“Apropiación del concepto de función lineal usando la programación con el software Scratch”

Ludovic Guillaume Florent Betton

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de:

Maestro en Matemáticas Educativas.

Director:

Doctor José Luis Díaz Gómez

Universidad De Sonora

Departamento de Matemáticas y Estadística

Hermosillo, Sonora, México

2016

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN 3
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS 5
1.1. Introducción 5
1.2. Planteamiento del problema y antecedentes 5
1.3. Justificación. 6
1.4. Objetivo 8
1.5. Objetivos Específicos 8
2. ELEMENTOS TEÓRICOS 10
2.1 Los registros de representación semióticas de Duval. 10
3. METODOLOGÍA Y DISEÑO DE ACTIVIDADES 14
3.1. Antecedentes de la muestra de estudiantes 14
3.2. Secuencia didáctica: fases 14
3.3. Fase inicial: da iniciación al proceso formativo 15
3.4. Fase de desarrollo 15
3.5. Fase de cierre de la secuencia (lo que se abre debe cerrarse): 16
3.6. Unidades didácticas diseñadas 17
Módulo 1: 17
Módulo 2: 19
Módulo 3: 39
Módulo 4: 47
4. Resultados: 52
4.1. Cuestionario sobre la función lineal. 52
4.2. Cuestionario sobre Scratch. 54
4.3. Resultados del Módulo 1 55
4.4. Resultados del Módulo 2 59
4.5. Resultados del Módulo 3 69
4.6. Resultados del Módulo 4 77
5. Conclusiones 86
Bibliografía 88

INTRODUCCIÓN

El trabajo que aquí se presenta tiene por objetivo lograr que los estudiantes se apropien de la noción de función lineal y sus características, con una secuencia didáctica, la programación y la construcción de algoritmos, animaciones interactivas con el software gratuito Scratch. La secuencia didáctica diseñada se convierte en una estrategia valiosa, que de forma interactiva aborda la enseñanza del concepto de función lineal a través de sus cuatro representaciones. Verbal, Numérica, Algebraica y gráfica.

Con esta práctica docente, queremos que los estudiantes adquieran un mejor aprendizaje del concepto de la función lineal, y su importancia en la modelación de situaciones problema, a través de un software libre para programar: el software Scratch.

El interés de los educandos hacia el uso de las computadoras, es una excelente oportunidad para provocar el desarrollo de competencias matemáticas, siguiendo los esquemas establecidos por la secretaria de educación Pública. De hecho La Secretaría de Educación Pública en México ha emprendido una serie de reformas en todos los niveles educativos que tienen en común la visión pedagógica del desarrollo de competencias. Particularmente en el bachillerato, se introdujo en el 2008 la Reforma Integral para la Educación Media Superior (RIEMS) y en ella se enfatiza este enfoque, no solamente atendiendo a las competencias genéricas a desarrollar tanto docentes como estudiantes, sino que se demanda el desarrollo de las mismas en cada una de las disciplinas que integran el currículum.

Se piensa que relacionar las actividades matemáticas con la realidad tiene un efecto importante sobre la estimulación cognitiva de los alumnos. En este sentido, nos parece fundamental usar una situación de la vida real para lograr la apropiación del concepto de función lineal por parte del alumno.

Uno de los modelos matemáticos de gran utilidad en el ámbito de las ciencias es la función lineal, la cual sirve para modelar diversos fenómenos de la vida real. Por tal motivo, el presente trabajo pretende favorecer la utilización de la función lineal como modelo matemático en una situación de la vida real promoviendo así el desarrollo de las habilidades y competencias de los estudiantes en la solución de problemas en la vida fuera del aula. Queremos que los alumnos inicien un proceso de modelización matemática que les permita dar solución a un problema planteado; descubran el potencial de la función lineal para modelar un fenómeno dado.

Este trabajo se divide en 4 capítulos importantes. En el primer capítulo se hace referencia al planteamiento del problema y la problemática que enfrenta el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de función lineal y se mencionan algunos antecedentes. En una segunda parte se justifica el trabajo: Se explica la línea que quisimos adoptar para este trabajo relacionado a la construcción de animaciones interactivas relacionado a la programación, así como a la apropiación del concepto de función lineal. Se presenta en este segundo capítulo el objetivo general así como los objetivos específicos.

En el segundo capítulo se abordan los elementos teóricos en los que se basa el presente trabajo. Se describe los registros de representación semióticas de Duval. Explicamos la importancia de abordar un problema dentro de diversos registros de representaciones semióticas: Verbal, algebraica, numérica, gráfica así mismo, la importancia de la articulación entre los registros y la importancia de trabajar en un mismo registro.

En el tercer capítulo presentamos la metodología del diseño de los módulos con sus diferentes fases: Fase de apertura, de desarrollo y de cierre así mismo presentamos los cuatro módulos con una descripción de cada pregunta, lo esperado por parte del profesor y lo que se piensa observar por parte del alumno.

En el capítulo 4, reportamos los resultados detallados de la puesta en escena de los 6 alumnos seleccionados, puesta escena que duró más de 10 horas. Se presentan los resultados obtenidos en cada actividad y se genera un proceso de discusión de resultados sobre ellas comparando estos resultados con lo esperado del capítulo 3.

Finalmente se cierra en el capítulo 5 con las conclusiones y la bibliografía.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

1.1. Introducción

El tema de las funciones en general y, en particular el tema de la función lineal es uno de los temas complicados de entender para el alumno y quizás uno de los temas más difíciles para los docentes de enseñar. (Sfard, 1991) distingue el carácter "operacional" de las funciones, enfatizándose sobre el cálculo de un valor de entrada y un valor de salida y el carácter "estructural" como objetos constituidos de conjuntos de pareja.

Apoyándose sobre análisis históricos, epistemológicos y cognitivos Sfard (1992) concluyó que la función es un concepto que los alumnos adquieren primero de manera operacional y luego estructural.Existen muchos trabajos de cómo enseñar el concepto de función, a los cuales los docentes pueden acudir para preparar sus clases. Pero con frecuencia los estudiantes no llegan a tener una comprensión del concepto.

(Alvarado, 2000) denuncian una falta de aprendizaje del concepto de función lineal debido al énfasis que se hace en la enseñanza de procedimientos algorítmicos y la falta de una enseñanza basada en la resolución de problemas.

Una técnica muy usada para enseñar las funciones lineales consiste en el uso de la computadora, pero en general se le pide al alumno capturar la ecuación de una función para poder visualizar su curva en la pantalla lo cual, a veces, no le permite avanzar en la comprensión del concepto. En este trabajo, nuestra propuesta consta de un acercamiento de construcción: a partir de un programa (Scratch) (software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades) queremos que el alumno construya un pequeño algoritmo para crear sus propias funciones lineales (y al mismo tiempo aprender las variables dependientes, independientes, gráficas etc.). Con esto se pretende promover la elaboración por parte del alumno de su propio programa para que en la construcción de este se enfrente con varios obstáculos (que le impidan que su programa se ejecute), de tal manera que al superar estos obstáculos, pueda comprender mejor el concepto de función lineal.

Este trabajo pretende promover el uso de la programación en el aula con el Scratch en la enseñanza del concepto, definición y explicación de funciones lineales mediante una propuesta didáctica basada en la construcción y visualización con estudiante de preparatoria.

La idea del trabajo surge de la necesidad de superar los errores y dificultades en el aprendizaje de los contenidos básicos del cálculo, en especial el concepto de función lineal.

1.2. Planteamiento del problema y antecedentes

Las matemáticas se han construida durante miles de años, y los conceptos matemáticos se han desarrollado bajo una problemática de la vida real. Sin embargo, una gran cantidad de profesores enseñan temas matemáticos sin relacionarlos con la vida real. El tema de función y particularmente, el tema de función lineal es uno de ellos.

La función lineal es uno de los conceptos de mayor importancia en el estudio de las matemáticas pues se considera fundamental para el estudio del Cálculo, posee muchas aplicaciones, en otras áreas tal como la física, la química, la economía etc...

Además conocer el concepto de función lineal promueve la comprensión de otros modelos que no se comportan de manera lineal. El concepto de función lineal permite modelar situaciones del mundo real, en las cuales se presenta la relación entre variables.

Una gran cantidad de autores en matemáticas educativas han desarrollado diferentes investigaciones relacionadas con la conceptualización del concepto de función, autores como ((Gutierrez, 2007), (Guzmán, 1998), (Planchart) , (Vásquez, 2009) entre otros, en sus investigaciones han hecho indudable como las representaciones semióticas de este concepto matemático se han enseñado a los estudiantes de forma desarticulada lo cual ha creado dificultades en la comprensión del concepto matemático, ya que ulteriormente le es difícil al estudiante unificar sus diferentes representaciones para procurarse un significado global.

Según Vasco (1999), en la enseñanza del concepto de función, la función lineal "se concibe como una fórmula estática ya establecida, como un producto acabado que requiere ser memorizada", lo que no debería ser.

"Aunque las Matemáticas son una gran construcción del hombre, producto de dos mil años de trabajo, es importante generar en el estudiante ese deseo de construir las matemáticas y no enseñarla como un producto acabado" (Vasco, 1999)

Es necesario que el estudiante reconozca la diferencia entre el concepto de función lineal y sus representaciones en los diferentes registros. Se considera que el estudiante se apropia del concepto función lineal, cuando realiza conversiones entre los diferentes registros de representación como lo expresa (Hitt, 1996) quien admite que un determinado conocimiento es estable en un individuo, si el individuo puede articular las diferentes representaciones del concepto sin contradicciones.

Según investigaciones (Montiel, 2009), (White, 2009)), los recursos tecnológicos, comúnmente llamados Tic contribuyen al aprendizaje de los conceptos matemáticos. Sin embargo la herramienta tecnológica por sí sola no contribuye al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje. Depende del maestro, de la claridad de lo que desea obtener en sus estudiantes.

Es por ello que el maestro del siglo XXI se enfrenta a un gran reto, ¿cómo desarrollar actividades para iniciar a los estudiantes a diferentes conceptos matemáticos con la ayuda de las Tic, para evitar la monotonía y estar al día con las exigencias tecnológicas del mundo?

1.3. Justificación.

Cuando empecé a trabajar con el tema de la función lineal, me di cuenta que esta noción constituye un elemento difícil de introducir debido a varios factores. En primer lugar, porque éste representa la primera aproximación de los estudiantes con el concepto de función. Por esta razón, me pareció importante proponer una nueva manera de abordar el tema de la función lineal, ya que las investigaciones en matemática educativa sobre el concepto de función nos muestran que éste es un concepto de difícil comprensión para los estudiantes.

En segundo lugar el concepto de función lineal relaciona una gran variedad de representaciones; como son la representación gráfica, la expresión algebraica, la tabular, y lengua natural. Estas representaciones son utilizadas en los textos y en los materiales de apoyo utilizados por los estudiantes y profesores al abordar el tema. Sin embargo, las investigaciones reportadas nos muestran que a los estudiantes se les presentan de forma desarticulada lo cual ha generado dificultades en la comprensión de este concepto matemático.

Es decir, me di cuenta que el problema de la enseñanza del concepto de función lineal en general era una problemática importante en la matemática educativa.

Para empezar a impregnarme de cómo se enseña el concepto de función lineal, estudié lo que los libros de textos proponen (libros de la escuela) y noté la abundancia de las actividades usadas para presentar esta noción. En los textos se aprecia que los modelos lineales son muy importantes en matemáticas porque permiten resolver aquellos problemas que se comportan linealmente. En muchos de los problemas de funciones observados subyace la idea de variación; la idea de una cantidad que varía al cambiar los valores de otra. De aquí el interés mostrado por algunos investigadores, en explicar las dificultades de aprendizaje enfrentadas por los estudiantes para entender las nociones relacionadas con las funciones lineales.

En este trabajo, la noción del concepto de función lineal se construye mayormente en base a problemas de la vida diaria, así que me pareció importante dar este enfoque en las actividades propuestas para que el alumno vea la importancia de la herramienta función lineal. Frente a esta abundancia de actividades en los libros de texto, una pregunta sencilla me vino a la mente:

¿Cómo abordar el tema de función en el primer año de bachillerato? ¿Cómo superar los obstáculos y dificultades en el aprendizaje de esta noción?

En el primer año de bachillerato el capítulo “función” tiene una gran importancia en el currículo, y particularmente la función lineal. Es en este primer año donde se define de manera formal el concepto y es cuando el maestro da al alumno una herramienta que tendrá que utilizar durante sus estudios de preparatoria y universidad.

Frente a esta responsabilidad, me pareció importante dar un enfoque distinto a la apropiación de esta noción. Los diferentes registros de representación son, sin duda, un punto central en el aprendizaje del concepto de función. Por lo tanto, me parece indispensable crear actividades que conduzcan al alumno a realizar registros de representación y conversiones de un registro a otro.

A pesar de la abundancia de las actividades y las diferentes maneras propuestas en los libros de textos, los estudiantes no logran entender bien lo que es la función lineal. Por eso, en un segundo tiempo me pregunté: ¿No existirá otra manera de abordar el concepto de función lineal? ¿Una manera atractiva, original?

De acuerdo con investigaciones relacionadas con el impacto de las nuevas tecnologías (Montiel, 2009), (White, 2009)), las influencias de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas favorecen una nueva forma de aprender, en donde los estudiantes tienen la oportunidad de participar activamente en su propio aprendizaje, interactuando con estas.

El siglo XXI está influenciado por el uso de las Tecnologías informáticas que llamamos Tics, donde las computadoras con sus numerosas aplicaciones están librando una función importante por las ventajas que representan, tanto para la explicación de los conceptos como para su apropiación. A medida que ha avanzado la tecnología, paralelamente se ha tratado de descubrir métodos efectivos que faciliten de manera significativa el proceso enseñanza aprendizaje.

Quizás por ello es que en la actualidad se encuentran tantos software educativos cuya función primordial es contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Según (Islas Torres), el uso de la tecnología en el aula, permite una mejor interacción entre docentes y estudiantes, facilitando la capacidad de adquirir nuevos conocimientos y enriqueciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El uso de la tecnología para enseñar matemáticas debe ser muy cuidadoso pues si no se tiene una visión clara de lo que se pretende, el resultado puede quedar muy lejos de un aprendizaje con mayor significado. Por ejemplo, una técnica muy usada para enseñar funciones consiste en el uso de un software de graficación, pero en general se le pide al alumno capturar la ecuación de una función lineal para poder ver su representación gráfica en la pantalla. Si el estudiante solamente ve una recta en la pantalla sin poder hacer conjeturas, reflexiones y quizás deducciones, será difícil que avance en la comprensión del tema. Algunos investigadores mostraron que por medio de la tecnología, y construyendo los objetos, el alumno puede llegar a un nivel cognitivo alto permitiéndole un aprendizaje significativo de la función lineal. Según (Jonassen, Carr, & Yue, 1998), no se debe pasar por alto que los estudiantes aprendan más construyendo materiales de instrucción que consultándolos.

En los últimos 5 años, una materia hizo su aparición en el currículo de muchas escuelas de diferentes países en el mundo: La programación. Me parece fundamental enseñar a los estudiantes a programar ya que con la programación, desarrollan su capacidad de abstracción y sus habilidades lógicas, y entran en un proceso de construcción del conocimiento etc. Según Jonassen, Carr & Yue, (1998), no se debe pasar por alto que los estudiantes aprendan más construyendo materiales de instrucción que consultándolos.

La idea de la introducción de la programación en el ámbito escolar no es nueva. Papert, pionero de la inteligencia artificial, crea el lenguaje de programación *Logo* en 1968. El programa *Logo* es un instrumento didáctico que permite al alumno construir su conocimiento. Papert trabajó con Piaget en 1960 y fue uno de sus discípulos más fieles. Con el proyecto *Logo*, Papert quiere poner en marcha las ideas de Piaget por medio de la informática. (Seymour Papert, 1991)considera el error como indispensable en el aprendizaje y desarrolla mucho este concepto de sucesión de intentos-errores para cambiar el juicio que tiene el niño del error. Para Papert es muy importante el hecho que *LOGO* no puede penalizar el error como lo hacen los docentes en varios casos y con ello desaniman los niños a construir sus propias teorías.

En su proceso de aprendizaje, los niños construyen teorías, modelos que quizás no funcionan pero les sirve para construir modelos que sí lo hagan. Papert demuestra, apoyándose de los trabajos de Piaget, que esas « teorías erróneas » que elaboran los niños son necesarias para aprender a pensar. Recientemente, Retomando las ideas de Papert , Resnick propone con un nuevo software parecido a Logo.

Así, una idea surgió: ¿Porque no enseñar el concepto de función lineal a través de la elaboración de algoritmos, a través de la programación?

1.4. Objetivo

Diseñar una secuencia didáctica, interactiva incorporando el software Scratch para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje y la apropiación del concepto de función lineal mediante una aplicación de una situación problema de la vida real.

1.5. Objetivos Específicos

1. Elaborar un tutorial básico centrado en la familiarización del software Scratch.
2. Diseñar una secuencia didáctica aplicando el concepto de función lineal en el análisis, interpretación y solución de una situación real usando el software Scratch.
3. Diseñar una secuencia didáctica en el entorno Scratch que permita tabular, graficar, analizar y manipular algebraicamente funciones lineales en una situación problema con estudiantes de primer grado de preparatoria.
4. Identificar los elementos y las características de las funciones lineales a través del diseño de una secuencia didáctica usando el software "Scratch".

5. Crear actividades situaciones problemas de la vida real, promoviendo la transición entre los diferentes registros de representación semióticas a través de la elaboración de algoritmos con el programa Scratch.
6. Promover las interacciones entre los estudiantes y ver si estas interacciones favorecen el aprendizaje del concepto de función lineal.
7. Promover la conversión de registro con problemas abiertos de programación y ver si estos problemas abiertos contribuyen a la apropiación del concepto de función lineal y favorece las interacciones.

2. ELEMENTOS TEÓRICOS

2.1 Los registros de representación semióticas de Duval.

La enseñanza de las matemáticas nos lleva muchas veces a hacer analogías, comparaciones o "tratar el problema de otra manera" para explicar un concepto. ¿Qué profesor no ha usado dibujos de pizzas para explicar fracciones? ¿Qué profesor no ha usado una gráfica para explicar sistemas de ecuaciones?

Cuando los docentes usan ejemplos de la vida cotidiana para ilustrar los conceptos matemáticos, motivan más a los estudiantes. Pero dar sentido a conceptos matemáticos usando ejemplos interesantes, comparaciones o analogías no es tarea fácil.

La noción de representación semiótica definida por Raymond Duval, es interesante para entender la forma en que los estudiantes manipulan los objetos matemáticos, como las rectas, los círculos, números, funciones, etc. que no son objetos físicos o reales y entonces para usarlos necesitamos representaciones.

Las representaciones mentales de un objeto matemático son construcciones mentales realizadas en un contexto particular y con fines específicos. Corresponden a las concepciones de un individuo sobre un objeto, una situación y lo que está asociado a esta situación. (Duval R. , 1998)

Podemos definir las representaciones semióticas como producciones constituidas por el uso de signos que pertenecen a un sistema que tiene sus propias reglas de funcionamiento. Un objeto matemático puede tener varias representaciones semióticas.

Por ejemplo, el objeto matemático « recta » tiene varias representaciones semióticas, el lenguaje, una gráfica, una ecuación, una tabla.

La semiosis es cualquier forma de actividad, conducta o proceso que involucre signos. Incluyendo la creación de un significado. Es un proceso que se desarrolla en la mente del intérprete; se inicia con la percepción del signo y finaliza con la presencia en su mente del objeto del signo.

(Duval R. , 1998) nos dice que un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

1) La presencia de una representación identificable.
2) El **tratamiento** de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...
3) La **conversión** de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...". Es decir con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones.

Según Duval, para entender los objetos matemáticos y no únicamente sus representaciones, es necesario que los estudiantes dominen un mismo objeto en varios registros de representación semióticos y que además se coordinen. Entender un objeto matemático es, según Duval, la capacidad de reconocerlo dentro de mínimo dos registros. La **conversión** de una representación semiótica a otra, da la oportunidad de aprehender el invariante. Esto es el concepto.

La dificultad viene de la coordinación de los registros.

La coordinación consiste en la movilización y la articulación "inmediatas" de los registros de representación semiótica y supone como condición principal la discriminación de las unidades significantes a poner en correspondencia en cada registro (Duval, Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales., 1999)

Convertir una representación de un registro en la representación correspondiente en otro registro, puede resultar una gran dificultad a los estudiantes. Raymond Duval insiste sobre la necesidad de desarrollar actividades específicas que le permitan al alumno pasar de un registro a otro para adquirir un sentido a su aprendizaje, lo cual presentamos en la parte de actividades.

El estudio epistemológico de las funciones según la óptica de Duval permite destacar cuatro tipos de registros de representación: lenguaje, algebraico, gráfico y numérico. Duval insiste sobre la importancia que el alumno no confunda el objeto matemático, que es la función, con una de sus representaciones. Según Duval, este fenómeno tiene más probabilidad de surgir si se estudian de manera separada cada una de sus representaciones o si solo se presenta un solo registro.

La noción de función lineal puede representarse en diferentes registros. En el registro verbal la función lineal se presenta mediante una descripción en lenguaje natural; en el registro tabular la función lineal es representada por medio de una tabla de valores, en la cual se ponen en correspondencia las variables; en el registro grafico una función lineal se puede representar por medio de una línea recta (Continua o no) en el plano cartesiano; en el registro algebraico la función lineal se representa por medio de una expresión algebraica o fórmula, que permite calcular la imagen f(x) para toda x correspondiente al dominio de la función. La coordinación de varios registros es un medio para remediar esta dificultad.

¿Cómo sujetos en fase de aprendizaje no podrían no confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas si ellos sólo pueden tener relación con las representaciones semióticas? La imposibilidad de un acceso directo a los objetos matemáticos, fuera de toda representación semiótica, vuelve la confusión casi inevitable. Y, por el contrario, ¿cómo pueden ellos adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos, necesariamente ligados con las representaciones semióticas, si no tienen ya un aprendizaje conceptual de los objetos representados? Esta paradoja es aún más fuerte si se identifican actividades matemáticas y actividades conceptuales y si se consideran las representaciones semióticas como secundarias o extrínsecas. (Duval, Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. , 1993)

Acabamos de nombrar los diferentes tipos de representaciones de una función lineal. A partir de ahí, pensé en destacar las actividades pensando en estos cuatro tipos de representaciones, para responder a una problemática real en la apropiación del concepto de función.

Primera representación: El lenguaje:

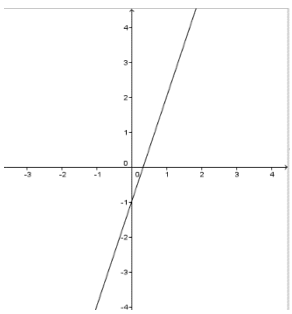
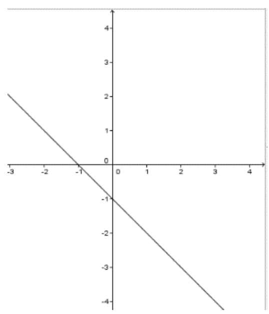
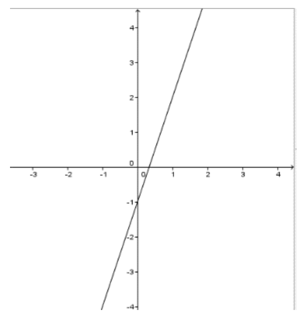
En muchos contextos, el lenguaje puede ser un medio de enfrentar los obstáculos. El análisis de libros muestra la importancia de éste. Dentro de estos cuatro registros, el lenguaje verbal es el segundo registro más frecuente en las actividades en los libros de texto I citar). En la mayoría de los casos, el lenguaje interviene para que el alumno dé sentido a la noción de función. (Traducción de fenómenos, variaciones, lecturas, interpretaciones gráficas etc…). Así, el maestro da la oportunidad a los estudiantes de ver realmente la utilidad de una función. Traduciendo por su lenguaje propio lo que puede observar a través de otros registros, el alumno adquiere poco a poco una mejor aprehensión de este objeto y quita a este mismo objeto su lado abstracto. En particular, como lo hemos visto anteriormente, el registro de representación semiótica "fórmula o algebraico" queda vacío si se ve de manera aislada. El lenguaje le dará un sentido y podrá valorar su utilidad. Esto es válido también para los otros registros. En resumen, un registro de representación adquiere fuerza si está ligado con el registro del lenguaje.

Registro algebraico (fórmula) y gráfico:

Observamos un riesgo importante de que el alumno confunda una función con su representación. La fórmula algebraica esta vista en general como una “etiqueta”, es como el nombre de la función. ($y = 2x + 1, y = -3x - 1, y = 4x + 4\ etc$ …)

La gráfica es, para los estudiantes, algo inconcreto. Es como una imagen de la función, su “retrato”.

Ejemplos:

Destacamos algunos elementos que nos permiten dar herramientas al alumno para que pueda entender el significado de estos modos de representaciones. Pero el problema aquí, no es únicamente la noción de “significado” sino que el alumno tenga en mente que una función no es una gráfica o una formula sino una invariante entre la articulación de las unidades significativas de los correspondientes registros de representación semióticas. Por esta razón diseñamos actividades que pudieran orientar a los estudiantes sobre este punto.

Tabla numérica:

La tabla numérica es el primer modo de representación que apareció en la historia de la función lineal. Es también el modo más usual entre los estudiantes de preparatoria que trabajan con él desde la primaria. Sin embargo, este modo de representación presenta un riesgo: El de considerar una función como una sucesión de números. Quita a la función su carácter variacional, dinámico. Entonces, se construye la gráfica asociada a esta tabla numérica, pero se puede presentar un riesgo: Concebir la gráfica de manera “discreta”, es decir dar crédito nada más a los puntos dados. Una manera de minimizar este problema es que intervenga el lenguaje para integrar la noción de dependencia, de variación. Una lectura de la gráfica elaborada a partir de la tabla numérica ligada al problema inicial, podría ser una solución para atenuar este riesgo. Así, parece claro que no serviría estudiar una tabla numérica y trazar su gráfica sin efectuar una interpretación dinámica. Este punto se tomara en consideración en la elaboración de las actividades.

Ejemplos del registro numérico

Función afín	
Valor de x	Valor de Y
3	7
4	9

Función lineal	
Valor de x	Valor de Y
0	0
1	4

5	11
6	13
7	15
8	16

2	8
3	12
4	16
5	20

3. METODOLOGÍA Y DISEÑO DE ACTIVIDADES.

3.1. Descripción de la muestra de estudiantes

Para la puesta en escena, seleccionamos a 6 estudiantes de un grupo de 23 alumnos. Estos alumnos estaban, al momento de la puesta en escena en la materia de matemáticas 2 de la Preparatoria del tecnológico de Monterrey, Campus Sonora Norte. Para seleccionarlos, aplicamos un test general sobre la función lineal a estos 23 alumnos, que se presenta más adelante. Después de la evaluación del test decidimos seleccionar dos alumnos que parecían tener buenas nociones de la función lineal, dos que parecían tener nociones regulares del concepto y dos que carecían de conocimientos sobre dicho concepto. Para complementar información sobre el desempeño de los alumnos se entrevistó al maestro que impartía el curso de matemáticas el cual nos confirmó que los dos que tenían buenos conocimientos tenían un buen desempeño en el aula, los dos que tenían nociones regulares tenían un desempeño regular y los que carecían de nociones sobre la función lineal tenían un desempeño bajo en el aula. Cabe mencionar que los alumnos que tenían un desempeño bajo mostraban también en el salón de clase poca atención y una falta de motivación. Aparece en la materia de matemáticas 2, por primera vez en el programa de la escuela, el capítulo de función lineal. Se realizó la puesta en escena antes que estos seis alumnos hubieran visto el tema de función lineal. Los alumnos habían visto anteriormente el concepto de función lineal en secundaria así que era factible que tuvieran conocimientos. En término de género, se tiene equidad en la muestra: Tres alumnas y tres alumnos. El maestro aquí tiene como rol ser observador e investigador de este trabajo de tesis.

3.2. Secuencia didáctica: fases

Hemos visto que los primeros trabajos de funciones se hicieron para responder a problemas concretos de la vida real. Por lo tanto, parece natural que el primer contacto con la función lineal sea alrededor de una situación de la vida real.

Tal como lo enuncia el objetivo general de este trabajo, para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje y la apropiación del concepto de función lineal así como su aplicación en la solución de situaciones problema de la vida real, se han diseñado módulos didácticos e interactivos incorporando el software Scratch.

Una pregunta inicial nos vino a la mente ¿qué estrategias se deben utilizar para la enseñanza del concepto de función? Una enseñanza que debe fomentar aprendizajes significativos y constructivos de los estudiantes.

Esta secuencia didáctica se divide en fases, cada una de las cuales cumple funciones distintas en el proceso de *enseñanza y aprendizaje* y, por consiguiente, tiene características diferentes. Las fases de esta secuencia se pueden considerar desde la perspectiva de la enseñanza o del aprendizaje. ¿Cuál es la diferencia entre uno y otro punto de vista? ¿Cómo se relacionan entre sí? ¿Cuáles son las características y las funciones de cada una de las fases?

- **Fase inicial o de apertura**, en la cual los estudiantes deben ponerse en situación de aprender.
- **Fase de desarrollo**, en la que se realizan los aprendizajes.
- **Fase de síntesis o cierre**, en la que estructuran y se consolidan los aprendizajes.

Tomando en cuenta los lineamientos curriculares, los estándares y competencias básicas en el área de matemáticas según lo establecido por Secretaria de Educación pública (SEP, 2011) y, con el fin de facilitar la apropiación del concepto función lineal en los estudiantes de bachillerato, esta propuesta se cristaliza mediante el diseño de módulos didácticos interactivos con el software Scratch -a los que llamaremos Módulos- para cada una de las fases, que permiten integrar de forma más ágil elementos fundamentales de las funciones tales como conceptos, manejo algebraico, numérico, tabular y gráfico, haciendo posible la profundización en la transferencia de estos elementos en el análisis y solución de situaciones problema.

