"El saber de mis hijos hará mi grandeza"

U N I V E R S I D A D DE S O N O R A
DIVISON DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Departamento de Matemáticas

Conocimiento Didáctico-Matemático de Profesores de Bachillerato en el Contexto de la Reforma Integral de la Educación Media Superior

T E S I S

Que para obtener el grado de:

Maestría en Ciencias con
Especialidad en Matemática Educativa

Presenta:
L.M. Ana Luisa Llanes Luna

Directora:
Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Co-Directora:
Dra. Judith Alejandra Hernández Sánchez

Hermosillo, Sonora, México. Diciembre, 2016

S i n o d a l e s

Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos

Dra. Judith Alejandra Hernández Sánchez

Dr. Agustín Grijalva Monteverde

MC. Ana Guadalupe del Castillo Bojórquez

MC. Lucía Gisella Mendoza von der Borch

Dedicada
A mis padres,
A mi hermano,
A mi hijo.

Agradecimientos

A la Dra. Silvia Elena Ibarra Olmos, Directora de este trabajo. En primer lugar, quiero agradecerle por la confianza y cariño que me ha demostrado al largo de estos años, gracias por cada una de esas palabras que permitieron llegar al lugar en el que hoy me encuentro. Gracias por el apoyo, la paciencia, el esmero y entusiasmo puesto en este proyecto. Por guiarme y permitirme explotar mis conocimientos, así como habilidades y aptitudes para culminar con éxito este trabajo, muchísimas gracias.

A la Dra. Judith Alejandra Hernández Sánchez. Por demostrarme su apoyo y confianza desde el primer día, muchas gracias. Por permitirnos conocer su manera de trabajar y brindarnos su apoyo durante la estancia realizada en la Universidad Autónoma de Zacatecas, sobre todo por aceptar ser parte de este proyecto y codirigir la realización del mismo. Por sus consejos, observaciones y preguntas; por la paciencia y el tiempo que dedico al análisis del trabajo, gracias.

Al Dr. Agustín Grijalva Monteverde, a las MC Ana Guadalupe del Castillo Bojórquez y Lucía Gisella Mendoza von der Borch, gracias por el tiempo dedicado al análisis del proyecto, por sus consejos y observaciones que han hecho de este trabajo lo que hoy es, gracias por permitirme compartir con ustedes tiempo y aprendizajes.

A los profesores del programa de Maestría, por compartir con cada uno de mis compañeros y conmigo sus conocimientos y sobre todo guiarnos durante este tiempo dentro y fuera del aula para llevar a término cada uno de nuestros proyectos. Por los cuestionamientos, las observaciones, los espacios para expresarnos, por todos esos días que compartimos con ustedes, muchas gracias.

A Guadalupe Lugo, Miryam, Fernando, Jesús, Guadalupe Morales, Carol, Ubaldo, Melina y Elisa por su apoyo y compañía en este proyecto que emprendimos juntos, gracias. A Roberto y José Víctor, por permitirme formar parte de ese equipo no solo de compañeros sino de amigos, que se apoyaron en las buenas, las malas y las peores, muchas gracias.

A Irma y Nelly, muchas gracias por el tiempo y la paciencia, por ser parte del día a día, por preocuparse por mí y mi familia.

A mi madre María Felipa Luna, por ser un claro ejemplo de amor ante cualquier situación, muchas gracias. Por permitirme seguir mi sueño y culminar con el mejor de los éxitos, por las horas de desvelo, por tu apoyo incondicional y por tus brazos abiertos cuando no era claro el camino, gracias. Por ser mi compañera y amiga, mi consejera y madre, Te Amo.

A mi hijo, gracias por llegar a mi vida y ser el motivo principal para la culminación de este trabajo. Te amo infinitamente.

A mi hermano, Javier Alejandro, gracias por ser un claro ejemplo de perseverancia, disciplina y dedicación, por el apoyo directo e indirecto a lo largo de estos años, muchísimas gracias. Te amo.

Agradezco a Dios por permitirme culminar una más de mis metas, gracias por ser ese compañero que estuvo en las noches de desvelo y en los días de angustia, gracias por no dejarme caer y sobre todo gracias por permitirme llegar a este momento. Yo sin ti nada soy.

Por último, agradezco a mi Padre. A pesar de tu ausencia física, estoy plenamente segura de que tú has sido ese ángel de la guarda que me ha acompañado en mi caminar. Gracias por todo el amor que me demostraste.

Gracias a todas esas personas que directa o indirectamente han formado parte de este trabajo. Asimismo, agradecemos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Universidad de Sonora, Universidad Autónoma de Zacatecas y al Colegio de Bachilleres por las facilidades y el apoyo brindado para la realización de este proyecto.

Ana Luisa Llanes Luna

Diciembre de 2016

Contenido

Presentación

El documento que a continuación se presenta, contiene un estudio de carácter descriptivo de los conocimientos disciplinares y didácticos que evidencian profesores de bachillerato en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I" perteneciente al programa de la materia Matemáticas I, establecido por la Dirección General de Bachillerato como componente de formación básico.

La investigación se sustenta en nociones teóricas propuestas en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, específicamente el modelo propuesto en las Categorías de Análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas. Por lo cual, la caracterización del conocimiento didáctico-matemático de los profesores se describe considerando las seis facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) y cuatro niveles de análisis del modelo.

El reporte está organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 1, El problema de investigación, antecedentes y justificación, se plantea la pregunta de investigación. Para llevar a cabo dicho planteamiento, fue necesario conocer los aspectos y características del bachillerato, lo cual llevó a la identificación de una problemática, en este caso la ausencia de un único perfil para el profesor de matemáticas del nivel medio superior o bachillerato.

Si bien es posible percatarse de las acciones que actualmente realizan las autoridades, estas sólo se limitan a la definición de un perfil, pero para el futuro profesor de bachillerato. Por otra parte, aunque existen propuestas teóricas para determinar el perfil del profesor de matemáticas, éstas se han desarrollado bajo marcos referenciales diferentes al que actualmente rige a la educación media superior en México. De esta manera se presentan, considerando aspectos muy generales, algunos estudios que actualmente se han desarrollado desde la perspectiva de la Matemática Educativa, especialmente los que se han desarrollado en torno al conocimiento didáctico-matemático del profesor.

Todo esto, permite llegar a obtener elementos de justificación que soportan el planteamiento de la pregunta de investigación, así como del objetivo general y específicos.

En el Capítulo 2, Fundamentación teórica y metodológica, se presentan las nociones teóricas que sustentan este trabajo de investigación, descritas anteriormente. Asimismo se presentan una serie de aspectos metodológicos.

Establecidos la naturaleza y los objetivos de esta investigación, se optó por desarrollar el estudio desde la perspectiva del enfoque cualitativo descriptivo, recurriendo a un estudio de casos. Uno de los aspectos claves en la sección, es el diseño y desarrollo de los instrumentos que permitieron el análisis de la información, puesto que corresponden a adaptaciones de las consignas e indicadores de idoneidad propuestas en el contexto del enfoque ontosemiótico.

El Capítulo 3, Caracterización del conocimiento didáctico-matemático de profesores de bachillerato, corresponde a la parte sustancial de la investigación, puesto que en este capítulo se presentan los resultados del análisis de los conocimientos evidenciados por los profesores en sus prácticas discursiva y operativa.

Para llevar a cabo la caracterización se describen los lenguajes, conceptos, proposiciones, argumentos, situaciones problema, procedimientos que utilizan los profesores durante los procesos de enseñanza y aprendizaje. Asimismo se describen las configuraciones de objetos y procesos didácticos y matemáticos correspondientes a cada profesor, además de las trayectorias (discente, docente, epistémica) que se emplean en el proceso de instrucción.

Por otra parte, para llevar a cabo la caracterización del profesor fue necesario realizar un análisis de los programas de estudio con el objetivo de identificar la tipología de objetos matemáticos primarios, configuraciones didácticas y matemáticas, propuestos para este nivel educativo, en otras palabras, determinar el significado institucional de referencia del bachillerato.

Finalmente, la última sección de esta investigación corresponde a las conclusiones, donde se describen resultados a partir del análisis desarrollado atendiendo los siguientes aspectos:

i. Sobre la pregunta de investigación, objetivo general y específicos.
ii. Sobre la promoción del enfoque por competencias.
iii. Sobre el modelo poliédrico como herramienta para la caracterización del conocimiento didáctico-matemático del profesor.
iv. Posibles derivados del estudio.

1 El problema de investigación, antecedentes y justificación.

1.1 Marco curricular

1.1.1 Estadísticas de la educación media superior durante el ciclo escolar 2013-2014

La educación formal en México, durante los últimos años, ha sido objeto de la implementación de una serie de reformas que buscan una evolución a través del enfoque por competencias, el cual ha sido aceptado por diversos países.

En la actualidad la educación formal en el país se sustenta en el Sistema Educativo Mexicano, la cual se estratifica de la siguiente manera (Secretaría de Educación Pública, 2016):

- Educación Inicial, es un servicio educativo brindado a los niños menores de seis años.

- Educación Básica, comprendida por educación primaria y secundaria. Este servicio educativo se brinda a niños mayores de seis años y menores de 15.

- Educación Media Superior (EMS), comprendida por bachilleratos de la Secretaría de Educación Pública, preparatorias técnicas de las universidades autónomas y preparatorias abiertas. Este nivel educativo se dirige a jóvenes de entre 15 y 17 años.

- Educación superior, que comprende todas aquellas instituciones a nivel nacional que ofrecen una carrera profesional y proporcionan una titulación superior. Dirigido a jóvenes de 18 años o mayores.

La EMS se dirige a los jóvenes egresados de secundaria y está conformada por los siguientes subsistemas: bachillerato general, bachillerato tecnológico, profesional técnico y profesional técnico bachiller. Además se considera obligatoria a partir del año 2011.

Cada uno de los subsistemas que conforman la EMS tienen una serie de propósitos específicos al egreso de los jóvenes que lo cursan; por ejemplo la educación profesional técnica tiene el propósito de preparar jóvenes que han egresado de secundaria como profesionales técnicos en actividades industriales y de servicios, con carácter terminal.

El bachillerato general forma a jóvenes para posteriormente cursar estudios superiores siendo el objetivo de este subsistema ofrecer una educación de carácter formativa e integral, que incluya la adquisición de conocimientos científicos, técnicos y humanísticos con las metodologías de investigación y de dominio del lenguaje.

Por otra parte el bachillerato tecnológico además de considerar los fundamentos del bachillerato general incluye el dominio de una especialidad técnica que permite a los estudiantes, además de ingresar a la educación superior, contar con un título que les posibilita incorporarse a la actividad productiva.

Finalmente, el bachillerato profesional técnico está dirigido a alumnos que concluyen su educación secundaria, con el fin de prepararlos como profesionales técnicos en actividades industriales y de servicios, y teniendo además la oportunidad de continuar con sus estudios superiores.

En el ciclo escolar 2013-2014, la EMS representó el 13.1% de la matrícula total a nivel nacional, es decir, en este ciclo se contabilizaron 4, 682,336 de alumnos inscritos tanto en escuelas públicas como privadas. En las tablas 1.1., 1.2., y 1.3. se proporciona información estadística que muestra el panorama general y por subsistemas del ciclo 2013-2014 para la EMS. En particular se presenta la matrícula a nivel nacional y estatal, así como cifras con respecto a la demanda de cada subsistema de la EMS.

Elementos de la EMS	Total Nacional	Total Estatal (Sonora)
Alumnos	4 682 336	111,237
Docentes	381 622	10 723
Escuelas	17 245	322

Tabla 1.1 Estadística de la EMS a nivel nacional y estatal ciclo escolar 2013-2014 (Secretaría de Educación Pública, 2014).

	Bachillerato General	Bachillerato Tecnológico	Profesional Técnico Bachiller	Profesional Técnico
Alumnos	2 896 761	1 401 675	304 401	79,499
Docentes	190 568	143 213	37 876	9965
Escuelas	12 790	3 149	518	788

Tabla 1.2 Estadística de los subsistemas de la EMS a nivel nacional (Secretaría de Educación Pública, 2014).

