se notó desorientado y no sabía qué hacer, como es el caso de involucrar una variable x propuesta en una situación, algunos de los resultados se han mostrado en la faceta cognitiva.

Durante la puesta en escena de las actividades se detectaron algunos problemas de redacción, pero se hicieron los cambios que se consideraron pertinentes.

La revisión de las respuestas de los estudiantes en las hojas de trabajo, deja de manifiesto (como se señaló en la faceta cognitiva), que tuvieron lugar algunas dificultades que en el desarrollo de la puesta en escena no fueron detectados y por lo mismo no pudieron ser resueltas.

Por lo anterior, consideramos a posteriori una idoneidad interaccional media.

Idoneidad mediacional

La idoneidad mediacional se relaciona con el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

A posteriori:

La propuesta didáctica utiliza hojas de trabajo y se permite el uso de la calculadora para facilitar los cálculos aritméticos. En las hojas de trabajo se presenta la información en diversas representaciones haciendo mayor uso del lenguaje natural y tabular que se considera apropiado para el tipo de estudiante al que se dirige y, permite ordenar e interpretar la información.

Las condiciones de la escuela de Derecho para trabajar en ambientes que involucren TIC son limitadas, por lo que, se han considerado las hojas de trabajo como la mejor opción para conseguir los propósitos del trabajo de tesis. Se contempla en la asignatura, trabajo extra clase, que los alumnos recaben información vía consulta de internet, para conocer, no sólo los artículos involucrados en las diferentes reglamentaciones, sino también los cambios o jurisprudencias que se presentan en las diferentes leyes del país. En la propuesta que presentamos, dado las limitaciones de tiempo, no se consideraron para su implementación el uso de estos recursos tecnológicos.

El curso de *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos* considera dos horas por semana, lo cual resulta insuficiente para abordar el contenido del programa, aun cuando no es muy ambicioso.

En la puesta en escena, se consideró que una hora era suficiente para la aplicación de la Secuencia 1 en un grupo y, de la Secuencia 2, con el otro grupo, pero no fue posible ajustarse al tiempo planeado. Primero, no se fue estricto con el tiempo asignado para que el alumno no se sintiera presionado para contestar

completamente y segundo para que el profesor pudiera participar y profundizara tanto en el debate grupal promovido por las propias actividades.

Los tiempos de clase de esta asignatura son muy limitados pero consideramos que los materiales promueven la proporcionalidad y sus características de manera adecuada como un elemento de presencia e interés en el curso y su impacto en otras asignaturas.

Por lo señalado anteriormente, consideramos a posteriori la idoneidad mediacional media.

Queremos señalar que las facetas de idoneidad se entrelazan y, en algunas ocasiones no quedan definidos los límites entre una y otra. Por tal motivo podemos encontrar elementos que se abordan desde diferentes facetas de idoneidad.

El diagrama siguiente es un modelo propuesto por el EOS donde se muestra el estado de las diferentes idoneidades, siendo el hexágono regular de color claro el resultado de la valoración a priori del trabajo. La figura de color oscuro corresponde a la valoración a posteriori, una vez que ha sido la puesta en escena que se hizo de los diseños.

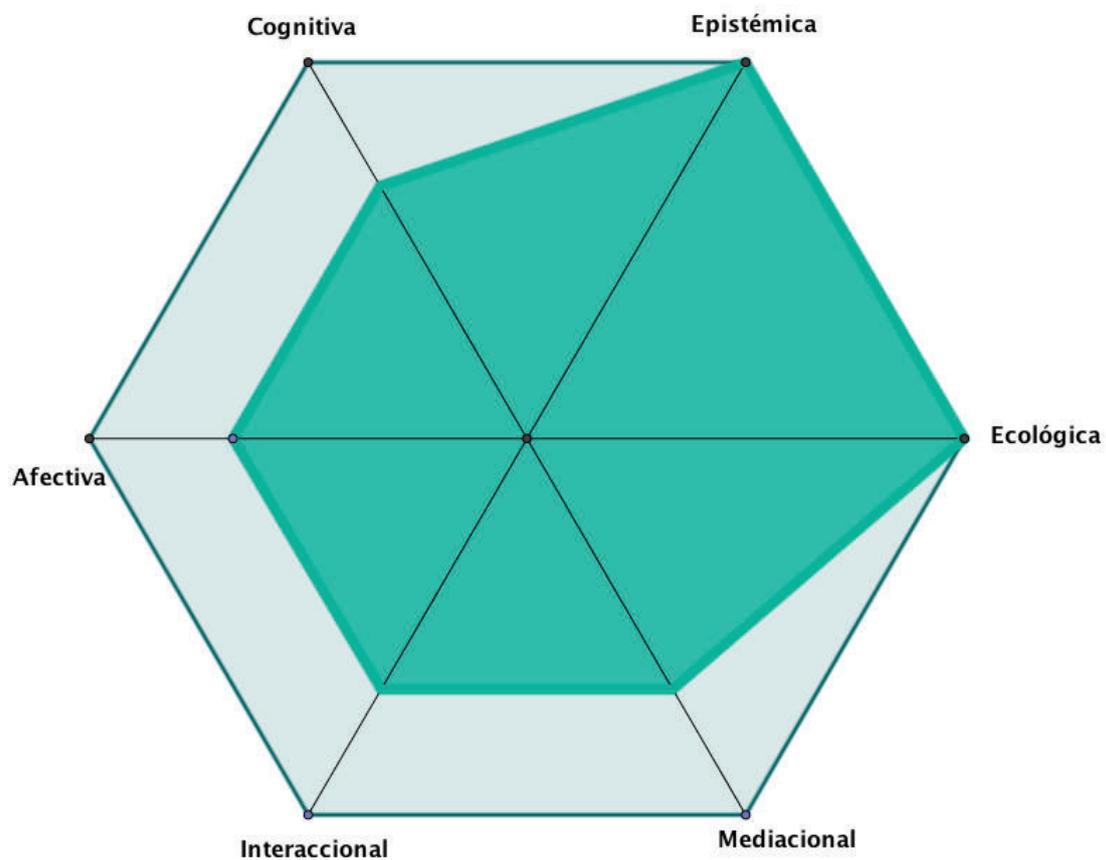


Figura 2. Hexágono de idoneidad didáctica

5.3 Propuesta Didáctica

La puesta en escena de las actividades tiene entre otras finalidades identificar posibles obstáculos y conflictos que provoque el diseño, considerando aquellos asociados a la redacción de las consignas como los obstáculos relacionados a los objetos primarios: lenguaje, argumentos, proposiciones, definiciones, problemas y procedimientos.