Los módulos didácticos contienen animaciones interactivas programadas con Scratch. En consecuencia, para la utilización y desarrollo de los módulos es necesario tener instalado dicho software en el PC. El programa Scratch está disponible a esta dirección: https://scratch.mit.edu/

Descripción de las fases.

3.3. Fase inicial: da iniciación al proceso formativo

La fase inicial crea las bases del proceso formativo que se irá desarrollando. Es importante dedicar el tiempo suficiente a esta fase para que, a lo largo de las fases siguientes, el trabajo educativo se sustente en un punto de partida adecuado.

La presentación del tema o unidad de trabajo: Al iniciar un tema o una unidad de trabajo, el profesor necesita explicar de que se tratará, tiene que presentar o introducir el tema. El maestro debe retomar los conocimientos previos para enfrentarlos con los nuevos conocimientos que surgirán en la secuencia didáctica. En esta parte se intentará causar motivación a los estudiantes, haciéndoles ver el interés del tema, despertando curiosidad, estimulando a crear expectativas positivas.

Precisamente en nuestro módulo 1, se presenta una situación de la vida real: Un ciclista recorre un camino a velocidad constante, es decir con un movimiento uniforme. Esta actividad empieza con una tabla de datos. Sin embargo,

¿Sabrán los estudiantes qué es un movimiento uniforme? ¿Acelerado? ¿Desacelerado? ¿Tendrán algunas nociones de lo que es un movimiento?

El propósito del primer módulo es, que los estudiantes utilicen una animación interactiva en Scratch para que analicen los movimientos de dos ciclistas durante un recorrido por el campo.

La dinámica de la actividad se conduce de la siguiente manera: Se harán una serie de preguntas a los estudiantes que tendrán la libertad de responder lo que se les ocurra. El profesor discutirá las preguntas y las respuestas con los estudiantes para hacerlos reflexionar sobre el movimiento y las tablas de valores. También tratará de particularizar cada situación y discriminar algunas situaciones para resaltar los elementos más importantes.

A veces parecemos olvidar algo elemental: las primeras experiencias influyen y condicionan las posteriores, así que es muy importante la fase de apertura de una secuencia didáctica.

Fase de desarrollo

La fase de desarrollo es la más extensa de la secuencia didáctica: En ella se desarrollan actividades para el aprendizaje que van ayudando a la construcción del objeto matemático en cuestión. En esta fase, hay que prever estrategias que faciliten un aprendizaje con sentido. En nuestro caso los estudiantes tienen que "programar", elaborar algoritmos para dar sentido a la situación.

En general, no es tarea fácil modificar la concepción del error de los estudiantes. Ellos lo ven como algo que hay que evitar y esconder. Al contrario, según Papert es esencial cometer errores para poder aprender. La idea de aprender programando nace de esto. Al programar el alumno comete errores por lo cual no corre su algoritmo. Así, tiene que modificar el algoritmo para que corra el programa y así contestar a la pregunta. El módulo 2 se constituye de dos fases de desarrollo y de dos fases de cierre.

3.4. Fase de cierre de la secuencia (lo que se abre debe cerrarse):

La última fase de la secuencia didáctica es muy importante. No basta con un buen inicio y una fase de desarrollo en la cual se han ido trabajando distintos contenidos. Para cerrar el proceso se requiere realizar una síntesis, recapitular e interrelacionar los contenidos que se han ido trabajando a lo largo del tema. La idea de esta sección es que el estudiante pueda verbalizar lo qué aprendió y que tiene claro al final de la sesión.

Los módulos diseñados son abordados desde una perspectiva de cambio de registros (numérico, algebraico, verbal, gráfico).

Es así como además de abordar las temáticas de función lineal de forma secuencial, se incluyen otras nociones como la función seccionada, el dominio y rango de funciones.

Hay un aspecto muy importante a tener en cuenta para lograr un aprendizaje significativo: la MOTIVACIÓN EN EL AULA DE CLASE; Según (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1983).

a) La motivación es tanto un efecto como una causa del aprendizaje.
b) Elévese al máximo el impulso cognoscitivo despertando curiosidad intelectual, empleando materiales que atraigan la atención.

Tiene que ser claro que la motivación es un elemento fundamental en el aprendizaje y se propone utilizar el programa “Scratch”, como herramienta motivadora.

El módulo 3 está constituido de la misma manera, es decir, dos fases de desarrollo y dos fases de cierre.

Scratch es una iniciativa del MIT (Massachusets institute of tecnology) cuyo fin es enseñar a todo niño o persona interesada en programar a través de un entorno de aprendizaje adaptado para esta dinámica y totalmente gratuita, llevando la democratización de la red y del aprendizaje un paso más allá.

El módulo 4 entra en otra dinámica, ya que son problemas abiertos donde el alumno, para poder programar, tendrá que usar los conocimientos aprendidos en los módulos anteriores.

Antes de hacer el pilotaje de estas actividades con los estudiantes, se hizo un taller de preparación al programa Scratch, taller que duró 4 horas.

Este taller fue obligatorio para que los estudiantes pudieran hacer las actividades, los estudiantes debían conocer el programa. Se aplicó una semana después un cuestionario sobre Scratch para conocer si estos estudiantes eran capaces de crear algoritmos para responder a un problema.

Anteriormente a la puesta en escena, se aplicó un cuestionario sobre la función lineal, con el propósito de conocer el manejo de los registros de representación y de algunos conceptos relacionados con la función lineal.

Cabe mencionar aquí que en nuestra secuencia didáctica el módulo 1 corresponde a la fase de apertura, el módulo 2 y 3 contienen cada uno 2 fases de desarrollo y dos fases de cierre y el módulo 4 corresponden a un módulo abierto de programación así que no contiene en si estas fases.

3.5. Unidades didácticas diseñadas

Las situaciones problema que se presentan en los módulos toman en cuenta a los registros de representación, al aprendizaje significativo de Ausubel, y al trabajo de guías didácticas desarrolladas por fases. A continuación se hace una descripción de los módulos diseñados.

Módulo 1:

El módulo 2 presenta una tabla de valor que va a llevar al alumno a conocer poco a poco el movimiento uniforme por medio del programa Scratch. Sin embargo, nos preguntamos: ¿Sabrán los estudiantes que es un movimiento uniforme? ¿Acelerado? ¿Desacelerado? ¿Tendrán algunas nociones de lo que es un movimiento?

La idea de este módulo 1 es, por medio de una situación en Scratch, que los estudiantes puedan analizar los movimientos de dos ciclistas sobre un recorrido.

Esta actividad promueve: Hacer una serie de preguntas a los estudiantes quien contestarán mal o bien, así mismo el profesor tratara estas preguntas con los estudiantes para hacerlos reflexionar sobre el movimiento y las tablas de valores. Queremos dar a los estudiantes una cierta libertad de acción respecto a sus preguntas. Este debe ser libre de responder lo que se le ocurre y el maestro contestar para particularizar cada situación y discriminar algunas situaciones para resaltar los elementos más importantes.

A continuación mostraremos en negritas y numeradas las preguntas que se hacen en el módulo 1 y comentarios respecto a lo que se espera del estudiante.

1. Abre el archivo llamado "simulación": Presiona la banderita verde y luego la tecla espacio. ¿Qué observas? ¿Que cambia?

En esta simulación, vemos dos ciclistas recorriendo un camino con subidas y bajadas. Hay letras que simulan una etapa del recorrido. Uno va más rápido que otro. Vemos que los dos ciclistas cambian de velocidad en función del lugar que se encuentran. A veces aceleran y a veces desaceleran y otras veces su velocidad no cambia. Queremos que el alumno identifique los cambios de velocidades a lo largo del camino. Queremos que el alumno use las palabras "tiempo", "distancia", "cada vez más lento", "cada vez más rápido", "velocidad mayor", "velocidad menor","aceleración","desaceleración" para familiarizarlo con el lenguaje adecuado al movimiento. Al preguntar esto, los estudiantes tienden a decir lo siguiente:

"Dos ciclistas que suben a un cerro. Suben por líneas"

"El de atrás va a un velocidad constante. El primero agarra más velocidad."

"El de atrás va a un velocidad constante. El primero agarra más velocidad."

-"El de atrás va a un velocidad constante. El primero agarra más velocidad."

" Un ciclista va más rápido que otro, y el de enfrente va más rápido en la bajadas.

Con estas preguntas, nos damos cuenta que el alumno no habla por sí mismo de movimiento y no logra usar el vocabulario adecuado. Peor, tiene una idea errónea del movimiento de los ciclistas. La pregunta se enfoca al movimiento para que el alumno, junto con el maestro analice el movimiento de los ciclistas.

2. ¿Describe el movimiento de los ciclistas?

Esta pregunta viene reforzar la pregunta anterior ya que pocos estudiantes pueden expresarse en términos de movimientos. El profesor tiene que hacer preguntas al alumno para provocarlo y hacer que el alumno hable sobre el movimiento. Otra vez queremos que el alumno diga las palabras:

tiempo", "distancia", "cada vez más lento", "cada vez más rápido", "velocidad mayor", "velocidad menor","aceleración","desaceleración"

Un alumno podrá decir: "*uno iba más rápido que otro, en las partes que tenía que subir iba más lento y donde baja va más rápido"* y entonces el maestro tendrá que preguntar al alumno porque afirma esto, ¿qué le permite decir esto etc...? ¿Porque uno va más rápido que otro? El alumno tiene que cuestionarse.

Para (Glaserfeld, (1981)), padre del constructivismo radical, el aprendiz no tiene otra alternativa que construir lo que conoce sobre la base de su propia experiencia. El conocimiento entonces es construido a partir de las experiencias individuales. Todos los tipos de experiencia son esencialmente subjetivos, y aunque se puedan encontrar razones para creer que la experiencia de una persona puede ser similar a la de otra, no existe forma de saber si en realidad es la misma.

Por lo tanto, en esta actividad estamos observando que tipo de conocimiento ha construido el alumno respecto a sus experiencias.

Queremos llevar el alumno a que entienda que un ciclista va más rápido que otro porque recorre una distancia mayor en un mismo tiempo. Que a veces acelera, a veces desacelera etc... Para estudiar más el movimiento acelerado y desacelerado veremos la pregunta 3 y 4:

3. ¿Cómo es el movimiento en la última parte de C y en la primera parte de D?

4. ¿Cómo es el movimiento en la última parte de E y en la primera parte de F?

En la última parte de C el ciclista acelera ya que va bajando y al inicio de la parte D, va desacelerando ya que empieza una cuesta. Igual, cuando inicia la parte F, tiende a acelerar ya que empieza una bajada.

Si el alumno no contesta lo esperado, el maestro debe provocar el alumno preguntando por ejemplo:

¿El ciclista lleva la misma velocidad en C y en D? ¿Sobre cuál etapa va más rápido? ¿Si va más rápido en una que otra, que pasa entre las dos?

En una cierta parte, los estudiantes están aquí en una situación de acción ya que emiten conjeturas, prevén, y tratan de explicar la situación.

Además, organizan las estrategias a fin de construir una representación de la situación que les sirva de modelo y les ayude a tomar decisiones.

5. ¿Qué variables usaste para describir el movimiento del punto anterior?

Las variables que se usan para describir el movimiento son la distancia y el tiempo. Puede ser la velocidad también o la aceleración. La mayoría de los estudiantes suelen decir: La subida, la bajada, la bicicleta y olvidan completamente los términos con los cuales expresan el movimiento. Esta pregunta nos permite introducir la noción de variable, noción fundamental en el estudio de funciones. Como las preguntas anteriores, es al maestro de provocar el alumno para que empiece a entrar en campo lexical de las funciones. Varios estudiantes entienden como variable una incógnita y asignan siempre la variable a una letra denotada x. Por lo cual es importante que el alumno entienda que una variable puede representar una cantidad. De hecho, según varios libros de texto de secundaria, una variable es un símbolo constituyente de un predicado, fórmula, algoritmo o de una proposición. El término «variable» se utiliza aun fuera del ámbito matemático para designar una cantidad susceptible de tomar distintos valores numéricos dentro de un conjunto de números especificado.

6. Elabora una tabla numérica que describe el movimiento

Esta pregunta puede desconcertar a la mayoría de los estudiantes, ya que para hacer una tabla de datos, se necesitan datos y aquí no aparecen claramente…Sim embargo queremos promover la creatividad del alumno. Esperamos que el alumno pregunte: ¿Cuál es la distancia del recorrido? El maestro podrá contestar un número (1km, 20 km, 50 km). El alumno podrá usar el contador que aparece arriba de un ciclista para empezar a crear una tabla. También podrá usar las letras que corresponden a una etapa y así construir una tabla:

Etapa	A	B	C	D	E	F	G
Tiempo (en segundos)	5	7	4	12	3	1.5	1

En este proceso de devolución, el maestro podrá comunicar las distancias de cada etapa para que el alumno pueda modificar la tabla y llegar a construir una tabla que contiene la distancia y el tiempo. El maestro podrá también preguntar a los estudiantes que debe ser la distancia de cada etapa para que la simulación tenga un sentido respecto a la vida real y podrá introducir la noción de velocidad.

A continuación queremos llevar el alumno a estudiar un pequeño pedazo, el pedazo A donde la velocidad es uniforme. Queremos que el alumno analice la situación.

7. ¿Abre el archivo simulación 2: Este archivo representa la simulación de la carrera de un ciclista sobre el pedazo A. ¿Qué puedes decir?

8. ¿Puedes hacer una tabla de datos?

Esperamos que el alumno vea que los dos ciclistas van a una velocidad constante pero que uno va más rápido que otro. Los dos ciclista llevan un cronometro. El maestro podrá preguntar: ¿Porque va más rápido el primero? La respuesta esperada seria: “va más rápido porque recorre la misma distancia en menor tiempo.” El maestro debe evitar el efecto Topaze y nada más, debe, por medio de preguntas, orientar el alumno y conseguir que diga esta frase.

El entorno tiene arboles espaciados de la misma distancia. Esto tiene por objetivo que los estudiantes tengan una referencia, una marca para elaborar una tabla numérica. Podrán suponer una distancia del pedazo A y si no logran hacerlo, el maestro podrá dar un número como 600 metros. Así, el alumno podrá deducir la distancia entre cada arboles (120 metros). La tabla podrá quedar de esta manera: (Para el primer ciclista)

Distancia	120	240	360	480	600
Tiempo	4	8	12	16	20

Módulo 2:

Enseñamos a los niños a leer para que continúen su aprendizaje leyendo. Enseñamos a los niños a programar para que sigan su proceso de aprendizaje programando. (Resnick).

En esta secuencia didáctica, queremos que el alumno llegue a construir el objeto "función lineal" programando por medio del programa Scratch vía una sucesión de algoritmos y pasando por los cuatros registros de representaciones semióticas (Numérica, verbal, algebraica, gráfica). La idea de esta actividad 1 y 2 es que el alumno pase de un registro a otro, lo que Duval llama conversión. Duval define la conversión de una representación como una actividad cognitiva que consiste en "la transformación de esta representación a una representación en otro registro conservando la totalidad o solamente una parte del contenido de la representación inicial" (Duval, 1998).

Diferenciamos en la actividad 1 y la actividad 2 la función lineal en dos partes: en la actividad 1, tratamos la función que de hecho llamamos lineal, es decir, cuando dos variables están en proporción directa ($f(x) = mx$). En la actividad 2, tratamos la función afín, es decir, ($f(x) = mx + b$.)

Según (Brousseau, 1998), los estudiantes no deben solamente aprender definiciones, teoremas, técnicas, y recordar los problemas o los métodos usados para resolverlos, sino que deben ser capaces de desarrollarse en un problema nuevo: plantearse preguntas, discutir las preguntas, proponer soluciones y discutir su pertinencia.

En la actividad 1, el problema empieza con un ciclista que inicia un recorrido desde un punto de partida ubicado a 158 km de una meta. La distancia recorrida desde el punto de partida se registra en una tabla. Se registra también en la misma tabla el tiempo transcurrido desde el inicio del recorrido.

Empezamos entonces en el registro numérico por medio de datos en una tabla: la distancia y el tiempo. Buscamos que el alumno relacione la distancia conforme varía el tiempo y queremos que el alumno descubra, por medio de una construcción de tabla en Scratch y vía una sucesión de algoritmos, que la distancia y el tiempo son directamente proporcionales. Asimismo buscamos que el alumno descubra la noción de "coeficiente de proporcionalidad" y escriba: "distancia=k tiempo", donde k es un número constante. Así, logramos que el alumno se deslice del registro numérico al registro algebraico.

Se propone al alumno otra situación donde un segundo ciclista inicia el mismo recorrido pero recorre otra distancia conforme varía el tiempo. El objetivo sigue siendo el mismo: que el alumno descubra que existe también una constante de proporcionalidad pero diferente de la primera situación y, por lo tanto, una ecuación algebraica diferente de la anterior.

Aprovechamos para relacionar esta constante de proporcionalidad en el contexto preguntando al alumno la velocidad de cada uno. Queremos precisamente que el alumno entienda que esta constante de proporcionalidad es precisamente la velocidad del ciclista.

En un segundo momento, se coloca a los estudiantes en equipos de dos para construir una tabla que modela la distancia recorrida por un tercer ciclista, sabiendo que este ciclista avanza tres veces más rápido que el primero. La idea es que el alumno, por medio de preguntas elaboradas por el profesor, tenga que modificar de manera autónoma la variable didáctica "constante de proporcionalidad", es decir, la velocidad del ciclista para poder contestar las preguntas.

Después de haber trabajado en un registro numérico y algebraico, proponemos trasladar el problema, por medio de algoritmos, al registro gráfico. Para Duval, es fundamental cambiar de registro para poder asimilar un objeto matemático.

Llevamos el alumno a representar, en la ventana gráfica de Scratch, las tres situaciones estudiadas en el registro numérico. El alumno es conducido a graficar un punto, donde la *coordenada horizontal* es el tiempo y la *coordenada vertical* es la distancia, y dos y tres, etcétera; y lo llevamos a darse cuenta que todos estos puntos están alineados y, al crear muchos puntos, se llega a formar una recta que pasa por el origen. Las rectas formadas no tienen la misma inclinación y por eso introducimos la noción de pendiente.

Esta actividad tiene dos partes importantes de institucionalización del conocimiento: una parte de institucionalización sobre el concepto de constante de proporcionalidad y otra parte sobre el concepto de función lineal, ("¿qué es una función lineal?"), y sobre la representación geométrica de una recta (pendiente). Después de la parte institucionalización, se invita el alumno a modificar la pendiente en el registro gráfico para observar las diferentes rectas obtenidas al modificar la pendiente.

Según (Brousseau, 1998) la institucionalización supone establecer relaciones estrechas entre las producciones de los estudiantes y el saber sabio, y no debe reducirse a una presentación del saber sabio en sí mismo desvinculado del trabajo anterior hecho en las actividades. Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones a partir de lo producido por los estudiantes, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica, a fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los estudiantes y el saber sabio.

En la actividad 2 seguimos con el mismo contexto pero con una nueva situación. Un cuarto ciclista inicia un recorrido desde un punto de partida diferente. Se ubica a una distancia de la meta diferente de los otros ciclistas. La problemática es igual. La idea de esta cuarta situación que surge es la construcción de la función afín por el alumno. El alumno debe ser capaz, construyendo algoritmos parecidos a los anteriores, de concluir que en esta situación no existe constante de proporcionalidad y que la recta construida que representa la situación del ciclista 4 no pasa por el origen como las anteriores. En esta actividad, el alumno debe ser capaz de relacionar la distancia conforme varia el tiempo y observar que distancia= k tiempo+ distancia inicial. .

Terminamos la actividad proponiendo al alumno observar la situación de cuando dos rectas (que modelan las situación de dos ciclistas) se intersectan. Proponemos al alumno crear un algoritmo que permite calcular el punto de intersección entre estas dos rectas y así derivar sobre la resolución de ecuaciones lineales.

Actividad 1:

Un ciclista inicia un recorrido desde un punto de partida (que llamaremos P) a las 11h45. Su objetivo: Llegar a una ciudad ubicada a 158 km del punto de partida Pen la siguiente tabla se muestran algunos datos que relacionan la distancia y el tiempo según se indica:¿Qué observas en los valores de la tabla 1?

Tabla 1.									
Tiempo (minutos)	12.5	25	37.5		75		120		220
Distancia a partir del punto de inicio P (km)	3.75	7.5	11.25	21		30			66

Los estudiantes deben ser capaces por lo menos aquí de ver que cuando el tiempo sube de 12.5 en 12.5 minutos, la distancia a partir del punto de inicio cambia de 3.75 en 3.75 km. Esperamos aquí que el alumno podrá ver que pasamos del tiempo a la distancia multiplicando por 0.3.

Empezamos aquí en el registro numérico ya que, como lo mencionamos en los elementos teóricos, los problemas que llevaron a la construcción del objeto matemático función han sido por medio de tablas numéricas

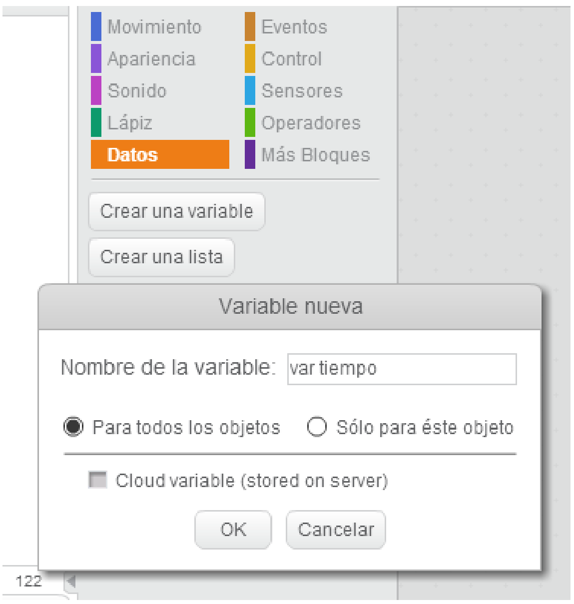
2. ¿Puedes identificar el comportamiento de la distancia conforme varía el tiempo?

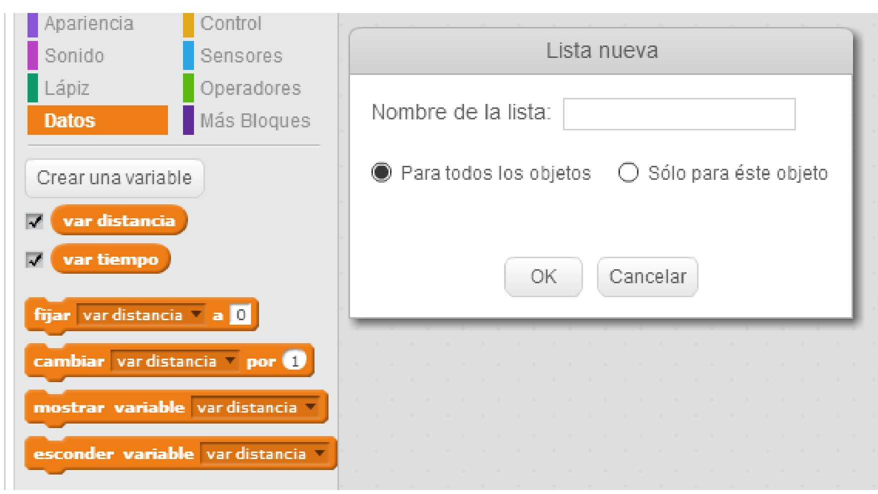
*El alumno debe ser capaz relacionar la distancia y el tiempo. Es posible que el alumno sea capaz de identificar que **distancia=0.3 tiempo.***

Si no lo ha notado, las preguntas siguientes lo harán descubrir.

3. En Scratch, construye dos variables “var tiempo” y “var distancia” y dos listas “tiempo” y distancia. Observa los bloques de instrucción e intenta ver cuál es su funcionamiento.

Queremos que el alumno construya las variables para poder interiorizar el problema. Esta actividad tiene una perspectiva constructivista, hasta construccionista por lo cual queremos que el estudiantes construya por sí mismo las variables en juego en la actividad y las tablas. Queremos que el alumno interactúe con los bloques de instrucción de la pestaña datos para familiarizarse con los bloques de instrucción que necesitará más adelante.

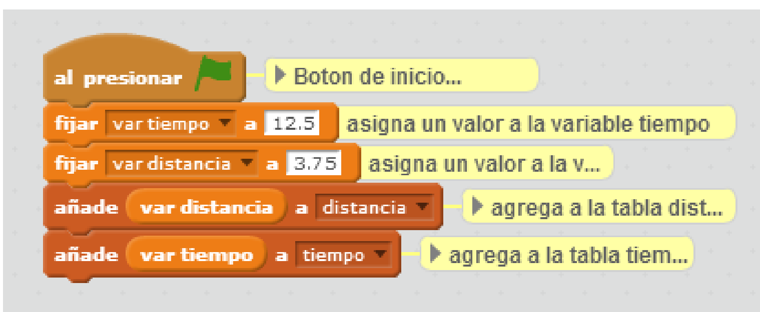




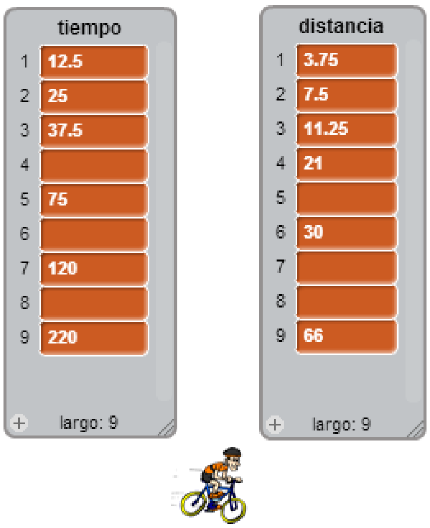
4. Abre el archivo “algo_0”. Usando este algoritmo, construye en Scratch la tabla distancia y la tabla tiempo agregando los valores de la tabla anterior. Tendrás que ordenar los bloques para que funcione el algoritmo.

Ahora que el alumno ha creado sus variables y sus tablas o listas, le proponemos construir un algoritmo que le permitirá volver a construir las tablas del inicio pero en el programa Scratch.

El alumno tiene que ordenar los bloques para crear el algoritmo que entrará valores en las tablas. Tiene que asignar valores al tiempo y a la distancia.



El algoritmo esta sencillo, pero recordamos que el alumno ha tenido un taller de Scratch muy breve anteriormente así que queremos que poco a poco se familiarice con el micro mundo Scratch y con la programación. El alumno debe ser capaz crear las tablas como al inicio.

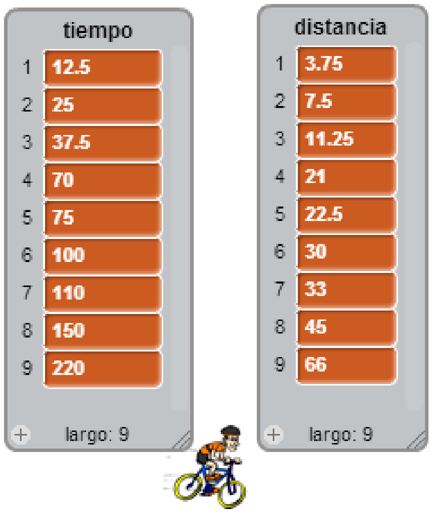


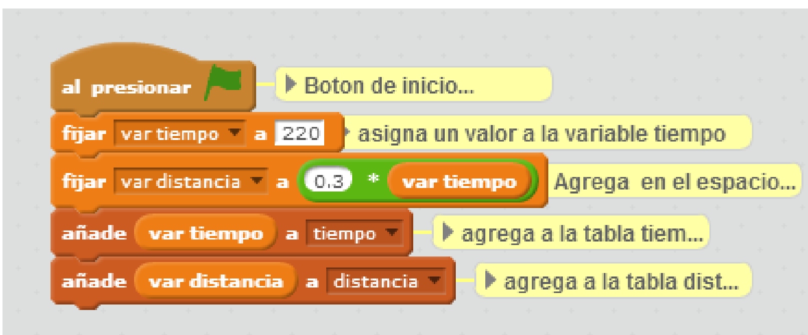
Estamos aquí otra vez en un proceso de construcción en vista que el alumno interiorice los objetos manipulados. Ahora queremos construir un algoritmo que incorpore los datos faltantes a la tabla.

5. Abre el archivo llamado algo_1 y ordena los bloques de instrucción para que generes los valores de la tabla inicial y los faltantes; Borra los valores de las tablas usando el "borrador de datos".

Este algoritmo es parecido al anterior pero difiera en algún bloque:

Este bloque fija un valor a la distancia pero vemos que la distancia depende del tiempo. Parece ser que la distancia está relacionada con el tiempo vía una multiplicación por un número. Queremos que el alumno coloque en el espacio donde dice "0" el coeficiente que permite pasar de la distancia al tiempo. Los estudiantes lo podrán hacer vía una sucesión de intentos con el programa Scratch (interacción con el programa) o, si han contestado correctamente la pregunta 2, sustituir el 0 por 0.3 y así poder entrar de nuevo los valores en las tablas con los valores faltantes.





6. Denotando con "t" la variable tiempo y "d" la distancia escribe la expresión algebraica que relaciona t con d.

El alumno escribirá aquí la expresión: $D = 0.3\ t$ *donde* D *es la distancia recorrida desde el punto de partida y* t *el tiempo transcurrido desde el inicio. Esta pregunta hace que el alumno cambie de registro: pasa el registro numérico al registro algebraico.*

Otro ciclista inicia un recorrido desde el mismo punto de partida P a la misma hora. Su recorrido lo hace de acuerdo a los datos se muestran en la Tabla 2.