	Bachillerato General	Bachillerato Tecnológico	Profesional Técnico Bachiller	Profesional Técnico
Alumnos	**47 430**	**50 661**	**12 900**	**246**
Docentes	**4 204**	**4939**	**1 554**	**26**
Escuelas	**210**	**88**	**19**	**5**

Tabla 1.3 Estadística de los subsistemas de la EMS a nivel estatal (Secretaría de Educación Pública, 2014).

Se puede observar que el Estado de Sonora aportó el 2.37% de la matrícula nacional; es decir, existía una demanda total de 111,237 alumnos los cuales se encontraban inscritos en alguno de los subsistemas de la EMS. A nivel nacional se puede observar que el bachillerato general albergó al mayor número de alumnos en el ciclo 2013-2014, seguido del bachillerato tecnológico con el 29.9% de la matrícula total, después el profesional técnico bachiller con apenas el 6.50% y finalmente el profesional técnico con una matrícula total de apenas el 1.7%.

En cambio en el estado de Sonora el subsistema con mayor demanda fue el bachillerato tecnológico con el 45.5%, seguido del bachillerato general con el 42.7% del total de alumnos en el estado, el profesional técnico bachiller el 11.6% y con apenas el 0.2% de la matrícula estatal se encontraba el profesional técnico.

En este ciclo escolar México contaba con 17, 245 escuelas de EMS, de las cuales Sonora albergaba 322, además se contabilizaron alrededor de 10,723 docentes en el estado. Por otra parte se puede deducir que por cada 100 alumnos existían por lo menos 9 docentes. (Servicio Profesional Docente, 2014).

Las estadísticas presentadas plantean un escenario complicado para cualquier reforma educativa en este nivel educativo; pues éstas vienen acompañadas de programas masivos que buscan favorecer la implementación de las reformas mediante programas de formación de profesores. Sobre la última reforma vigente y los programas de formación docente se habla a continuación.

1.1.2 Reforma Integral de Educación Media Superior

La Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) fue implementada en México a partir del ciclo escolar 2008-2009. Uno de los objetivos de ésta es mejorar la calidad, la pertinencia, la equidad y la cobertura del bachillerato.

En ella se plantea la creación del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad en el cual se integran las diferentes opciones de bachillerato a partir de competencias genéricas, disciplinares y profesionales. Ésta se basa en tres principios básicos:

a) Reconocimiento universal de todas las modalidades y subsistemas de bachilleratos.

b) Pertinencia y relevancia de los planes de estudios.

c) El tránsito entre subsistemas.

Contempla además cuatro ejes o pilares. El primero de ellos se refiere a la construcción de un Marco Curricular Común (MCC); el segundo considera la definición y regulación de las modalidades de oferta de la EMS; en el tercer eje se tratan los mecanismos de gestión de la reforma; por último, en el cuarto eje se consideran los elementos para la certificación del SNB.

En un apartado del tercer eje, su atención se centra en el desarrollo de la planta docente. En este se considera que para implementar la RIEMS un elemento clave es el profesor y la actualización de sus prácticas docentes. Este hecho abonaría en la transformación del maestro en un facilitador de los procesos de aprendizaje de los alumnos; además se pretende que sean capaces de reconocer las necesidades y características propias de los jóvenes que cursan este período de estudio.

Para lograr estos avances, la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS) en conjunto con el Consejo del Sistema Nacional de Educación Tecnológica (COSNET), en 2006, desarrollaron un diplomado sobre las competencias docentes que contó con una participación de cerca de 630 docentes de la EMS a nivel nacional.

Se acordó entonces que los docentes de la EMS son el conjunto de educadores que satisfacen los requisitos necesarios y que ejercen la docencia a través de la cátedra, la tutoría y en general cualquier actividad ligada a estos procesos, además deberá reunir una serie de cualidades individuales, de carácter ético, académico profesional y social, las cuales se definen como competencias docentes y conforman el perfil docente idóneo de la EMS.

> "Los profesores deberán contar con los conocimientos, habilidades y actitudes que les permiten diseñar clases participativas, en las que se fomente el

> aprendizaje colaborativo, la resolución de problemas y el trabajo en torno a proyectos. Tendrán que ser capaces de integrar las competencias genéricas en cada una de sus áreas de enseñanza, por lo que los retos irán mucho más allá del conocimiento profundo de su disciplina o profesión.” (Secretaría de Educación Pública, 2014, p.86)

De acuerdo a los contenidos de dicho diplomado, las competencias docentes básicas se deben desarrollar en torno a cinco áreas genéricas:

- Diseño de procesos de aprendizaje
- Desarrollo cognitivo y motivacional
- Métodos y técnicas de aprendizaje
- Evaluación del aprendizaje
- Liderazgo educativo

En el ACUERDO número 447, entendiendo como ACUERDO a un documento oficial que ha emitido la Secretaría de Educación Pública (SEP) con motivo de la RIEMS, se establecen las competencias docentes para quienes impartan EMS en la modalidad escolarizada. Según este acuerdo las competencias docentes deben tener las características siguientes:

- Son fundamentales para los docentes de la EMS, en el marco del SNB y el enfoque en competencias a partir del cual se construye.
- Están referidas al contexto de trabajo de los docentes del tipo educativo, independientemente del subsistema en el que laboren, las asignaturas que tengan a su cargo y las condiciones socioeconómicas y culturales de su entorno.
- Son transversales a las prácticas de enseñanza y aprendizaje de los distintos campos disciplinares.
- Son trascendentales para el desarrollo profesional y formación continua de los docentes como formadores de personas integrales.
- Son un parámetro que contribuye a la formación docente y a la mejora continua de la enseñanza y el aprendizaje en la EMS. En este sentido, las competencias no reflejan la situación actual de la docencia en el tipo educativo, ni se refieren simplemente al deber ser; se trata de competencias que pueden y deben ser desarrolladas por todos los docentes del bachillerato en el mediano plazo, y sobre las cuales podrán seguir avanzando a lo largo de su trayectoria profesional.

- Son conducentes a formar personas que reúnan las competencias que conforman el Perfil del Egresado de la EMS. (Acuerdo 447, 2008, p.1-2)

Las competencias docentes establecidas en el Acuerdo número 447 son las siguientes:

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.
2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.
3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.
5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.
6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.
7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.
8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional. (Acuerdo 447, 2008, p.2-4)

Se establece entonces que para lograr lo establecido en la Reforma, se debe contar con personal docente capacitado y preparado, es por ello que la Dirección General de Bachillerato (DGB), a través de la Dirección de Coordinación Académica, define aquellas carreras y posgrados que tienen un perfil profesional acorde a cada una de la asignaturas que integran el mapa curricular del bachillerato.

En la Tabla 1.4. se presenta parte del profesiograma propuesto por la DGB en el componente de formación básica o que tienen compatibilidad con las asignaturas según el campo disciplinar. Específicamente se presentan aquellos perfiles que se consideran cubren los requerimientos para el desarrollo de las competencias de las asignaturas de Matemáticas (I-IV).

Asignatura	**Perfil**
Matemáticas I-IV	**Licenciaturas:** Actuaría, Actuaría Financiera, Agrícola Ambiental, Agronomía, Arquitectura, Ciencias de la Informática, Contaduría, Contaduría

	Pública, Economía, Economía Agrícola, Física, Física y Matemáticas, Física Aplicada, Finanzas, Informática, Matemáticas, Matemáticas Aplicadas, Educación Media Superior con Especialidad en Física, Educación Media Superior con especialidad en Matemáticas, Matemáticas Computacionales, Maestro Normalista con Especialidad en Matemáticas, Maestro Normalista con Especialidad en Física, Biotecnología, Físico Matemático, Administración, Administración Agro tecnológica, Contabilidad, Matemáticas Financieras, Estadística, Computación Aplicada, Electrónica y Comunicación, Ciencias de la Ingeniería en Electrónica, Químico Fármaco Biólogo, Bioquímica Industrial, Ciencias Computaciones, Administración de Sistemas, Sistemas de Información Administrativa, Sistemas de Computación Administrativa, Negocios Internacionales, Biología, Sistemas Computacionales, Administración Industrial, Sistemas Comerciales, Ciencias Genómicas, Comunicaciones y Electrónica, Actuario, Administrador con Especialidad en Ingeniería Financiera, Administración de Empresas, Administración de Riesgos, Administración Educativa, Administración Financiera, Agro tecnología, Biología y Física, Ciencias con Especialidad en Hidrociencias, Ciencias Genómicas, Comercio, Demografía Estadística, Desarrollo Económico, Dirección de Empresas, Dirección Global de Negocios, Dirección Internacional, Economía Agrícola y Agro negocios, Economía de la Salud, Economía de Negocios, Economía Empresarial, Economía Internacional, Economía y Finanzas, Economía y Política Pública, Eléctrico y Electrónico, Electromecánico, Estudios Internacionales, Finanzas y Banca, Física Aplicada a Finanzas, Física y Matemáticas, Físico Industrial, Geofísica, Geología, Industrial en Electrónica, Industrial Estadístico, Matemática Educativa, Matemáticas Aplicadas y Computación, Matemáticas en Sistemas Computacionales, Matemáticas y Economía, Matemático, Mecánica y Civil, Mecánico Electricista Electromecánico, Metalurgia, Metalurgia y Materiales de Producción, Oceanólogo, Petrolero, Química, Química Metalúrgica, Químico Farmacobiólogo, Robótica, Sistemas Comerciales, Sistemas Inteligentes, Software, Tecnologías de la Información, Textil, Topógrafo Fotogrametrista, Topógrafo Geodésico, Transmisiones, Transporte, Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas

	Ingenierías: Aeronáutica, Agrícola, Ambiental, Automotriz, Automatización, Biomédica, Bioquímica, Cibernética y en Sistemas Computacionales, Civil, Computación, Cibernética, Eléctrica, Electromecánica, Electrónica, Energía, Alimentos, Farmacéutica, Industrial, Informática, Metalurgia y Minerales, Sistemas Ambientales, Mecánica, Mecánico Naval, Telecomunicaciones, Física, Geofísica, Geológica, Hidrológica, Sistemas, Financiera, Matemática, Nuclear, Química, Químico Biólogo, Petrolera Textil, Textil en Acabados, Electricista, Topográfico, Químico Industrial, Agrónomo, Materiales, Industrial en Electrónica, Ingeniero Mecánico Electricista, Electrónica y Telecomunicaciones, Mecatrónica, Mecánico Administrador, Metalurgia, Químico Metalúrgico, Industrial y de Sistemas, Industrial Administrador, Químico y de Sistemas, Electrónico en Computación, Industrial en Producción, Electrónica en Comunicaciones, Agroindustrial, Química Petrolera, Redes, Financiera, Control y Automatización, Biónica, Biotecnológica, Robótica Industrial, Física, Civil de la Construcción, Aeronaves, Electrónico en Planta y Mantenimiento, Industrial Administrador, Mecánico en Térmica, Industrial y de Sistemas, Mecánico, Mecánico Agrícola, Mecánico Naval, Pesquero en Métodos y Artes de la Pesca, Telemática, Pesquero, Pesquero en Acuacultura, Agrónomo Horticultor, Industrial Alimentarias **Posgrados:** Ingeniería en Análisis de Decisiones, Contaduría, Economía, Finanzas, Teoría Económica, Ciencias de la Ingeniería, Estadística Aplicada, Ciencias con Especialidad en Ingeniería Energética, Ingeniería Automotriz, Ciencias con Especialidad en Sistemas Inteligentes, Administración.

Tabla 1.4 Perfiles considerados aptos para impartir las asignaturas de matemáticas del componente de formación básica del bachillerato. Fragmento tomado del Profesiograma propuesto por la DGB (Dirección General de Bachillerato, 2016)

Existen más de ciento cincuenta perfiles (considerando licenciaturas, ingenierías y posgrados) establecidos por la DGB como “aptos” para desarrollar dichas asignaturas a pesar de que algunos de éstos sólo acreditan algunas materias en matemáticas. Además, “no recibieron ninguna formación para enseñarlas y promover el aprendizaje de sus estudiantes" (Hernández, Sosa & López, 2013)

Por otra parte se podría suponer que tal vez en el escenario "más favorable", algunos de estos profesionistas podrían mostrar dominio respecto a la matemática, en otras palabras, mostrar una serie de competencias en dicha disciplina. Sin embargo, el ser competentes en la disciplina que van a enseñar, no asegura que cuenten con las competencias docentes necesarias que permitan el desarrollo de procesos instruccionales idóneos.