A partir de la valoración a posteriori, surgieron adecuaciones a los diseños didácticos con la intención de lograr un mejoramiento de la propuesta de instrucción que es el fin asumido, tanto, por el autor del diseño, como por el propio marco teórico.

La propuesta completa de las secuencias didácticas que conforman este trabajo se incluye en el Anexo 1.

CONCLUSIONES

En Matemática Educativa, los sujetos de estudio son los profesores, estudiantes y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas entre ellos y, al tratarse de personas y objetos abstractos, hace muy complejo obtener resultados que puedan concluir en observaciones generales.

Este trabajo fue realizado en dos etapas y en ese sentido se presentan las conclusiones: las primeras son referentes al planteamiento de los objetivos tanto general como específicos, el diseño de las actividades y el análisis a priori de las mismas y, un segundo momento consecuencia de la puesta en escena y de la valoración a posteriori.

En el capítulo 2 se documentó acerca de la limitada existencia de materiales que apoyen al profesor que imparte la asignatura de *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, en ese sentido este trabajo de tesis busca coadyuvar proponiendo materiales para uso en el aula que promueva la noción de proporcionalidad considerando este conocimiento como relevante por su presencia en muchas situaciones de índole jurídico.

Así, buscamos seleccionar y diseñar situaciones problemas que, por un lado, favorecieran el interés del estudiante considerando situaciones reales de diversas ramas del Derecho y, además, que tuvieran en su planteamiento o solución la noción de proporcionalidad.

Las secuencias didácticas presentadas en este trabajo satisfacen las expectativas anteriores tal como se documentó en el análisis a priori que se describe en el capítulo 4 y, este material puede ser un apoyo para el profesor que imparte esta asignatura, claro que este podría adecuarse a los tiempos e intereses del grupo, además, estaría como se comentó, sujeto a las actualizaciones necesarias.

El diseño de las secuencias prevé que pueden presentarse dificultades o conflictos semióticos, unos propiciados por el propio diseño y otros provocados por contar los estudiantes con diferentes significados de los objetos matemáticos.

El profesor puede aprovechar estas dificultades y/o conflictos para lograr que los estudiantes logren un mayor significado de los objetos matemáticos y los incorporen a sus prácticas pudiendo relacionar estos conocimientos con situaciones jurídicas de su interés.

La propuesta didáctica busca integrar los conocimientos matemáticos del programa de la asignatura relacionándolos con varias ramas del Derecho, siendo reiterativos en las características que presentan las relaciones de proporcionalidad directa y como estas están ligadas a situaciones cuantitativas en ámbitos de interés del estudiante.

Los diseños promueven la reflexión, argumentación y uso de diferentes representaciones de relaciones de proporcionalidad directa, conscientes de que al contar con mayores recursos se podrá tener mejor conocimiento del objeto matemático.

Por lo anterior, creemos que el sistema de prácticas promovido por las secuencias didácticas presentadas, incide de manera positiva en la construcción de significado de la proporcionalidad directa, logrando también, que el profesor cuente con más materiales de apoyo para la asignatura.

Cuando las actividades son llevadas al salón de clase y se pone en escena la propuesta, es un segundo momento, donde las expectativas a priori se contrastan con lo que realmente sucede en el ejercicio del proceso de instrucción.

Debido a las herramientas con que cuenta el EOS, fue posible analizar detalladamente cada faceta de idoneidad y, como se dijo, contrastar las expectativas a priori con los resultados obtenidos a posteriori, permitiendo tener

una visión integral del proceso de instrucción. Esta panorámica permitió identificar tanto las fortalezas como las limitaciones de los diseños propuestos.

El análisis de cada una de las facetas arrojó diversos resultados, unos previsible y otros no. Se señaló en la valoración a posteriori respecto de los conflictos semióticos y es posible decir que, estos son casi inevitables, unos asociados al diseño y otros como se dijo ligados a los significados personales de los propios estudiantes.

Si bien el análisis a priori considera cada una de las facetas de idoneidad con medida alta, esto no se reflejó igual en la valoración a posteriori, se perciben altas las idoneidades epistémica y ecológica, bajando su medida desde nuestra percepción todas las demás facetas, como se mostró en la gráfica del hexágono de idoneidad.

Otro elemento importante del análisis a posteriori, es identificar los errores y/o limitaciones de las actividades puestas en escena sugiriendo modificaciones o cambios que produzcan mejoras en los diseños y esto conlleve a un proceso de instrucción más acabado pero siempre susceptible a ser mejorado.

Una característica determinante en el diseño de las actividades es; presentar contextos reales relacionados con situaciones en el ámbito del Derecho; Civil, Mercantil, Laboral, Fiscal y de la Seguridad Social. Estas características, apoyan la construcción del conocimiento que se desea promover y tienen significados que pueden relacionar con su práctica profesional. Aunque, existen más ramas del Derecho donde se presentan situaciones que pueden ser susceptibles de abordar utilizando la noción de proporcionalidad

La valoración a posteriori, muestra diversas dificultades que tuvieron los estudiantes. Se señaló en el análisis de la faceta cognitiva algunas de esas dificultades. En las hojas de trabajo se busca promover la utilización de la gráfica cartesiana y, que el estudiante cuente con otra representación de la proporcionalidad que enriquezca su significado, aun previendo que pudiera presentarse una dificultad. Por ejemplo, el caso de enfrentar a los estudiantes a una gráfica cartesiana para hacer un cambio de representación, su interpretación y conocer si esta tiene significado para ellos.