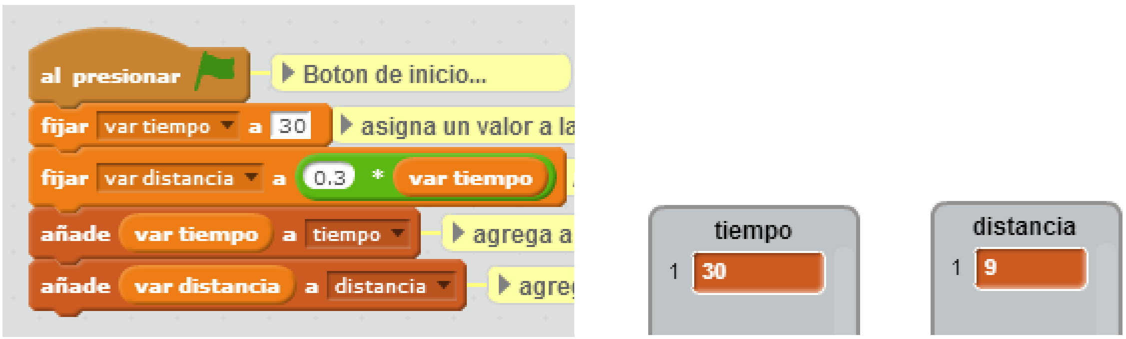
Tabla 2									
Tiempo (minutos)	5	10	20		60		110		230
Distancia recorrida del segundo ciclista desde el punto de inicio P (km)	3	6	12	24		74.4			138

7. Respecto a lo que hiciste anteriormente y usando el algoritmo de la parte 4, intenta construir dos tablas Tiempo 2 y distancia 2 e inserta los datos de la tabla 2 y los valores faltantes.

La idea es que el alumno vuelva a pasar por las etapas anteriores con otra situación que usaremos seguido. El alumno tiene que ser capaz relacionar también aquí la distancia y el tiempo y ver que el número que liga estas dos variables es diferente a lo anterior. El número aquí que tendrá que buscar el alumno será de 0.6.

8. ¿Qué ciclista lleva mayor velocidad? ¿Qué te permite decir esto?

La pregunta se puede tratar de varias maneras: Por la manera algorítmica: El alumno puede pensar en poner en el algoritmo “algo_1” un valor de tiempo de 30 minutos por ejemplo y ver la distancia recorrida por el ciclista 1:



y de ahí ve que por 30 minutos el ciclista recorrió 9 km

Entonces hace lo mismo con el ciclista 2 cambiando el 0.3 por el 0.6.

Y ahí ve que por el mismo tiempo (30 minutos) el ciclista 2 recorrió el doble de distancia. Por lo tanto el que tiene mayor velocidad es el ciclista 2. Cabe mencionar que pueden hacer este razonamiento con un papel y un lápiz.

9. Denotando con “t” la variable tiempo y “d” la distancia, escribe la expresión algebraica que relaciona t con d.

Otra vez, cambiamos de registro. Pasamos del registro numérico al registro algebraico. El alumno debe escribir: $D = 0.6\ t$

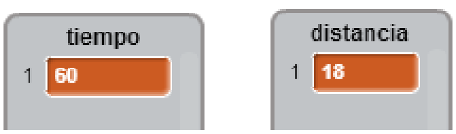
10. ¿Qué elemento de la expresión te indica la velocidad? ¿En qué unidades se mide la velocidad en este problema? ¿Podrás convertirla en km/h?

Si el alumno conoce la formula $velocidad = \frac{distancia}{tiempo}$, es fácil para el darse cuenta que la velocidad del ciclista 1 es:

$velocidad = \frac{7.5}{25} = 0.3$ Km/min. Para el ciclista 2 es: $velocidad = \frac{12}{20} = 0.6$ km/min. La conversión es fácil ya que 60 min=1hora.

Por lo tanto, 0.3 km/min=18 km/hora y 0.6 km/min=36 km/hora.

Si el alumno no conoce la formula $velocidad = \frac{distancia}{tiempo}$, entonces puede empezar a razonar: ¿Cuantos kilómetros recorre el ciclista 1 en una hora? Puede usar el algoritmo anterior y poner un valor del tiempo de 60 minutos y observar la distancia recorrida:



Si pone 1 minuto, observara una distancia recorrida de 0.3 km/min

Entonces la velocidad parece ser el número que llenamos aquí:

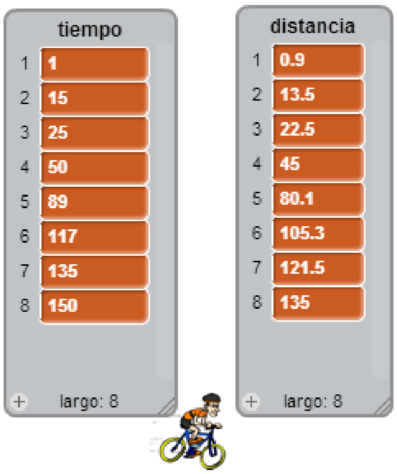
Y de ahí el alumno puede empezar a darse cuenta que $0.3 = \frac{distancia}{tiempo}$ = velocidad.

11. Usando el algoritmo del archivo “algo1”, completa una tabla como la tabla 3 que sirve para modelar la distancia recorrida de un tercer ciclista con respecto al tiempo; si se sabe que la velocidad de este ciclista es 3 veces mayor que la del primero.

Tabla 3.									
Tiempo									
Distancia recorrida tercer ciclista									

Ahora, si el alumno ha entendido que la velocidad era el “número”, puede construir esta tabla fácilmente ya que la velocidad de este tercer ciclista es tres veces mayor al primer ciclista: Por lo tanto puede fijar la distancia de esta manera:

y construir una tabla numérica con el algoritmo anterior: Obtenemos:



Igual si el alumno no ha entendido que la velocidad era el "número" entonces puede razonar por medio de distancia y tiempo respecto a la tabla 1: Si el ciclista 1 recorre 7.5 km en 25 minutos, el ciclista 3 recorrerá 22.5 km en 25 minutos etc…y podrá llenar la tabla a mano.

12. Si se te pidiera representar la gráfica de cada una de las expresiones algebraicas que modelan las tres situaciones anteriores, ¿Cómo crees que sean las gráficas resultantes? ¿Qué harías para construir dichas gráficas?

Hemos trabajado en el registro numérico y algebraico así que ahora vamos a trabajar en el registro gráfico. Esta pregunta nos permite ver la creatividad de cada alumno y también los conocimientos previos. La mayoría tiene en la mente el plano cartesiano así que la mayoría de los estudiantes dirán de seguro que podemos graficar puntos tales que su abscisa sea el valor del tiempo y en ordenada el valor de la distancia.

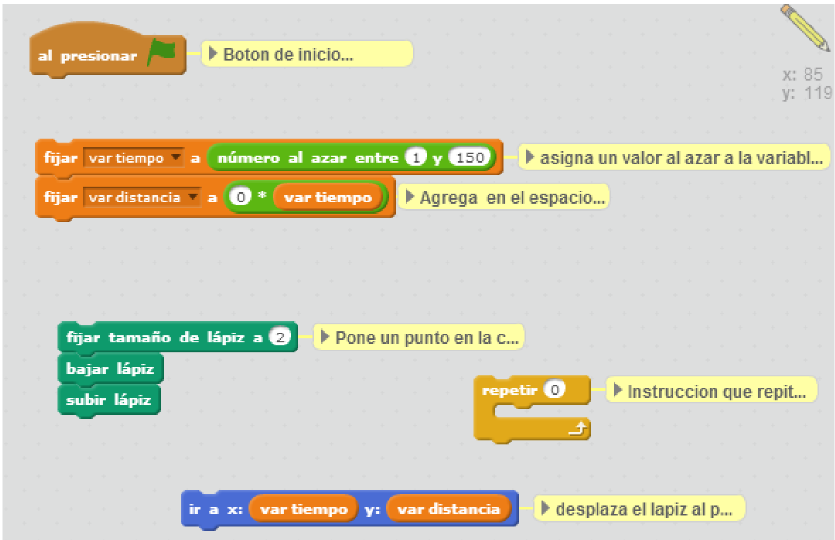
13. Abre el archivo "algo_2" que contiene bloques de un algoritmo. Uno de estos bloques asigna un valor del tiempo al azar y determina el valor correspondiente de la distancia. Otro coloca el lápiz en las coordenadas determinadas y un tercer bloque dibuja un punto. Une estos tres bloques, inserta el valor de este bloque:

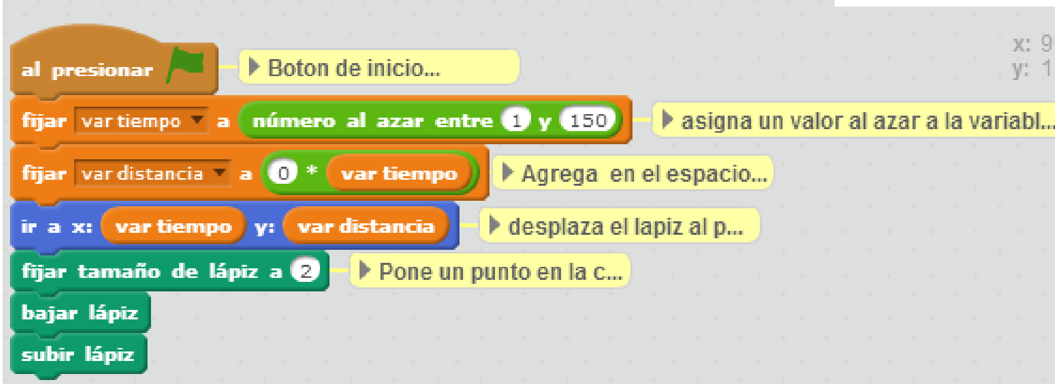
para modelar la situación del ciclista 1 y corre el algoritmo presionando el botón de inicio, las veces que quieras.

También puedes insertar la instrucción "repetir". ¿Qué observas?

(La banda de cuadros negros y blancos que ves en la parte superior se ubica a una distancia de 158 km del punto de partida y corresponde a la meta del ciclista).

El algoritmo sigue relativamente fácil de armar ya que vienen tres bloques en parte armados. La idea es que el alumno asamblea estos tres bloques en fin de graficar un punto.



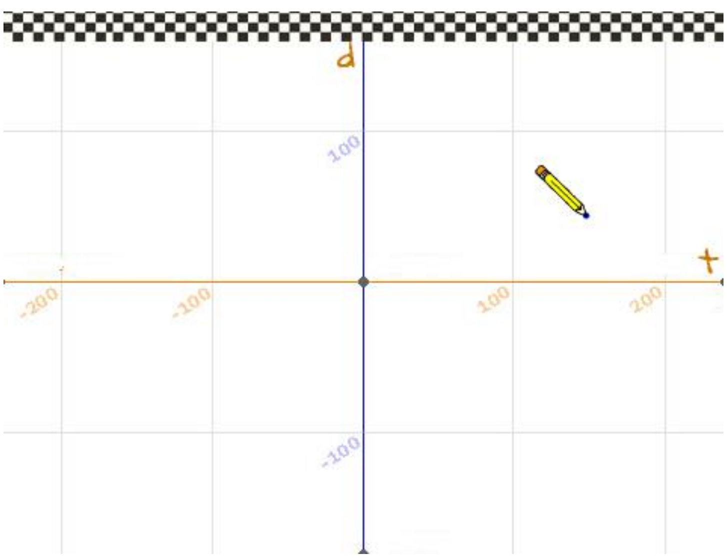


Tenemos que modelar la situación del ciclista 1, así que se espera que el alumno cambie el 0 (

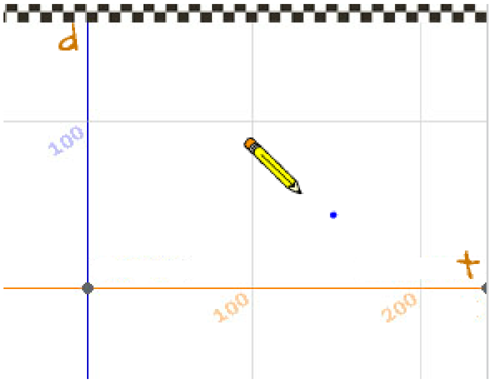
)

a 

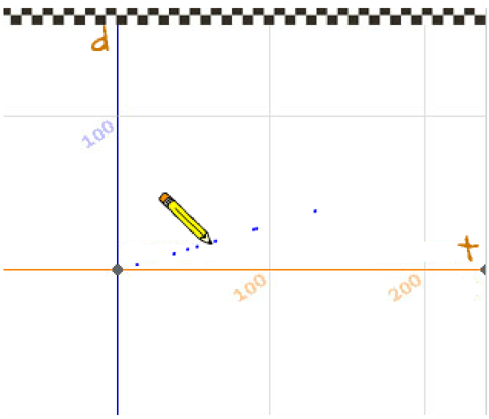
. Al picar la bandera, vemos que el lápiz se dirige a un lugar de la ventana gráfica.



El alumno esta llevado a relacionar el lugar donde se colocó el lápiz. Si quitamos el lápiz, vemos que dejo un punto. Este punto tiene por coordenadas (tiempo, distancia).

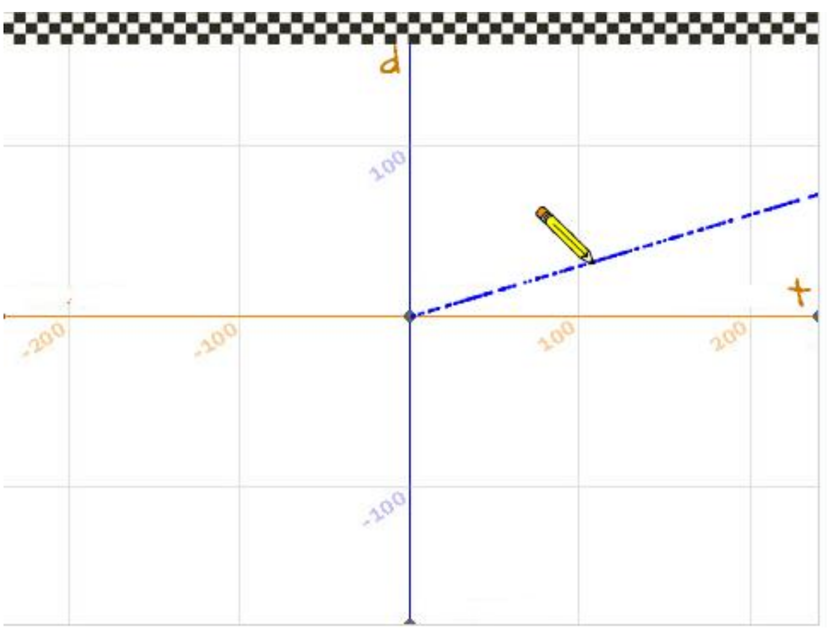


El alumno puede picar varias veces la bandera y obtiene varios puntos.



Observamos que los puntos están alineados.

Añadimos la instrucción repetir (200 veces) y obtenemos lo siguiente.



Vemos muchos puntos alineados que forman, podríamos decir, una recta.

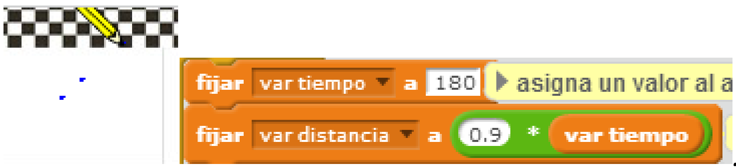
14. ¿Cuál es el valor del tiempo en el que el tercer ciclista pasará la meta?

El alumno puede volver a hacer lo mismo que lo que acaba de hacer en la pregunta 13 pero cambiando el 0.3 por 0.9 de este bloque:

e intentar, por intentos cambiando el tiempo por ciertos valores (tendrá que quitar este bloque

) y así vera cuando el punto está tocando la meta.

Se dará cuenta que el ciclista 3 llega a la meta un poco antes de 180 segundos.



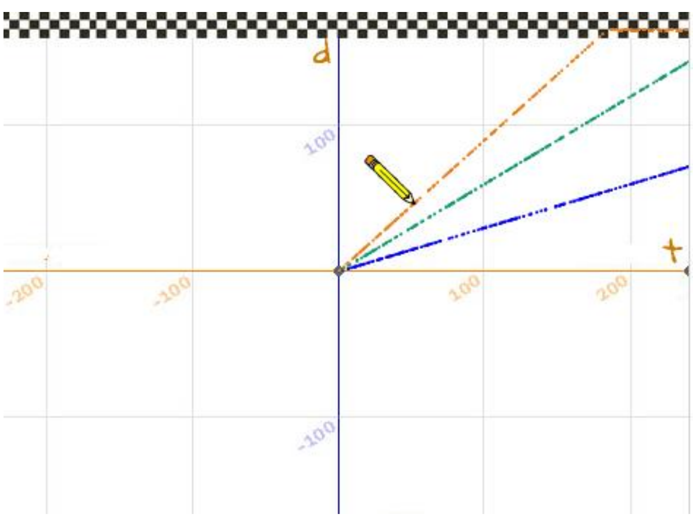
.

Sim embargo, se espera que el alumno resuelva la ecuación siguiente: $158 = 0.9t$ y entonces $t = \frac{158}{0.9} = 175.5$

Así que después de 175.5 minutos, el ciclista 3 llegara a la meta.

15. Grafica las situaciones restantes agregando al algoritmo la instrucción

, después del botón de inicio, para modificar el color de cada una de las gráficas. Describe lo que observas.



Las tres situaciones se modelaron: Observamos 3 rectas diferentes. Vemos que por un mismo valor del tiempo que el ciclista 3 ha recorrida más camino que el ciclista 2 y más todavía que el ciclista 1.Vemos que las tres rectas tienen una inclinación diferente. El alumno está haciendo un tratamiento en el registro gráfico para poder explicar un fenómeno físico.

16. ¿Por qué las tres gráficas se intersecan en el punto $(0,0)$?

Cuando t=0 (al inicio del recorrido), la distancia recorrida es nula. Por lo tanto las tres rectas pasan por el origen del plano cartesiano.

17. ¿Por qué las tres gráficas aparecen en el primer cuadrante?

No existen puntos que podrían tener una abscisa negativa ya que no existe tiempo negativo. Igual no existe ningún punto que tiene una ordenada negativa ya que no existen distancias negativas.

18. ¿Cuáles son los valores del tiempo en los que, respectivamente, el ciclista 1 y el ciclista 2 pasan la meta?

El alumno podrá solucionar la ecuación:

158=0.3t que implica que t=526.66 minutos para el ciclista 1

158=0.6t que implica que t=263.33 minutos para el ciclista 2

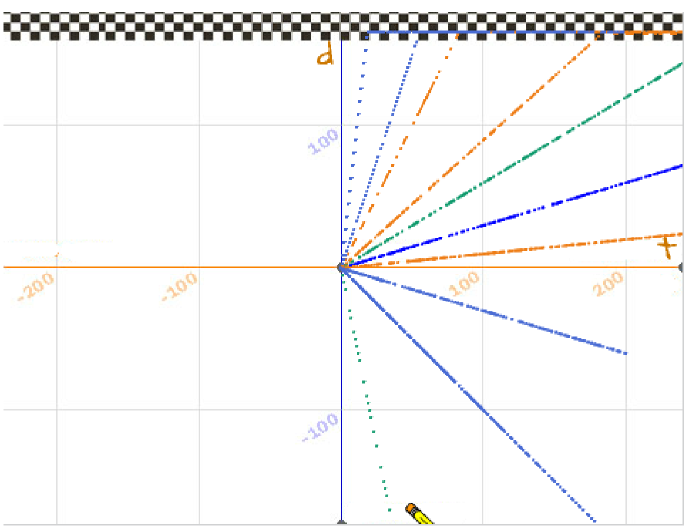
19. ¿A qué hora llegará entonces el ciclista 1?

El objetivo de esta pregunta es pasar de minutos a horas. Sabemos que el ciclista se fue a las 11:45 y llegó a la meta en 526.66 minutos o sea 8horas con 46 minutos. Por lo tanto llegará a las 8h31pm.

20. Genera otras gráficas modificando la constante de este bloque:

. Comenta lo que observas.

El alumno cambia la variable didáctica “constante de proporcionalidad” que todavía no conocen como tal. Los estudiantes podrán insertar diferentes números, esperamos que ingresen números grandes o número muy cerca de 0. Esperamos también que ingresen números negativos para observar que tipos de “rectas” se grafican. Haciendo esto, el alumno está haciendo un tratamiento en el registro gráfico.



CIERRE

Con las preguntas que se han resuelto en esta actividad se ha tenido la oportunidad de poner en juego diferentes conocimientos matemáticos.

21. Señala los aspectos que te hayan resultado novedosos tanto al conocimiento matemático como al programa Scratch.

Respecto al lado matemático, esperamos que el alumno haya entendido que existen dos variables una llamada distancia, la otra llamada tiempo y que estas dos variables están ligadas. Pasamos de una a otra multiplicando por un mismo número constante. Por otro lado, esperamos que el alumno haya entendido que un problema de matemática se puede tratar de diferente manera (algebraicamente, numéricamente, gráficamente). Relacionado al programa Scratch, esperamos que el alumno entienda que puede formar algoritmos ensamblando diferentes bloques. La idea es que poco a poco, a lo largo de estas actividades, pueda ir creando algoritmos por su propia cuenta cada vez más complejos.

En el inicio de la actividad, escribiste las expresiones de la distancia conforme transcurre el tiempo (t):

Para el carro 1, $d = 0.3\ t$;

Para el carro 2, $d = 0.6\ t$;

y para el carro 3, $d = 0.9\ t$.

En lo siguiente entra una parte de institucionalización muy importante para (Brousseau, 1998) *en su teoría de las situaciones didácticas: Para Brousseau, "**la institucionalización define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones libres del alumno con el saber cultural y científico y con el proyecto didáctico: da una lectura a estas actividades y les da un status**"*

"Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones a partir de lo producido por los estudiantes, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica, etc., a fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural."

En general, salvo el nombre de las variables, las expresiones algebraicas son similares y pueden escribirse matemáticamente en la forma $y = mx$, donde m es una constante. En diversos fenómenos y situaciones aparecen expresiones algebraicas idénticas a ésta, salvo por el nombre que se asigna a las variables, por lo cual es importante reconocerla y estudiar sus características y propiedades. En este tipo de expresiones la razón entre las magnitudes involucradas siempre es una constante. Por ejemplo *cuando* decimos que $d = 0.4t$ podemos también escribirlo planteando que $\frac{d}{t} = 0.4$, en el caso de la expresión $d = 1.2t$ tenemos que $\frac{d}{t} = 1.2$. En general, las variables se representan por letras minúsculas. Lo más frecuente son x y y. Cualquier expresión de la forma $y = mx$, es la representación algebraica de una función lineal. Su representación gráfica es una recta.

Siempre que la razón entre dos valores correspondientes de dos magnitudes variables es una constante, se dice que ambas magnitudes son *directamente proporcionales* o, simplemente, que son *proporcionales* y a la constante se le denomina *constante de proporcionalidad*.

Así, en el caso de las expresiones de la forma $y = mx$, tenemos que x e y son directamente proporcionales pues la *razón* entre ellas $\frac{y}{x} = m$ es una constante. Consecuentemente, desde este punto de vista m puede interpretarse como la constante de proporcionalidad entre dos magnitudes que son directamente proporcionales.

Con base en los análisis de procedimientos y respuestas que hemos obtenido al abordar los problemas que hemos venido resolviendo, surgen otros aspectos que son importantes y es conveniente resaltar.

Regresamos con algunas preguntas:

22. Abre el archivo llamado Graficador. Corre el algoritmo.

Este algoritmo está hecho y se le pide al alumno correrlo para poder hacer más preguntas sobre el contenido matemáticos ya institucionalizado. El algoritmo gráfica de manera más "común" un poco como geogebra.

¿Para qué valores de la variable x se muestra la gráfica?

Esta pregunta nos permite introducir la noción de dominio. Al correr el algoritmo, el alumno puede notar que se gráfica por un valor de x de 0 a 200.

¿Para qué valores de la variable y se muestra la gráfica?

Esta pregunta nos permite introducir la noción de rango y aquí vemos que el rango va a de 0 a 100.

¿Cuál es la constante de proporcionalidad? ¿Cómo lo identificas gráficamente?

Con lo que vimos anteriormente, podemos decir que la constante de proporcionalidad es 0.5.

Gráficamente lo podemos ver ya que para llegar del primer punto que se graficó al último necesito avanzar de 100 pasos y subir de 50. La razón es entonces: 50/100 es decir 0.5.

¿Cuál es la expresión algebraica de la recta?

La expresión de la recta es: $d = 0.5\ t$

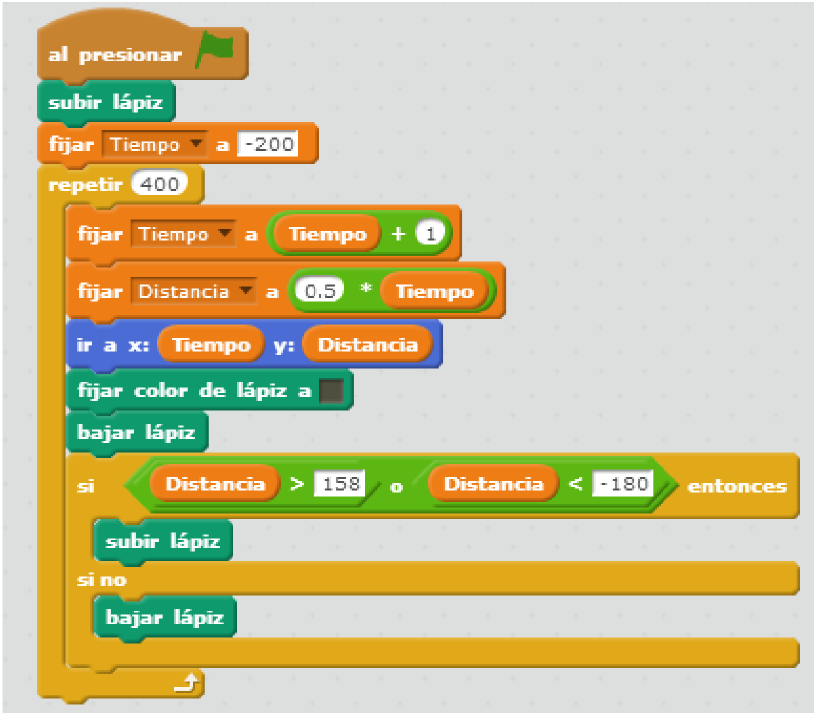
En esta pregunta, el alumno opera una conversión del registro gráfico al registro algebraico.

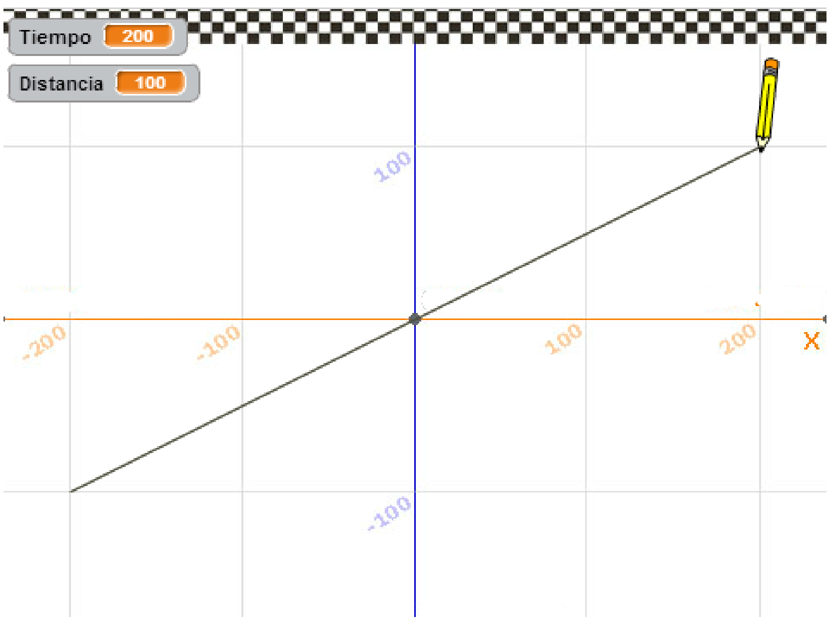
¿Qué puedes decir de cualquier punto que se ubica en la recta?

Cualquier punto de la recta tiene una ordenada 2 veces menor que su abscisa.

23. Cambiando parámetros en el algoritmo anterior, haz que la función se grafique para valores de x entre -200 y 200.

Entra una parte un poco más de lógica computacional. El alumno tiene que modificar parámetros para obtener el efecto deseado. Tiene que fijar la variable tiempo a -200 y repetir la operación 400 veces. El algoritmo queda así:





24. Cambia la constante de proporcionalidad de la recta que se gráfica y anota todas tus observaciones.

Seguimos con otra parte de institucionalización sobre el concepto de función: Dominio, rango, pendientes.

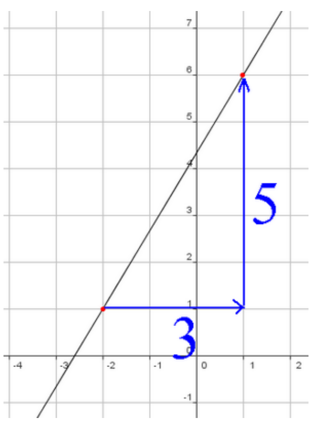
Podemos observar que por cada uno de los valores del tiempo corresponde un valor preciso de la distancia recorrida. Podemos decir entonces que *la distancia varía en función del tiempo* y esta relación funcional la podemos denotar mediante la expresión: $d = f(t)$.