Por tal motivo y como una medida por parte de las autoridades educativas se han realizado una serie de acciones que promuevan, entre otras cosas, el desarrollo de competencias en los docentes en activo, así como la selección de futuros profesores que cuenten con las características necesarias para formar parte de la EMS. A continuación se presentan algunas características tanto de las acciones formativas a nivel nacional que han sido utilizadas para la formación continua y la selección de profesores de este nivel educativo.

1.1.3 Programa de formación docente de educación media superior

Tras la implementación de la RIEMS, la SEP y la Asociación Nacional de Universidades de Instituciones de Educación Superior (ANUIES), inician con el desarrollo y la capacitación de la planta docente a través del Programa de Formación Docente de Educación Media Superior (Profordems).

Este programa tiene como propósito formar a los profesores de EMS, para que sus prácticas docentes sean modificadas tras la incorporación de estrategias innovadoras basadas en la construcción de competencias. Todo esto, basado en referentes teóricos, metodológicos y procedimentales que dan sustento a la RIEMS. Un docente activo en este programa tiene la oportunidad de promover activamente la RIEMS, es decir, una vez concluido este diplomado, se propone que el docente alcanza un perfil de egreso, donde sería capaz de crear ambientes y aplicar algunas estrategias de aprendizaje, tales que favorecieran al estudiante de EMS a desarrollar las competencias que se establecen en el MCC.

La modalidad de este programa es mixta, con actividades de manera presencial y a distancia, esto depende de las características de los módulos. Consta de tres módulos: Módulo I, La Reforma Integral de la Educación Media Superior; Módulo II, Desarrollo de competencias del docente en Educación Media Superior; Módulo III, La planeación didáctica vinculada a competencias. La duración de dicho diplomado es de 200 horas, de las cuales 122 horas deben ser cubiertas de manera presencial y el resto en línea.

Cada uno de los módulos tiene como objetivo primordial el desarrollo de las competencias docentes establecidas en el Acuerdo 447 además de las que se añaden en el acuerdo 448.

PROFORDEMS fue considerado como un programa de formación continua en el cual se podrían obtener mejoras en el desempeño docente, sin embargo la diversificación de este diplomado (dirigido a todos los docentes de la EMS) hace surgir el siguiente cuestionamiento ¿cuál es el impacto de este diplomado en las prácticas docentes del profesor de matemáticas?

1.1.4 Examen de oposición

En el año 2014 se aplica por primera vez el examen de oposición en media superior, el cual es dirigido a egresados de instituciones educativas de nivel superior, públicas y particulares con reconocimiento de validez oficial y que cumplen con tener los perfiles establecidos en la tabla 1.4.

El examen de oposición es un instrumento de medición de conocimientos y habilidades creado por el Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior, A.C. (CENEVAL), el cual es una validación de perfiles, parámetros e indicadores para evaluar a los docentes y al personal con funciones de dirección de la EMS. Esta validación es llevada a cabo por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INNE) y determinada por la SEMS, la cual surge tras la convocatoria de ingreso a funciones docentes y técnico docentes (ciclo escolar 2014-2015).

El modelo de evaluación para el ingreso al servicio profesional docente, queda constituido de la siguiente manera:

- examen de habilidades docentes (correspondiente al perfil general)
- examen disciplinario (de acuerdo a las 22 disciplinas)
- elaboración de una planeación didáctica (evaluado con rúbrica)
- examen de expresión escrita en español, EXPRESE (evaluado con rúbrica)

Con estas acciones se pretende que el personal docente contribuya a mejorar la calidad de la educación, así como a lograr la congruencia con los objetivos del Sistema Educativo Nacional y con la evaluación de los educandos y de las escuelas.

Para cada una de las asignaturas que se imparten en el bachillerato general se desarrolla un instrumento de evaluación; en el caso de la asignatura de matemáticas el propósito de este examen de conocimientos de la disciplina que enseñarán es evaluar a las personas que desean participar en el proceso de ingreso a la EMS de acuerdo con lo que se establece en los perfiles ya validados. Entre sus características podemos encontrar que es un examen estandarizado, objetivo, versátil y flexible, claro; además es fácil de calificar. El examen se ha diseñado bajo los perfiles docentes deseados para cada una de las asignaturas.

Para evaluar dicho examen se consideran tres niveles de desempeño, estos niveles son Nivel I, Nivel II y Nivel III, donde el Nivel III es el considerado como de mayor desempeño. En este nivel el sustentante demuestra un dominio suficiente de los conocimientos del área y demuestra una amplia capacidad de generalización a situaciones novedosas y complejas. Mientras que el sustentante que obtiene el nivel I cuenta con un dominio insuficiente de los conocimientos y habilidades contemplados en el instrumento que se juzga indispensable para el desempeño docente.

Estos niveles a su vez conforman grupos de desempeño, los cuales determinan los lugares en la listas de prelación. Estos grupos de desempeño se clasifican en 5 grupos, grupo A, B, C, D y E, donde el grupo A se conforma por todos aquellos sustentantes que obtienen Nivel III en todos los instrumentos de evaluación del examen y son los que obtienen los primeros lugares en las listas de prelación.

Los resultados obtenidos de dichas evaluaciones son desalentadores, del total de sustentantes a nivel nacional se determinó que el 67% no son personas idóneas para desempeñar la docencia en la EMS y tan sólo el 4% se consideran como sustentantes idóneos posicionándose en el grupo A. En Sonora las estadísticas son muy similares a las obtenidas a nivel nacional, (Servicio Profesional Docente, 2014)

Según los resultados, los subsistemas con mayor demanda de ingreso docente a nivel nacional son el Colegio de Bachilleres (COBACH), seguido por el bachillerato estatal, Dirección General de Educación Tecnológica Industrial (DGETI) y Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECYTE) mientras que el Centro de Enseñanza Técnica Industrial (CETI) es el subsistema con menor demanda docente. Mientras que para el estado de Sonora, los tres principales con demanda docente son COBACH, DGETI y CECyTES. (Subsecretaría de Educación Media Superior, 2014)

Todo lo anterior lleva al planteamiento de preguntas relacionadas con la implementación de la RIEMS y el papel del profesor en ésta. Aquí se presentan algunas centradas en el profesor de matemáticas ¿cómo se lleva a cabo la implementación de la RIEMS en el aula de matemáticas?, ¿cuáles son las competencias docentes que han desarrollado los profesores de matemáticas de la EMS como resultado de las acciones establecidas por la SEP?, ¿qué estrategias utilizan para poder llevar a cabo los objetivos establecidos en el programa de estudios para la materia de matemáticas?, ¿cuáles son las competencias que con mayor frecuencia son desarrolladas por los profesores de matemáticas en sus prácticas educativas?, ¿cuál es el conjunto de conocimientos didácticos matemáticos de un profesor en activo que pudiera conformarse en base para el perfil del docente del nivel medio superior? Esta investigación se centra en la última pregunta planteada.

Pues, tal y como sugieren Hernández y col. (2013), algunas acciones sugieren una delimitación del perfil actual del futuro profesor de bachillerato, lo que permitiría desde el punto de vista de las autoridades el desarrollo de competencias (genéricas, disciplinares, profesionales) en los educandos de este nivel educativo.

1.2 El conocimiento didáctico y matemático del profesor. Experiencias en el campo de investigación.

La necesidad de caracterizar o determinar el conjunto de conocimientos que un profesor debiese de poseer para ser considerado "un buen profesor", surge aproximadamente hace treinta años atrás. Esta problemática ha interesado no sólo a las autoridades educativas, sino que ésta ha cobrado gran auge entre investigadores de diversas áreas, entre ellas la Matemática Educativa. Tal es el impacto que ha causado, que desde sus inicios se han desarrollado modelos que buscan caracterizar el conglomerado de conocimientos que posee un profesor.

A continuación se presentan algunas experiencias de investigación con el objetivo de proporcionar un panorama general de lo que desde aproximadamente 30 años se ha realizado en el área del conocimiento profesional del profesor. En este caso se muestran cuatro modelos teóricos que permiten analizar y caracterizar los conocimientos del profesor, partiendo del modelo sugerido por Shulman, el cual es considerado como el pionero en la investigación de la base de conocimientos que debe de poseer un profesor.

Shulman (1986) plantea categorías del conocimiento del contenido de la enseñanza. La primera propuesta diseñada por él se sustentaba en investigaciones/memorias de algunos profesores, en las cuales plasmaban sus experiencias personales dentro de la docencia. En ellos expresaban su postura ante las evaluaciones para la profesión, en algunos casos los sujetos escribían acerca de la seguridad que sentían acerca de las respuestas que proporcionaban a los problemas, en otros casos la inseguridad y hasta el desconocimiento que tenían de las soluciones a los problemas.

El modelo propuesto por este autor en 1986 consta de tres categorías del contenido de la enseñanza y que se relacionan entre el sujeto (docente) y lo que debería de conocer para llevar a cabo una buena enseñanza. Estas categorías son:

- Conocimiento del contenido (subject matter content knowledge) referido a los conocimientos de carácter disciplinar.

- El conocimiento pedagógico del contenido (pedagogical content knowledge, PCK) es el segundo tipo de conocimiento que forma parte del conjunto de conocimientos del profesor, en el cual considera más que el conocimiento de la materia, el conocimiento de la materia para la enseñanza. Se estipula que un profesor debe de conocer una serie de representaciones de lo que se va a enseñar, entre ellas, una serie de analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones, etc., las cuales según el autor se derivan de la investigación, mientras que otras se desarrollan en la sabiduría de las prácticas.

- El conocimiento curricular (curricular knowledge). El plan de estudios está constituido por todos los programas diseñados para la enseñanza de determinadas materias y temas, en un determinado nivel, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con esos programas, y el conjunto de las características que sirven como indicaciones y contraindicaciones para el uso de determinados planes de estudios o programa de la materia. El diseño de dicho modelo se lleva a cabo tras una desarticulación entre lo que se considera como el conocimiento de la materia y el conocimiento del contenido pedagógico, presentando evidencias del peso que entre las décadas de los 70 y 80 tenían cada uno de estos conocimientos en la evaluación de los profesores en Estados Unidos, y que se consideraban como claves para el trabajo docente.

En 1987 Shulman propone un modelo basado en la Reforma que un año antes entraba en vigor en Estados Unidos, y que es un extenso del modelo presentado anteriormente, en el cual se expone lo que él consideraba como *el conocimiento base para la enseñanza*, siendo este conocimiento "un conjunto codificado o codificable de conocimientos, destrezas, comprensión y tecnología, de ética y disposición, de responsabilidad colectiva", (Shulman L. S., 1987). Considera como componentes o categorías de la base de conocimientos:

- Conocimiento del contenido
- Conocimiento didáctico general
- Conocimiento del currículo
- Conocimiento didáctico del contenido
- Conocimiento de los alumnos y de sus características
- Conocimientos de los contextos educativos
- Conocimientos de los objetivos

Donde "el conocimiento didáctico del contenido es la categoría que, con mayor probabilidad, permite distinguir entre la comprensión del especialista en un área del saber y la comprensión del pedagogo" (Shulman, 1987, p.11). Da valor además a las fuentes principales del conocimiento, las cuales permiten un enriquecimiento en el conocimiento del profesor, y que además debe de tomar en cuenta para llevar un proceso favorable en la enseñanza y aprendizaje, no sólo para los alumnos sino también para el profesor.

Enumera cuatro fuentes, la primera es la formación académica en la disciplina a enseñar; la segunda se refiere a los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado; la tercera es sobre las investigaciones sobre la escolarización, las organizaciones sociales, el aprendizaje humano, la enseñanza y el desarrollo y los fenómenos socioculturales que influyen en el quehacer de los profesores; y la cuarta la sabiduría que otorga la práctica misma.