Pasar de la representación gráfica a la forma tabular, 15 de 20 estudiantes lo hicieron de manera correcta. Se sospecha que, si los puntos mostrados en la gráfica coincidieran en intersecciones de valores enteros esto hubiera permitido que más estudiantes hicieran el cambio de representación adecuado, ya que a varios les causo confusión y no contestaron o redondearon mal.

Se tenía la percepción a priori que el manejo de gráficos cartesianos podría convertirse en una dificultad en esta comunidad de estudiantes, pero en la puesta en escena no fue así, por lo que sería de interés lograr diseños utilizando esta representación para promover y enriquecer el conocimiento de la noción de proporcionalidad directa.

Algo que se considera importante de reportar es: se consideró solicitar a los estudiantes que usen e interpreten una literal para representar una expresión algebraica (Capítulo 5, idoneidad cognitiva). Solo 2 alumnos de 23 tuvieron un significado de acuerdo a lo pretendido e hicieron lo que se solicitaba. La mayoría de los estudiantes no entendió la propuesta o pensó que era un error del diseño poner ahí una letra x . Algunos estudiantes no hicieron nada y otros le asignaron otro valor.

Si bien se consideró a priori su posible dificultad no se consideró que esta fuera tan contundente por lo que se valorará su pertinencia en los diseños en materiales futuros.

Se tenía la sospecha a priori que debido a las practicas matemáticas de esta comunidad, involucrar variables y formar expresiones algebraicas buscando generalizaciones carece en su mayoría de significado, por lo que en nuestra apreciación se deberá tener cuidado con el uso y manejo de literales para este fin.

La puesta en escena de la secuencia 2 reflejo dificultades o falta de interés para los estudiantes, dado que, la relación de proporcionalidad directa se asumía como un objeto matemático interviniente. Esto se puede apreciar porque se tienen muchas respuestas en blanco.

El material que presentan las secuencias didácticas puede ser utilizado sin un orden preestablecido, pero el profesor que utilice este trabajo, de acuerdo a su

apreciación deberá re emerger los conocimientos alrededor de la noción de proporcionalidad. Como se mencionó, los requerimientos matemáticos para la utilización de las secuencias ya han sido abordados por los estudiantes en su vida académica.

Las situaciones didácticas planteadas en contextos ligados al Derecho, pueden generar ambientes de posibilidades para el estudiante, logrando con esto que se adquiera confianza en su relación con las matemáticas.

Estamos convencidos que la resolución de problemas con estas características son el vehículo ideal para lograr estos objetivos. Por lo que se seguirá trabajando en este sentido para lograr que el estudiante genere interés en un área que le ha resultado difícil en su camino académico. Esto es algo importante a considerar desde la idoneidad afectiva, por lo que se sugiere al docente resaltar los logros y avances que los estudiantes vayan teniendo.

Por otro lado, no se consiguió en la actividad de cierre que el estudiante argumentara si existía proporcionalidad directa en una relación haciendo uso de la constante de proporcionalidad o haciendo uso de las características que tienen estas relaciones de proporcionalidad directa. Esto era en el diseño un planteamiento importante que supusimos los alumnos estarían en posibilidades de hacer notar.

Se obtuvieron diversas respuestas, pero la mayoría de los estudiantes no contesto. En nuestra percepción no se tenía claridad acerca de las características de proporcionalidad directa ni tampoco de la constante de proporcionalidad directa, aunque en varios de los reportes se mostraba que si se presentaba esta constante.

El programa de la asignatura *Aspectos Cuantitativos de los Problemas Jurídicos*, considera 2 horas de clase a la semana, esta limitación de tiempo nos llevó a la hora de planificar la implementación de la puesta en escena, a considerar solo una hora con el grupo. Esto como después constatamos fue un error, ya que el tiempo en el aula fue insuficiente y aunque nos tardamos más tiempo del programado todo sucedió muy rápido.

Esta limitación en el tiempo tuvo muchas repercusiones que afectaron los resultados obtenidos, mencionaremos algunas de ellas;

- a) El comportamiento académico del grupo no era homogéneo y sería deseable plantear una introducción del objeto matemático de la proporcionalidad y su relación con el Derecho.
- b) Se esperaban mejores resultados al considerar situaciones de interés, que las actividades propician al enfrentarlos a situaciones problemáticas reales dentro de su zona de posibilidades.
- c) Si bien las actividades proponían trabajo individual y en equipo, se pudo observar que algunas de las respuestas fueron apuradas y en el caso del trabajo en equipo, se nota en algunas respuestas que cada integrante del equipo contesta diferente, esto, a pesar que se solicita una respuesta consensada.
- d) Se planeó que se dieran interacciones entre los estudiantes y, entre ellos y el profesor con el fin de lograr consensos que encaminaran los resultados obtenidos hacia un proceso de institucionalización y no se logró cabalmente.
- e) Si la implementación de la secuencia contara con más tiempo sería posible recurrir con el apoyo del internet a la consulta de diferentes artículos de las diversas leyes y también el acceso a la información de las diferentes controversias y jurisprudencias que ocurren en estos temas legislativos y que apoyan la aplicación de dichas normas.

Después de vivir el proceso de la puesta en escena, se considera que se requiere más tiempo para la aplicación de la secuencia de actividades; primero, para que el alumno no se sienta presionado para contestar y, segundo, para que el profesor profundice tanto en el debate colectivo de las propias actividades, como en conocer si la construcción de los conocimientos promovidos fue aceptable.

Se considera, por todo lo anterior, que el análisis ontosemiótico propuesto por el marco teórico EOS constituye una poderosa herramienta de estudio de como las Secuencias Didácticas que se presentan en este trabajo de tesis.

que además, aporta los elementos metodológicos esenciales a considerar para diseños futuros.

Referencias

Alsina, A., y Domingo, M. (2010) Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 13(1), 7-32.