Una función es una correspondencia entre conjuntos que se produce cuando cada uno de los elementos del primer conjunto (en nuestros ejemplos, el tiempo en minutos) se halla relacionado con un solo elemento del segundo conjunto (en nuestros ejemplos, la distancia en km). Estamos en presencia de una función cuando ~~dé~~ a cada elemento del primer conjunto solamente corresponde un único elemento del segundo conjunto.

Los elementos del conjunto de partida se llaman orígenes y los del conjunto de llegada se llaman imágenes.

La idea que subyace en el núcleo central del concepto de función, es la de relación de dependencia entre magnitudes o variables. Al estudiar un fenómeno cualquiera, se suele observar que las magnitudes o cantidades que intervienen presentan una relación entre ellas, de forma que una de las magnitudes depende de la otra. La expresión analítica de esa relación de dependencia es la función.
En esta actividad, pudiste encontrar que podemos pasar del tiempo a la distancia multiplicando el tiempo por un cierto valor. Se dice que la variable distancia y la variable tiempo son directamente proporcionales. Hablamos en este caso de función lineal. Veremos algunas propiedades de la función lineal:

La función lineal se expresa de la siguiente manera: $y = mx \;\; o \;\; f(x) = mx$. Su representación gráfica es una recta que pasa por el origen del plano cartesiano. m se llama la pendiente de la recta. La pendiente permite obtener el grado de inclinación que tiene una recta. En el registro algebraico corresponde a la constante de proporcionalidad vista anteriormente.

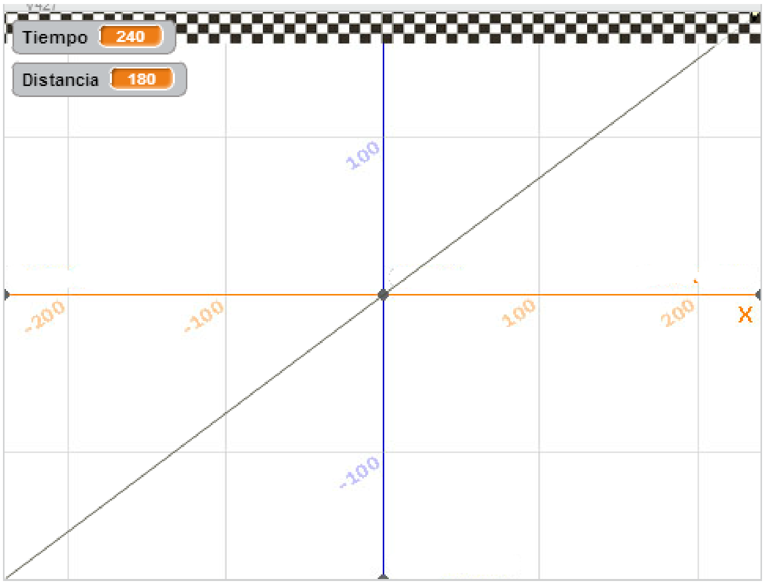


La pendiente puede ser vista como una razón de cambio entre las ordenadas y las abscisas, o sea, el cociente que relacione la variación vertical con la variación horizontal *entre dos puntos de una recta.* En una recta, el valor de esta relación no cambia sino que se mantiene constante. Es por ello que se dice que una de las características del modelo lineal es que su razón de cambio es constante.

25. Usando el algoritmo graficador, intenta graficar una recta que divide la pantalla en diagonal.

Si el alumno ha entendido el concepto de pendiente, entonces puedes razonar de esta manera: Tiene que pasar por (0,0) ya que es una función lineal. También, esta recta tendrá que pasar por la esquina superior derecha y la esquina inferior izquierda. Como la ventana mide 480 de largo y 360 de ancho, la recta pasará por el punto de coordenadas (480,360).Por lo tanto la pendiente tiene que ser: $\frac{360-0}{480-0} = \frac{3}{4} \approx 0.75.$

Ajustamos los parámetros:  *y obtenemos lo siguiente:*

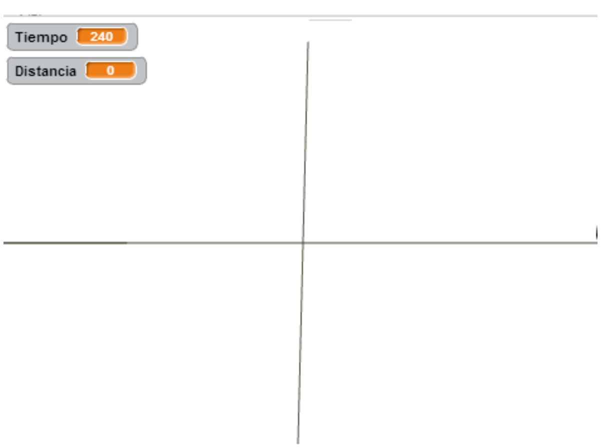


Cabe mencionar que aquí el alumno podrá ir por intentos: graficar una recta con una pendiente de 1 y de 0.5 y ajustando para obtener la recta arriba pero esperamos aquí que el alumno podrá usar lo que aprendió y lo que se institucionalizó.

26. Quita la imagen que representa el plano cartesiano e intenta reproducir el plano cartesiano graficando 2 rectas perpendiculares (podrás usar el algoritmo graficador)

Este ejercicio permite al alumno interactuar con el programa, y ver qué, más grande es la pendiente más "inclinada" es la recta y más chica queda la pendiente, más "horizontal" se pone la recta.

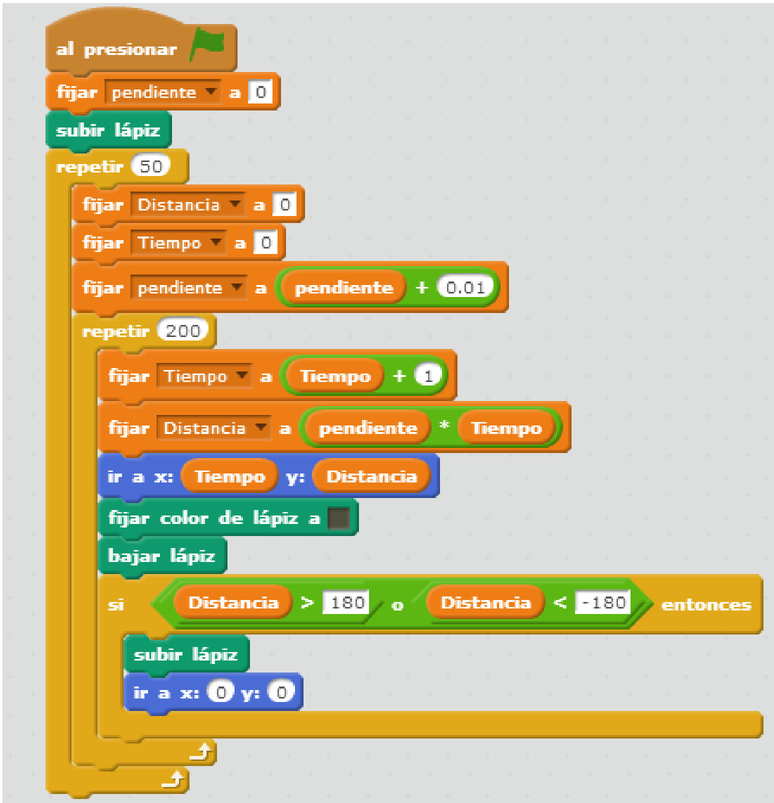
El alumno tendrá que graficar dos rectas, una con una pendiente de 0 y otra con una pendiente muy muy grande así que tendrá que cambiar el valor de algunos parámetros. Obtenemos lo siguiente:



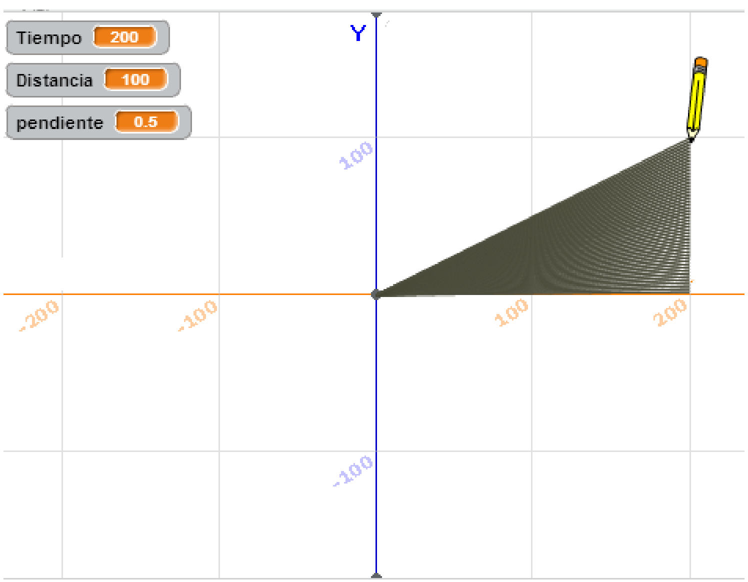
Para poder hacer la recta vertical, podrá usar también la programación.

27. Abre el algoritmo "algo_3". Sin correr el programa, ¿qué piensas que hace este algoritmo? Córrelo y modifícalo si gustas para obtener algo diferente. Anota tus comentarios.

El algoritmo 3 es complicado. Se les pide a los estudiantes estudiar este algoritmo antes de correrlo para fomentar su lógica de programación y su pensamiento logarítmico.



Este algoritmo grafica 50 rectas una tras otras de tal manera que se incremente la pendiente de estas rectas de 0.01.



Libre a la creatividad del alumno para modificar este algoritmo…

Módulo 3:

Un cuarto ciclista inicia un recorrido a la misma hora que los demás pero desde un punto ubicado a 51 km del punto de inicio de los demás. Este ciclista avanza a la misma velocidad que el primer ciclista.

1. ¿Qué modificación requieren los datos de la tabla 4 para modelar la situación del cuarto ciclista? Abre el algoritmo "algo1" y modifícalo para construir dos tablas (tiempo y distancia) que modelan la situación del cuarto ciclista.

Vemos la tabla 4:

Tabla 4									
Tiempo (minutos)	*12.5*	*25*	*37.5*	*70*	*75*	*100*	*120*	*150*	*220*
Distancia a partir del punto de inicio P (km)	*54.75*	*58.5*	*62.25*	*72*	*73.5*	*81*	*87*	*101*	*117*

Sabemos que el ciclista avanza a la misma velocidad. Sin embargo, el tiempo no cambia, y si nos referimos al punto de inicio P de la actividad 1, entonces tenemos que añadir a la Tabla 4 lo siguiente (ver Tabla 5):

Tabla 5									
Tiempo (minutos)	*12.5*	*25*	*37.5*		*75*		*120*		*220*
Distancia a partir del punto de inicio P (km)	*3.75+51*	*7.5+51*	*11.25+51*	*21+51*	*-----+51*	*30+51*	*-----+51*	*……+51*	*66+51*

2. **Denotando con "t" la variable tiempo y "d" la distancia, escribe la expresión algebraica que relaciona t con d para la situación del ciclista 4.**

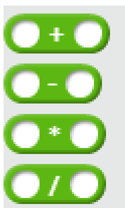
La expresión aparece claramente: $d = 0.3\,t + 51$. *El alumno esta llevado a cambiar de registro, de pasar del registro numérico al registro algebraico al igual que en la actividad anterior. Sin embargo, la fórmula es diferente ya que lleva otro término. La ecuación es de la forma y=mx+b. El termino b es nuevo.*

3. ¿Cómo crees que sea la gráfica resultante de la situación del cuarto ciclista? ¿Qué diferencia tendría esta gráfica a las anteriores?

El alumno ha visto anteriormente el concepto de recta y de pendiente. Esta pregunta tiene por objetivo que el alumno se cuestione sobre la "forma de la recta". ¿Será una recta que pasará por el origen? ¿Tendría una pendiente diferente?

Cuando t=0, el ciclista se ubica a 51 km del punto de partida así que la recta no puede pasar por el origen del plano cartesiano. La recta debe pasar por el punto de coordenada (0,51). La pendiente vale 0.3. Entonces, la inclinación de la recta que modela la situación del ciclista 4 debe tener la misma inclinación que le recta que modela la situación del ciclista 1. Por lo tanto el alumno podrá deducir que el la nueva recta es paralela a la recta de la situación 1 pero intersecta al eje de las ordenadas en 51.

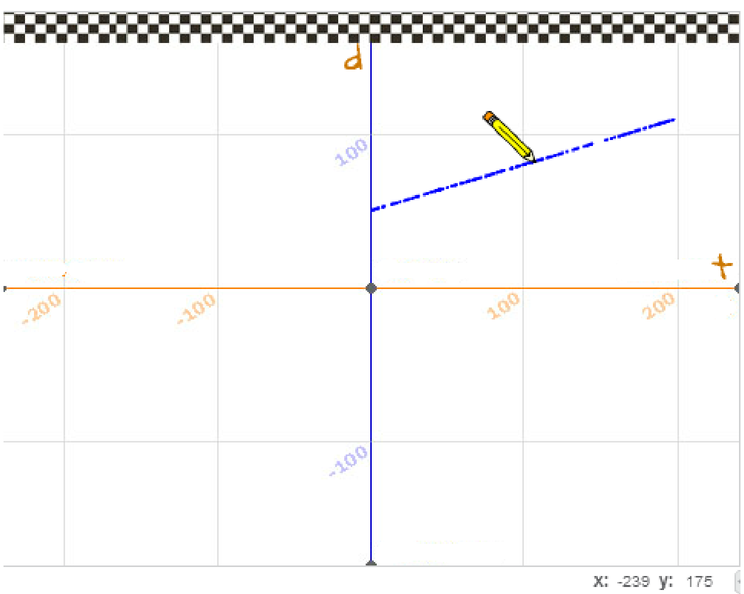
4. **Ayudándote del algoritmo "algo_2" que hiciste anteriormente, grafica la situación del cuarto ciclista en color azul. Usa la instrucción repetir (200 veces) .Tienes que modificar el algoritmo y podrás usar uno de estos bloques :**



El alumno tendrá que modificar este bloque

En 

Se obtiene la gráfica siguiente:



5. ¿Después de cuánto tiempo el cuarto ciclista llegará a la meta?

La meta se ubica a 158 km del punto inicial P. El alumno tendrá que resolver la ecuación 158=0.3t+51 que equivale a

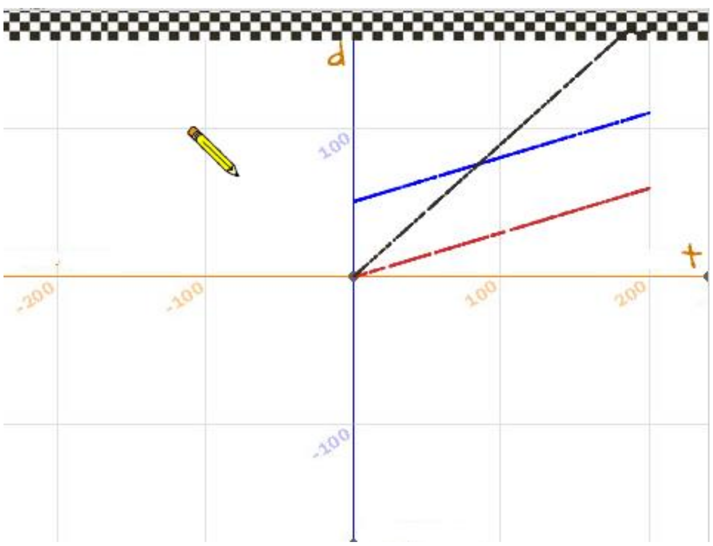
107=0.3 t es decir t=$\frac{107}{0.3} = 356\, minutos$ *es decir 5h56. El alumno, si no sabe resolver ecuaciones podrá intentar sustituyendo valores a la "t" y ver que obtiene: Por ejemplo, si "t" vale 300 entonces d=0.3 (300)+51=141. Si "t" vale 400 entonces d=0.3 (400)+51=171. Pero como 141<158<171, por lo tanto, el alumno intentará con un valor de t de 165 etc…para acercarse lo más posible a una distancia de 158 km.*

6. Grafica ahora, junto a la gráfica que representa la situación del cuarto ciclista, la situación del primer ciclista, esta última en color rojo ¿Geométricamente, qué podemos decir de estas dos gráficas?

El alumno podrá ver que estas dos gráficas son paralelas. Una pasa por el centro del plano cartesiano y la otra no. Tienen la misma pendiente que corresponde aquí a la velocidad de los ciclistas 1 y 4.

7. En los mismos ejes y junto a las gráficas anteriores, grafica ahora la situación del ciclista 3 en color marrón. Que observas?

Observamos que la recta marrón intersecta a la recta azul.



8. ¿Algunas gráficas tienen un punto en común? ¿Cuáles son sus coordenadas? ¿Que representa este punto?

Podemos ver que la recta azul intersecta la recta marrón por un valor del tiempo de 90 minutos y 80 km más o menos.

Queremos que el alumno se dé cuenta que en este punto los dos ciclistas se ubican a la misma distancia del punto de inicio. Esto ocurre por un cierto valor del tiempo que, gráficamente, vale más o menos 90 minutos.

9. ¿Qué aspecto te parece novedoso en esta actividad?

Anteriormente, vimos que la ecuación de una recta lineal era de la forma $y = mx$ donde m es la constante de proporcionalidad o la pendiente dependiendo en cual registro nos encontramos. Ahora el aspecto novedoso es que la recta construida tiene por ecuación $y = mx + un\ número$.

10. ¿En la situación del cuarto ciclista, podemos decir que la distancia y el tiempo son directamente proporcionales? ¿por qué? Expresa claramente tus argumentos

La Tabla 6 modela el ciclista 4:

Tabla6									
Tiempo (minutos)	*12.5*	*25*	*37.5*	*70*	*75*	*100*	*120*	*150*	*220*
Distancia a partir del punto de inicio P (km)	*54.75*	*58.5*	*62.25*	*72*	*73.5*	*81*	*87*	*101*	*117*

Al ver la tabla que modela la situación del ciclista 4, nos damos cuenta que el tiempo y la distancia no está directamente proporcional. Efectivamente $\frac{58.5}{25} \neq \frac{70}{72}$.

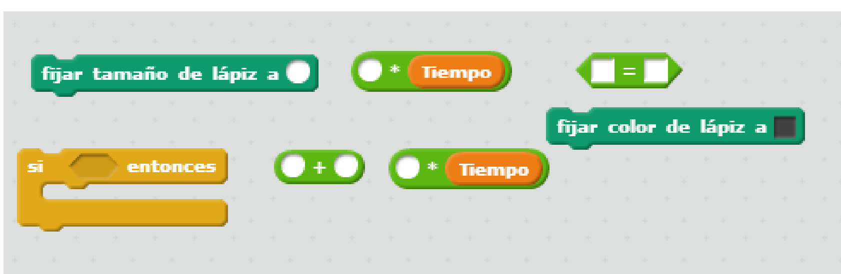
Fase de cierre:

En general, si la representación gráfica de una función es una línea recta, entonces su representación analítica corresponde a la expresión algebraica $y = mx + b$, la cual también suele expresarse como $f(x) = mx + b$.

Cuando el valor de b es *0*, se trata de una función lineal vista anteriormente y cuya gráfica corresponde a una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y si $b \neq 0$, se trata de una línea recta desplazada b unidades sobre el eje de las y arriba o abajo del eje de las x, en dependencia de si el valor de b es positivo o negativo.

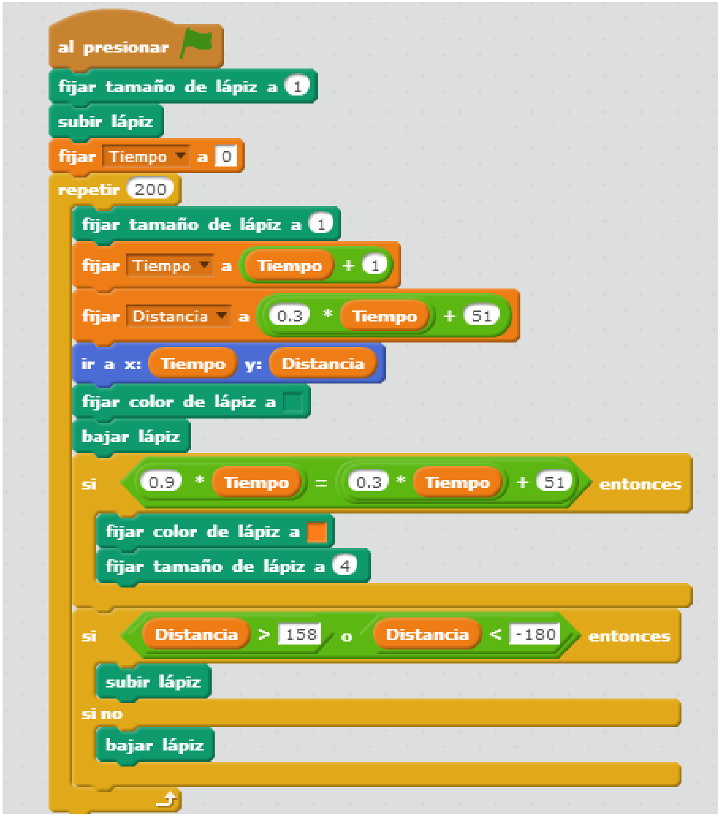
11. Abre el archivo "graficador". Grafica la recta que modela la situación del ciclista 3 y la recta que modela la situación del ciclista 4. Modifica el algoritmo para que ponga el punto de intersección de estas dos gráficas en negro y de tamaño 4.

Podrás usar los bloques siguientes:

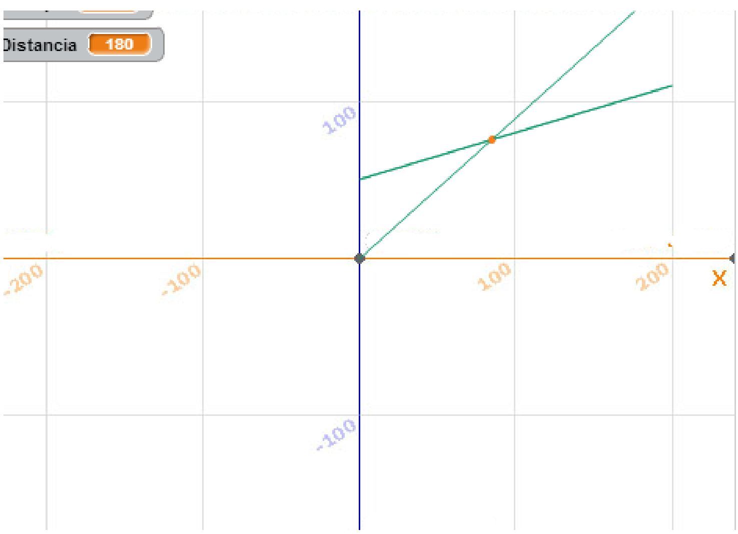


El alumno tiene que haber entendido muy bien lo que es un punto de intersección para poder modificar el algoritmo. Esta pregunta solicita más habilidades de programación. El punto de intersección se debe de marcar cuando la distancia desde el punto de inicio del ciclista 3 es igual a la distancia desde el punto P del ciclista 4. Por lo tanto el alumno deberá construir este algoritmo:

Y la tendrá que integrar al algoritmo anterior. Queda así:



Así que la parte gráfica:



12. ¿Cómo debería de ser la ecuación de la recta que modela la situación de un motociclista que se va desde 23 kilómetros del punto de partida y que llega en 45 minutos a la meta? ¿Qué puedes decir de la pendiente de esta recta respecto a las de las rectas anteriores? ¿Porque?

Respecto a lo que se hizo anteriormente, el alumno debe ser capaz dar la ecuación de la recta que modela el motociclista. Cuanto t=0 el motociclista está a 23 km del punto de partida. Llegó en 45 minutos a la meta, entonces recorrió 135 km en 45 minutos. Por lo tanto el coeficiente de *proporcionalidad "m" que corresponde a la velocidad del motociclista es: m=135/45 =3. La ecuación de la recta que modela la situación del ciclista es entonces:* $y = 3t + 23$*.*

La pendiente de esta recta es un número mucho más grande, por lo tanto la inclinación de esta última recta sería mucho más importante.

13. Un ciclista se va del punto de partida y viaja a una velocidad de 0.6km/min durante 40 minutos. Después de 40 minutos se poncha la llanta de su bicicleta. La repara en 20 minutos y luego viaja durante 35 minutos a 0.7 km/min. Con la ayuda del algoritmo "graficador", intenta graficar esta situación.

La idea de esta pregunta es introducir la noción de recta horizontal y la noción de función seccionada. Abrimos el algoritmo graficador.

La situación se parte en 3 partes:

1) viaja a una velocidad de 0.6km/min durante 40 minutos

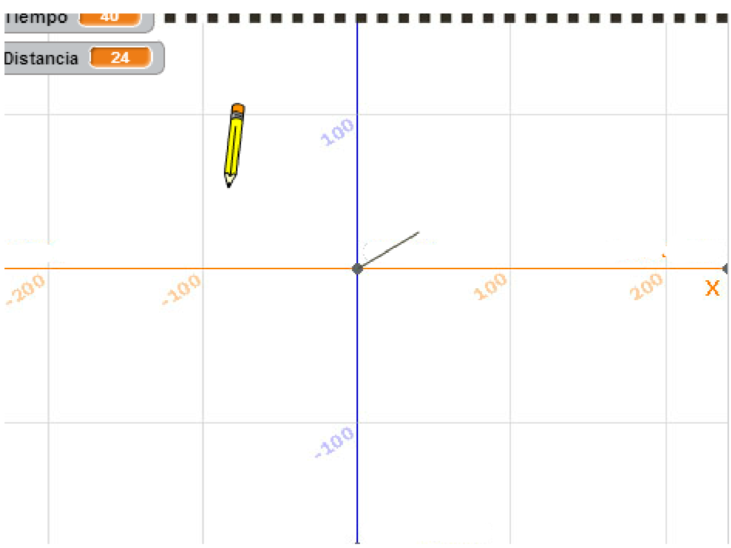
2) Se poncha su llanta y necesita 20 minutos para repararla es decir que no recorre distancia mientras pase 20 minutos

3) Viaja 35 minutos a 0.7 km/min.

Por la primera situación se tiene que graficar la ecuación $y = 0.6t$ con t que va de 0 a 40 por lo que modificamos las variables didácticas "pendiente" 

y 

. Obtenemos lo siguiente:



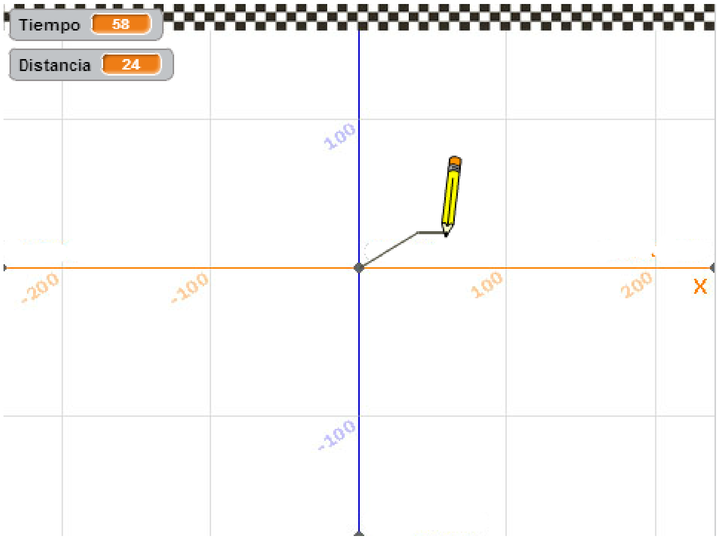
El alumno debe ser capaz calcular la distancia recorrida que tendrá que usar para modelar la parte 2. La distancia recorrida en 40 minutos fue de: d=0.6 (40)=24 km

Por la segunda situación la velocidad es de 0 km/min, y la distancia recorrida (distancia al punto de inicio) es de 24 km. Por lo tanto la ecuación de la recta que modela la segunda parte es: $y = 0t + 24$. t empieza del valor 40 hasta 60 . Por lo tanto modificaremos las variables didácticas siguientes:

, 

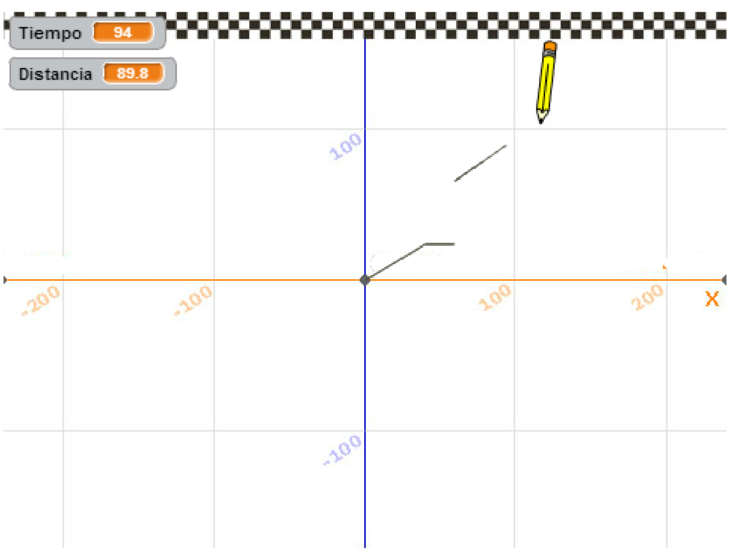
.