Designa un modelo para el análisis de la enseñanza, considerando la actividad docente como “un acto de comprensión, razonamiento, de transformación y reflexión” (Shulman, 1987, p.17), puesto que considera que la formación docente no debe de ser vista como una doctrina o un conjunto de reglas a seguir, sino que debe de alentar al profesor a llevar a cabo procesos de razonamiento y que permitan llevar a cabo su labor con idoneidad. El modelo de razonamiento y acción pedagógicos consta de seis niveles: comprensión, transformación, enseñanza, evaluación, reflexión y nuevas maneras de comprender.

Por lo tanto, al llevar a cabo una comprensión lógica del conocimiento base para la enseñanza, de las fuentes de dichos conocimientos y del modelo del razonamiento y acción pedagógicos, se esperarían profesores competentes que elevarían los estándares de la profesión, tal y como se establecía en la Reforma.

Los modelos de Shulman permiten entender lo que en las décadas de los 70 y 80 se vivía en Estados Unidos en el contexto del papel del docente, y cómo comenzaban a cobrar importancia las habilidades que el profesor debería de poseer para ser considerado un “buen profesor”. No obstante, dicha propuesta podía ser utilizada para determinar la base de conocimientos de profesores de cualquier área curricular/asignatura, en otras palabras, el modelo no es específico a una disciplina.

Si bien las nociones propuestas por Shulman han jugado un papel muy importante a lo largo de los años en este campo de investigación, a partir del año 2000 se introduce la noción de “conocimiento matemático para la enseñanza” (Mathematical Knowledge for Teaching, MKT) el cual ha ido formando parte de los trabajos realizados por Ball (2000), Ball, Lubienski y Mewborn (2001) y Hill, Ball y Schilling (2008).

Ball (2000) sugiere tres problemas que permitirían al profesor realizar una buena enseñanza. Esto es, además de conocer el contenido de la materia a la perfección, es necesario saber cómo aplicar esos conocimientos para que los alumnos puedan aprender. Los problemas sugeridos básicamente consisten en: identificar el conocimiento del contenido de la materia para la enseñanza; saber cómo ese conocimiento debe de realizarse o llevarse a cabo y, finalmente, el tercero se centra en lo que se debe aprender para usar tal conocimiento en la práctica. Si bien se considera la noción del PCK como elementos clave en la creación de este modelo, se puede percibir que el modelo del MKT vas más allá de las nociones propuestas por Shulman, pues estas ahora buscan restringir esas nociones en aquellas que permitan caracterizar el conocimiento del profesor de matemáticas.

En 2001 la noción del MKT comienza a tomar forma gracias a las investigaciones realizadas por algunos autores sobre el tema conocimiento matemático, las cuales fueron parte fundamental para solidificar dicha noción. La propuesta se enfoca en el conocimiento de las matemáticas del profesor y tres son las razones que soportan, según Ball et al. (2001), hablar acerca de ese conocimiento. La primera consistía en la existencia de poca literatura que hasta esos momentos se había encontrado entre los años de 1986 a 1998, un total de 354 artículos que trataban aspectos relacionados con los estudiantes, profesores, currículos o las interacciones entre ellos. La segunda razón se centraba en las investigaciones con respecto a los docentes y cómo enseñaban las matemáticas. La mayor parte de estas investigaciones, según Ball y col. se sustentan sólo en la enseñanza con base en el conocimiento disciplinar del profesor, dejando desatendida la parte que tenía que ver con la enseñanza por medio del conocimiento práctico; por lo tanto en este punto, consideraban oportuno este tipo de investigaciones. Según sus análisis, el 15% de estas investigaciones se centraban en el conocimiento del profesor y sus creencias, sólo el 5% mostraba como el conocimiento matemático afectaba su práctica y apenas el 2% de investigaciones examinadas se reducían en cómo era afectado el aprendizaje de los alumnos. Por último, la tercera razón brindaba la posibilidad de agregar la investigación al conocimiento teórico en la enseñanza de las matemáticas.

Dicho esto, los autores buscaban una comparación que permitiera analizar los diversos métodos de enseñanza propuestos y llevados a la práctica por varios docentes, así como algunos resultados que se obtuvieron gracias a estas investigaciones. Con estas propuestas, en el año 2008 se concreta el modelo del MKT, el cual es definido por sus autores como "el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno." (Godino, 2009, p.16; Hill, Ball, & Schilling, 2008, p.374).

El modelo consta de dos categorías, la primera se refiere al conocimiento del contenido y está dividida en 3 subcategorías: el conocimiento común del contenido (CCK), el conocimiento en el horizonte matemático y el conocimiento especializado del contenido (SCK). La segunda categoría se refiere al conocimiento pedagógico del contenido y se divide en: el conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS), el conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT), y el conocimiento del currículo (CC). Se define al CCK como el conocimiento puesto en juego para resolver problemas matemáticos, mientras que el SCK permite ir más allá de resolver un problema, conduce hacia entender el porqué de las situaciones. Según los autores son muy pocos los que llegan a desarrollar dicho conocimiento, en algunos casos ni siquiera un matemático puede desarrollar dicha habilidad.

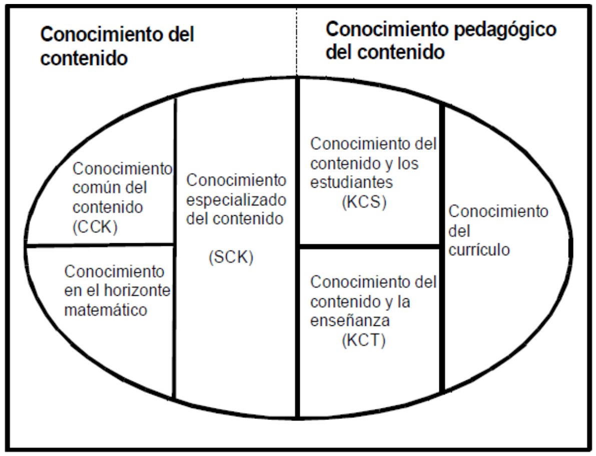


Figura 1.1 Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) (Hill, Ball y Schilling, 2008, página)

En cuanto al conocimiento en el horizonte matemático es aquel que cualquier profesor debería de desarrollar de tal forma que le permitiera plantearse todas aquellas situaciones que pudieran surgir con respecto a algún contenido curricular. Definen además al KCS como el "conocimiento del contenido que se entrelaza con el conocimiento de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden este contenido particular" (Hill, Ball, & Schilling, 2008, p.375). Como hemos observado pasaron 8 años para concretar un modelo (ver figura 1.1) que proporciona elementos que permiten analizar los conocimientos del profesor, y más aún un modelo que brinda la posibilidad de analizar los conocimientos matemáticos del profesor con el objetivo de llevar a cabo una buena enseñanza.

Tal y como sugieren algunos autores (Pino-Fan, Font y Godino, 2013; Mendoza, 2016) el modelo del MKT es una de las propuestas sobre el conocimiento de los profesores de matemáticas que ha tenido mayor impacto; sin embargo, desde su punto de vista, las categorías propuestas en este modelo siguen siendo demasiado generales y disjuntas.

A raíz de estos modelos, Godino (2009) desarrolla el modelo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM), el cual permite realizar análisis más detallados "de cada uno de los tipos de conocimientos que se ponen en juego en una enseñanza efectiva (proficiente, eficaz, idónea) de las matemáticas" (Godino, 2009, p.19). El modelo del CDM ha auxiliado a Pino-Fan, Mendoza, entre otros, en el diseño y desarrollo de instrumentos de análisis de los conocimientos del profesor, así como en la caracterización del CDM de futuros profesores.

Pino-Fan (2010) hace una reconstrucción epistémica de la noción de derivada, realizando "una descripción global de la derivada, distinguiendo de los significados parciales de la misma y su articulación" (Pino-Fan, 2010, p.iii), por lo cual realiza un estudio de tipo histórico - epistemológico y se apoya en la noción de configuración epistémica.

Pino-Fan, Godino y Font (2011) presentan un análisis histórico-epistemológico con el cual pretenden diseñar y elaborar instrumentos que permitan analizar los conocimientos que debería de poseer un profesor de bachillerato. Estos conocimientos deberían facilitar una buena enseñanza, puesto que “una enseñanza idónea de un contenido matemático específico requiere por parte del profesor de la apropiación, entre otros, de una trama compleja de conocimientos sobre el propio contenido a enseñar” (Pino- Fan, Godino & Font, 2011, p.143).

Desde la perspectiva de los autores la noción de derivada, clave en el estudio del Cálculo, se considera como un objeto que cobra gran atención desde las diversas perspectivas teóricas, y con gran énfasis en cuestiones de carácter cognitivo e instruccional, careciendo de investigaciones que centran su atención en los profesores y esta noción, pero más aún en los conocimientos del profesor basados en la noción de derivada.

Los autores buscaron reconstruir el significado global de referencia de la derivada con ayuda de la noción configuración epistémica, elemento teórico proporcionado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento e instrucción matemática, lo cual se llevó a cabo a través de la documentación histórica así como informes de investigación referentes al cálculo infinitesimal. Esta reconstrucción tiene sus inicios, desde el punto de vista de los autores, en la proposición XVII enunciada en los Elementos de Euclides, y a la cual los griegos buscaron dar respuesta a través del trazado de las tangentes, hasta llegar a lo que actualmente se estudia en el currículo matemático, la derivada como límite, la cual es definida (en el primer cuarto del siglo XIX) como: $f'(x) = Lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Tras la investigación y la reconstrucción de la faceta histórica - epistemológica de la noción de derivada, en (Pino-Fan, Godino, & Font, 2012) se presentan los resultados obtenidos tras la aplicación de los instrumentos diseñados y desarrollados por los autores y que aportan elementos específicos para identificar el conocimiento didáctico-matemático del profesor de bachillerato.

La metodología de esta investigación fue de tipo mixto. El cuestionario se aplicó a un total de 53 estudiantes de la licenciatura en enseñanza de las matemáticas que ofrece la Universidad Autónoma de Yucatán en México, estos alumnos contestaron el cuestionario teniendo conocimientos de cálculo diferencial y algunos conocimientos de análisis matemático.

El cuestionario, denominado Cuestionario Relativo al Conocimiento Didáctico-Matemático acerca de la derivada (*DMK-Derivative Questionnaire*, Questionnaire regarding didactic-mathematical knowledge about the derivative), comprende siete tareas y fue diseñado acorde a modelo CDM propuesto por Godino (2009). Tras la aplicación de dicho cuestionario se procedió a realizar un análisis de los resultados el cual se llevó a cabo con base en dos variables, la variable cognitiva y la variable cuantitativa. Para analizar los datos obtenidos en la primer variable (variable cognitiva) hicieron uso de un análisis semiótico, es decir, un análisis "que proporciona una descripción sistemática tanto de la actividad matemática realizada por los futuros profesores en la solución de los problemas, y los objetos matemáticos que intervinieron en su práctica" (Pino-Fan, Godino, & Font, 2012, página).

Con dicha aplicación se logró determinar, entre otros aspectos, cuáles tareas presentaban mayor grado de dificultad para los futuros profesores así como aquellas tareas que no representaban dificultad alguna.

Se determinó que los profesores obtuvieron mejores resultados en tareas en donde la derivada se entiende como la pendiente de la recta tangente. No obstante, destacan la necesidad de mejorar el conocimiento avanzado de los futuros profesores ya que esto ayudaría a resolver tareas donde se conceptualice a la derivada como la pendiente de la recta tangente.

Se concluyó también que los futuros profesores no poseen ciertos aspectos del conocimiento especializado (uso de diferentes representaciones, el uso de diferentes significados de la derivada, la solución del problema a través de diversos procedimientos, dando una serie de argumentos válidos para justificar estos procedimientos, etc.), y del conocimiento común necesario para resolver cierto tipo de tareas matemáticas.