Balderas, R.G. y Block, D. y Guerra, M.T. (s.f): La proporcionalidad y su enseñanza: Estudio sobre los conocimientos de los maestros de secundaria. I Congreso Latinoamericano de Investigación en Didáctica de las Ciencias Experimentales.

Bautista, A. y López, P. (2001). Una propuesta de programa para la materia Matemáticas I, de la Licenciatura en Derecho, de la Universidad de Sonora.

Carretero de O., L.: LA ADQUISICION DE LA NOCION DE PROPORCIONALIDAD SEGUN DIFERENTES TIPOS DE ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS POR EL NIÑO DE 8 A 11 AÑOS
Laboratoire de Psychologie Centre d'Études des Processus Cognitifs et du Langage E.H.E.S.S. Paris. Anuario de Psicología, Num. 42-1989 (3).

Chase, A. B. (1979). The Rhind Mathematical Papyrus: Free translations and commentary with selected photographs, transcriptions, transliterations and literal translations. Reston, VA: National Council of Teachers.

Cienfuegos S. D. (2010) Matemáticas Aplicadas al Derecho: Editorial Porrúa.

Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. Última reforma publicada DOF 27-01-2016. Artículos 22 y 31.

Código Penal Federal de los Estados Unidos Mexicanos. Última reforma publicada DOF 18-07-2016. Artículo 51.

Cuellar, J. A. (2010) Algebra, Segunda Edición. Mc Graw Hill, México.

Del Castillo, A.G. y Flores, B. (2009). Resultados de la implementación de tareas y exámenes en línea para los cursos de Álgebra, utilizando el software Maple T.A. En García Mireles, Ibarra, S. E. (Eds.) Memorias de la XIX Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas. Mosaicos Matemáticos No. 32 (pp.97-103). Hermosillo, Sonora, México: Universidad de Sonora.

Del Castillo, A. G. y Parra, M.E. (2013). *Aspectos cuantitativos de los problemas jurídicos: tareas y exámenes en línea con maple T.A.* Investigación y Formación Docente: Ciencia, Docencia y Tecnología para la Educación Integral. (pp. 677-683). México: ITSON.

Díaz-Barriga, A. (2006) El docente y los programas de estudio. México, IISUE-UNAM.

Díaz-Barriga, A. (2013) Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. México, IISUE-UNAM.

Fiol, M. y Fortuny, J. (1990) Proporcionalidad directa. La forma y el número. Madrid: Editorial Síntesis.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos. *Reserches en Diactiques des Mathematiques* 14(3), 325-355.

Godino, J. D. y Batanero, C. (2002). Proporcionalidad. Matemáticas y su didáctica para maestros.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). ANALISIS DE PROCESOS DE INSTRUCCIÓN BASADOS EN EL ENFOQUE ONTOLOGICO-SEMIOTICO DE LA COGNICION MATEMATICA. *Reserches en Diactiques des Mathematiques, Vol. 26(1), 39-88.*

Godino, J. D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 9, (Numero Especial), 133-156.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm

Godino, J. D. (2011) Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil).

LEY DEL SEGURO SOCIAL. Última reforma publicada DOF 12-11-2015

Marco Normativo. Lineamientos Generales para un Modelo Curricular de la Universidad de Sonora. (2002). Disponible en: http://www.uson.mx/institucional/marconormativo/reglamentosacademicos/lineamientos_modelo_curricular.htm

Mir, S (2003). Introducción a las bases de Derecho Penal. Argentina: B de F

Mochón, C. S. (2012) Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación Matemática*, vol. 24, núm. 1, abril 2012, pp. 133-157.

Morales, J.O. (s.f): *Jurismatematiología: Estudio y Tratado del Derecho desde el punto de vista matemático*. Monografias.com S.A.

Muñoz, J.C. (2011): *Las Matemáticas y el Derecho*. Práctica Legal. De Hecho y de Derecho.

Oller M., Antonio M. y Gairín S. J. (2013) La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(3), 317-338. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1632>

Ortiz, L. J. (2012) Enseñanza del concepto de proporcionalidad en el grado 5° de primaria. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia.

Programa de la materia Aspectos Cuantitativos de los problemas jurídicos.
Disponible en
<http://www.mat.uson.mx/sitio/documentos/sociales/aspectoscuantitativos.pdf>

Rojas, I (2009). La proporcionalidad en las penas. El ilícito y su castigo. Reflexiones sobre la cadena perpetua, la pena de muerte y la idea de sanción en el derecho. México: Laguna. 275, 286.

Ruiz, E.F. y Massieu, W. (s.f): Tratamiento de los conceptos de razón y proporción a través de un programa didáctico. www.matedu.cinvestav.mx

Sánchez, R (2007). El principio de proporcionalidad. Estado de Derecho función Judicial. Instituto de Investigaciones Jurídicas. Universidad Autónoma de México.

Ulloa, J.R. (s.f): Derecho y Matemáticas. Jurídica. Anuario del Departamento de Derecho de la Universidad Iberoamericana.

Vilanova, Silvia., et al. (2001) “El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje”. En Revista Iberoamericana de Educación. OEI. Versión en línea: http://www.campusoei.org/revista/did_mat10.htm

Anexo 1

Propuesta final de las Secuencias Didácticas

Secuencia didáctica 1

Actividad 1: El salario



Trabajo individual

Elena es una joven madre de familia que contribuye al ingreso familiar desempeñándose como operadora de tiempo parcial en un “call center”, gana \$720.00 por seis días de trabajo. ¿Su salario es bueno? Analicemos su situación.

1. ¿Cuánto gana por día trabajado?

2. ¿Cuánto gana por haber trabajado 4 días? ¿Y por 13 días?

3. ¿Cuántos días tendrá que trabajar como mínimo, para que sus ingresos sean mayores a \$1000.00?

4. Una persona le ofrece empleo en otra compañía diciéndole que le pagará \$1650.00 por 15 días de trabajo. ¿Le conviene esta propuesta? Argumenta tu respuesta.

5. Concentraremos la información que se ha obtenido hasta este momento, mediante la Tabla 1.1. Para ello te pedimos que llenes los espacios vacíos.