Obtenemos:



La tercera parte es de seguro la más complicada ya que si el alumno sigue los aprendizajes de la actividad 1 y 2 no obtendrá el efecto deseado: El ciclista viaja 35 minutos a una velocidad de 0.7 km/min y se ubica a 24 km del punto inicial. Por lo que el alumno podrá pensar que la ecuación que modela esta situación es:

$Y = 0.7\ t + 24\ donde\ t$ toma aquí un valor inicial de 60 y un valor final de 95. Pero al graficar esta recta nos damos cuenta que no funciona ya que observamos un salto en la gráfica: vemos lo que se obtiene a graficar la recta y=0.7t+24 por 60<t<95



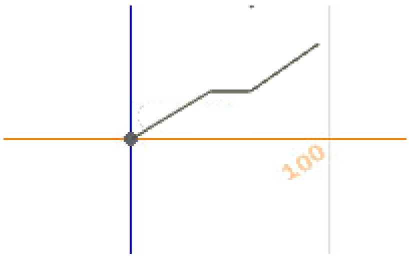
Es claro que esta situación no puede funcionar ya que justo antes de 60 minutos el ciclista se ubica a una distancia de 24 km y unos segundos después se ubica a $0.7(60) + 24 = 66\ km$ lo que claramente es imposible. El alumno se enfrenta a un problema. El alumno tiene que darse cuenta que el último trozo de recta tiene que ser pegado al trozo horizontal. Como le haría? Queremos que cuando t=60 segundos, la distancia del ciclista sea igual a 24. Por lo tanto $0.7(60) + b = 24$ que nos da $b = \ -18$. Por lo tanto la ecuación del último trozo será

$y = 0.7t - 18.$

Por lo tanto tenemos que modificar las variables didácticas siguientes:

,


Y obtenemos:



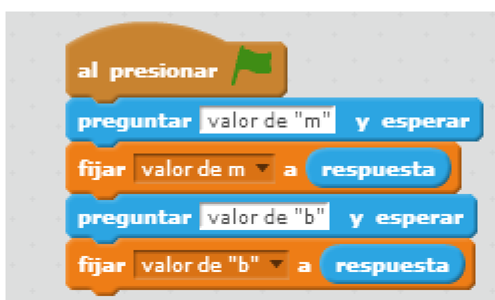
14. Con la ayuda de los algoritmos anteriores, intenta construir un programa que pregunta al usuario un valor de “m” un valor de “b” y que grafica la recta $y = mx + b$. ¡Juega con tu programa!

Esta pregunta va a solicitar más habilidades de programación que las anteriores para dar una transición hacia la actividad 3. Se trata de hacer un programita interactivo. El alumno puede usar el algoritmo “graficador” pero tiene que modificarlo para que haya interactividad con el usuario.

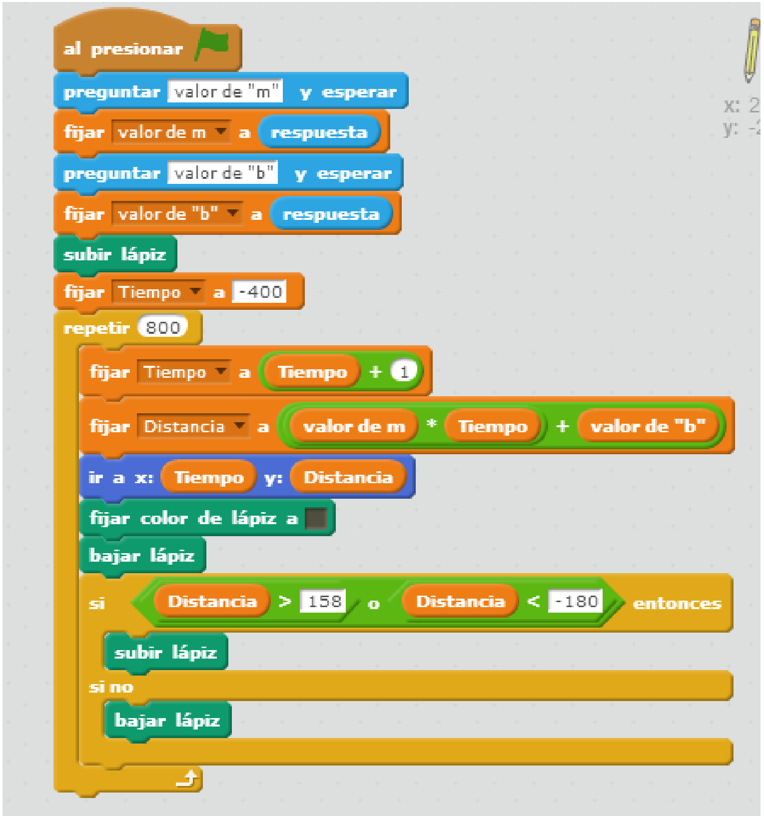
El programa tiene que preguntar el valor de “m” : 

.

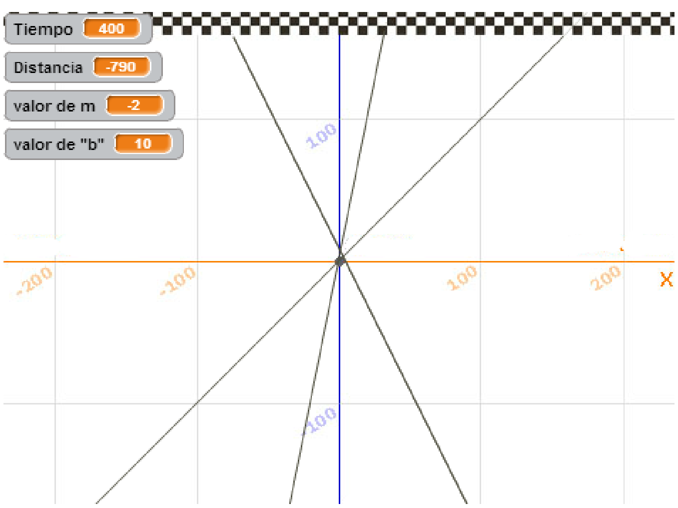
La respuesta del usuario tiene que estar almacenada en una variable: Creamos entonces la variable : “valor de m”: 

Hacemos lo mismo con “b”: 

Usamos ahora el bloque principal del algoritmo “graficador”:



Y podemos jugar con los parámetros (variables didácticas)



Módulo 4:

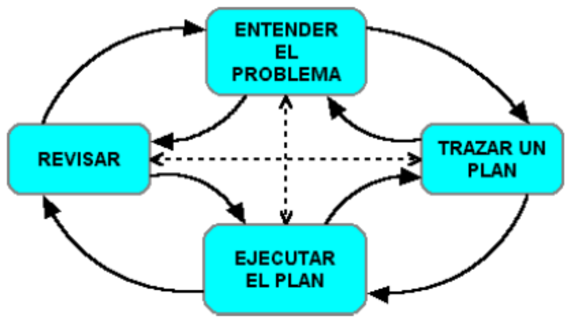
Teoría: La analogía entre les estrategias de resolución de problemas de Polya y la programación.

Para solucionar problemas los estudiantes disponen de muchas estrategias adquiridas previamente y por lo general enseñadas por sus maestros. Sin embargo, nos enfocaremos en dos estrategias: Heurísticas y Algorítmicas.

Según Polya (1957), intervienen cuatro operaciones mentales al resolver un problema de matemáticas con papel y lápiz:

1. Entender el problema.
2. Trazar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Revisar.

Sin embargo, estas etapas no deben seguirse como un modelo lineal, de lo contrario resultarían contraproducentes. Podemos verlo como un sistema dinámico cuyas etapas pueden estar interconectadas.

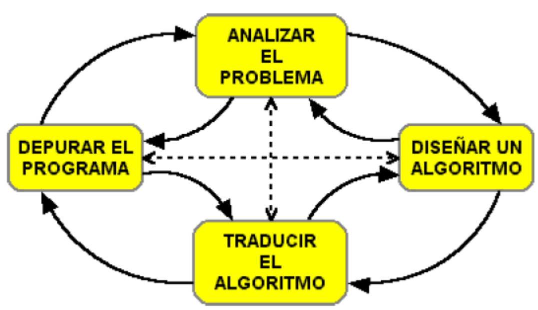


García , Segunda Edición, 2007, 2009

Por ejemplo, después de haber entendido el problema, el alumno puede trazar su plan, ejecutarlo y regresar después a la etapa de trazar nuevamente otro plan, (toda vez que asumió ya el fracaso del primero).

Muchos autores de libros sobre la programación plantean cuatro etapas para construir un algoritmo que responda a un problema específico. Observamos aquí la analogía existente entre las etapas donde pasamos de resolver un problema por medio de la programación a las etapas descritas por Polya.

1. Analizar el problema. (*Entender el problema*).
2. Diseñar un algoritmo. (*Trazar un plan*).
3. Traducir el algoritmo a un lenguaje de programación y correr el programa.(*Ejecutar el plan*).
4. Depurar el programa. (Revisar).



García , Segunda Edición, 2007, 2009

Al igual que con las cuatro fases de Polya, estas fases no son lineales. De hecho al depurar el programa es muy común que el programa no surta el efecto deseado (bug) y tengamos que modificar el algoritmo para volver a correr el programa, (sucesiones de intentos-errores).

Como lo hemos visto anteriormente, un ejercicio común en programación es descifrar un algoritmo ya dado. Vienen entonces preguntas tales como: ¿Qué hará este algoritmo si lo corremos? En este tipo de ejercicios entramos directamente en la fase de "Traducir el algoritmo".

Desde un aspecto constructivista se apunta a un proceso de aprendizaje apoyado en la acción del alumno a quien se incita a reorganizar y extender sus conocimientos previos. Este proceso constructivo se fundamenta en la contradicción y el conflicto cognitivo que pueden manifestarse en redes de significados distintos para cada uno de los estudiantes.

Según Ausubel, el aprendizaje debe ser significativo, lo que implica la existencia de una estructura cognitiva que le permite al que aprende relacionarse de una manera sensible con una idea.

El propósito de esta actividad es que el Maestro desarrolle una enseñanza que brinde al alumno la posibilidad de descubrir o reforzar vía la programación en Scratch una comprensión relacionada, proponiendo situaciones que se transformen en problemas por resolver, entendiéndose por problema: "*toda situación con un objetivo por lograr, que requiera del sujeto una serie de acciones u operaciones para obtener una solución de la que no se dispone en forma inmediata, obligándolo a engendrar nuevos conocimientos, modificando los que hasta ese momento poseían*...." (Brousseau, 1998)

El alumno podrá elegir su forma de trabajar. Para esta actividad y la que le sigue se adjunta una ficha de trabajo basado en el método de resolución de Polya en la sección de elemento teórico. El alumno podrá contestar a todas o una parte de las preguntas. Esta ficha de trabajo permite orientar al alumno sobre cómo trabajar y resolver problemas de programación. El maestro, en esta actividad tendrá que aportar elementos para "desbloquear a los estudiantes para que puedan seguir avanzando". Es importante que el contrato didáctico este bien definido. Al correr el programa, Scratch sanciona y el alumno debe ajustar su programa para que corra. Recordamos que según Brousseau la sanción permite al alumno ajustar su acción, aceptar o refutar una hipótesis o elegir entre varias soluciones

Programa 1:

Por dos puntos pasa una y una sola recta. Construye un programa que pregunta al usuario la abscisa y la ordenada de dos puntos y que grafique estos dos puntos y hacer que el programa nos dé la ecuación de la recta.

Ficha de ayuda para la programación:

I. Analizamos el problema

1. **Formular el problema.**

Necesitamos construir dos puntos. Un punto tiene una abscisa y una ordenada así que debemos construir dos abscisas y dos ordenadas. Tenemos que conocer cuál es la ecuación de una recta que pasa por dos puntos. Una recta tiene la forma $y = mx + b$. Sabemos que si dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ están en el plano cartesiano, la pendiente de la recta que pasa por estos dos puntos vale: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

La ordenada al origen llamada b es $b = y_1 - mx_1$ o $b = y_2 - mx_2$

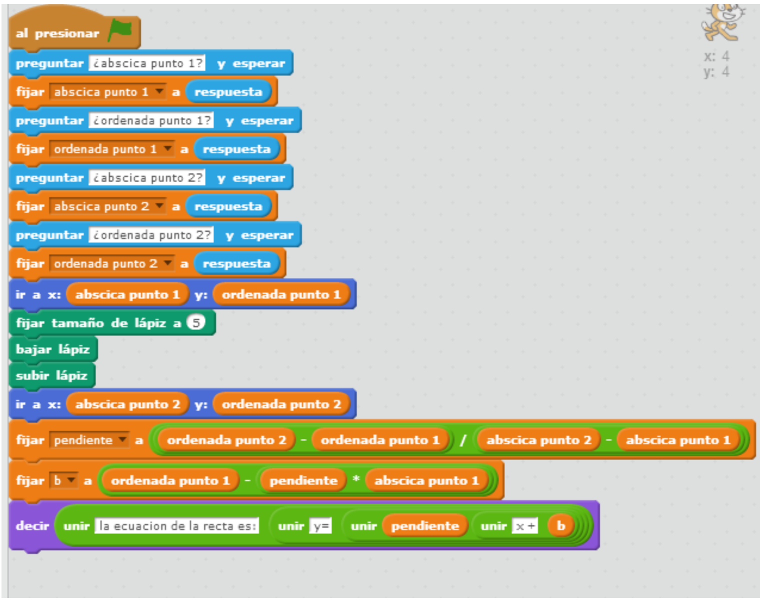
2. **Definir los procesos que llevan desde los datos disponibles hasta el resultado deseado (operaciones).**
    1. *Tenemos que construir 4 variables (abscisa 1, abscisa 2, ordenada 1, ordenada 2 para construir estos dos puntos.*

2. *Tenemos que preguntar al usuario las abscisas y las ordenas que quiere ingresar.*
3. *Tenemos que almacenar las respuestas del usuario en las variables construidas anteriormente*
4. *Graficamos los puntos*
5. *Definimos otra variable llamada pendiente y les asignamos su valor.*
6. *Definimos la variable b (ordenada al origen) y le asignamos su valor*
7. *El programa pone en pantalla la ecuación de la recta.*

II. Diseñamos el algoritmo en seudocódigo:

1. Construir las variables abscisa punto 1, ordenada punto 1, abscisa punto 2, ordenada punto 2.
2. Construir una variable "pendiente"
3. Construir una variable "b"
4. Al presionar la banderita entonces:
5. Preguntar:" ¿Abscisa punto 1?" y almacenar el resultado en la variable abscisa punto 1
6. Preguntar:" ¿ordenada punto 1?" y almacenar el resultado en la variable ordenada punto 1
7. Preguntar:" ¿Abscisa punto 2?" y almacenar el resultado en la variable abscisa punto 2
8. Preguntar:" ¿ordenada punto 2?" y almacenar el resultado en la variable ordenada punto 2.
9. Usamos la instrucción ir a: abscisa punto 1, ordenada punto 1
10. Fijamos el grosor del lápiz a 4
11. Bajamos el lápiz
12. Levantamos el lápiz
13. Usamos la instrucción ir a: abscisa punto 2, ordenada punto 2.
14. Bajamos el lápiz
15. Levantamos el lápiz
16. Asignar pendiente a : $\frac{Ordenada\ punto\ 2 - ordenada\ punto\ 1}{abscisa\ 2 - abscica\ 1}$
17. Asignar b a $Ordenada\ punto\ 1 - pendiente * abscica\ punto\ 1$
18. Decir "la ecuación de la recta es: y= pendiente*x+b"

III. Traducimos el algoritmo:



IV. Depuramos el programa.

El programa corre, no hay más que hacer pero de seguro el alumno tendrá aquí algunos problemas que tendrá que resolver.

4. *Resultados:*

4.1. Cuestionario sobre la función lineal.

El cuestionario fue aplicado a los 6 integrantes de la puesta en escena:

a) En el registro numérico:

Analice la siguiente tabla de valores y determine cómo se relacionan las variables x y y.

Tabla 1: Los 6 estudiantes encuentran la relación entre x Y y → y=2x.

Tabla 2: 4 estudiantes de 6 encuentran y=2x+1, otro contestó y=+2 y otro y=x+2

Tabla 3: Todos los estudiantes encuentran y=x^2

Tabla 4: 4 estudiantes de 6 encontraron y=5, dos no contestaron.

¿La tabla 1 Representa una función lineal?______

Todos los estudiantes contestaron "si". Sin embargo, notamos que no saben realmente que es una función lineal ya que a la pregunta ¿Por qué?

Contestan:

"Porque la gráfica será una línea recta."

"los valores incrementan de la misma manera"

"Porque tienen dos coordenadas"

"En una gráfica, la línea será recta"

"Para cada valor de x, hay un valor de y"

"Por cada valor de x hay solo un valor de y"

La Tabla 2. ¿Representa una función lineal?________________¿Por qué?___________________

Aquí también contestan todos "si" y justifican:

"Porque la gráfica será una línea recta"

"los números de X y Y incrementan igual"

"Porque se forma una línea"

"La línea lleva una misma trayectoria"

"porque para cada valor de X, hay un valor de Y"

"Porque para cada valor de X, tiene un solo valor de Y"

La Tabla 3. ¿Representa una función lineal?___________ ¿Por qué?_____________________

Cinco de Seis estudiantes contestan que si mientras uno no más contesta no. Queda claro que los estudiantes no manejan el objeto "función lineal" ya que a pesar de contestar que sí, escriben:

"Variables X y Y tienen el mismo valor cuando incrementan"

"Se formará una línea"

"Llevaría una misma trayectoria"

“Por cada valor de X, hay un valor de Y”

“Porque crece exponencialmente y si lo graficamos es una función”

El alumno que contestó que “No” escribe justamente que “no puede ser lineal ya que al graficar no se hace una línea recta.”

Vemos que los estudiantes pudieron bastante bien detectar la relación entre X y Y en las tablas pero no pudieron explicar si la relación era lineal o no. No tienen claro la noción de función lineal. Sin embargo, parece ser que relacionan la función lineal a una línea recta.

b) En el registro gráfico:

Trazar la representación gráfica de la tabla 2:

Tres estudiantes de seis pudieron representar la función en el registro gráfico. De los que no pudieron, uno no lo hizo bien y dos no lo pudieron hacer, no tenían idea de cómo graficarlo.

Dibuja la recta que pasa por los puntos (2,3) y (4,9).

b. ¿Qué signo tiene la pendiente de esta recta?______

c. ¿Por qué?___________________________________

Dos de seis estudiantes no pudieron trazar la recta que pasa por estos dos puntos. Cuatro hicieron la gráfica correctamente. Sin embargo, los seis estudiantes contestan que la pendiente de esta recta es positiva pero vemos aquí también la falta de comprensión de este objeto matemático ya que Contestan:

“Los números son positivos”

“Están en un cuadrante positivo”

“Son números positivos”

“Va hacia arriba”

“Porque m es positiva” (El alumno no nos da el valor de m)

Relacionan el signo de la pendiente al signo de las coordenadas de los puntos y no a un cociente de una diferencia de coordenadas.

¿Qué entiendes por pendiente de una recta?

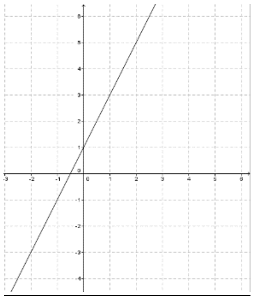
Todos contestan “la inclinación” o la “dirección. “

¿Cuál es la ecuación de esta recta?

Dos estudiantes fueron capaces de dar la ecuación completa de la recta es decir de pasar del registro gráfico, al registro algebraico. Un alumno pudo encontrar la pendiente pero no logró encontrar la “b”. Tres estudiantes no pudieron encontrar ni “m”, ni “b”.

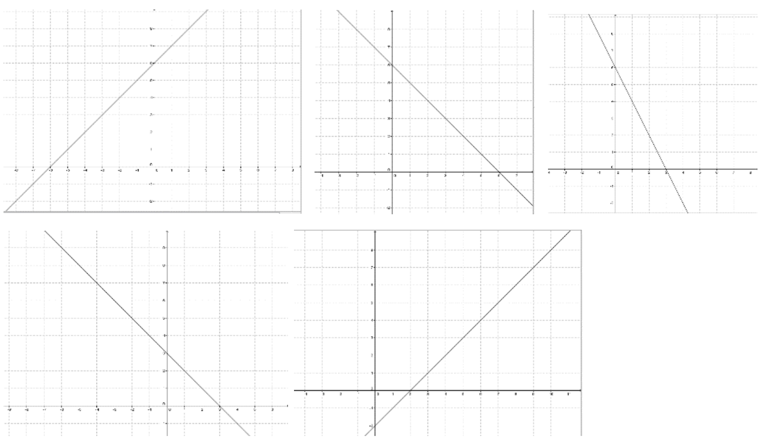
Los que encontraron la ecuación completa de la recta, lo hicieron mediante una lectura gráfica. (Tratamiento en el registro gráfico)

Determine la expresión algebraica cuya gráfica es la siguiente:



Cuatro estudiantes de seis encontraron la ecuación y=2x+1 por lectura gráfica. Dos no pudieron.

Identifique cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función y = −x + 6



Tres estudiantes encontraron la gráfica correcta. Los que no pudieron eligieron todos la #1 ya que detectaron que cuando x vale 0, y vale 6. No relacionaron la pendiente negativa (-x) con una recta decreciente.

En resumen, vemos en este cuestionario un buen manejo de los estudiantes para relacionar dos variables en una tabla numérica. Sin embargo, los números en las tablas son fáciles de relacionar (cuando se relacionan). Vemos que no tienen nociones del objeto función lineal y que el mayor problema está en el manejo de la pendiente de la función. Notamos también unas dificultades generales al pasar del registro gráfico al registro algebraico siendo la pendiente el obstáculo mayor.

4.2. Cuestionario sobre Scratch.

No se detallará aquí cada pregunta ya que las preguntas de este Cuestionario eran relativamente fáciles y que no proporciono a los estudiantes mayores dificultades. Permitió al maestro comprobar que los estudiantes habían integrado los diferentes elementos del Software Scratch para poder elaborar animaciones interactivas relevantes. Los estudiantes mostraron que estaban listos para empezar las actividades.

En este cuestionario, los estudiantes estaban autorizados a interactuar pero no fue necesario en la mayoría del tiempo ya que sabían cómo hacer las cosas. Algunos estudiantes con algunas preguntas interactuaron con los demás y se notó un cierto placer de parte de los estudiantes al explicar a otros. Los estudiantes preguntaron muy poco al maestro ya que preferían discutir entre ellos. Un alumno durante el taller y en este cuestionario se destacó de los demás ya que a cada pregunta, a cada algoritmo que hacía, añadía algo personal, una nueva función que le agregaba valor a su animación interactiva. Los estudiantes ven a Scratch como un juego, se ven muy entusiastas y lo dicen. Este cuestionario duró 45 minutos en promedio y todos los estudiantes contestaron a todas las preguntas con ayuda o sin ayuda de los demás compañeros.

4.3. Resultados del Módulo 1.

1. Abre el archivo llamado "simulación": Presiona la banderita verde y luego la tecla espacio. ¿Qué observas? ¿Que cambia?

Los estudiantes contestan de manera personal por lo pronto, sus respuestas son:

"dos personas tratando de subir las montañas con su bicicleta, uno más rápido que otro"

"Dos bicicletas que tratan de llegar al final, primero sale uno y luego el otro y se tardó un poco más"

"Observo a 2 dibujos de ciclistas que van por una montaña. Uno va más rápido que el otro más lento va diciendo el tiempo que tarda. La montaña está separada."

"Dos ciclistas avanzando por un tramo montañoso. El primero sale con ventaja y es más rápido; El segundo lleva un cronometro".

"Dos ciclistas en una montaña. La están cruzando. Se puede apreciar las velocidades de ellos cuando están de subida y de bajada."

"Dos ciclistas que van por la montaña que depende del lugar donde estén la velocidad cambia"

Tienen claro que un ciclista va más rápido que otro, algunos vieron que la animación lleva el tiempo. No hablan de aceleración, desaceleración pero hablan de velocidad.

3. ¿Describe el movimiento de los ciclistas?

La mayoría de los estudiantes no tienen claro de que es un movimiento. Contestan:

"El movimiento es por la montaña"

"la velocidad"

"Las velocidad de uno de ellos y luego son juntos"

"avanzan de derecha a izquierda, horizontal y oblicuamente"

Algunos estudiantes introducen la posición y hablan de cambio de velocidad: *"Los ciclistas van avanzando y van cambian de posición. Sube y baja la velocidad".*

"La velocidad cambia y la posición de las bicicletas."

3. ¿Cómo es el movimiento en la última parte de C y en la primera parte de D?

4. ¿Cómo es el movimiento en la última parte de E y en la primera parte de F?

No hablan en los términos que buscamos (aceleración, desaceleración, cada vez más lento etc…) pero logran explicar el fenómeno físico. Todos observan que la velocidad disminuye cuando los ciclistas suben y aumenta cuando los ciclistas bajan. Lo dicen con sus palabras.

5. ¿Qué variables usaste para describir el movimiento del punto anterior?

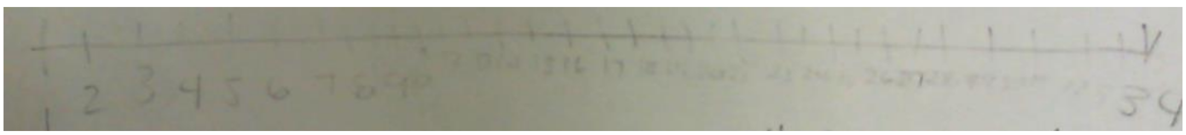
Notamos con las respuestas que los estudiantes no han asimilado en sus cursos anteriores la noción de variables. Los estudiantes contestan:

“Las bicicletas y los puntos”, “Dirección, velocidad, x, y”, “C, D, E, F, pendientes, inclinación”. ”Velocidad y cuesta”. “La velocidad y la ubicación”. “F, E”.

Nunca mencionan el tiempo.

6. Elabora una tabla numérica que describe el movimiento.

Ningún alumno es capaz de elaborar una tabla numérica, no tienen idea de cómo hacer esta tabla ya que no saben que variables y datos ingresar. Un alumno trató de hacer un dibujo:



34 representa los segundos que duró el ciclista a recorrer el camino. Este alumno quiso representar el tiempo. Otro alumno escribe que no sería capaz ya que no hay X y Y lo que nos muestra que los estudiantes no saben que las variables pueden ser diferentes a X y Y, variables clásicas usadas en la escuela.

A partir de este punto el maestro retoma las preguntas con los estudiantes y trata de provocar a los estudiantes, discutir tal cual como viene explicado en el análisis a priori.

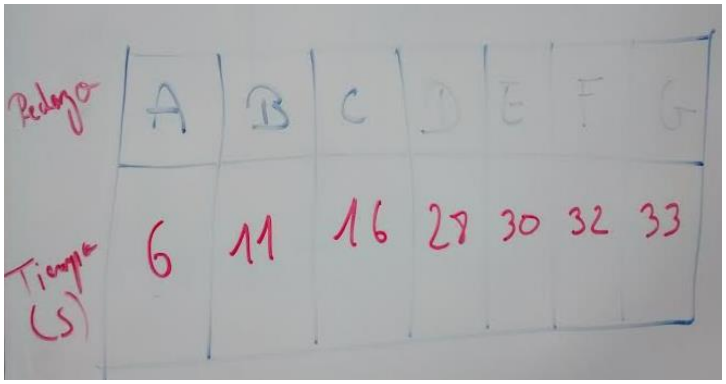
Les pregunta:

“Que entiendes cuando dices que uno es más rápido que otro”

“¿Que es la velocidad?” “Que significa que un ciclista vaya más rápido que otro” etc…

El maestro retoma con los estudiantes los elementos que cambian e insiste sobre el tiempo y la velocidad. Luego, aprovecha para recordar la fórmula física de la velocidad v=d/t.

Las interacciones son fuertes. Respecto a la tabla numérica, al momento de discutir, un alumno dice que notó que cuando pasa al final de una letra (A, B, C, D) el ciclista tiene el mismo número arriba (se refiere al cronometro arriba del ciclista). Sin embargo no sabe cómo hacer la tabla numérica. El maestro trata de hacer una con los estudiantes a base de esta idea. Los estudiantes interactúan mucho con el maestro y se logra a construir una tabla donde aparecen letras que representan a los pedazos de carretera y el tiempo que mete el ciclista a recorrerlos. Se obtiene lo siguiente:



Ahora se les presenta a los estudiantes las preguntas 7 y 8.

7. ¿Abre el archivo simulación 2: Este archivo representa la simulación de la carrera de un ciclista sobre el pedazo A. Que puedes decir?

Los estudiantes no ven que la velocidad esta constante,

“Observamos a los ciclistas recorrer el punto A y también observamos árboles“

“Los ciclistas están yendo de un punto a otro. Uno tiene mayor aceleración que el otro. Ambos Van marcando el tiempo. Hay 5 árboles.”

“El punto A se muestra más detallado como con un acercamiento y los ciclistas se ven más lentos.”

“Vi dos ciclistas en una pista que la recorren a velocidades diferentes.”

“Fue como los ciclistas llegaron al punto A.”

“Vemos que un ciclista es un árbol y medio más rápido que el otro. Recorren el pedazo A.”

El maestro retoma esta pregunta con los estudiantes para que los estudiantes entiendan la relación que existe entre el tiempo y la distancia recorrida cuando la velocidad esta constante (movimiento uniforme). Los estudiantes participan activamente. Entienden que en este pedazo A no existe aceleración por parte de los ciclistas. El maestro insiste sobre la disposición de los árboles que están distantes siempre de la misma distancia.

8. ¿Puedes hacer una tabla de datos?