Mendoza (2016) por su parte, apoyado en el modelo del CDM caracteriza el conocimiento de un futuro profesor de matemáticas de secundaria en torno al tema "*Uso de ecuaciones cuadráticas para modelar situaciones y resolverlas usando la factorización"*

El estudio realizado por Mendoza es un estudio descriptivo que fue realizado durante el período de prácticas profesionales que llevaron a cabo futuros profesores de matemáticas (normalistas) de secundaria durante su último año de formación en una Escuela Normal Superior en el estado de Sonora. El autor describe algunas características del CDM que el futuro profesor pone en juego en un proceso instruccional.

Las observaciones realizadas se limitaron a tres profesores (estudio de casos), aunque se reporta la caracterización del CDM de sólo uno. Para el análisis del CDM de los futuros docentes el autor considera el análisis de las facetas epistémica, cognitiva y afectiva propuestas en el modelo. Mendoza señala que "con el análisis de la primera faceta se contempla el análisis el conocimiento del contenido, con las facetas restantes se considera el análisis del conocimiento del contenido con relación a los estudiantes" (Mendoza, 2016, p.2)

Parte fundamental que le permite caracterizar el conocimiento del contenido puesto en juego por el futuro profesor, se determina con la noción de Significado Institucional de Referencia (SIR) así como la noción de significado pretendido, para ello realiza un análisis de documentos oficiales (bibliografía, programas, entre otros) así como de la planeación para la clase que desarrolla el futuro profesor para implementar durante su período de prácticas profesionales.

Mendoza considera entre los aspectos más destacables la visión algorítmica de la matemática por parte del futuro docente, dado el interés que éste pone sobre el estudio, puesto que lo centra en el manejo de algoritmos utilizados para resolver determinados tipos de situaciones-problemas en contextos específicos.

Es importante destacar que el modelo del CDM se ha empleado en ambos casos como una herramienta de investigación utilizada por un observador externo para conocer y describir algunas de las características de los conocimientos didácticos-matemáticos puestos en juego por futuros profesores de matemáticas.

Los modelos presentados anteriormente, buscan proponer nociones que permitan realizar una caracterización de los conocimientos del profesor de matemáticas. Sin embargo, existen otras perspectivas teóricas, como la Socioepistemología que busca entender cómo el profesor debería de "aprovechar al máximo" su conocimiento para crear procesos instruccionales que permitan un aprendizaje significativo en sus estudiantes.

Reyes y Cantoral (2012) consideran que un mal desempeño escolar en el ámbito de las matemáticas se asocia principalmente al discurso matemático escolar (dME) dado que este discurso "es caracterizado como un sistema de razón, que excluye a los actores del sistema didáctico de la construcción del conocimiento matemático a través de una violencia simbólica" (Reyes & Cantoral, 2012) donde la matemática está hecha y se propicia sólo la reproducibilidad de ésta.

Consideran que para un profesor sería casi imposible construir un conocimiento matemático si nunca ha sido formado para dicha construcción, puesto que su educación inicial y básica siempre ha sido basada en la reproducibilidad de las tareas matemáticas. Sin embargo, un docente será capaz de construir el conocimiento si se apodera de lo que va a enseñar y cómo lo debe enseñar. La socioepistemología estudia la construcción social del conocimiento cimentando ésta en las prácticas sociales, "y que el contexto determina la racionalidad con la que un individuo o grupo –como miembro de una cultura- construye conocimiento en tanto lo signifique y lo ponga en uso" (Reyes & Cantoral, 2012).

Cuando el conocimiento construido es puesto en uso, cobra una validez según la utilidad que tenga en el individuo o en el grupo, es decir, se convierte en un saber que cobra un relativismo epistemológico. Dado que el conocimiento no se considera como acabado, se reinterpretan enriqueciéndolos con nuevos significados.

Reyes y Cantoral señalan que uno de los objetivos de la Socioepisteología en la investigación es: "cuestionarse el qué se enseña, además de cómo se enseña"; se busca entonces rediseñar el dME, de tal manera que el conjunto de conocimientos se conciban como una construcción y no como verdades preexistentes. Todo esto a través de la emergencia de los objetos matemáticos en la construcción social del conocimiento.

El proyecto se dirigió a docentes de matemáticas de secundaria, en un proyecto de carácter nacional llevado a cabo en conjunto con la SEP y el Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, denominado como Especialización de Alto Nivel en la Profesionalización Docente en las Matemáticas de Secundaria. La finalidad de esta especialización era la de plantear al profesor la problematización del conocimiento matemático escolar, mostrarles la epistemología de algunos objetos matemáticos, las diferentes formas de abordar los problemas matemáticos, de cómo diseñar actividades para sus clases, a comunicarse y aceptar las diferentes posturas de resolución, siempre respetando los contextos socioculturales de cada uno de los grupos de profesores en formación; pero sobre todo buscaron la manera de que el docente reflexionaran en un cambio de los objetos hacia las prácticas. Buscaban que los profesores se apoderaran del conocimiento que iban a enseñar, es decir que el docente se empoderara del saber, siendo esta su primera hipótesis de investigación.

Se consideran dos fenómenos que permitan el empoderamiento docente: la exclusión del dME y la reproducibilidad (entendido como la reproducibilidad de una situación de aprendizaje). Los autores consideran al empoderamiento

> "como el proceso vivido por el docente, en comunidad (docentes e investigadores), con el objetivo de comprender, asimilar, asumir, aceptar y sumarse a la nueva propuesta del dME, donde se privilegie la diversidad de argumentaciones, se permita la emergencia y cohabitación de racionalidades contextualizadas, se reconozca el carácter funcional del saber, se favorezca una resignificación progresiva considerando varios marcos de referencia" (Reyes & Cantoral, 2012, p.1009)

Este fenómeno crea la posibilidad al docente de ser el dueño del saber que enseñará mediante la problematización, creando confianza y autonomía.

Reyes y Cantoral (2013) amplían la noción del empoderamiento, es decir, este trabajo es la continuación de Reyes & Cantoral, (2012). Se determina que el dME actual, el profesor sólo comunica una serie de "verdades preexistentes" por tanto se busca un rediseño del dME con ayuda de la Teoría Socioepistemológica. Esta teoría permite replantear el qué y cómo se aprende, puesto que, particularmente estos autores, consideran que el diseño y desarrollo de talleres en los que se presenten herramientas de índole pedagógica o didáctica no logran un cambio en el docente en relación con la matemática escolar.

Se considera al empoderamiento docente como un proceso que acompañe al rediseño del dME, buscando en el docente una interpretación a la matemática, no como el conjunto de verdades preexistentes postuladas en el dME, sino como "el producto de la construcción social del conocimiento matemático por encima del objeto matemático per se" (Reyes & Cantoral, 2013, p.1784).

Desde la perspectiva de los autores, los resultados que se han obtenido en algunos países donde se han realizado propuestas de talleres o cursos de formación continua para los docentes, tomando como base la noción de proporcionalidad, no han logrado una modificación en la práctica docente. Sin embargo, estas demuestran que los docentes "han avanzado como maestros".

Entienden como práctica docente a todas las interacciones didácticas en el aula, así como al manejo de las tareas matemáticas. No obstante, los autores definen un cambio de práctica docente como el que se produce en el docente con respecto al saber matemático puesto en juego. Desde una perspectiva socioepistemológica, los programas, talleres o cursos deben problematizar al docente con respecto al saber matemático. Por lo tanto, se busca "estudiar el cómo se produce el cambio de práctica docente en relación (sic) al saber matemático" (Reyes & Cantoral, 2013, p.1785).

Tras una serie de análisis que se enfocan en el estudio del fenómeno denominado empoderamiento docente desde varias corrientes teóricas, Reyes y Cantoral determinan que este fenómeno es un proceso de carácter colectivo; no es un proceso que se otorga, sino que se produce en el individuo; parte de la reflexión y se consolida en la acción; y transforma la realidad. Por lo tanto, caracterizan al empoderamiento docente como el proceso que le permite al docente (en conjunto con sus colegas e investigadores), problematizar el saber matemático escolar para hacerse el dueño de sus prácticas docentes y así transformar su realidad.

Para poder hacer explícito el fenómeno del empoderamiento docente, los autores retoman un estudio hecho con anterioridad, donde realizan un análisis socioepistémico a través de las dimensiones cognitiva, epistemológica, didáctica y social.

Para realizar el análisis de tipo epistemológico se remontan al trabajo realizado por Euclides en Los Elementos, en la sección dedicada a la geometría, y específicamente en la propuesta de solución al problema de medir magnitudes inconmensurables, el cual es entendido como el surgimiento de la noción de proporcionalidad.

Para poder analizar la dimensión cognitiva, examinaron algunas investigaciones que analizan la noción de proporcionalidad, iniciando con trabajos donde se postula el primer nivel de pensamiento, denominado pensamiento cualitativo, algunos de estos trabajos realizados por Piaget e Inhelder. Algunos otros análisis dejaron "construir una síntesis de los modelos de pensamiento proporcional: modelo aditivo simple, modelo aditivo compuesto, modelo multiplicativo, modelo inter, modelo intra" (Reyes & Cantoral, 2013, p.1787).

En cuanto a la dimension didáctica de esta noción, se concluia que si bien se ofrecieron cursos de formación continua y en los cuales los profesores participaban, no existían cambios en cuanto a su práctica docente. Como una consecuencia de este estudio, se observó que generalmente los libros de texto centran sus atención en los modelos cualitativos, aditivo simple o modelo inter, y no abordan el modelo intra que posiblemente es el que más se acerca a la idea fundamental de "lo proporcional".

La teoría socioepistemológica, con base en su dimensión social, concibe que según el uso y la funcionalidad, el conocimiento o el conjunto de conocimientos se dotaran de significados. Resumiendo lo anterior, esta teoría permite problematizar el saber desde las distintas dimensiones mencionadas con anterioridad, todo esto con el fin de localizar y analizar el uso y la razón de ser del concepto de proporcionalidad.

Algunas hipótesis desprendidas de los resultados de la investigación con la que hasta ese momento se contaba, demostraban que el docente lograba modificar su relación con el saber matemático con base en reflexiones realizadas con sus estudiantes, donde un punto clave era lograr discusiones donde emergiera la argumentación y procedimientos distintos a los que se realizaban con anterioridad. A raíz de esto se podía vislumbrar el empoderamiento docente, el cual surgía una vez que el docente hacia un cambio en relación con su pensamiento matemático.

Una conclusión que plantean los autores es que desde la Teoría Socioepistemológica, el empoderamiento docente se lleva a cabo desde una problematización del saber matemático, propiciando así una discusión no sólo de la noción, sino de la matemática misma.

En conclusión, los cuatro modelos que se han propuesto, ayudan a comprender el gran impacto que ha cobrado el caracterizar/identificar o propiciar los conocimientos del profesor de matemáticas necesarios para una buena enseñanza. Los autores concuerdan que el mayor número de investigaciones centran su atención en el conocimiento disciplinar y se enfocan, generalmente, en la dimensión cognitiva. En tanto que el conocimiento didáctico es en menor medida investigado, ya que algunos de los modelos no centran su atención o aminoran el impacto que tiene este conjunto de conocimientos en el aprendizaje de los alumnos.

Con esto se pretende proporcionar al lector una serie de análisis que permiten ampliar un panorama sobre diferentes modelos relacionados con la caracterización del conjunto de conocimientos del profesor. Partiendo desde los inicios en este campo, con el modelo propuesto por Shulman, que proporciona la base de conocimientos que debería de poseer un profesor, aunque el modelo no lo restringe al profesor de matemáticas. Por lo tanto, Ball y colaboradores y tomando como referente a Shulman, proponen el modelo del MKT. Este modelo permite caracterizar en mayor medida ese conjunto de conocimientos del profesor de matemáticas. Sin embargo estos dos modelos se consideran generales.

Otro modelo es el propuesto por Godino y se abordará a detalle en secciones posteriores, dado que se constituye en el enfoque teórico adoptado en esta investigación. En este caso, se mostraron algunos de los trabajos realizados bajo el enfoque teórico del EOS y específicamente aquellos relacionados con el modelo del CDM. Este modelo permite realizar análisis pormenorizados de las prácticas docentes, proponiendo niveles de análisis así como herramientas que permiten la organización de la información para lograr una caracterización detallada del CDM puesto en juego por el profesor.