Días trabajados	6	1	4	13	15
Ingreso	\$720				

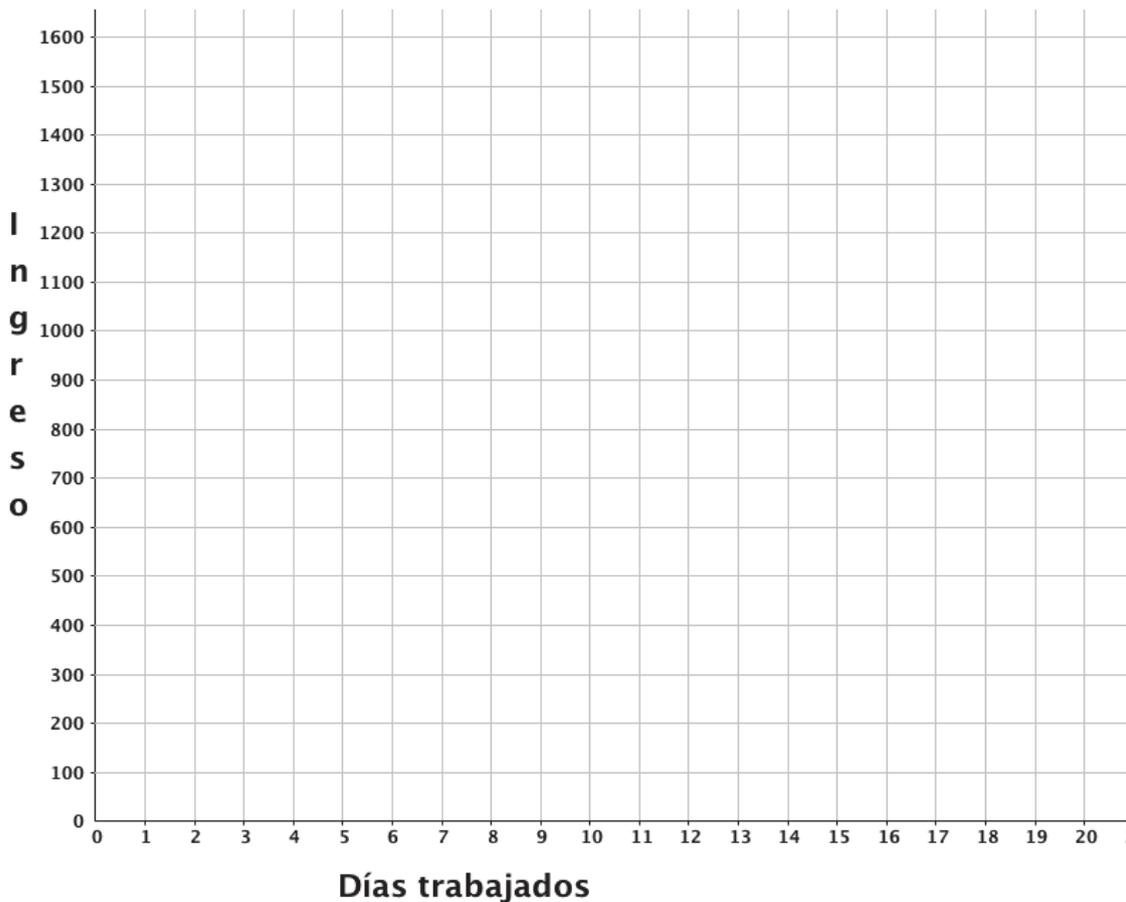
Tabla 1.1

6. Ahora, completemos la Tabla 1.2 donde se registra de manera ordenada los primeros quince días trabajados con su ingreso correspondiente.

Días trabajados	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ingreso															

Tabla 1.2

7. Con esta información, toma cada pareja de números que se forma en la Tabla 1.2, es decir, día trabajado y el ingreso correspondiente, para ubicarlos en la gráfica que se presenta a continuación.



8. Si relacionas las parejas de números correspondientes que se han formado en la tabla 1.2, mediante la operación división, es decir, ingreso entre los días trabajados correspondientes, ¿qué se obtiene?, ¿presenta alguna característica común? Descríbela.

9. Si unes los puntos en la gráfica con una línea, ¿qué forma tiene la línea?

10. De prolongar esta línea, ¿crees que pasaría por el punto $(0,0)$? ¿Qué interpretación le darías al punto $(0,0)$ de acuerdo a la situación del ingreso de Elena? Escríbelo.

Actividad 2: Analizando el salario mínimo en Hermosillo

Desarrollo



Trabajo en equipo

El Salario mínimo se establece con la promulgación de la Constitución General de la República publicada en el Diario Oficial de la Federación del 5 de febrero de 1917, específicamente en el Artículo 123, fracción VI bajo el principio de que el salario mínimo deberá ser suficiente “...para satisfacer las necesidades normales de la vida del obrero, su educación y sus placeres honestos, considerándolo como jefe de familia...”. Se determina, asimismo, en la fracción VIII, que el salario mínimo no podrá ser objeto de embargo, compensación o descuento alguno.

En México el salario mínimo estaba determinado según el área geográfica en donde se viviera. A partir de octubre del 2015 se aprobó en México un salario mínimo único para todo el país.

El salario mínimo vigente hasta el 31 de diciembre del 2016

Salario Mínimo Único
\$73.09 Pesos Diarios

1. ¿Cuánto ganará al mes una persona, considerando que su sueldo es el salario mínimo?

2. Con la información anterior completen la Tabla 1.3

Días trabajados	1	3	5	9	14	20	29
Salario mínimo en pesos	\$73.09						

Tabla 1.3

3. Describan el procedimiento que siguieron para completar la tabla del punto anterior.

4. A continuación se muestra el pago que recibieron algunos trabajadores de la empresa “La sonorense”. Si consideramos que su pago es el salario mínimo por día, determinen el número de días que trabajaron:

Sueldo	\$584.72	\$1096.35	\$2192.7
Días trabajados			

Tabla 1.4

5. Describan el procedimiento que siguieron para completar la Tabla 1.4
6. Completen la Tabla 1.5, considera que “*x*” representa cualquier número de días.