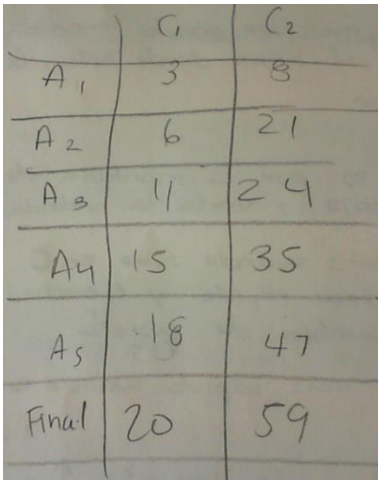
El maestro deja a los estudiantes construir la tabla de datos. Les avisa antes que la carretera representada por el pedazo A mide 500 metros. Las tablas de datos se muestran a continuación.

Todos los estudiantes toman el tiempo recorrido de cada ciclista sobre cada pedacito de A.

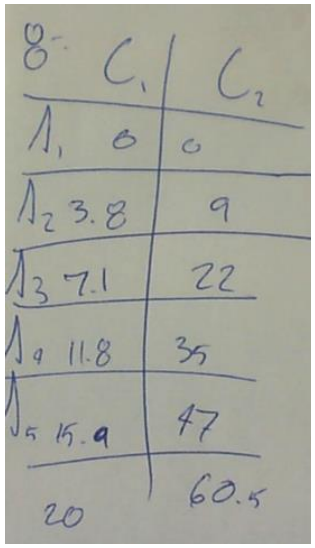
Tres de seis estudiantes toman la letra A como árbol que se convierte como una referencia.

(A1 significa Árbol 1, A2 significa Árbol 2 etc…)

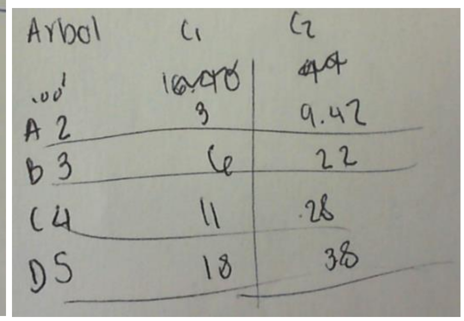
(C1 significa ciclista 1 y C2 ciclista 2)



	C_1	C_2
A_1	3	8
A_2	6	21
A_3	11	24
A_4	15	35
A_5	18	47
Final	20	59

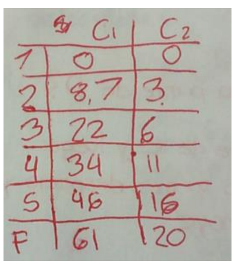


8-	C_1	C_2
A_1	0	0
A_2	3.8	9
A_3	7.1	22
A_4	11.8	35
A_5	15.9	47
	20	60.5



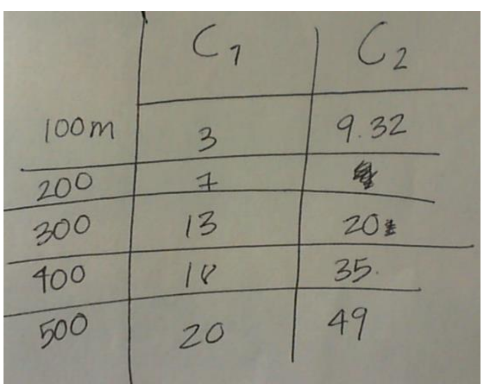
Arbol	C_1	C_2
[illegible]	[illegible]	[illegible]
A 2	3	9.42
B 3	6	22
C 4	11	28
D 5	18	38

Un alumno no usa los arboles como referencia para medir el tiempo , sino que usa números cuyo valor representa al pedazo correspondiente.

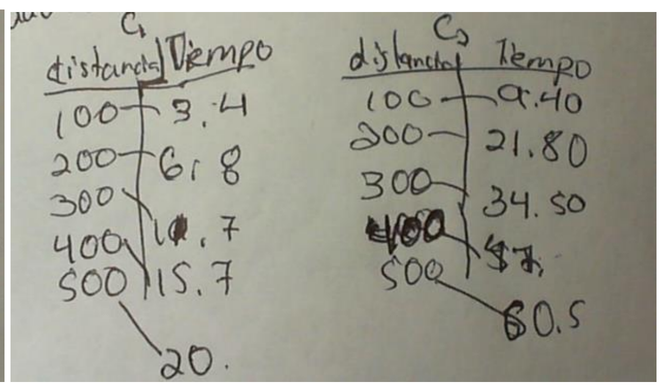


	C_1	C_2
1	0	0
2	8,7	3
3	22	6
4	34	11
5	46	16
F	61	20

Ya que el maestro dijo a los estudiantes que el pedazo A mide 500 metros dos estudiantes notan que los arboles estan espaciados de la misma distancia , ponen el tiempo de los ciclistas cada 100 metros.



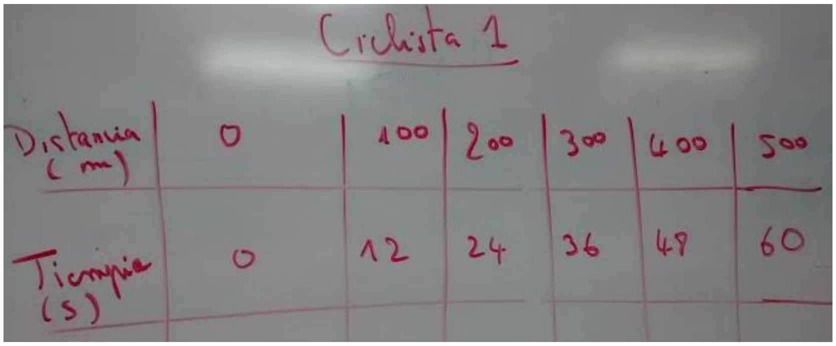
	C_1	C_2
100m	3	9.32
200	7	[illegible]
300	13	20
400	16	35.
500	20	49



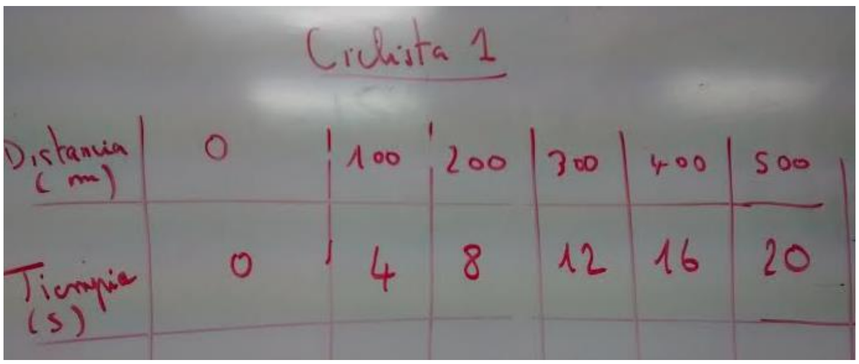
C_1 distancia	Tiempo	C_2 distancia	Tiempo
100	3.4	100	9.40
200	6.8	200	21.80
300		300	34.50
400	[illegible].7	400	47
500	15.7	500	60.5
	20.		

Al final, el maestro retoma estas dos tablas con todos los estudiantes y les pregunta si la velocidad de los ciclistas es uniforme, constante respecto a los que se vio anteriormente.

Por medio de interacciones, logran ponerse de acuerdo los estudiantes y el maestro que si nos referimos a estas dos últimas tablas, la velocidad no es constante. El maestro pregunta a los estudiantes como debería ser la tabla de los ciclistas si la velocidad es constante. Logran hacer esta tabla para el ciclista 1:



Para el ciclista 2:



A continuación, el maestro juzga que los estudiantes están listos para entrar en la fase de desarrollo de las actividades.

4.4. Resultados del Módulo 2

Pregunta 1-2:

¿Qué observas en los valores de la tabla?

¿Puedes identificar el comportamiento de la distancia conforme varía el tiempo?

Nos todos los estudiantes contestan igual pero 4 de 6 estudiantes han visto que por un cierto intervalo de tiempo, la distancia aumenta siempre lo mismo. Nadie pudo relacionar la distancia con el tiempo. Los estudiantes responden:

“Que el tiempo aumenta 12.5 segundos por cada 3.75 km gradualmente” (El alumno no vio que el tiempo se media en minutos)

“Que los valores del tiempo aumentan 12.5 y en la distancia 3.75. Por lo que en 12.5 minutos, se recorre 3.75 km”

“Que la distancia en la que avanza y el tiempo en el que lo hace son directamente proporcional”

“El comportamiento de la distancia mediante el tiempo indicado desde el inicio”

“Que está incompleta y que va aumentado el doble.

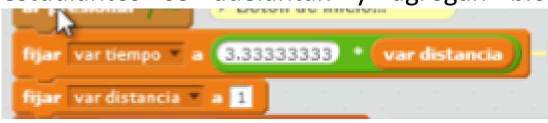
“Que son congruentes”

3. En Scratch, construye dos variables “var tiempo” y “var distancia” y dos listas “tiempo” y distancia. Observa los bloques de instrucción e intenta ver cuál es su funcionamiento.

Esta pregunta no tiene secretos para los estudiantes ya que se les dio un taller de Scratch así que conocen muy bien el programa. Todos logran construir las variables y las tablas.

4. Abre el archivo “algo_0”. Usando este algoritmo, construye en Scratch la tabla distancia y la tabla tiempo agregando los valores de la tabla anterior. Tendrás que ordenar los bloques para que funcione el algoritmo.

Los estudiantes no logran entender bien la pregunta, logran armar la animación interactiva pero no saben qué hacer. Empiezan a interactuar entre ellos, el maestro les vuelve a dar la instrucción. Dos estudiantes se adelantan y agregan bloques al algoritmo para poder hacer la tabla:



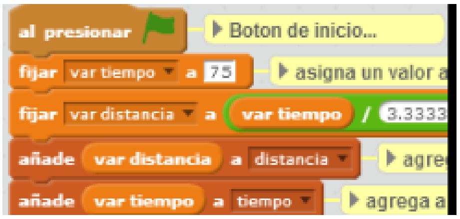
y ligan la distancia conforme varia el tiempo. El maestro les comenta que no pueden por el momento agregar bloques. Por lo tanto a tres estudiantes se les complica completar la tabla en Scratch ya que no han visto la relación entre el tiempo y la distancia. Parece ser que quieren automatizar el algoritmo para que la tabla se llene sola. Un alumno completa la tabla de manera errónea y otro deja la tabla sin completar los datos faltantes.

Los estudiantes que han detectados que tiempo=3.33333 x distancia logran completar la tabla en Scratch.

5. Abre el archivo llamado algo_1 y ordena los bloques de instrucción para que generes los valores de la tabla inicial y los faltantes; Borra los valores de las tablas usando el “borrador de datos”.

Los tres estudiantes que detectaron que el tiempo = 3.33333 x distancia ponen como valor en el círculo 3.3333 cuando deberían poner 0.3. No se dieron cuenta al inicio que el programa relaciona la distancia conforme varia el tiempo y no al revés, por lo tanto no pueden hacer la tabla con esta animación interactiva. Además dos estudiantes cambian los bloques e inviertan los bloques de la distancia y el tiempo para poder construir la tabla:

Además uno fija la distancia en segundo lugar así que no funciona. Sin embargo se da cuenta y rectifica. Después, el alumno quiere regresar a expresar la distancia conforme varia el tiempo y cambia el algoritmo y cambia el bloque de multiplicación por el de la división y le da:



Sin embargo, el maestro pasa e interactuando con el alumno le comenta que no puede añadir otros bloques así que el alumno regresa al algoritmo inicial pero no logra encontrar “la constante de proporcionalidad” e introduce el número 3.75 y observa al correr su animación que no funciona:

Cambia el 3.75 por 2 y al no funcionar cambia el 2 en 0.3 ya que al escuchar los demás estudiantes interactuando se dio cuenta que el número era 0.3

Las interacciones entre los estudiantes son fuertes, discuten sobre el número que tienen que poner para que funcione. Algunos han visto cómo hacer para encontrar este número y explican a los demás que ya lo ingresan en su animación interactiva para que funcione y que puedan llenar su tabla. Cuando encuentran el número 0.3 y que se dan cuenta que pueden reproducir la tabla en Scratch. Se oye cosas como: “yuuhuuuuuu”, o “que padre”.

6. Denotando con “t” la variable tiempo y “d” la distancia escribe la expresión algebraica que relaciona t con d.

La conversión del registro numérico al registro algebraico tuvo lugar y todos los estudiantes escriben la expresión algebraica d=0.3t.

7. Respecto a lo que hiciste anteriormente y usando el algoritmo de la parte 4, intenta construir dos tablas Tiempo 2 y distancia 2 e inserta los datos de la tabla 2 y los valores faltantes.

Se juntaron 2 estudiantes para tratar esta pregunta. Estos estudiantes entienden directamente que el problema del ciclista 2 es el mismo , y se dan cuenta que para hacer la tabla 2 tienen que sacar otro número diferente a 0.3 , para sacarlo dividen 5 entre 3 que les da 1.6666677 pero al entrar este número en la animación interactiva se dan cuenta que no funciona

Entonces, regresan a la calculadora y dividen 3 entre 5 y les da 0.6. Lo ingresan al programa y funciona. Se oye otro “yuuhuuuu” al ver que les da lo que quieren.

3 estudiantes más encuentran 0.6, y al preguntarles como lo encuentran, me comentan: “Hemos multiplicado el 5 por un decimal hasta que nos de 3 y este decimal es 0.6”. No han visto que este número (la constante de proporcionalidad se obtiene dividiendo dos variable entre ellas)

Un alumno no ha encontrado 0.6 pero los otros estudiantes le explican y ya lo ingresa en su animación interactiva.

8. ¿Qué ciclista lleva mayor velocidad? ¿Qué te permite decir esto?

La lógica de los estudiantes entra en juego:

“El ciclista 2 lleva mayor velocidad. Me di cuenta porque compare el primer tiempo registrado el #1 en 12.5 minutos 3.75 km y el #2 en 5 minutos recorrió 3 km.”

“el segundo va más rápido. El primero en 25 minutos avanzó 7.5 km mientras que el segundo avanzó 12km en 20 minutos que es mayor distancia en menor tiempo.”

“El segundo ciclista porque recorre la misma distancia pero en menos tiempo” (cabe mencionar aquí que parece claro que el módulo 1 permitió que el alumno se expresará con estos términos).

Las respuestas de los otros estudiantes son parecidas a estas pero un alumno escribió:

“El ciclista 2 va tres veces más rápido.”

9. Denotando con “t” la variable tiempo y “d” la distancia, escribe la expresión algebraica que relaciona t con d.

Todos los estudiantes escriben la expresión d=0.6 t , sin embargo un alumno escribe

d=xt donde x puede representar 0.3 o 0.6. En su mente la x representa entonces la constante de proporcionalidad que comúnmente llamamos m.

10. ¿Qué elemento de la expresión te indica la velocidad? ¿En qué unidades se mide la velocidad en este problema? ¿Podrás convertirla en km/h?

Para empezar, los estudiantes no entienden la palabra “elemento”. El maestro explica el significado de esta palabra y las interacciones empiezan.

Al inicio de esta pregunta, dos estudiantes no más logran ver que la velocidad corresponde a 0.3 y 0.6 ya que al hablar entre ellos dicen recordar una fórmula que vieron en secundaria que la velocidad es la distancia entre el tiempo. Los demás no logran verlo, uno escribe que el elemento que describe la velocidad es el tiempo, otro escribe distancia y tiempo. Un alumno escribe lo siguiente:

“Yo creo que 0.6 porque aparte que Julio y Víctor dijeron es lo que se está multiplicando.”

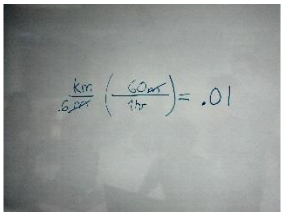
Así que no más 2 relacionaron la distancia y el tiempo para encontrar la velocidad.

Todos los estudiantes supieron que la velocidad se mide en kilómetros por minutos. Sin embargo, para convertir la velocidad en km/horas, las interacciones entre los estudiantes se amplifican todavía más y un alumno pide apartar el pizarrón.

“Ah estoy recordando la clase física con esto!”

Los otros estudiantes discuten: “Son 60 minutos en una hora” entonces hay que dividir por 60”,

No, dividir no, multiplicar! No están de acuerdo y un alumno presenta un croquis:



El alumno se pregunta si el 0.6 debe estar “arriba o abajo”, después de un tiempo lo deja abajo y encuentra 0.01 km que de inmediato llama la atención a los demás. Un alumno dice: “en 1 minuto, logras recorrer 0.6 km” entonces en una hora logras 0.6 x 60= 36 km. Con esta frase, los otros estudiantes están de acuerdo con la operación y ponen todos 36 km/h

11. Usando el algoritmo del archivo “algo1”, completa una tabla como la anterior que sirve para modelar la distancia recorrida de un tercer ciclista con respecto al tiempo; si se sabe que la velocidad de este ciclista es 3 veces mayor que la del primero.

Los estudiantes contestan rápido a esta pregunta ya que está claro que la velocidad del primero es de 0.3 km/min así que la multiplican todos por 3 y construyen otra tabla numérica en Scratch con el algo 0 sustituyendo 0.3 por 0.9.

Algunos estudiantes discuten: “Este ciclista casi recorre un kilómetro por minuto mira”

12. Si se te pidiera representar la gráfica de cada una de las expresiones algebraicas que modelan las tres situaciones anteriores, ¿Cómo crees que sean las gráficas resultantes? ¿Qué harías para construir dichas gráficas?

No tienen idea clara de que tipo de gráfica van a aparecer. Escriben:

-Sería constantes y todas en el cuadrante positivo siempre ascendiendo, pero en algún punto (debido a su diferencia de velocidad) se cruzarán.

-Se puede poner la expresión algebraica en una función lineal y graficar una recta

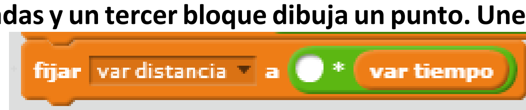
-Serian paralelas la una de las otras y serian positivas las pendientes. Haría una tabla para sacar los valores de x y y.

-Serían positivas las pendientes de las tres rectas

-Lo haría con variables, por ejemplo C1, C2, C3. Serán paralelas.

-Pondría los mismos valores de tiempo para los 3 ciclistas para poder comparar mejor la distancia que recorren y ver la diferencia más fácilmente y pues nomas graficara los resultados

Como vemos, 2 usan la palabra “recta”, sin embargo notamos que no desarrollan más.

13. Abre el archivo “algo_2” que contiene bloques de un algoritmo. Uno de estos bloques asigna un valor del tiempo al azar y determina el valor correspondiente de la distancia, otro coloca el lápiz en las coordenadas determinadas y un tercer bloque dibuja un punto. Une estos tres bloques, inserta el valor de este bloque: 

para modelar la situación del ciclista 1 y corre el algoritmo presionando el botón de inicio, las veces que quieras.

También puedes insertar la instrucción “repetir”. ¿Qué observas?

Llevamos los estudiantes en el registro numérico. Esta pregunta es, sin duda, la más impactante a nivel emocional. Cinco de seis estudiantes logran armar muy bien la animación interactiva y de hecho, sus conocimientos en el programa Scratch son tal que arman de inmediato el algoritmo con la instrucción repetir lo que no se pretendía en la planificación de los módulos. Sin embargo, al ver estos puntos alineados que se dibujan a la pantalla, las emociones e interacciones se amplifican:

"¡Mira! Es una línea! ¡ Qué padre!"

"¡Repítelo como unos mil para que haga la línea bien!"

"Qué curado como se está haciendo una línea…"

Empiezan a observar solitos:

"*ah! No se cruzan! Se cruzan no más en el centro"*

"Empiezan todos desde 0!"

A pesar de estas interacciones, dos estudiantes quedan concentrados, sin manifestar emociones mientras que 3 estudiantes adelantan la actividad solos ya que por curiosidad o interés grafican las situaciones de los dos ciclistas restantes.

A la pregunta: ¿qué observas? Tenemos como respuesta:

-Puedo observar cómo va graficando los resultados del ciclista 1 (Alumno que batallo para armar su animación)

-Es una situación lineal, es constante y mantiene su misma recta e inclinación en cada uno de los casos, no son líneas paralelas, se cruzan al inicio.

-Observo 3 rectas que parten del mismo lugar pero gracias a sus variables de velocidad, su inclinación es muy diferente.

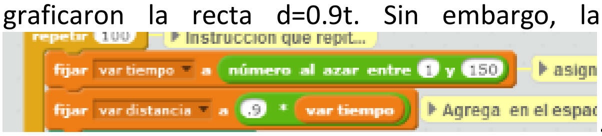
-Observo una recta de color azul, que tiene una inclinación de .3, y pasa por el punto (0,0)

-Qué se hizo una línea.

Parece ser que tienen claro que la situación 1 se plasmó en la pantalla mediante una línea. La conversión del registro numérico y algebraico al registro gráfico parece ser exitosa.

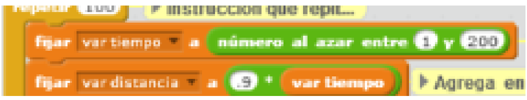
14. ¿Cuál es el valor del tiempo en el que el tercer ciclista pasará la meta?

Me llamo mucha la atención la manera "instintiva" que los estudiantes trataron esta pregunta. De 6 estudiantes, tres se fueron por el tratamiento en el registro gráfico. Veamos: Todos los estudiantes graficaron la recta d=0.9t. Sin embargo, la animación interactiva gráfica hasta t=150



.

Una alumna desliza el cursor en lo largo de la recta d=0.9t y sigue hasta la bandera de cuadro negro y blanco, luego, proyecta de manera vertical para dar la respuesta t=190 min, lo vuelve hacer y rectifica su respuesta: t=178 min (una buena aproximación ya que la respuesta es t= 175.5 min. Dos estudiantes cambian un dato de la animación interactiva para que la recta se pueda graficar hasta la bandera, es decir, el objetivo.



Y proceden a lo mismo (una proyección ortogonal con el cursor del ratón sobre las abscisas) para encontrar t=177 min (Una muy buena aproximación).

Mientras que estos tres estudiantes obtén una resolución haciendo tratamiento en el registro gráfico, dos estudiantes que se juntaron para esta pregunta resuelven esta pregunta en el registro algebraico. Escriben 158=0.9 t entonces t=158/0.9=175.5 min.

Un alumno no más se queda atorrado y pide ayuda a los demás quien con gusto le ofrecen una explicación.

15. Grafica las situaciones restantes agregando al algoritmo la instrucción 

, después del botón de inicio, para modificar el color de cada una de las gráficas. Describe lo que observas.

Los estudiantes se adelantaron en las preguntas anteriores ya que por curiosidad o interés ya graficaron las otras situaciones. No todos le pusieron colores diferentes a las rectas pero todos graficaron las tres situaciones.

16. ¿Por qué las tres gráficas se intersecan en el punto $(0, 0)$?

Las respuestas son muy similares y nos demuestran que los estudiantes no tienen aún una muy buena noción del registro gráfico, del significado de los ejes. Contestan:

"Porque todos tienen el mismo inicio. Porque es el lugar donde empiezan. Porque es el punto de partida. Porque todos comienzan en el mismo lugar. Porque son el punto de partida de los 3 ciclistas."

No logran ver que en el tiempo t=0 (al inicio), no han recorrido ningún kilómetro. Una respuesta se acerca:

Porque como el problema se trata de ciclistas, y se utiliza el tiempo, el tiempo no puede ser negativo. Aparte los tres ciclistas salen del mismo punto de inicio que sería (0,0)

17. ¿Por qué las tres gráficas aparecen en el primer cuadrante?

-Porque todas representan una situación positiva, avanzando y no regresando. El alumno asimila el crecimiento de la recta al avance del ciclista.

-Porque están avanzando positivamente en tiempo y en distancia.

-Porque las dos variables son positivas

-Porque las tres rectas son positivas, y por lo mismo, como el problema habla sobre ciclistas que van avanzando constantemente, las dos variables (el tiempo y la distancia) se mantienen positivas y por lo tanto la recta está en el primer cuadrante.

-Todos van al mismo lugar y aparte son positivas.

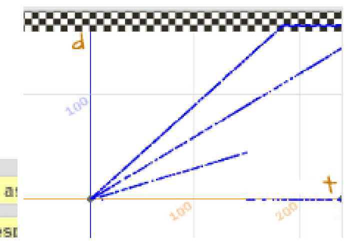
-Porque los valores de tiempo y distancia son positivos.

Básicamente, los estudiantes han entendido que el tiempo y la distancia son positivos y esto es la razón por la cual las rectas se grafican en el primer cuadrante.

18. ¿Cuáles son los valores del tiempo en los que, respectivamente, el ciclista 1 y el ciclista 2 pasan la meta?

Los dos estudiantes quien había tratado la pregunta 14 en el registro algebraico vuelven hacer lo mismo así que resuelven esta pregunta fácilmente. Sin embargo, los estudiantes quien había resuelto esta pregunta en el registro gráfico se enfrentan a un problema ya que si prolongan la recta que representa la situación del ciclista 1 y 2 no llega a la bandera.

Agrandan el "dominio" de 150 a 300 para que se dibuje más:



Un alumno pregunta al maestro: *"¿Maestro? ¿Cómo me desplazo en los cuadrante para ver dónde llega acá?"* (El alumno quiere ver por qué valor toca la bandera la recta 2.)

Las interacciones son fuertes, un alumno propone a voz alta una estrategia:

"Oye! El ciclista 1 va 3 veces más lento que el ciclista 3 a quien sacamos a la pregunta 14 el tiempo para llegar a la meta" como el ciclista 1 tiene que recorrer la misma distancia y va 3 veces más lento, necesitará 3 veces más tiempo para llegar a la meta! Y el alumno multiplica el tiempo del ciclista 3 encontrado en la pregunta 14". Para el ciclista 2 proceden a lo mismo dividiendo el tiempo del ciclista 1 entre 2 ya que el ciclista 2 va dos veces más rápido que el ciclista 1. Como la estrategia anterior no funcionaba, tuvieron que cambiar de estrategia y encontraron una estrategia lógica muy valiosa.

19. ¿A qué hora llegará entonces el ciclista 1?

Todos los estudiantes logran tener la buena respuesta de manera separada. Un alumno no más pregunto a qué hora había salido el ciclista 1 ya que no había leído bien las instrucciones.

20. Genera otras gráficas modificando la constante de este bloque: 

. Comenta lo que observas.

Todos los estudiantes empiezan a cambiar la constante del bloque, sin embargo nadie propone un número negativo. La mayoría proponen números enteros no mayor a 6. Nadie tiene la curiosidad de poner números muy grandes, positivos o negativos. Por lo tanto, las observaciones son todos del mismo tipo: *Mas grande es la constante, más inclinada esta la recta* (y algunos añaden: …*y más rápido va el ciclista*)

Queda claro que relacionan la constante con la inclinación de la recta que después van a llamar pendiente.

21. Señala los aspectos que te hayan resultado novedosos tanto al conocimiento matemático como al programa Scratch.

Los estudiantes sienten que más que aprender cosas nuevas, están volviendo a descubrir, a poner a la luz aspectos que habían visto anteriormente. Escriben:

-Que se pueden hacer graficas con scratch

-Todo esto, matemáticamente hablando, lo me lo enseñaron en segundo de secundaria, y con este ejercicio retomé todo eso que aprendí.

-Al conocimiento matemático, no mucho, eran cosas que ya había visto pero descubrí maneras nuevas y más sencillas de hacerlo con el programa Scratch.

-Nada nuevo, recordé física de segundo de secundaria, Scratch es lo nuevo.

-Pude obtener los números faltantes en las tablas

22. Abre el archivo llamado Graficador. Corre el algoritmo.

¿Para qué valores de la variable x se muestra la gráfica?

¿Para qué valores de la variable y se muestra la gráfica?

¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

¿Cómo lo identificas gráficamente?

¿Cuál es la expresión algebraica de la recta?

Después de checar la gráfica, dos estudiantes logran de manera separada contestar rápido pero expresan t en función de d y escribe t=2d que de una cierta forma está bien !

Los demás obtienen todos sin excepción la expresión d=0.5t. Explican que como se gráfica hasta x=100 y y=200 (no usan t y d) entonces la constante de proporcionalidad es 100/200. Notaremos que para esta pregunta no hubo ninguna interacción. Cada alumno la hizo por su lado.

23. ¿Qué puedes decir de cualquier punto que se ubica en la recta?

A pesar de que no contestan bien la pregunta, lo que contestan parece mostrar que han entendido conceptos de la función lineal.(Constante de proporcionalidad , pendiente …). Contestan:

-*Que X será siempre el doble de Y*

-*Que su pendiente va a ser 0.5*

-*Que cada uno es proporcional y congruente*

-*Que es proporcional y juntos forman una recta de pendiente de 0.5*

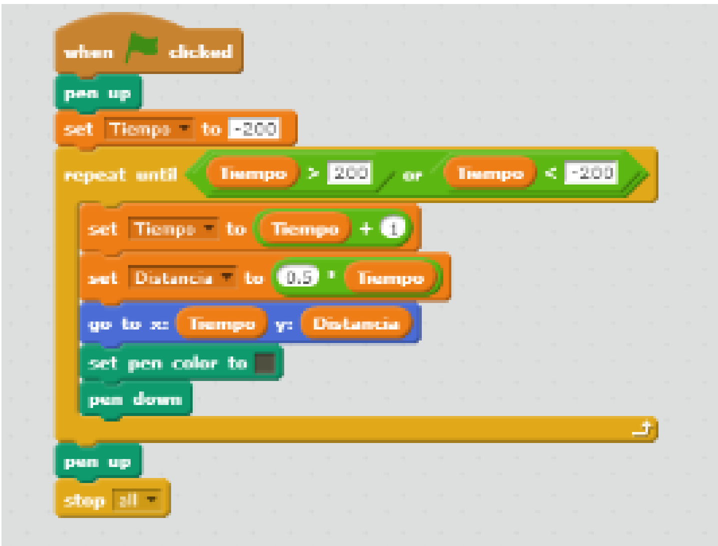
-*Que la pendiente vale 0.5*

Una respuesta más acertada de un alumno quien parecía batallar más que lo demás desde el inicio:

-*Que cada punto muestra cuanto recorrió el ciclista en cuanto tiempo.*

24. Cambiando parámetros en el algoritmo anterior, haz que la función se grafique para valores de x entre -200 y 200.

Todos los estudiantes logran hacerlo de manera individual, no necesitan interactuar. Un alumno se distingue por la manera que arma su animación interactiva diferente a los demás. A continuación se presenta el algoritmo de su animación:



Cambia la estructura y añade condiciones diferentes.