Para el caso del enfoque teórico de la Socioepistemología, éste permitió comprender el fenómeno del empoderamiento docente y la estrecha relación que guarda con los conocimientos del docente. Si bien no busca caracterizar ese conjunto de conocimientos, los autores buscan la manera en que el docente explote al máximo su conocimiento disciplinar a través de la problematización del contenido matemático escolar, lo que se considera impactará a su práctica docente.

En síntesis, se han mostrado algunos de los trabajos realizados sobre el conocimiento del profesor y en específico se ha enfocado la atención al docente de matemáticas, más de 30 años en los que se ha buscado determinar o propiciar el conjunto de conocimientos que permiten al profesor desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje eficaces; el cual ha cobrado más fuerza, llamando la atención de investigadores de la disciplina, buscando en algunos casos replantear nociones teóricas que faculten la realización de análisis pormenorizados del conjunto de conocimientos del profesor de matemáticas.

1.3 Ecuación cuadrática, el objeto matemático en estudio.

La enseñanza y el aprendizaje de la ecuación cuadrática o ecuación de segundo grado tiene gran importancia dentro de la curricula del país; ya que esta se encuentra presente desde la educación básica hasta la educación superior.

Si bien este trabajo de investigación busca caracterizar el CDM del profesor, fue necesario determinar el SIR propuesto para el proceso instruccional; es decir, determinar el tipo de prácticas (propuestas por la DGB) que los profesores deberán desarrollar en sus aulas. Lo anterior debido a que este significado de referencia permitirá identificar aspectos que se vinculan a la representatividad, adecuación, adaptaciones, suficiencia, es decir, los elementos que se proponen y se consideran suficientes para este nivel educativo.

Por lo tanto, en esta sección se presenta una reseña y un análisis de algunos estudios que permiten comprender aspectos relacionados a la construcción, a través de la historia, del significado holístico para esta noción. Nuestras fuentes fueron textos de historia, así como los resultados de investigaciones fundamentadas en el EOS, pero que no fueron realizadas atendiendo el modelo que sustenta a esta investigación.

Esto permitirá, entre otras cosas, tener una visión más amplia del lenguaje, los problemas, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, lo cual a su vez proporcionará la oportunidad de conocer y sobre todo comprender todos (o la mayoría) de los elementos que fueron evolucionando y sobre todo cimentando el significado de ecuación cuadrática.

1.3.1 La construcción del significado holístico de "ecuación cuadrática".

Swokowski (1967) define a una ecuación cuadrática o ecuación de segundo grado a una expresión de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{donde } a, b \text{ y } c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0.$$

Para llegar a la definición anterior pasaron miles de años, y la misma difiere en gran medida con las versiones que en siglos pasados se tenía de ella. Debe destacarse, sin embargo, que dicha noción ha estado presente en diversos períodos de la historia de las matemáticas.

Uno de los primeros vestigios de esta noción se atribuye a las tablillas de arcilla de origen babilónico, (XVIII-VIII a.C) descubiertas en 1889. En esta civilización los procedimientos aritméticos jugaron un papel de mayor importancia que cálculos o procedimientos geométricos, los cuales tuvieron mayor trascendencia en la civilización griega.

El álgebra era de tipo verbal, es decir, un álgebra retórica. El uso de palabras como "volumen", "longitud", "anchura" o "área" eran frecuentes al hacer operaciones, y tal era la flexibilidad de los desarrollos de esta época que era común encontrarse con operaciones que admitían sumar “volumen” al “área” o “área” a “longitud”, operaciones que actualmente no tendrían sentido realizar dado los conceptos que tenemos de medida.

Boyer (2010) señala que para los babilonios no representaba dificultad alguna resolver ecuaciones de segundo grado. Un ejemplo de esto fue el siguiente problema: “*hallar el lado de un cuadrado si su área menos el lado es igual a 14; 30”* (se debe aclarar, que esta es la manera de representar un número en base sexagesimal).

La solución de dicho problema (explicada por el escriba) se lee de la siguiente manera:

> “Toma la mitad de 1, que es $0;30$, y multiplica $0;30$, por $0;30$, que es $0;15$; suma este número $14{,}30$, lo que da $14{,}30;15$. Éste es el cuadrado de $29;30$; ahora suma $0;30$, a $29;30$, cuyo resultado es 30 que es el lado del cuadrado” (Boyer, 2010).

Esta civilización hacia uso de algunas aproximaciones algorítmicas para resolver ciertos problemas (de tipo comercial, repartición de tierras, dinero, etc.) y de acuerdo a los términos empleados, proporcionaría actualmente una ecuación cuadrática.

Este tipo de situaciones permitió determinar algunas nociones de lo que hoy se considera como ecuación cuadrática o de segundo grado. En primer lugar, el concepto de “cuadrado”, el cual “era concebido como un producto de una cantidad por sí misma” (Villa et al, 2008, p.47). Por otra parte la solución que proporcionaron los babilónicos al problema anterior (y que se puede traducir actualmente como $x^2 - x = 870$) es equivalente a la que se obtiene aplicando la fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4c}}{2}$, conocida como “la resolvente” o “fórmula general”.

Los antiguos textos babilónicos (4000 años aproximadamente), muestran que esta civilización fue capaz de resolver ecuaciones de la forma (los problemas planteados por los babilónicos se traducen en notación actual y se presentan en su forma canoníca):

a) $x^2 + bx = c$,

b) $x^2 = bx + c$,

c) $x^2 + c = bx$.

Entre los métodos de solución empleados para resolver algunas de estas ecuaciones se encontraba el completar cuadrados, para ello hacían uso de factorizaciones simples las cuales formaban parte de su conocimientos matemático.

Martínez (2010) señala que algunos términos empleados por los babilonios fueron: “us” para designar el largo, “sag” para el ancho y “asa” para referirse al área de un polígono; además que no fueron capaces de construir proposiciones matemáticas y los procedimientos se limitaron en la duplicación, extracción de raíz, completar cuadrados, factorización y sustitución.

Un desarrollo más fue el llevado a cabo por la civilización griega (XII a.C - VI d.C), que al igual que los babilonios hacían uso de ecuaciones cuadráticas, sin embargo éstas eran trabajadas desde el campo geométrico: "esto se debería a la aparición de los números irracionales unido a la falta de practicidad del sistema de numeración griega" (Ochoviet, 2007, p.5). En esta época no se debe de omitir el trabajo de dos grandes personajes, Diofanto y Euclides.

Euclides realizó trabajos donde se involucraba el uso de la ecuación cuadrática a través de situaciones geométricas, dando solución a ecuaciones de la forma $ax \pm x^2 = b^2$ por medio de construcciones geométricas. A través de algunas construcciones hechas por Euclides se puede determinar (con términos actuales) la fórmula general, sin embargo dicho procedimiento difiere con el que actualmente se conoce, puesto que ésta es obtenida a partir de otro tipo de cálculos. Para ello se presenta el siguiente ejemplo:

"Si se aplica un área rectangular dada AB sobre un segmento de longitud dada AC (figura 1.2) y si nos dan además el área BC que le falta al área AB para agotar el rectángulo completo AD construido sobre AC, entonces también son conocidas las dimensiones del rectángulo BC".

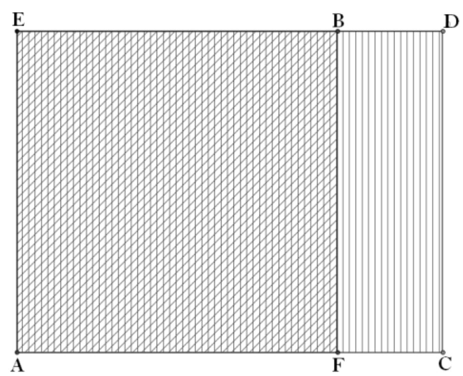


Figura 1.2

Si el problema se rescribe con términos algebraicos actuales, la afirmación es fácil de demostrar y determinar su veracidad.

Sea a la longitud de AC, b^2 el área de AB, y sea $\frac{c}{d}$ la razón de FC a CD; entonces, si se denota $FC = x$, $CD = y$ tenemos que $\frac{x}{y} = \frac{c}{d}$ y además que $(a - x)y = b^2$. Eliminando y nos queda $(a - x)xd = b^2$ o bien $dx^2 - adx + b^2c = 0$ de donde resulta

$$x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{b^2 c}{d}}.$$

En este caso, la solución proporcionada por Euclides es equivalente a ésta, sin embargo él hace uso del radical negativo (Boyer, 2010). Podemos observar como un caso particular que las ecuaciones que se resuelven de esta manera están dadas por $ax - x^2 = b^2$ considerando $c = d = 1$.

Luque y colaboradores (2004), citado por Martínez (2010), indican que Euclides pudo resolver ecuaciones de forma $ax + x^2 = b^2$, haciendo uso de la proposición 6 de los Elementos (obra de su autoría). Los autores anteriores representan gráficamente la proposición con el uso de notación actual, de donde resulta

$$\mathrm{x} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{a}}{2}\right)^2 + b^2} - \frac{\mathrm{a}}{2}.$$

Por otra parte, Diofanto marca el uso de problemas prácticos en ecuaciones de difícil deducción. Además mostró soluciones a las ecuaciones de la forma $x^2 + y^2 = z^2$ haciendo uso de ternas coprimas.

Una característica de Diofanto fue la de dar una única solución a estas ecuaciones, la razón básicamente se ubica en que él buscaba resolver los problemas, no las ecuaciones planteadas. Las soluciones que buscaba eran racionales exactas y positivas, a diferencia de los babilónicos que aceptaban aproximaciones irracionales como soluciones a las ecuaciones. Ochoviet en (2007) explica que él hacia además uso de los números negativos pero sólo como cálculos intermedios para llegar a la solución del problema.

Boyer (2010) menciona que la *Arithmetica* (obra de Diofanto) es una colección de problemas sobre aplicaciones del álgebra, la cual permite comparar a Diofanto con los algebristas babilónicos, sin embargo a diferencia de los babilónicos, éste hace uso de números abstractos y no hace referencia a medidas de grano, dimensiones de campos o unidades monetarias.

Diofanto se destacó entre los griegos por ser el único que utilizó los números desligándolos de su representación geométrica y sobre todo en obtener algunas reglas para manejarse con ellos. "Introduce además, ciertas notaciones que marcan un primer paso hacia la escritura simbólica en el álgebra y un nuevo objeto al que llama deficiencia. Establece reglas para operar con él. Es decir, formula las reglas de los signos que ahora escribimos" (Ochoviet, 2007, p.8):

$$(-) \times (-) = (+)$$

$$(-) \times (+) = (-)$$

En Martínez (2010) se establece a través de una serie de análisis que los lenguajes empleados en este siglo eran de tipo sincopado, del verbo abreviar, es decir hacían uso de abreviaturas para las incógnitas, entre otros.

Por otra parte para los cálculos se hacía uso del lenguaje natural; las situaciones eran de tipo geométrico, construcciones. Los conceptos manejados en aquella época eran: ecuaciones diofánticas, teorema de Pitágoras, recta, rectángulo, área, suma; las proposiciones eran las propuestas por Euclides, así como en el teorema de Pitágoras. Los procedimientos eran construcciones geométricas y sus argumentos se basaban en deducciones geométricas.

Entre tanto en las civilizaciones árabe e hindú (VII - XIII d.C), se inventaban algunos métodos para resolver ecuaciones cuadráticas. Los problemas matemáticos que se planteaban eran originados por situaciones prácticas, es decir, las situaciones-problemas emergían tras las necesidades de la civilización (construcción, comercio, entre otras) por lo tanto sólo se buscaba el resolver dichos problemas.

Por otra parte Brahmagupta hizo uso de soluciones negativas de las ecuaciones, lo que también permitió determinar el interés por resolver situaciones en contextos intra-matemáticos (aparentemente) y no sólo de problemas prácticos.