Días trabajados (<i>DT</i>)	Salario mínimo (<i>SM</i>)	$\frac{SM}{DT}$
2		
4		
6		
<i>x</i>		

Tabla 1.5

7. De acuerdo a la tabla anterior, ¿cómo es el resultado de la división entre el ingreso y los días trabajados?, ¿a qué creen que se deba eso?
8. ¿La división entre el ingreso y los días trabajados de la Tabla 1.3 se corresponde con lo observado en la Tabla 1.5 columna 3?

Como habrás observado, el resultado de la división en todos los casos es la **misma**. Esto ocurre cuando entre dos cantidades existe una relación de proporcionalidad directa. Al resultado de la división entre dichas cantidades se le denomina **constante de proporcionalidad**. En el caso que estamos tratando el salario mínimo (*SM*) en pesos y los días trabajados (*DT*), $\frac{SM}{DT} = 73.09$ son cantidades directamente proporcionales y su constante de proporcionalidad es 73.09

A las relaciones que resultan de las divisiones que efectuamos entre el salario mínimo y los días trabajado $\frac{SM}{DT}$, y a las que podemos efectuar dividiendo los días trabajados entre el salario mínimo correspondiente $\frac{DT}{SM}$ les llamaremos **razones**.

Actividad 3: Institucionalización y problemas de inspección



Trabajo grupal

Definición

“Una relación de correspondencia entre dos variables es de proporcionalidad directa cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden siempre es el mismo, a ese cociente se le denomina constante de proporcionalidad”.

1. “La Sonorense” decide motivar a sus empleados, ofreciendo un bono de \$200.00 a la semana por puntualidad, analicemos esta situación, considerando el caso de Emilio Galván, quien gana diariamente \$300 pesos:

Días trabajados	Semana 1 (7 días)	Semana 2 (14 días)	Semana 3 (21 días)	Semana 4 (28 días)
Sueldo				

Tabla 1.6

2. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la situación anterior? Justifica tu respuesta.
3. José Carlos Pineda quien gana también 300 pesos diarios, recibió el bono solamente en las semanas 1 y 3. Completa la tabla 1.7 considerando su sueldo:

Días trabajados	Semana 1 (7 días)	Semana 2 (14 días)	Semana 3 (21 días)	Semana 4 (28 días)
Sueldo				

Tabla 1.7

4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la situación anterior? Justifica tu respuesta

¿Existe una constante de proporcionalidad en la situación anterior?, considerando las razones que se obtienen tomando el sueldo entre los días trabajados. Este cociente **¿es constante?**, si la respuesta es **NO**, no existe una relación directamente proporcional.

Secuencia didáctica 2

Actividad 1: El aguinaldo



Trabajo individual

¿Qué es el aguinaldo?

La respuesta ha variado en el tiempo y según el lugar donde nos encontremos. Apareció desde la antigüedad en muchas partes del mundo con diversos fines.

En antiguos pueblos celtas y romanos lo consideraban un presente de fin de año para desear un año nuevo de prosperidad. En España y otros países latinoamericanos incluyendo México, empezó como una solicitud de los niños de pedir dulces en la época navideña (pedían su aguinaldo). Esto último aun se preserva en algunos lugares.

En nuestro país ha evolucionado al grado de convertirse en una prestación económica a la cual tienen derecho los trabajadores y es considerada en la Ley Federal del Trabajo (LFT) desde 1970, como se señala en el siguiente artículo de la citada ley.

Artículo 87. Los trabajadores tendrán derecho a un aguinaldo anual que deberá pagarse antes del día veinte de diciembre, equivalente a quince días de salario, por lo menos.

Los que no hayan cumplido el año de servicios, independientemente de que se encuentren laborando o no en la fecha de liquidación del aguinaldo, tendrán derecho a que se les pague **la parte proporcional** del mismo, conforme al tiempo que hubieren trabajado, cualquiera que fuere éste.

Analícemos la siguiente situación:

1. El Sr. Jorge Hernández labora en la empresa “Industrias Los Seris” especialistas en manufacturas metálicas. Si el Sr. Hernández trabajó en la empresa durante todo el año y su sueldo es de \$350 diarios, de acuerdo al artículo **87 de la LFT**, ¿Cuál será el monto que le corresponde como pago de aguinaldo? Utiliza el siguiente recuadro para realizar las operaciones.

2. Consideremos el pago de varios trabajadores que laboraron en la misma empresa, con el mismo salario, pero que no tienen el año completo de servicio. Con base en el artículo **87 de la LFT**, que considera **partes proporcionales** completa la siguiente tabla.

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	
3	
4	
6	
9	
12	15

Tabla 2.1

3. De acuerdo a la información de la tabla anterior, ¿puedes verificar si esta relación cumple con las características de una proporción directa? Justifica tu respuesta.

4. ¿Existe una constante de proporcionalidad en la Tabla 2.1? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cuál es?

5. Si escribimos dos cocientes (razones) de la relación de la tabla 2.1, por ejemplo, $\frac{6}{D}$ y $\frac{12}{15}$,

- a) ¿estos dos valores son iguales?
- b) ¿qué valor deberá tener la **D** para que esto suceda?
- c) ¿Cómo podrías verificar que esto es cierto?

6. Toma cualquier otra pareja de razones de la relación de la tabla 2.1 y verifica si son iguales.

Si deseamos expresar de manera general que dos fracciones son iguales lo podemos escribir de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \text{esta igualdad se cumple si } a * d = b * c$$

7. Considera este procedimiento para determinar el valor de **D** propuesto para la pregunta 5.

$$D =$$

8. Si analizamos la situación de un trabajador que laboró de enero a julio, devengando un salario de \$9,300 al mes. ¿Cuánto le corresponde por concepto de aguinaldo si por trabajar el año completo le pagaban 20 días de salario?