25.Cambia la constante de proporcionalidad de la recta que se gráfica y anota todas tus observaciones.

Al igual que la pregunta 20, los estudiantes cambian la constante de proporcionalidad por números positivos, no se le ocurre a nadie poner un número negativo como si la actividad de los ciclistas les había cerrado el panorama sobre la libertad de elegir cualquier número. Notamos que 3 estudiantes eligen números muy cercanos (0.73, 0.74, 0.75) para observar la mínima diferencia de inclinación de las rectas. Todos contestan lo mismo que la pregunta 20, es decir que cuando cambia la constante de proporcionalidad, cambia la inclinación.

26. Usando el algoritmo graficador, intenta graficar una recta que divide la pantalla en

Los estudiantes discuten mucho, y empiezan todos a fijar la variable tiempo a -240 y fijan el número de repetición a 480 (La pantalla mide 480 de largo sobre 360 de ancho). Cambian la constante de proporcionalidad por 0.5, 0.9, 0.7 hasta encontrar 0.75 para lograr el objetivo. Sin embargo, el maestro les pregunta: Lo hicieron al tanteo pero como lo harían sin hacerlo al tanteo: Los estudiantes no contestan, no saben. El Maestro les dibuja al pizarrón las dimensiones de la pantalla de Scratch y marca dos puntos: el punto de coordenadas (0,0) y el punto de coordenadas (240,180) . En este momento un alumno dice: Ah pues la constante de proporcionalidad es $180/240 = 0.75$. El maestro lo retoma para asegurarse que los demás estudiantes han entendido.

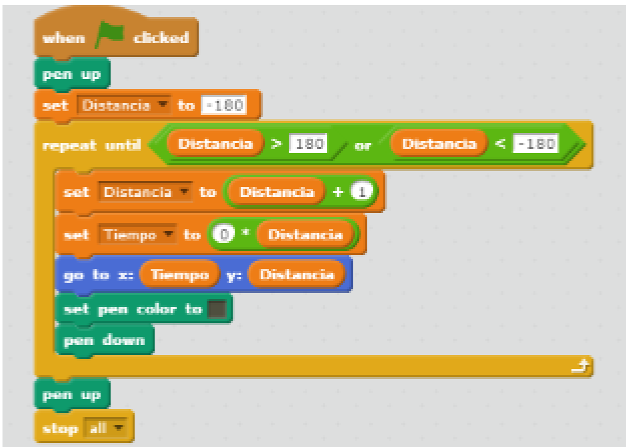
27. Quita la imagen que representa el plano cartesiano e intenta reproducir el plano cartesiano graficando 2 rectas perpendiculares (podrás usar el algoritmo graficador).

Un primer alumno trata de hacer una línea vertical así que empieza usando el algoritmo graficador a poner una constante de proporcionalidad alta: 20 y luego 30 pero no le da algo tan vertical, lo cambia por 50 y por 200. Sim embrago no está muy conforme y pregunta al maestro:

"*Como le hago para que sea exactamente vertical?".* El maestro no contesta ya que está explicando algo a otro alumno. El alumno deja su línea "casi vertical".

Otro alumno trata sin éxito y pasa a la pregunta 28. Se nota el cansancio de los estudiantes y la prisa por terminar.

Los 4 estudiantes restantes proponen de manera separada otra idea: Para hacer la recta horizontal, ponen como constante de proporcionalidad 0, pero para hacer la recta vertical, proponen otra manera más algorítmica fruto de su imaginación y de su lógica. Fijan la variable distancia a -180 y van sumando 1 y 1 y 1 etc…hasta llegar al tope de la ventana Scratch. Veamos el algoritmo:



28. Abre el algoritmo "algo_3". Sin correr el programa, ¿qué piensas que hace este algoritmo? Córrelo y modifícalo si gustas para obtener algo diferente. Anota tus comentarios.

El algoritmo de esta animación interactiva está muy complejo. Ningún alumno se acerca a la respuesta. Sin embargo, les llama la atención a los estudiantes lo que hace esta animación. Los estudiantes entienden que la animación interactiva crea pedazos de recta de pendientes que van sumando de 0.01. Dos estudiantes cambian el 0.01 en 0.1 para ver el resultado.

4.5. Resultados del Módulo 3

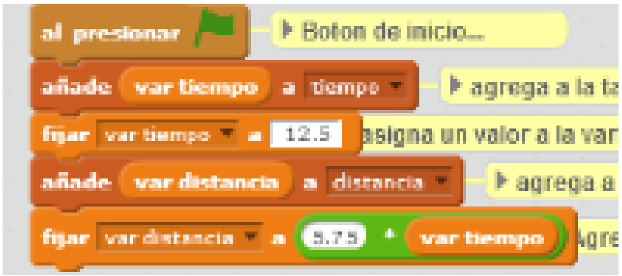
Un cuarto ciclista inicia un recorrido a la misma hora que los demás pero desde un punto ubicado a 51 km del punto de inicio de los demás. Este ciclista avanza a la misma velocidad que el primer ciclista.

1. ¿Qué modificación requieren los datos de la tabla 1de la parte 1 para modelar la situación del cuarto ciclista? Abre el algoritmo "algo1" y modifícalo para construir dos tablas (tiempo y distancia) que modelan la situación del cuarto ciclista.

Los estudiantes relacionan muy bien la velocidad del ciclista a la constante de proporcionalidad. Entienden que tienen que sumar a la distancia anterior (del ciclista 1) 51. Un alumno escribe:

*"Le tuve que poner que avanzaba a la misma velocidad pero tenía 51 km de distancia entonces fije la variable de distancia= (numero al azar*0.3) +51".*

Todos los estudiantes logran modificar el bloque del algoritmo de la animación interactiva para que Distancia=0.3xTiempo+51 excepto un alumno que desde el inicio de las actividades muestra dificultades de comprensión. Este alumno modifica el bloque:



Lo que hizo este alumno es sumar 2 unidades a la distancia respecto a lo que aparecía en la tabla 1 que simulaba al primer ciclista. El maestro, después de un cierto tiempo, habla con él, lo provoca con ciertas preguntas para que se dé cuenta que está mal. Sin embargo, el alumno se había dado cuenta al correr su animación. Después de varias preguntas de los maestros, el alumno modifica su algoritmo y pone el bloque así.

Y en el espacio en blanco quiere poner 3.75 porque dice que "ahí se pone el valor de la variable tiempo", lo que nos compruebe que el alumno no ha interiorizado el concepto anterior visto en la actividad 1. Otro alumno lo corrige y el alumno pone 0.3 sin parecer entender bien lo porque.

Un caso interesante de un alumno: El alumno completa muy bien la nueva tabla que representa el ciclista 4: si t=12.5 entonces d= 54.75

Entonces el alumno saca la constante de proporciona lid como si la distancia y el tiempo estuvieran directamente proporcional: 54.75/12.5=4.38 y modifica así el algoritmo: . Sim embargo, no le dan los otros valores así que se queda un momento pensando hasta que logra por su propia cuenta encontrar la relación.

2. Denotando con "t" la variable tiempo y "d" la distancia, escribe la expresión algebraica que relaciona t con d para la situación del ciclista 4.

Después de la pregunta 1 , la conversión del registro numérico al registro algebraico se hace de manera fluida y todos escriben la expresión d=0.3t+51.

3. ¿Cómo crees que sea la gráfica resultante de la situación del cuarto ciclista? ¿Qué diferencia tendría esta gráfica a las anteriores?

Tres estudiantes llegan a hablar de paralelismo ya que observan que el ciclista 4 y 1 tienen la misma velocidad, entonces la misma constante de proporcionalidad. También, dos estudiantes relacionan las ordenadas al origen de las rectas que representan a los dos ciclistas y entienden que la representación gráfica del ciclista 4 será una recta con una ordenada al origen de 51. Un alumno no más da una respuesta errona ya que para este alumno las dos rectas tienen una pendiente diferente.. Escriben las respuestas de los estudiantes:

"Tendría una trayectoria parecida a las demás pero paralela a la del ciclista 1."

"Pues va a tener poco tiempo y va a tener siempre 51 km más que el primer ciclista, también si lo graficamos el ciclista 1 y el ciclista cuatro van a hacer líneas paralelas."

"Creo que este ciclista tendrá la misma pendiente que el primero pero empezara a graficar de un punto más alto."

“Que llegaría a la meta antes ya que tuvo ventaja de 51 km.”

“Tendría un punto de inicio diferente, por lo que la recta pasaría por el eje de y en el punto (0,51). “

“Cambiaria solamente la distancia, entonces la línea sería más derecha y la constante cambiaria. “

4. Ayudándote del algoritmo “algo_2” que hiciste anteriormente, grafica la situación del cuarto ciclista en color azul. Usa la instrucción repetir (200 veces) .Tienes que modificar el algoritmo y podrás usar uno de estos bloques:

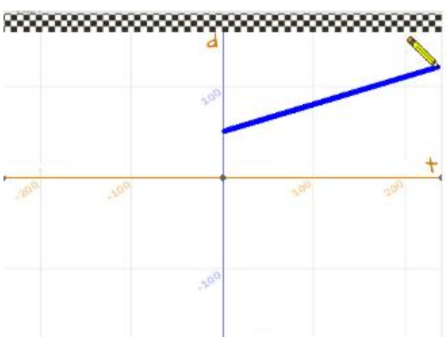
Los estudiantes contestan fácilmente esta pregunta ya que lo habían hecho de manera similar en el módulo 1, todos los estudiantes logran modificar el algoritmo para obtener la representación gráfica de la ecuación d=0.3 t+51

Algo importante tenemos que destacar aquí respecto a las interacciones. En el módulo 1, las interacciones entre los estudiantes eran muy fuertes. Sin embargo, en este módulo, las interacciones son leves. El maestro pregunta: ¿Porque no interactúan entre ustedes? A lo cual los estudiantes, muy concentrados, metidos en el programa, no contestan. El maestro vuelve a preguntar lo mismo y los estudiantes contestan que “ya saben lo que tienen que hacer.”

5. ¿Después de cuánto tiempo el cuarto ciclista llegará a la meta?

Curiosamente, un alumno no más logro esta pregunta. Por medio del registro algebraico, resuelve la ecuación 158=0.3t+51. Dos estudiantes logran escribir 158=0.3t+51 entonces 107=0.3t pero al momento de despejar la t, escribe t=107 x 0.3= 32 min. No relacionan que el resultado obtenido es incoherente ya que en la gráfica obtenida podemos ver que después de 32 minutos el ciclista está lejos de llegar a la meta.

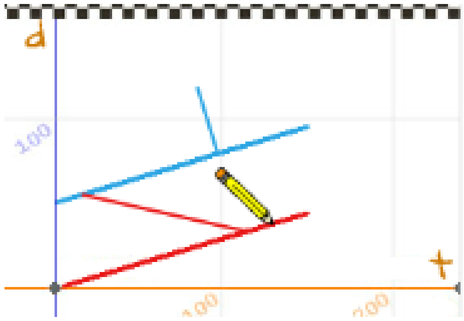
Otro alumno trata, como en el módulo 1, de prolongar la recta obtenida pero como esta recta se sale de la ventana, no le aporta ayuda.



Dos estudiantes más no contestan a esta pregunta.

6. Grafica ahora, junto a la gráfica que representa la situación del cuarto ciclista, la situación del primer ciclista, esta última en color rojo ¿Geométricamente, Qué podemos decir de estas dos gráficas?

Todos los estudiantes logran graficar las dos rectas y 5 de 6 estudiantes contestan*: Las dos rectas son paralelas.* Un alumno contestó: *Las rectas son simétricas*. Una alumna no logra ordenas correctamente el algoritmo (Olvida levantar el lápiz) así que la animación interactiva le hace un trazo entre las dos rectas y otro arriba de una recta.



El maestro, le pregunta: *¿Y este trazo?* La alumna contesta: *Pues no se Maestro, no sé qué representa*. La alumna piensa que este trazo representa algo en la situación problema de la vida real cuando es un error de programación .Por primera vez, podemos observar una premisa de estorbo del programa Scratch si el alumno no logra armar el algoritmo de buena manera.

7. En los mismos ejes y junto a las gráficas anteriores, grafica ahora la situación del ciclista 3 en color marrón. ¿Qué observas?

Las observaciones se hacen respecto al contexto del problema y por tratamiento en el registro gráfico:

"Que es más rápido que el ciclista 1 y 4 porque en menos tiempo llega a más distancia "

"Que va a llegar antes que él #1 y #4 ya que su velocidad es más rápida. "

Y 4 de 6 estudiantes contestan respecto a que dos rectas se intersecan:

"Se cruzan dos rectas y una tiene el mismo inicio que la roja."

".....también en una parte el ciclista 4 y el 3 se junta"

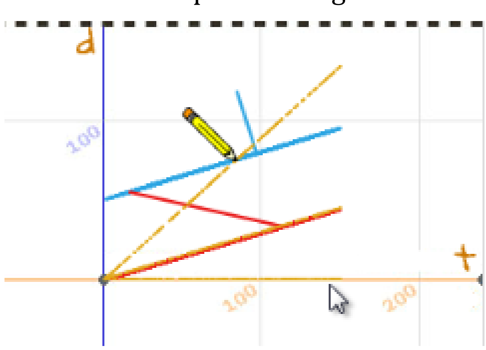
"Observo que las líneas paralelas son secantes con la del ciclista 3"

"Que tiene mayor pendiente que las otras dos rectas, que sale del punto (0,0) al igual que la recta del ciclista 1, y se cruza en un punto con la recta del ciclista 4."

8. ¿Algunas gráficas tienen un punto en común? ¿Cuáles son sus coordenadas? ¿Que representa este punto?

Los estudiantes contestan casi todos lo mismo. Primero, leen el punto de intersección en la gráfica y más o menos atinan el valor exacto. La respuesta de casi todos respecto al significado de este punto es: Representan *donde el ciclista 4 y 3 se juntan en el kilómetro 84. No hablan del tiempo…*

El alumno mencionado en la pregunta 6 vuelve a tener conflicto con el software Scratch ya que no levanta el lápiz en su algoritmo así que obtiene lo siguiente:



El alumno lee el punto de intersección equivocado ya que lee el punto de intersección de los pedazos de rectas que se hicieron de manera equivocada. La falta de interacciones de los estudiantes no permite, como el módulo 1, que los estudiantes rectifiquen sus errores.

9. ¿Qué aspecto te parece novedoso en esta actividad?

Dos estudiantes se acercan a la respuesta esperada:

“Que ahora, el inicio no es la coordenada (0,0) sino que es en algún punto de Y más grande que cero.”

“Que ahora una recta pasa por el eje de Y que no sea 0, y dos rectas se intersectan en un punto.”

Las otras respuestas se enfocan otra vez en la situación problema de los ciclistas que nos muestran por lo menos el interés respecto a esta actividad.

“Que los ciclistas se juntan en un punto.”

“Se aprecian las diferentes velocidades de los ciclistas.”

“Que se llegaron a juntar ciclistas en algún punto que no fuera el de salida.”

Esta pregunta interviene antes del cierre).

10. ¿En la situación del cuarto ciclista, podemos decir que la distancia y el tiempo son directamente proporcionales? ¿Por qué? Expresa claramente tus argumentos.

Dos estudiantes de seis contestan bien a esta pregunta:

“No lo es, porque la constante de proporcionalidad no es igual cuando se divide distancia y tiempo.”

“No, porque siempre habrá la diferencia de 51km que tomo de ventaja.”

Los demás contestan de manera errónea:

“Si conforme el tiempo avance la distancia ascenderá de igual manera. La división entre ellas siempre será de 0.3.”

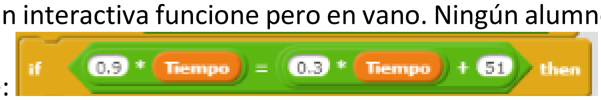
“Yo pienso que si es proporcional porque siempre la distancia va a ser el tiempo por 0.3 más 51 siempre es constante y todos los puntos van a tener la misma relación.”

“Si, por que la velocidad va incrementando .3 dependiendo de la distancia, sumando los 51 km de ventaja.”

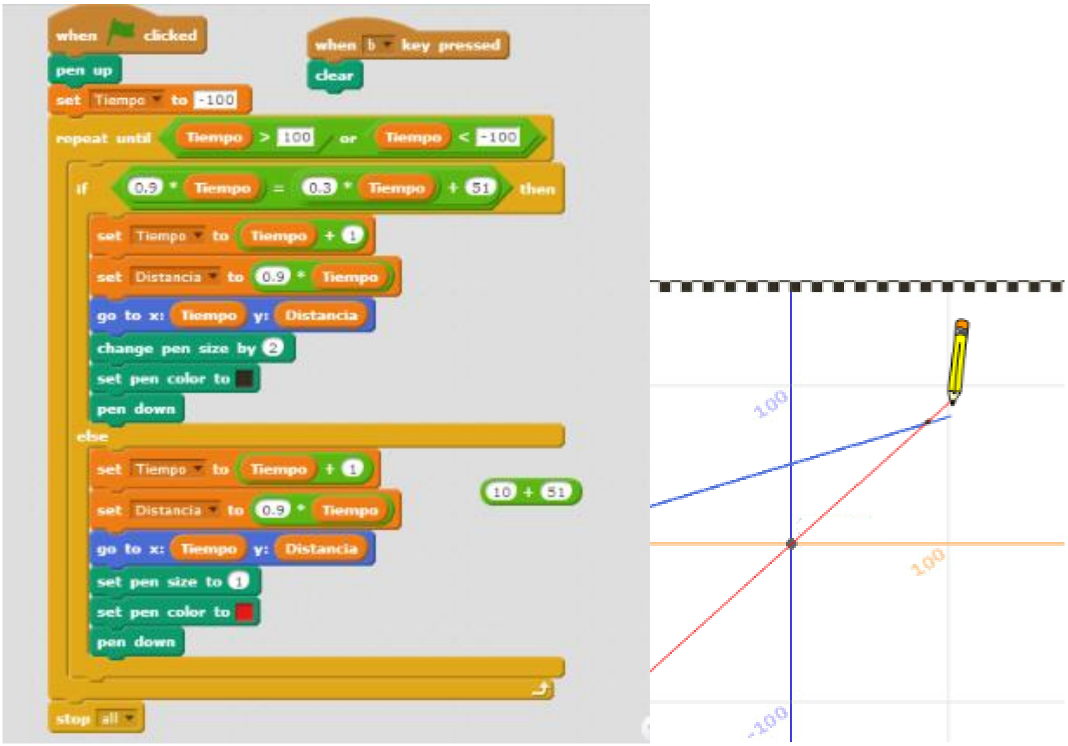
“Sí, porque las tres se multiplicaron por la misma variable (tiempo) y porque te dará el mismo resultado siempre.”

En las respuestas de estos 4 estudiantes vemos que no se ha entendido que es una situación de proporcionalidad. El maestro aprovecha luego de esta pregunta para hacer el cierre y retomar la noción de proporcionalidad entre otro. Los estudiantes parecen entender ahora.

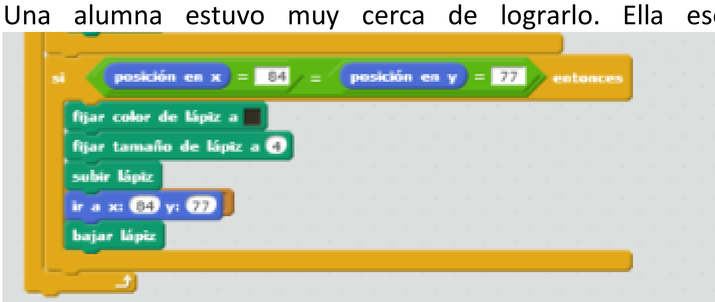
11. Abre el archivo “graficador”. Grafica la recta que modela la situación del ciclista 3 y la recta que modela la situación del ciclista 4. Modifica el algoritmo para que ponga el punto de intersección de estas dos gráficas en negro y de tamaño 4.

Un solo alumno logra contestar a esta pregunta que podríamos calificar de compleja a nivel programación. Los estudiantes no interactúan pero tratan durante un buen tiempo hacer que su animación interactiva funcione pero en vano. Ningún alumno logra escribir la línea de programación siguiente: 

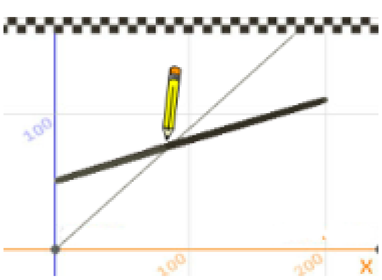
A parte del alumno mencionado arriba quien logró que funcionara su animación. Se copia el algoritmo de su animación:



Una alumna estuvo muy cerca de lograrlo. Ella escribió esta línea de programación:



Sin embargo este punto de intersección fue el punto encontrado por lectura gráfica en la pregunta 8 que no es exacto. Como la alumna no fija el tamaño de lápiz a 1 al principio, se grafica una recta de tamaño 4 así que no se detecta el punto de intersección.



Queremos resaltar la tenacidad de este alumno ya que se aferraba a que funcionará y pasó como media hora en esta pregunta.

12. ¿Cómo debería de ser la ecuación de la recta que modela la situación de un motociclista que se va desde 23 kilómetros del punto de partida y que llega en 45 minutos a la meta? ¿Qué puedes decir de la pendiente de esta recta respecto a las de las rectas anteriores? ¿Porque?

Tres estudiantes de seis pudieron contestar bien a esta pregunta. Encontraron la ecuación d=3t+23 y señalaron que la pendiente de esta recta era más grande que la de las demás rectas ya que la velocidad del ciclista era más grande.

Tres estudiantes no supieron contestar. Escribieron:

"4.6d=t : Es una pendiente muy inclinada porque tiene una velocidad muy rápida."

(No se sabe cómo encontró 4.6 pero a pesar de no poder dar la ecuación de la recta, el alumno relaciona la pendiente a la velocidad)

*"D=0.3*45+23. Porque hace 45 min y sale 23 km adelante"*

(No relaciona la velocidad del ciclista con la pendiente, sustituye el tiempo t por el tiempo que metió el motociclista a llegar a la meta pero no sustituye d y le asigna una velocidad de 0.3 km/min. Acertó la constante b ya que le asignó el valor de 23).

"Si la meta está a 158 km del punto de partida, y si el motociclista se fue desde el km 23 y llego en 45 min la ecuación seria: 158+23x45 "

Al terminar de escribir esta operación la alumna dice: *"No supe que poner."*

13. ¿Cuál será la gráfica de un ciclista que se queda todo el tiempo a 51 km del punto de inicio?

Las respuestas de los estudiantes son:

"plana, d=51", "Va a ser una línea horizontal que pasa en distancia por el número 51""Recta horizontal porque no cambia ", "Sería una recta horizontal, que sale del punto (0,51), y se mantendría constante. Y=0x+51", "Derecha horizontal ", "Seria recta hacia la derecha sin inclinación".

Estas respuestas no muestran una buena comprensión de la situación y queda claro que la situación problema de la vida real, les permite descubrir que una recta horizontal no tiene pendiente.

14. Un ciclista se va del punto de partida y viaja a una velocidad de 0.6km/min durante 40 minutos. Después de 40 minutos se poncha la llanta de su bicicleta. La repara en 20 minutos y luego viaja durante 35 minutos a 0.7 km/min. Con la ayuda del algoritmo "graficador", intenta graficar esta situación.

Veremos lo que cada alumno trato de hacer a esta última pregunta:

Primer alumno: Fija la constante de proporcionalidad a 0.6 (velocidad del ciclista) y pone una condición: 

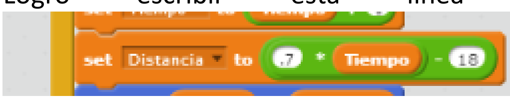
para graficar la primera parte. La idea es muy buena, y empieza muy bien. Sin embargo, al correr su animación interactiva, no funciona. El alumno trata de mover los bloques para que funcione pero no funciona…el alumno no sabe qué hacer, no pide ayuda ni al maestro, no a los demás. Después de 8 minutos abandona ya que además está cansado después de esta actividad que duró 2.30 horas.

Segundo alumno:

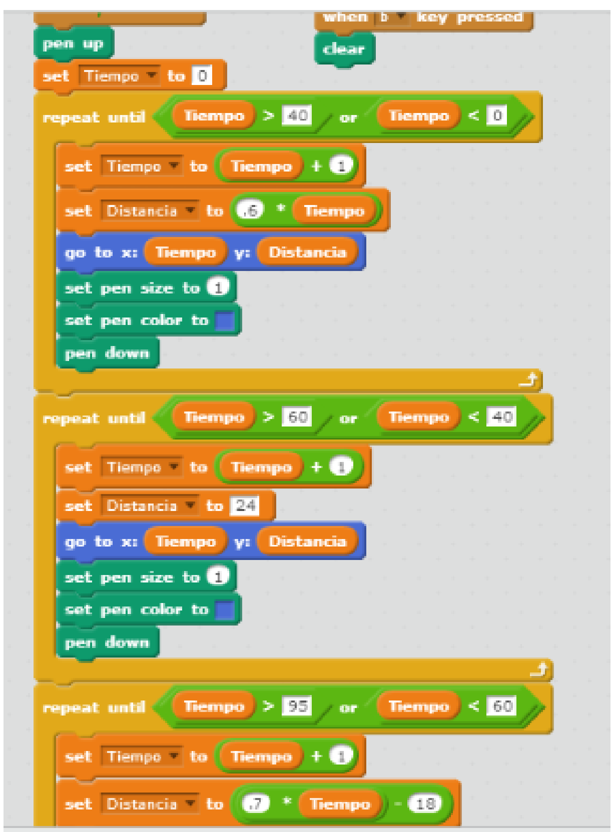
El alumno fija la variable tiempo en un número al azar en 0 y 40 pero lo fija a fuera del bucle. Entonces la animación no empieza desde 0, le causa ruido al alumno y cambia 40 por 100 pero pasa lo mismo, el alumno pregunta al maestro porque sucede esto: El maestro le explica y el alumno logra graficar el primero pedacito. Luego, cambia el 0.6 por 0 ya que el ciclista no lleva velocidad pero le grafica un pedazo de recta confundido con las abscisas. El alumno llama al maestro, y le pregunta porque el lápiz baja a 0. El maestro trata que el alumno entienda que después de 40 minutos, la distancia recorrida no es 0, el alumno entiende y solo, después de algún segundo, fija el tiempo a 25 (cuando el valor exacto es 24). Sacó 25 por tratamiento en el registro gráfico. Para el último pedazo de recta a graficar, cambia el tiempo por 40+20=60 y repite 35 el bucle para graficar. Sin embargo, si t=60 , d= 42 cuando debería estar en 24. Entonces a pesar de esta muy buena idea, su animación interactiva no le da lo esperado y después de algunos minutos, abandona ya que tiene 3 horas con esta actividad. Cabe mencionar que este alumno estuvo muy cerca de lograr esta pregunta y se quedó mucho más tiempo que lo demás al final para lograrlo. Otra vez resaltamos la tenacidad

Tercer alumno:

Único alumno quien logró esta pregunta después de 6 minutos. Logro graficar el último pedazo, ya que entendió que tenía que transformar una situación lineal (velocidad constante) en situación afín. Logro escribir esta línea de programación en su animación:



Ya que 42-18=40. En cuanto vio que funcionaba, llamó al maestro. Se sentía mucho orgullo de parte del alumno. El maestro lo felicitó. Se anexa el algoritmo del alumno.



Cuarto alumno:

Este alumno no trata de graficar vía su animación interactiva pero escribe:

Después de cambiar su llanta, su velocidad aumenta y es por eso que hace menos tiempo. La grafica cambiaría por que tiene un cambio de datos .La línea va a estar un poco más recargada horizontalmente que la otra.

Nos muestra fallas en su razonamiento.

Quinto alumno:

El alumno fija primero el tiempo a 0 pero en otra parte de la animación, fija el tiempo a 40 lo que le impide graficar el primer pedazo de recta. El alumno abandona, ya que después de 2h30 se siente cansado.

Sexto alumno:

La mamá de este alumno vino a recogerlo después de dos horas y media y no alcanzo en hacer esta última pregunta. El alumno dijo que lo intentará al próximo módulo.

4.6. Resultados del Módulo 4

Construcción de programas:

Construye los programas que se te pide. Te podrás apoyar de la ficha de ayuda para la programación**:**

Programa 1: (Del registro numérico al algebraico)

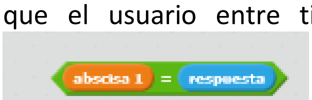
Por dos puntos pasa una y una sola recta. Construye un programa que pregunta al usuario la abscisa y la ordenada de dos puntos y que grafique estos dos puntos y hacer que el programa nos dé la ecuación de la recta.

Cuatro estudiantes eligen juntarse por equipo de dos. Dos estudiantes prefieren estar solos.