Uno de estos métodos fue el "método hindú" para resolver la ecuación de la forma $ax^2 + bx = c$, inventado por el matemático Sriahara en el año de 1020. "Este método consistía en multiplicar los dos miembros de la ecuación por cuatro veces el coeficiente de x al cuadrado, luego se agrega el cuadrado del coeficiente de x a ambos miembros y, finalmente, se extraía la raíz cuadrada" (Martínez, 2010, p.92).

Luque (2004) expresa que el árabe Tabit Ben Qurra logro expresar geométricamente al polinomio $x^2 + 3x + 2$ como un producto de factores de la siguiente manera: x^2 como el área de un cuadrado de lado x, a $3x$ como tres rectángulos cada uno de dimensiones x y 1; y a 2 por dos cuadrados de lado 1, pero lo más interesante es ver como la representación geométrica y en la suma de las áreas resulta equivalente a un producto notable, el cual se determina al formar un rectángulo con todas ellas (Figura 1.3 y 1.4).

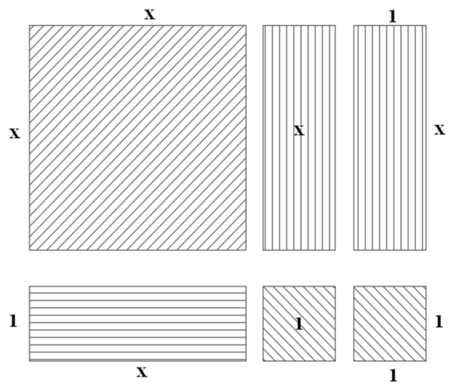


Figura 1.3

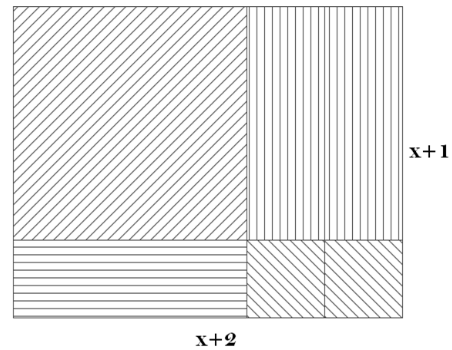


Figura 1.4

Al-tusi, hizo uso de ecuaciones de grado menor o igual a tres, para a través de la(s) solución(es) hallar el máximo de una función (algunos investigadores señalan que introdujo nociones de análisis local para llevar a cabo dicha deducción). Mientras que Al-Khwarismi (750-850 d.C) propuso un método geométrico a través de completar cuadrados con base en el área, los cuales le permitieron resolver ecuaciones de segundo grado.

Actualmente se determinan esas ecuaciones como: $x^2 + bx = c$ (que denominaba como cuadrados y raíces iguales a números), $x^2 + c = bx$ (cuadrados y números iguales a raíces) y $bx + c = x^2$ (raíces y números iguales a cuadrados); Luque (2004) presenta algunos ejemplos referentes a estos tipos de ecuaciones, mientras que Martínez (2010) aborda un caso en particular para la ecuación $x^2 + 6x = 7$, en el cual realiza un procedimiento con ayuda de una construcción geométrica.

Se propone entonces resolver la ecuación $x^2 + 12x = 45$, por lo cual se realiza el procedimiento siguiente y cuya construcción se ve con ayuda de la figura 1.5 (se resuelve la ecuación planteada anteriormente, análogamente al procedimiento elaborado por Martínez):

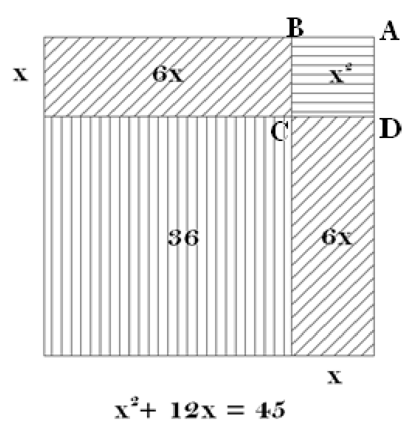


Figura 1.5

1. Se comienza por construir el cuadrado de lado x $(ABCD)$ cuya área es x^2.
2. Luego se prolongan los lados AB y AD en 6 unidades respectivamente (de este modo se obtienen dos rectángulos de área $6x$ cada uno, los cuales conformarán el segundo término de la ecuación).
3. Se completa el cuadrado construyendo un nuevo cuadrado de superficie $36u^2$.
4. Puede verse que el área total del cuadrado es $x^2 + 12x + 36$, y por esto, para resolver la ecuación $x^2 + 12x = 45$, se le suma 36 a ambos miembros de la ecuación, quedando $x^2 + 12x + 36 = 45 + 36 = 81$, lo cual a su vez es $(x + 6)^2 = 9^2$, quedando $x + 6 = 9$ (considerando la raíz positiva por tratarse de distancia), y por lo tanto $x = 3$.

En síntesis, los árabes lograron aportar mucho al álgebra dada la correspondencia que establecen entre ésta y la geometría para llegar a las soluciones de las ecuaciones cuadráticas. Emplearon lenguajes de tipo retórico y abreviado, y se determinan además situaciones en contextos intra-matemático (aparentemente) y no sólo de problemas prácticos.

Dentro de los conceptos empleados por estas civilizaciones se encontraban el concepto de recta, insertar, reducir, cuadrado; por otra parte no se aceptaba la noción de números negativos (ni como coeficiente o raíces de las ecuaciones, dada la naturaleza de las soluciones a los problemas), a pesar de ser utilizados por algunos matemáticos de la India o China. Los argumentos se obtenían a través de técnicas específicas las cuales referían a problemas específicos, luego se extendieron a casos más genéricos donde se hizo uso del razonamiento deductivo y geométrico.

Durante el período conocido como Renacimiento (XIV-XVII d.C) François Viète introduce la simbolización algebraica. Algunos autores determinan que en *El Arte Analítica*, éste perfecciona considerablemente el Álgebra sincopada de Diofanto y de los matemáticos árabes, entre otros. Con ello da inicio el cálculo literal del Álgebra simbólica.

Viète trasciende la *Logistica numerosa* ordinaria, aplicada al cálculo con números, y alcanza la *Logistica speciosa* que tiene que ver con las especies, entendiendo por éstas cualquier tipo de magnitud, en particular elementos geométricos como ángulos o longitudes. González (2003) presenta el siguiente párrafo el cual es tomado de *El Arte Analítica* de Viète:

> "La debilidad del antiguo Análisis residía en que se aplicaba sólo a los números, es decir, era una Logistica numerosa. Pero el Álgebra permite razonar sobre cualquier tipo de magnitud –número, segmento, ángulo, figura,...– de

modo que lo que hay que hacer es considerar una Logistica speciosa, aplicable a cualquier especie de cantidad, que se podrá expresar de una manera genérica mediante letras, tanto si es una magnitud desconocida [incógnita] como conocida [parámetro], ya que no hago diferencia entre ellas. Es más, consideraré las magnitudes desconocidas como si se conocieran y operando según las reglas del Arte Analítica, las desconocidas con las conocidas, obtendré aquellas en función de éstas. He aquí el fundamento de la obtención de soluciones generales de los problemas donde los antiguos sólo obtenían soluciones particulares." (p.64)

Gracias a esto se proporcionaron nuevas maneras de expresar a la ecuación cuadrática, así como nuevas formas de elaboración de deducciones más avanzadas en el campo de la matemática. Luque (2010) expresa que Viète deduce además las soluciones de las ecuaciones del tipo $x^2 + 2xb = c$, para ello hace uso del cambio de variable $y = x + b$, y a través de una serie de pasos resulta $x = \pm\sqrt{c + b^2} - b$.

René Descartes y Pierre de Fermat (s. XVII), considerados como dos grandes matemáticos de esa época (XVII), acoplan lo que se conoce como el álgebra y la geometría, dando lugar a lo que actualmente se conoce como geometría analítica, logrando realizar nuevas interpretaciones matemáticas.

Boyer (2010) señala que Descartes en su obra *La géometrie*, a través de detalladas instrucciones de construcción de tipo geométrico, resuelve ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 = bx + c^2$, esto de manera muy similar a lo realizado por los griegos en la antigüedad, pero considerando sólo las raíces positivas; análogamente a la construcción propuesta por Luque en (Luque, 2004) se considera el siguiente caso (figura 1.6):

$$x^2 = 6x + 16$$

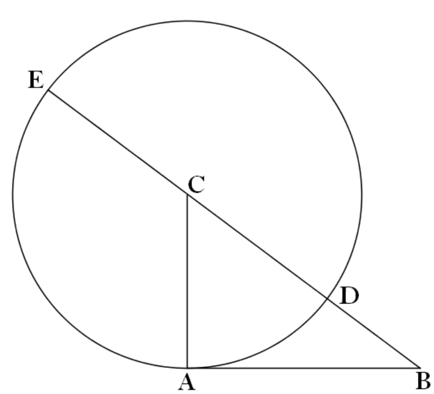


Figura 1.6

1. Construir un segmento $\overline{AB}$ con $AB = 4$.
2. Trazar una perpendicular, $\overline{AC}$ a $\overline{AB}$ con $AC = \frac{b}{2} = 3$.
3. Construir un circulo con centro en C y radio $\overline{AC}$.Construir un segmento de recta entre B y C y que intercepte al círculo en dos puntos, E y D.
4. La solución del problema estará dada por $x = BE = 8$.

Para justificar la construcción, haremos uso del teorema de Pitágoras. El triángulo ABC es un triángulo rectángulo, por lo tanto

$$CB^2 = AC^2 + AB^2$$

Traduciendo a términos de nuestra ecuación obtenemos,

$$(x - \frac{b}{2})^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2$$

Y sustituyendo los datos tenemos que

$$x = \sqrt{25} + 3 = 8,$$

es la solución positiva de la ecuación; si se considera $x = -y$, entonces la solución para la ecuación $y^2 + 6y = 16$ estará dada por el segmento $BD = 2$, esto se puede comprobar con el argumento anterior.

Por otra parte, Pierre de Fermat en conjunto con Descartes desarrolló un sistema análogo para reconstruir los "lugares planos" de Apolonio con ayuda de la notación de Viète. Representó líneas como $Ax = B$, y las expresiones $xy = k^2; a + x^2 = ky; x^2 + y^2 + 2ax + 2by = c^2$; $a - x^2 = ky^2$ representaban a la hipérbola, parábola, circunferencia y elipse respectivamente.

En general, las situaciones problemas utilizadas en este período eran de tipo abstracto, el lenguaje implementado para las ecuaciones de segundo grado es simbólico, los conceptos varían, utilizan desde el plano cartesiano, polinomios, ecuaciones, parábolas, hasta elipses, etc. Las proposiciones se relacionan con la *logística speciosa*, la geometría analítica y la ley fundamental del álgebra.

Los procedimientos son mucho más rigurosos y complejos que en otras épocas, son del tipo demostrativo y se asocian a la manera de representar funciones en el plano, completando cuadrados y haciendo uso de la factorización. Por otra parte, los argumentos se realizan de manera deductiva, apoyándose en los avances matemáticos de esa época.

En el siglo XVIII (hasta nuestros días), tomando como base definiciones de la geometría plana (distancia entre puntos, punto medio, ecuación de una circunferencia) Thomas

Carlyle usó una solución geométrica para la ecuación de segundo grado del tipo $x^2 + bx + c = 0$, haciendo una analogía con el trabajo realizado por Descartes, difiriendo en el uso de las coordenadas para hallar la solución a la ecuación (Martínez, 2010).

De manera casi paralela el matemático Karl Von Staudt (Luque, 2004) plantea otro método para hallar las soluciones de la ecuación $x^2 - px + q = 0$, utilizando coordenadas para ubicar los puntos $(\frac{q}{p}, 0)$ y $\left(\frac{4}{p}, 2\right)$.

Sin embargo lo más significativo de este período es el establecimiento de lo que actualmente se considera como la definición formal de una ecuación cuadrática o ecuación de segundo grado.