Actividad 2: Razones iguales

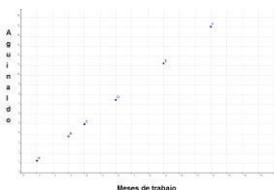
Desarrollo



Trabajo en equipo

Esta actividad tomará como base la Tabla 2.1 presentada en la actividad anterior, donde se registra la situación de algunos trabajadores, su estancia laboral y los días correspondientes como pago de aguinaldo según la LFT.

La siguiente gráfica representa la información señalada.



1. A partir de observar la gráfica, completen la tabla 2.2, que considera la situación de pago de aguinaldo de algunos trabajadores.

Meses trabajados	Días de aguinaldo
1	
2	

4	
7	
10	
12	

Tabla 2.2

A partir de esta tabla podemos formar parejas de números en forma de cocientes, las que anteriormente denominamos razones.

Así $\frac{4}{5}$, $\frac{12}{15}$, son dos de las razones que se pueden generar en la tabla.

2. ¿Escriban todas las relaciones de cocientes que se generan en la tabla? anota tus resultados en el recuadro. Contrasten su respuesta con la de sus compañeros.

¿Hay diferencias en los resultados que obtuvieron? Si la respuesta es afirmativa, ¿cuáles fueron esas diferencias?

3. Determinen cuántos días (**D**) de aguinaldo le corresponden a un trabajador por 7 meses de trabajo

Meses trabajados	Días de aguinaldo
7	D

D =

También se puede proceder relacionando dos razones sabiendo que son constantes de la siguiente manera

Meses trabajados	Días de aguinaldo
7	<i>D</i>
12	15

Queremos conocer el valor de ***D*** si sabemos que $\frac{7}{D} = \frac{12}{15}$ dado que ambos son iguales a una constante de proporcionalidad, podemos relacionar las dos razones de la siguiente manera

$$\begin{array}{ccc} 7 & \longrightarrow & \mathbf{D} \\ 12 & \longrightarrow & 15 \end{array}$$

Que normalmente se lee: *7 es a D, como 12 es a 15*

4. Formen el producto cruzado $7 \times 15 = 12 \times \mathbf{D}$, despejando obtenemos

$$\mathbf{D} =$$

De donde al hacer las operaciones nos queda $\mathbf{D} = 8.75$ que nos da el resultado que ya se había obtenido.

5. Siguiendo este último procedimiento obtengan los días que le corresponden a un trabajador como pago por concepto de aguinaldo ¿si trabajo 5 meses en el año?, y ¿si trabajo 11 meses?

Actividad 3: Regla de tres



Cierre



Trabajo individual

El procedimiento realizado en la actividad anterior es conocido como **regla de tres**, la cual es una herramienta que nos permite conocer un cuarto dato si sabemos los otros tres, Este método puede ser muy práctico y de mucha utilidad, siempre y cuando se tenga claro que las razones involucradas provienen de una relación de proporcionalidad directa.

Esta parte de la actividad te presenta dos situaciones donde se te pide que las resuelvas usando las herramientas que se han utilizado previamente, utilizando la igualdad de razones de ser posible y, si no es posible usarla, decir por qué no se puede.

1. El Sr. Felipe Maldonado se desempeñaba como operador técnico en “Industrias Los Seris”. Él laboró en la empresa del 1 de enero del 2009 hasta el día 15 de febrero del 2016. Por cambio de residencia presentó renuncia voluntaria. El artículo 87 de la LFT considera el pago proporcional por concepto de aguinaldo. ¿Cuánto le corresponde por este concepto si él tenía un salario de \$3,500.00 a la quincena?

Otro de los conceptos que se debe de considerar para pago al término de una relación laboral es el de vacaciones tal y como lo marca el siguiente artículo de la misma ley.

Artículo 76.- Los trabajadores que tengan más de un año de servicios disfrutarán de un período anual de vacaciones pagadas, que en ningún caso podrá ser inferior a seis días laborables, y que aumentará en dos días laborables, hasta llegar a doce, por cada año subsecuente de servicios.

Después del cuarto año, el período de vacaciones aumentará en dos días por cada cinco de servicios.

2. De acuerdo al artículo anterior ¿Cuántos días le corresponde de pago al Sr. Maldonado por concepto de vacaciones?, ¿Cuánto será el monto en dinero?, ¿Será el concepto de pago de vacaciones una relación de proporcionalidad directa?

Secuencia Didáctica 3

Actividad1 : Los impuestos

Inicio



Trabajo individual

La historia de los impuestos es casi tan antigua como la historia del hombre pensante. Desde las primeras sociedades humanas, los impuestos eran aplicados por los soberanos o jefes en forma de tributos, muchos de los cuales eran destinados para asuntos ceremoniales y para las clases dominantes.

Las primeras leyes tributarias aparecen en Egipto, China y Mesopotamia

Respecto a impuestos internacionales, los pueblos antiguos en sus relaciones con otras naciones tomaron a los impuestos como una forma de sujeción y dominio sobre los pueblos vencidos. Como ejemplo tenemos al Imperio Romano, el cual cobraba fuertes tributos a sus colonias, situación que permitió que por mucho tiempo los ciudadanos romanos no pagaran impuestos.

Los babilonios y asirios después de victoriosas campañas militares, levantaban monumentos indicando a los vencidos sus obligaciones económicas contraídas

En el México precolombino, se acostumbraba entregar a los aztecas bolas de caucho, águilas, serpientes y anualmente mancebos a los que se les arrancaba el corazón como parte de sus ceremonias religiosas

Los aztecas mejoraron su técnica de tributación, utilizaron a los calpixquis los cuales llevaban como signo distintivo o credencial una vara y un abanico en una mano y con la otra se dedicaban al cobro de tributos. Imponían fuertes cargas a los pueblos vencidos, situación que quedó asentada en los códigos pre y post cortesianos, mismos que muestran la infinidad de objetos, productos naturales como el algodón y los metales preciosos que eran utilizados como tributos.

El impuesto en la actualidad es una clase de tributo (obligaciones generalmente pecuniarias en favor del acreedor tributario) regido por derecho público. Se caracteriza por no requerir una contraprestación directa o determinada por parte de la administración hacendaria.