Grupo 1:

Leen el problema, una vez, dos veces y la primera frase de un miembro de un equipo es: "*por dos puntos pasa una recta…tendríamos que inventarlos?"* Al decir esta frase, entran directamente en la fase "trazar un plan". Empiezan a poner un bloque para que la animación interactiva diga al usuario la abscisa de dos puntos: Se nota que no tienen un plan definido para resolver todo el ejercicio pero un mini plan para "avanzar".

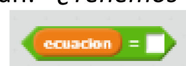
Corren la animación y llaman al maestro quien les avisa que la animación tiene que preguntar al usuario, no decir. Cambian el bloque de instrucción. El maestro les sugiere ir por orden (abscisa del punto 1, abscisa del punto 2, ordenada del punto 1, ordenada del punto 2) lo que hacen. Sin embargo, corren la animación y al entrar las coordenadas de los puntos, se preguntan dónde se almacenan los valores. El maestro les dice que estos valores que el usuario entre tienen que almacenarse en variables. Empiezan a crear bloques :



y después de un tiempo, solos, cambian:***

. No tienen un plan claro para lograr todo el problema pero tienen un Las interacciones entre los dos miembros del equipo son fuertes. Se aconsejan, proponen ideas etc…Parece que no han analizado por completo el problema y que van por partes cuya primera parte es que la animación haga las preguntas de coordenadas de dos puntos. De hecho, repiten el plan a corto plazo con las otras coordenadas y vuelven a leer, como si hubieran logrado una primera parte. A medida que leen, se ríen como si pareciera muy difícil lo que se les propone. Se quedan silenciosos. Analizan el problema y un miembro del equipo propone calcular la pendiente de la recta ya que recuerdo la formula $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$. Sin embargo, preparan su bloque "pendiente"  pero un miembro del equipo le dice a su binomio: "no sería menos" al cual le contesta: "ah sí!": lo cambian y asignan el bloque a una variable llamada "pendiente" . El maestro pasa a este momento y les felicita:

. Sin embargo, este bloque no encaja en ningún otro bloque. Lo cambian por: 

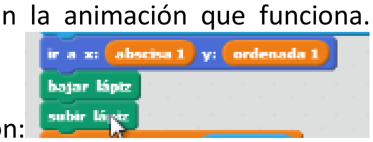
Corren la animación, asignan valores a la abscisa 1 ,2 y a la ordenada 1,2 y se emocionan: *"Yoselin! Sale la pendiente mira!! Está saliendo! Échale"* vuelven a correr el programa quien les da la pendiente. No han llenado la hoja de apoyo a la programación que les dimos y parece ser que no tienen un plan completo para resolver el problema entero sino trazan un plan para avanzar poco a poco. De hecho, ahora que tienen la pendiente, se preguntan: *"¿Tenemos que tener la ecuación completa?".* Crean otra variable llama ecuación y escriben: 

. Discuten de lo que tienen que poner en el cuadro blanco se ponen de acuerdo que ahí se debe escribir: *"pendiente por x + b."* y que tienen que sacar la b. El plan de ahora es : sacar b. Después de un tiempo de reflexión un miembro del equipo logra encontrar b y le explica su procedimiento al otro miembro del equipo quien le pregunta como lo hizo. Construyen la variable b.

y corren su animación para ver el resultado. Les sale b=0 lo cual les parece raro y se vuelven a correr el programa cambiando los datos (Revisan) y sale b=43 lo cual les satisface. Falta que la animación aloje la ecuación completa. Proponen el bloque: 

lo cual le aloja: 

. Preguntan al maestro que está pasando. El maestro aconseja cual bloque de instrucción deben usar para que el gato diga la ecuación. El grupo 1 termina armando el bloque:

y corren la animación que funciona. Los estudiantes parecen contentos. Añaden no más esta instrucción: 

que permite que la animación grafique los dos puntos.

Grupo 2:

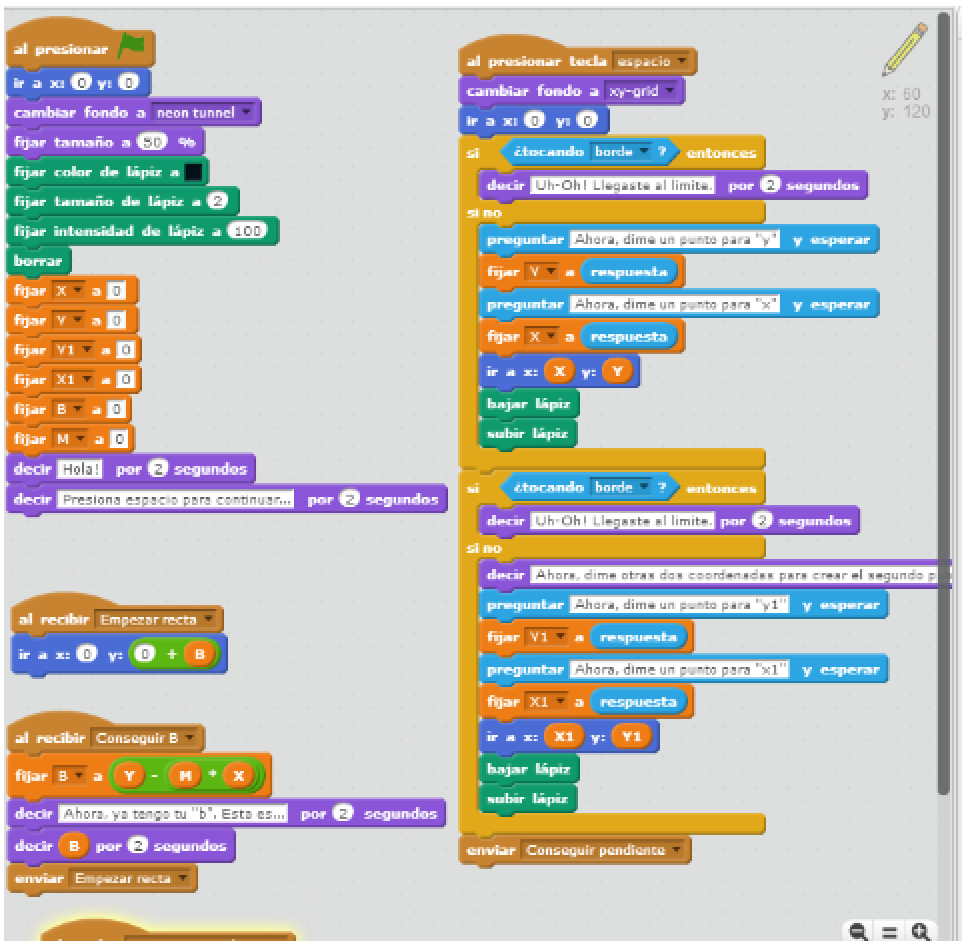
Este grupo está constituido de un alumno no más. Este alumno no logra empezar, no logra trazar su plan. Sin embargo, este alumno interactúa mucho con un miembro del grupo 1 quien le ayuda a avanzar. El alumno del grupo 1 toma el rol del profesor ya que a cada momento que explica le dice: "ya entiendes porque?" si el alumno del grupo 2 dice "no", el alumno del grupo 1 re explica de otra manera. Parece ser que el alumno del grupo 2 entiende lo que hace gracias a las explicaciones del alumno del grupo 1.Al final, su algoritmo queda exactamente igual que los del grupo 1. Se ve satisfecho tanto el alumno que preguntó que el alumno que explicó.

Grupo 3:

Grupo de un alumno también. Esté alumno se había destacado en los módulos anteriores. Sigue destacándose en este módulo. El alumno analiza el problema y tiene muy claro su plan en su mente de lo que debe hacer. No lo escribe en seudocódigo pero empieza por las mismas etapas que el grupo 1 sin trabarse. No interactúa con los demás, está muy concentrado y prepara su animación por bloques. Un primer bloque que pregunta las coordenadas del primer punto. Un segundo bloque que pregunta las coordenadas del segundo punto. Un tercer bloque que calcula la pendiente, un cuarto que saca el valor de b y un quinto bloque que entrega la ecuación de la recta y un sexto que grafica los puntos.

Cada bloque tiene una frase de introducción.

Siempre que termina un bloque, lanza su animación y revisa si necesario. Presentamos su algoritmo:



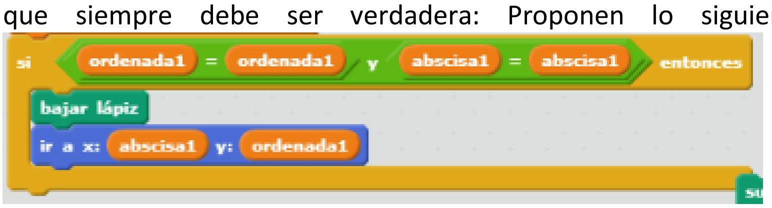
El alumno creo su animación en 40 minutos.

Grupo 4:

Grupo de dos estudiantes. Al analizar el problema, deciden crear cuatro variables y deciden preguntar por separado las coordenadas de los dos puntos.

Pero deciden después juntar dos bloques para que un bloque sea la pregunta de las coordenadas de un punto:

Buscan ahora que se grafique los dos puntos y piensan que la instrucción adecuada debe venir después de una condición. Se quedan pensando, discutiendo sobre cual condición. Una condición que siempre debe ser verdadera: Proponen lo siguiente: (que siempre es cierto)



Lo duplican para insertarlo en el otro bloque del segundo punto. Pusieron una instrucción para cambiar el grosor del lápiz así que el segundo punto se grafica mucho más grande. Se ríen y se nota que ven este módulo como un juego que disfrutan. Recuerdan la fórmula de la pendiente y la construyen en Scratch: 

pero no saben qué hacer con este bloque. Después de un tiempo, construyen la variable pendiente que fijan:

Duplican esta instrucción para insertarla en el otro bloque. Sin embargo deciden juntar los dos algoritmos que construyeron. Quieren construir la "b" pero ellos la llaman "y intersept" ya que es el valor de intersección del eje y y de la recta. Ellos quieren pedir al programa *que "cuando se grafica la recta que pasa por estos puntos, el programa* *registre cuando pasa por el eje y",* el maestro les guía ya que les hace entender que esto pasa cuando x vale 0. Después de un tiempo, los estudiantes logran terminar su animación.

Programa 2: (Del registro algebraico al numérico)

Consideramos una recta de ecuación $y = mx + b$. Haz un programa que pide al usuario el valor de m y el valor de b y que al entrar estos valores, el programa construya dos tablas llamada *"valor de x"* y *"valor de y"* de 10 entradas donde aparecen valores al azar de x y los valores de y correspondiente.

Grupo 1:

Analizan el problema una y otra vez y parece ser que no tienen un plan para resolver todo el ejercicio sino que avanzan por metas intermedia. Empiezan construyendo los bloques de pregunta: Preguntan la m y la b y construyen las variables en el programa. Fijan las variables a las respuestas.

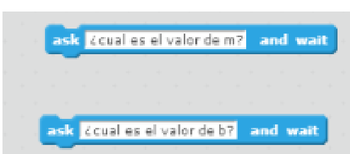
Corren la animación que les da lo esperado.

Interactúan mucho, y se ponen de acuerdo con el plan nuevo que seguir: "hay que usar el comando repetir ya que queremos 10 entradas y asignan valores al azar a X y Y." Construyen entonces las variable X y Y que fijan a un número al azar. Recuerden a voz alta "Y=mx+b". Se quedan pensando, y asignan a la variable Y el valor m. X+b. 

Añaden los valores de X y Y en las tablas e insertan la instrucción repetir en el buen lugar. Corren su animación que funciona y que les da mucha satisfacción ya que no tuvieron que pedir ayuda de nadie.

Grupo 2:

Como el grupo 1, este grupo empieza con un plan a corto plazo: Arma las preguntas.



Y construye las variables m y b que asigna a las respuestas del usuario. Sin embargo ya no sabe qué hacer y pide ayuda al grupo 1 quien le ayuda diciéndole que X y Y tienen que tomar valores para que se llenen las tablas. Sin embargo, el alumno se queda atorrado, no llega a trazar un nuevo plan corto. El maestro ayuda al alumno a terminar su animación y explica al alumno porque los bloques de instrucciones se deben armar de esta manera. El alumno parece entender.

Grupo3:

Este alumno que se distinguió en la actividad 1 se distingue también en esta actividad. Se ve muy entusiasta. Analiza de manera rápida lo que debe hacer y traza su plan (no en la hoja que se le dio) en su mente. Tiene claro cómo llegar al final y concluye su animación rápidamente agregando también una mini introducción a su animación:

No interactúa con los demás.

Grupo 4:

No tienen un plan definido para resolver todo el problema. Sin embargo, desde el inicio, piensan que las variable X y Y tienen que tomar valores al azar. Ellos construyen dos bloques que tienen una función diferente. El primer bloque asigna valores al azar en -100 y 100 a las variables X y Y. El segundo bloque se encarga de preguntar al usuario valores de M y b. Sin embargo añaden en sus tablas los valores de b y los valores de m/b. Se dan cuenta después que no sale lo que debe salir. Revisan y cambian su algoritmo. Añaden a la tabla Y los valores correctos:

Y en vez de añadir a la tabla X los valores de x , añaden lo siguiente:

Efectivamente si Y= mx+b entonces x= (y-b)/m.

Se complican pero hacen un tratamiento en el registro algebraico para llegar a la solución. Añaden la instrucción repetir 10 veces para lograr el resultado final.

Programa 3: (Propiedad geométrica de dos rectas)

Haz un programa que muestre en pantalla la ecuación de una recta afín al azar y que pregunte al usuario que entre la pendiente de una recta perpendicular a esta recta en una ventana de dialogo. Si contesta bien, el gato dirá "bravo!" si no, le indicará que se equivocó y se le volverá a preguntar al usuario .

Grupo 1:

Intentan como en los problemas anteriores construir variables ya que no tienen un plan de acción definido. Tratan de avanzar poco a poco pero construyen muchas variables a las cuales asignan valores o formulas:

Se equivocan en la fórmula de la pendiente pero vuelven a sacar bien el valor de b. El maestro vuelve a centrar el problema discutiendo cual valores deben estar al azar y cuáles no. Guardan valores al azar de la m y de la b. Logran que el gato aloje una ecuación al azar:

El primer plan esta alcanzado. El segundo plan está claro: preguntar al usuario el valor de la pendiente de una recta perpendicular a la recta propuesta: Lo construyen rápidamente y saben que para que dos rectas sean perpendiculares debe haber una condición así que construyen también una condición que dejan en blanco ya que no saben cuál es:

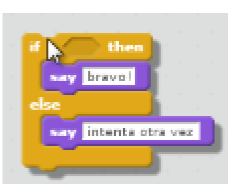
Ponen la condición de paralelismo: 

que rectifican solos por la condición de perpendicularísimo: 

Antes de correr la animación, llaman al maestro diciendo: “Creemos que ya terminamos Maestro!” con una cierta emoción. El maestro llega y corren la animación. Sin embargo, no funciona siempre por un problema del programa Scratch ya que el programa redondea así que nunca el producto de 51 y 1/51 (0.01960) vale -1.

Grupo 2:

De lo contrario a los problemas anteriores, no pide ayuda para empezar. Tiene claro que debe crear dos variable “m” y “b”. Les da el nombre de “m al azar” y “b al azar” y les asigna un valor al azar. Construye después en otro bloque, a parte, las instrucciones que preguntan al usuario los valores de “m” y “b” y asigna las respuestas a las variables creadas anteriormente. Luego, el alumno sabe que tiene que crear una condición así que crea el bloque de condición sin saber cuál es la condición:



Ahí pregunta al grupo 1cual es la condición para que dos rectas sean perpendiculares: El grupo 1 le dice la condición y el alumno lo plasma en su animación interactiva y la corre para ver su funcionamiento: Éxito.

Grupo 3:

Este alumno como lo hizo anteriormente, desarrolla su animación de manera rápida y efectiva, su plan está claro para llegar al resultado. Llega a construir su animación pero esta no funciona siempre por misma razón que la del grupo 1 ya que el programa Scratch redondea.

Grupo 4:

Este grupo lograr analizar muy bien el problema y empieza a construir "m" y "b" y les asigna un numero al azar. No saben cómo hacer para que el gato aloje la ecuación al azar. El maestro les ayuda a desarrollar esta línea de comando: 

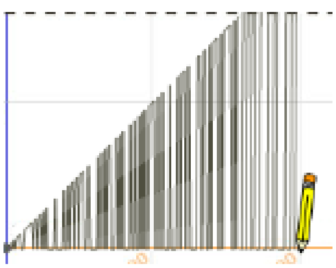
. Al correr la animación los estudiantes se emocionan mucho y gritan: "uhhhhhh, que loco!! Que fresco!" Están realmente emocionados. Los estudiantes meten el bloque que pregunta al usuario la pendiente de una recta perpendicular y ya no saben qué hacer ya que no saben cuál es la condición algebraica para que dos recta sean perpendiculares. El maestro les dice y se queda con ellos para verlos terminar su animación.

Programa 4:

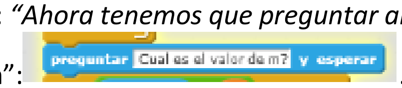
Haz un programa que gráfica una recta a la pantalla (con el fondo "plano cartesiano") y que pide al usuario adivinar la ecuación de la recta. El usuario entrará el valor de m y el valor de b en una ventana y el programa le tendrá que decir si lo que contestó está bien o no. Si está bien le avisará vía un sonido de aplauso y si está mal le avisará por medio de un mensaje y le volverá a preguntar el valor de m y de b.

Grupo 1:

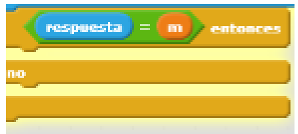
Este grupo empieza abriendo el archivo graficador que empiezan a modificar sin plan real. Corren la animación interactiva que les da algo inesperado raro:



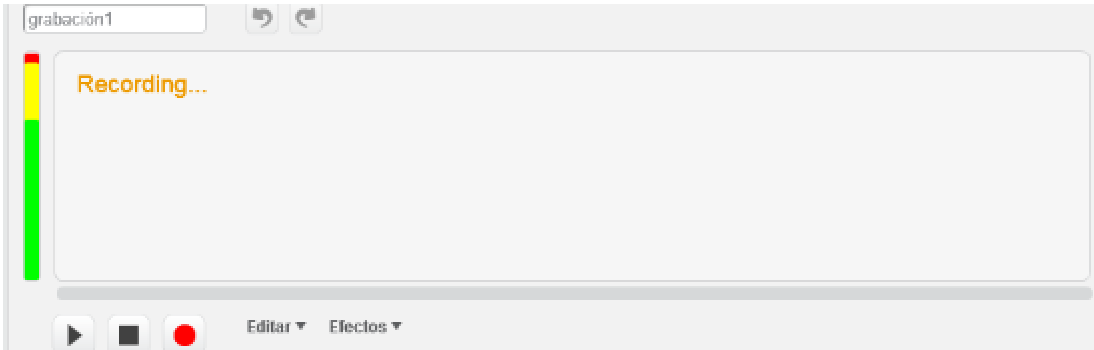
Les sorprende y se emocionan. Sin embargo, regresan al problema. No entienden bien lo que deben hacer así que el maestro les explica cuál es el objetivo. Entienden de inmediato que deben asignar valores al azar a la pendiente (m) y a la ordenada al origen (b) y lo hacen:

Sin embargo insertan esta instrucción en el bucle repetir así que no les da lo esperado. Llaman al maestro quien les explica que deben crear variable "m" y "b" y asignarlas a un número al azar pero a fuera del bucle para que se defina antes de graficar. Cumplen las instrucciones. Asignan un número al azar para la pendiente entre 1 y 10. Sin embargo, de manera espontánea, cambian el rango para la pendiente entre -5 y 5. La animación funciona y se ponen a graficar muchas rectas por el gusto. Llega un momento cuando el programa elije m=0 que grafica una recta horizontal lo que nota de inmediato un alumno diciendo: *"ves que puede ser 0 la m".* El alumno pudo relacionar la recta horizontal a la pendiente nula. Luego un miembro del grupo dice: *"Ahora tenemos que preguntar al usuario cual es el valor de m* .Construyen la instrucción": 

.

Construyen también la condición: 

. Y empiezan a buscar los sonidos. Empiezan a grabar un aplauso:



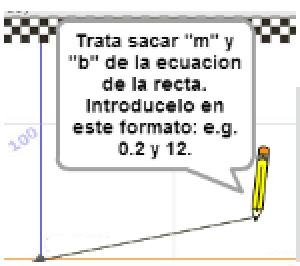
Se ríen, están muy emocionados. Graban luego el sonido de fracaso. Hacen participar a todos los estudiantes que se ríen todos. Este equipo no ha tomado en cuenta el valor de b en este momento. El maestro les pide agregar esta condición. El equipo termina su animación agregando la b. Al terminar un miembro de este equipo dice al maestro: “Maestro, estuvo muy padre lo que hicimos hoy, me encantó”.

Grupo 2:

Este alumno se juntó con el grupo 1 para hacer este problema 4 .

Grupo 3:

Este alumno sigue destacándose y cierra con broche de oro ya que además de cumplir con lo que se le pide agrega una forma más “compacta” de contestar para el usuario.



El, no busca gravar sonidos de aplausos, prefiere no más que el programa aloje la palabra “correcto” o “Incorrecto”. Este alumno se siente muy orgulloso del mismo y el maestro lo felicita mucho por su desempeño.

Grupo 4:

Este grupo se tenía que ir ya que teníamos 2.30 horas con este módulo así que le pidieron ayuda a un alumno del grupo 1 quien se da el gusto de explicarles como armar su animación interactiva. El alumno se ve orgulloso de explicar lo que pudo hacer anteriormente. Arman la animación de manera rápida.

5. Conclusiones

El objetivo fundamental de esta tesis era sustentar la proposición de que los estudiantes pueden lograr la apropiación del concepto de función lineal usando la programación con el software Scratch y mediante una situación de la vida real. Así pues, la aportación principal de este trabajo consistió en crear e implementar una secuencia didáctica mediante una situación de la vida real, a través cuatro registros de representaciones semióticas: Verbal, algebraica, numérica y gráfica e indagar si esta propuesta didáctica permite que los alumnos se apropien el concepto de función lineal.

De este trabajo de tesis podemos resaltar varios elementos: Los alumnos estuvieron en los cuatro registros de representación semiótica y en cada uno de los registros, parece ser que hubo un aprendizaje significativo. En el registro numérico, los alumnos lograron identificar, gracias a su animación interactiva, la constante de proporcionalidad, “atinando a veces” o dividiendo una variable entre la otra. El aprendizaje de la constante de proporcionalidad es significativo ya que al momento del cierre, los alumnos parecen comprender la relación que existe entre las dos variables: Tiempo y distancia y este número llamado “constante de proporcionalidad”.

El programa Scratch permitió que los alumnos no tuvieran problemas para pasar del registro numérico, al registro algebraico ya que la misma aplicación interactiva que los alumnos armaron, mostraba la expresión algebraica que tenían que completar con la constante de proporcionalidad. En los momentos de cierre, se reforzaba el registro verbal enfatizando sobre el concepto de función.

El mayor logro fue el momento de conversión del registro algebraico al registro gráfico ya que al correr su animación interactiva, el alumno observaba la aparición de puntos alineados que con la instrucción “repetir” dibujaba una recta, provocando emociones que ayudaron al proceso de enseñanza aprendizaje. Las animaciones interactivas incitaron a los alumnos a leer la gráfica para resolver preguntas lo cual fue muy bueno ya que por sí mismo, los alumnos trabajaron en el registro gráfico. Los alumnos pudieron entender la noción de pendiente, que relacionamos aquí con velocidades ya que los alumnos se daban cuenta que un ciclista con una velocidad mayor tenía una representación de recta con una pendiente más grande.

La similitud del módulo 2 y 3 en término de animación interactiva permitió que el alumno pudiera interiorizarlas para replicarlas en el módulo 3 para lograr entender la diferencia entre la recta lineal y la recta afín mediante una situación de la vida real.

En la parte de los problemas libres (módulo 4), los alumnos estuvieron muy concentrados e interesados en crear su propio programa y se armó de manera libre unos grupos que interactuaban para lograr el objetivo. A pesar de la diferencia de habilidades para programar, notamos un gran interés en esta última parte de todos los alumnos y vimos que se convertían en mini investigadores al momento de tener que usar un objeto matemático buscando por su propia cuenta en internet o preguntando a otros compañeros. Se promovió la conversión de registros y no solamente del registro numérico al registro algebraico y gráfico sino a una verdadera articulación entre todos los registros de representación.

La implementación de los módulos duró bastante tiempo pero nunca notamos a los alumnos desesperados por terminar, al contrario, la primera etapa de la puesta en escena que fue la familiarización con Scratch, fue vista como un juego que les llamo tanto la atención, que quisieron seguir y empezar las actividades y estas actividades nunca notamos que los alumnos quisieran terminar para poder irse.

Las interacciones fueron al inicio muy fuertes en el módulo 1 y 2, pero bajó la intensidad en el módulo 3 ya que los alumnos mostraban una gran concentración y decían que no necesitaban actuar entre ellos ya que sabían que tenían que hacer. En el módulo 2, hubo preguntas donde hasta todos los alumnos se juntaron para discutir al pizarrón ya que querían que funcionara la aplicación interactiva. En el módulo 4, como lo mencionamos anteriormente, las interacciones fueron muy fuertes. Se armaron 3 equipos de 2 pero un alumno hizo los problemas solo ayudando a los demás cuando preguntaban. Este alumno estaba muy concentrado y logró hacer programas de alto nivel. Cabe mencionar que los alumnos no usaron al pie de la letra el método sobre los ciclos de programación, analogía con Polya.

Un logro que nos parece contundente de esta secuencia didáctica es sin duda el hecho que el alumno, al correr su animación interactiva y ver que no funcionaba, podía rectificar por sí mismo y buscar su error sin necesitar la corrección del maestro. Sin embargo, la presencia del maestro era indispensable para alentar al alumno, hacerlo reflexionar en caso que no encontraba la solución a su problema. Es muy claro que el programa Scratch tiene como rol ser facilitador de aprendizaje de conocimiento. Los alumnos que tenían un desempeño alto en clases tuvieron más facilidades para lograr las actividades que los demás. Sin embargo, es difícil afirmar aquí que hubo diferencia de desempeño entre los estudiantes que tenían un desempeño medio en clase y un desempeño bajo. En conclusión es difícil afirmar con certeza que el uso del software libre Scratch tuvo un resultado mucho mejor que si fuera con otro software educativo como Geogebra u otros sobre el aprendizaje del concepto de función lineal, sin embargo es indiscutible que Scratch fue un motor, un facilitador, un “generador de emoción” que permitió a los alumnos querer lograr armar sus animaciones y terminar las actividades y por lo tanto aprender sobre el concepto de función lineal. Las emociones generadas con estas actividades y por medio de Scratch son en gran parte, responsables del aprendizaje del tema de función en general.
Vemos en este trabajo posibles investigaciones relacionadas con la investigación: Podríamos replicar la investigación con otro software, como Geogebra o Excel y comparar los resultados obtenidos, realizar otra investigación con problemas que remitan a $y = mx + b$ como modelo matemático pero utilizando problemas de otras ciencias (economía, química, electricidad).

Bibliografía

Alvarado, S. y. (2000). *Reforma curricular y desempeño de los estudiantes del nivel medio superior en el proceso de resolución de problemas no rutinarios,Experimentaciones en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario.* México .

Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1983). *Psicilogía Educativa. Un punto de vista cognoscitivo* (2 ed.). (P. Sandoval, Trad.) Trillas.

Brousseau. (1998). "La théorie des situations didactiques". Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau de son doctorat. Montreal: Interactions didactiques.

Duval. (1993). *Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. .* Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. 5, 37-65.

Duval. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Cali: Colombia: Universidad del Valle.

Duval, R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática II* (Vol. II, págs. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Garcia, J. C. (SEGUNDA EDICIÓN, 2007, 2009). *Algoritmos y programación para docentes.* Obtenido de Eduteka: http://www.eduteka.org/GuiaAlgoritmos.php

Glaserfeld, V. ((1981)). An Introduction to Radical Constructivism.

Goméz. (s.f.). *Análisis de situaciones didácticas en*. Obtenido de uam.es: http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/5_Situaciones.pdf

Gutierrez, S. (2007). *Caracterización de tratamientos y conversiones: el caso de la función afín en el marco de las aplicaciones.* Bogota, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Guzmán, I. (1998). *Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a las funciones: voces de estudiantes.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Pág. 5-21.

Hitt. (1996). *Hitt F. (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos.* Investigaciones en Educación Matemática Vol. I (Editor F. Hitt), Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Islas Torres, C. M. (s.f.). *El uso de las TIC como apoyo a las actividades docentes.* 2008.

Jonassen, D., Carr, C., & Yue, H.-P. (1998). *Computadores como herramientas de la mente;.*

Montiel, D. C. (2009). *EL CONCEPTO DE FUNCIÓN LINEAL EN UN AMBIENTE GRÁFICO DINÁMICO.*

Planchart, M. O. (s.f.). *La Modelación Matemática: Alternativa didáctica en la enseñanza de Precálculo. 360° en Ciencias y matemáticas, .* http://cremc.ponce.inter.edu/1raedicion/modelacion.htm.

SEP. (2011). *Secretaria de educación pública*. Obtenido de http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/01-programasdeestudio/documentobase/doc_base_032012_rev01.pdf

Seymour Papert, H. &. (1991). *Situating Constructionism in Constructionism.* Ablex Publishing Corporation.

Sfard, A. (1991). Operational origins of mathematical objects and the quandry of reification-The case of function. .

Vasco. (1999). *Didáctica de las Matemáticas.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Vásquez, S. y. (2009). *Aportes didácticos para abordar el concepto de función.* REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 122.

White. (2009). *Encrypted objects and decryption processes: problem-solving with functions in a learning environment based on cryptography.* Educational Studies in.