Los impuestos son cargas obligatorias que las personas y empresas tienen que pagar para financiar al estado. En pocas palabras: sin los impuestos el estado no podría funcionar, ya que no dispondría de fondos para financiar la construcción de infraestructuras (carreteras, puertos, aeropuertos, eléctricas), prestar los servicios públicos de sanidad, educación, defensa, sistemas de protección social (desempleo, prestaciones por invalidez o accidentes laborales), etc.

1. De acuerdo a lo anterior ¿consideras que todas las personas pagan impuestos, o solo las empresas tienen esta obligación?
2. ¿Podrías mencionar dos impuestos que se pagan al Estado?

En la actualidad, existen muchos impuestos, o cargas tributarias además de los que se mencionaron se puede señalar entre otros impuestos; impuesto al valor agregado IVA (que se encuentra en casi todos los productos), de aduanas, de peaje, prediales, impuesto por el trabajo realizado, por drenaje y alcantarillado, por alumbrado público, por la seguridad social, ISR, y así una larga lista.

Consideremos el impuesto al valor agregado IVA, este impuesto que se instituye en México a partir de 1980, ha sufrido con el tiempo modificaciones. Actualmente este impuesto considera dos tasas de aplicación en todo el país; 0% a las medicinas y productos alimenticios en su forma natural y algunos otros relacionados con estas actividades y 16% en los demás rubros.

Considera la siguiente situación:

3. La Sra. Fátima García, quiere comprar un carro en la Cd. de Hermosillo Sonora. El carro que le interesa tiene un valor sin IVA de 150,000 pesos.

Si nuestro trabajo fuera “llenar” la factura que correspondiera con esta compra del automóvil tendríamos algo como lo siguiente:

Importe	\$ 150,000.00
IVA 16%	\$
Total	\$

¿Puedes completar la facturación y dar el total de la compra?

En el recuadro siguiente realiza las operaciones que consideres para obtener lo que se solicita.

4. En la siguiente tabla se muestran diferentes cantidades que corresponden a precios de diferentes artículos sin el impuesto IVA. Calcula la cantidad correspondiente a este impuesto que es de 16% en cada caso.

Precio \$	100	150	300	450
IVA 16%				

5. ¿Consideras que la relación que se da entre las cantidades correspondientes es una relación de proporcionalidad?
6. ¿Cuál sería la constante de proporcionalidad en caso de ser una relación de proporcionalidad?
7. ¿Cómo se te ocurre que pudiéramos generalizar este resultado?, es decir, ¿Cómo podemos escribir una “fórmula” que nos permita obtener el porcentaje (IVA) de cualquier valor?

Actividad 2: Porcentajes

Desarrollo



Trabajo en equipo

Cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor 100, lo utilizamos en una amplia variedad de situaciones de la vida diaria.

En porcentajes la expresión “x%” es una manera alternativa de expresar la fracción $x/100$. En estas situaciones se suele utilizar el número 100, que es bien familiar, como referencia. Al situarlo como denominador de una fracción, su numerador nos indica qué porción de 100 representa.

Como se señaló en el párrafo anterior 16% es tomar 16 de cada 100 en los precios que se les calculo el IVA anteriormente, ya sea que hayas igualado dos razones o utilizado la regla de tres para completar los datos que se te solicitaron al llenar la tabla.

Consideremos la siguiente situación.

1. Anteriormente en México se exhibían los precios de artículos sin incluir el impuesto IVA, eso ha cambiado ahora los precios que nos muestran los comerciantes incluyen este impuesto.

Considera la siguiente tabla:

Precio sin IVA	\$ 90	\$ 180	\$300	\$ 540
Precio con IVA				

Una de las maneras de completar la información es proceder como en la tabla anterior, esto es, obtener el 16% del precio y después sumar esta cantidad al valor descrito para dar el precio con el IVA incluido.

2. ¿Podrías mostrar algún procedimiento que permita calcular directamente el precio con IVA? Argumenta lo que consideres.

Se tienen diferentes representaciones para expresar una cantidad, considera las siguientes situaciones y completa los espacios que están vacíos.

3. Completa la siguiente tabla con la información que se solicita.

Porcentaje de aumento	Cantidad inicial	Cantidad final
6 %	129	
%	846	990.6
62 %		1497.2
78 %		1492.6
253 %	624	
%	981	3398.85

4. Completa la siguiente tabla con las diferentes formas de representación de los porcentajes.

Porcentaje	Fracción o proporción	Forma decimal
7 %		
%	49/100	
%		.190
346 %		
%	89/20	
%		7.59

Actividad 3: Seguro Social



Cierre



Trabajo individual

Considera el siguiente artículo de la Ley del Seguro Social, referente a las aportaciones patronales, obreros y del Estado, consultada en Diario Oficial de la Federación, referente a las aportaciones patronales, obreras y del Estado.

Artículo 106. Las prestaciones en especie del seguro de enfermedades y maternidad, se financiarán de la forma siguiente:

- Por cada asegurado se pagará mensualmente una cuota diaria patronal equivalente al trece punto nueve por ciento de un salario mínimo general diario.
- Para los asegurados cuyo salario base de cotización sea mayor a tres veces el salario mínimo general diario; se cubrirá además de la cuota establecida en la fracción anterior, una cuota adicional patronal equivalente al seis por ciento y otra adicional obrera del dos por ciento, de la cantidad que resulte de la diferencia entre el salario base de cotización y tres veces el salario mínimo citado, y
- El Gobierno Federal, cubrirá mensualmente una cuota diaria por cada asegurado, equivalente a trece punto nueve por ciento de un salario mínimo general, la cantidad inicial que resulte se actualizará trimestralmente de acuerdo a la variación del Índice Nacional de Precios al Consumidor.
 1. El señor José Pineda planea abrir un negocio dedicado a la venta de material eléctrico, el Sr. Pineda quiere saber cuánto pagará por dos empleados que piensa contratar por concepto de este impuesto si cada uno de ellos ganará la cantidad de 200 pesos diarios.