Además, como es bien sabido, las soluciones de una ecuación de segundo grado se obtienen a través de $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, la cual es conocida como "la fórmula general" o "la resolvente".

Con este análisis podemos observar que el lenguaje en esta época es claramente simbólico y abstracto, las situaciones problema se relacionan a contextos intra-matemáticos, es decir, la mayoría de estos consisten en determinar las soluciones de las ecuaciones; en los contextos extra-matemáticos podemos darnos cuenta que existen aplicaciones en la química, física, estadística, economía, entre otros.

Los conceptos se han enriquecido: fórmula general, completar el trinomio cuadrado perfecto, factorización, productos notables, son algunos de ellos; se aceptan las raíces imaginarias y complejas como soluciones de las ecuaciones de segundo grado y con esto se determinan las soluciones de las ecuaciones del tipo $x^2 + bx + c = 0$ con mayor facilidad que en otras épocas.

En cuanto a las proposiciones se deduce el manejo de la teoría axiomática; los procedimientos se asocian al uso de métodos como la fórmula general, la factorización, completar cuadrados, el método de Ruffini. Por último, dominan los argumentos del tipo deductivo-analítico y geométrico.

Con este análisis hemos observado que la construcción del significado ecuación cuadrática, que actualmente conocemos, tardó miles de años en concretarse. Las prácticas matemáticas correspondientes buscaban resolver las necesidades de las civilizaciones y éstas fueron llevadas a cabo desde diversas perspectivas de solución como las construcciones geométricas, (este tipo de prácticas han quedado obsoletas después de la introducción del lenguaje algebraico), hasta ser resueltas por medio de poderosas herramientas algebraicas, esto último ha permitido "economizar" tiempo, esfuerzo y procedimientos para determinar las soluciones a los problemas.

Se ha determinado entonces, que las prácticas actuales consisten en resolver problemas (contextos extra o intra-matemáticos) por medio de algoritmos, argumentos, lenguaje, proposiciones y conceptos dentro de un ambiente mayoritariamente algebraico. Esto ha llevado a plantear la siguiente reflexión ¿en qué medida el significado institucional de referencia, propuesto por la DGB, coincide con el significado holístico o global del objeto en cuestión? Esta reflexión será abordada con más detalle en secciones posteriores, considerada de gran utilidad en la caracterización del CDM del profesor.

1.4 Justificación

Tras los diversos cambios antes mencionados de la EMS, es indispensable que, para un elemento clave en el proceso educativo, el profesor, se defina con claridad cuál es su perfil. Esta tarea es urgente también en el caso del profesor de matemáticas, y en este sentido algo que podría ser de suma utilidad, sería conocer los conocimientos matemáticos y didácticos necesarios para que desarrolle con éxito su labor.

El perfil docente actualmente debería de estar constituido por un conjunto de competencias que integran conocimientos, habilidades y actitudes, (RIEMS, 2008, p. 86; ACUERDO número 447, 2008, p. 1), con base en las cuales el profesor habría de desarrollar el proceso instruccional; esto con la finalidad de generar ambientes apropiados para los estudiantes, donde éstos a su vez pudiesen desarrollar las competencias específicas de su perfil de egreso de bachillerato. Este hecho abonaría en la transformación del maestro en un facilitador de los procesos de aprendizaje de los alumnos (RIEMS, 2008).

No obstante, uno de los principales retos tras la implementación de esta Reforma, radica principalmente en definir el perfil docente puesto que se asegura que:

> “El perfil de los maestros de EMS no puede ser igual al de los de educación básica o superior. Se trata de un nivel educativo distinto, con características particulares que deben atenderse, como las relacionadas con las necesidades de los adolescentes y con el hecho de que egresan en edad de ejercer sus derechos y obligaciones como ciudadanos. De lo contrario, la planta docente continuará siendo insuficiente en sus alcances, sin que se garantice realización de los objetivos propios de la EMS” (RIEMS, 2008, p.13)

Para lograr definir ese perfil docente, se han realizado una serie de acciones que buscan evolucionar éste en torno a competencias docentes.

Si bien con la serie de acciones que han desarrollado las autoridades educativas se busca reconocer la existencia así como la promoción de un perfil específico, éste sólo se ha determinado para futuros profesores de la EMS. Recordemos que este perfil es evaluado a través del examen de oposición, el cual es un instrumento que pretende valorar el conjunto de competencias que integran conocimientos disciplinares y didácticos, así como habilidades y actitudes que el docente deberá tener.

Tras la primera aplicación de este examen (2014) y su segunda aplicación (2015), los resultados obtenidos por los futuros profesores han demostrado ser desalentadores, puesto que apenas el 4% del total a nivel nacional en el 2014 se consideraron idóneos para la docencia mientras que en el 2015 esta cifra descendió al 2%.

No se debe omitir que las autoridades han buscado evolucionar los perfiles de los profesores que actualmente laboran en el bachillerato en torno a competencias docentes, no obstante, algunas de las acciones realizadas para lograrlo, PROFORDEMS por ejemplo, no se centran en las necesidades y expectativas de los docentes según su área de desempeño o disciplina que imparten.

Si bien existen algunos avances en la construcción de un perfil idóneo que permita la implementación de la RIEMS en México, se considera que aún faltan elementos que se deberían de incluir y que se relacionan con la especificidad del conocimiento disciplinar a enseñar.

En este sentido, en 2012 Godino, Castro, Rivas y Konic proponen una serie de competencias para el profesor de matemáticas desde el contexto del EOS (Godino, Batanero y Font, 2009), donde los autores consideran como competencia a "la *capacidad* de afrontar un problema complejo, o de resolver una actividad compleja" (Godino et al, 2012, p.2).

Los autores consideran que:

> "El profesor de matemáticas de educación primaria y secundaria debe tener un cierto nivel de competencia matemática, es decir, conocer y ser capaz de aplicar las prácticas matemáticas, operativas y discursivas, necesarias para resolver los tipos de problemas usualmente abordables en primaria y secundaria. Pero desde el punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje, el profesor debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando los objetos y significados puestos en juego, con el fin de enriquecer su desempeño y contribuir al desarrollo de sus competencias profesionales." (Godino et al, 2012, p.3)

Compartiendo el punto de vista de los autores y sabiendo que tanto para el profesor de primaria y secundaria del país existe un perfil definido donde se desarrollan una serie de competencias, se considera que también el profesor de bachillerato debería de contar con un perfil específico según la disciplina que se enseña, en este caso se propone que el profesor de matemáticas cuente con un nivel de competencia matemática. Pero no solo eso, hay que resaltar también que los mismos autores destacan la necesidad de que los profesores sean competentes en los aspectos didácticos de la matemática. Esto es, competencias referidas al diseño e implementación de procesos de estudio matemático, así como competencias referidas a conocimientos didácticos específicos así como valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción.

Si bien existe una propuesta teórica que permite caracterizar el perfil de profesores de matemáticas, no se debe omitir que los contextos en los cuales se construyó guarda algunas diferencias para el caso mexicano. Derivado de esto surge el siguiente cuestionamiento ¿cómo proponer programas de formación de profesores de matemáticas en el marco de la RIEMS, si se desconoce el perfil de los profesores de matemáticas que están en activo?

En otras palabras, se considera que para lograr el desarrollo de competencias que permitan al profesor la implementación adecuada de la RIEMS es necesario antes especificar las necesidades de los profesores según el área de enseñanza. De esta manera se propone como necesario para la construcción del perfil del profesor de matemáticas del Nivel Medio Superior diagnosticar las potencialidades, necesidades y expectativas de aquellos profesores que actualmente laboran en este nivel educativo. Esto con la finalidad de diseñar e implementar acciones que realmente atiendan las necesidades del profesor de matemáticas y que por otra parte potencien sus fortalezas.

Con base en la revisión de investigaciones ligadas al tema que nos ocupa, se considera que actualmente no existen instrumentos que permitan, en este caso, determinar o describir los conocimientos o competencias de los profesores en activo de la EMS del país. Lo anterior permite justificar la importancia del presente estudio.

1.5 Planteamiento de la pregunta de investigación

Como consecuencia del análisis anterior surgen una serie de interrogantes relativas a los conocimientos que podrían constituirse como parte del perfil de un profesor de matemáticas de la EMS. A continuación se enuncian aquellas que guiaron esta investigación en el marco del enfoque EOS, ¿qué habilidades deberían desarrollar los profesores de Matemáticas I?, ¿cuáles son las competencias con las que cuenta un profesor de matemáticas en activo?, ¿cuál es el significado que promueven del objeto matemático en cuestión?, ¿qué tipo de actividades realizan para la enseñanza de las matemáticas?, ¿a qué tipo de configuraciones epistémicas recurren los profesores?, ¿qué tipo de objetos matemáticos emergen e intervienen en sus prácticas?, ¿cuál es el dominio que tienen sobre los objetos matemáticos?, ¿qué tipo de recursos tecnológicos utilizan en el proceso instruccional?, ¿qué tipo de interacciones promueve el profesor en el aula de clases?, entre otras. La respuesta a cada una de estas preguntas permitirá responder la pregunta de investigación:

¿Cuál es el conocimiento didáctico – matemático de profesores de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I?

El propósito central de nuestro proyecto se traduce en el siguiente Objetivo general**:**

Caracterizar el conocimiento didáctico - matemático de profesores de matemáticas de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".

Para lograr el objetivo general, se proponen los siguientes objetivos específicos, los cuales se plantean con base en las seis facetas del modelo del CDM. En este caso se enuncian como el tipo de conocimientos que el profesor podría evidenciar en diferentes prácticas dirigidas a la enseñanza de la ecuación cuadrática.

- Identificar los conocimientos matemáticos del profesor, relativos al contexto institucional, puestos en juego en el aula de clases, así como la distribución en el tiempo de los contenidos matemáticos del Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".

- Describir el conocimiento del profesor sobre la progresión del proceso de aprendizaje y los conocimientos personales de los estudiantes en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Determinar las acciones que realiza el profesor con respecto a los estados afectivos (las actitudes, emociones, opiniones y valores) que los alumnos presentan a los objetos matemáticos (estudiados en el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I") y a los procesos de estudio que son llevados a cabo en el aula de clases.
- Describir los recursos tecnológicos del profesor en el desarrollo de los procesos de estudio y aprendizaje así como su distribución en el tiempo sobre el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Identificar los patrones de interacción del profesor, y la negociación en los significados en torno Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Determinar el conocimiento del profesor sobre la pertinencia de los contenidos puestos en escena con respecto a su entorno social, político, económico, etc.

Se consideran además los cuatro niveles del modelo del CDM para caracterizar el conocimiento de profesores de bachillerato, puesto que permiten realizar análisis pormenorizados del CDM puesto en juego por el profesor.

2 Fundamentación teórica y metodológica

2.1 El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática

Como ya hemos mencionado anteriormente, el interés por caracterizar el conocimiento en las modalidades didáctica y matemática de profesores de bachillerato, nos lleva a sustentar este proyecto de investigación en algunas nociones teóricas propuestas en el contexto del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino et al., 2009), específicamente en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, 2009), dado que brinda herramientas que permiten análisis y descripciones puntualizadas sobre el CDM de los profesores.

Este enfoque ha sido desarrollado por Juan D. Godino y colaboradores, y ha sido modificado y enriquecido desde sus inicios (1993). Uno de los objetivos que sus creadores buscan es "la progresión hacia un modelo unificado de la cognición y la instrucción matemática" (Godino, et al., 2009, p.4) que permita articular diferentes enfoques teóricos desarrollados para la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Actualmente el EOS se organiza alrededor de las siguientes cinco nociones:

a) Noción de sistema de prácticas

El objetivo de esta noción es caracterizar la actuación de un sujeto ante la resolución de una situación-problema (práctica personal), o bien la manera en que un conjunto de individuos reacciona ante la solución de un problema en el seno de una institución (práctica institucional); ambas se consideran en contextos institucionales. Se identifica como práctica matemática a "toda actuación o expresión (verbal, grafica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas" (Godino, et al., 2009, p.4).

Godino et al (2009), reconocen a la práctica discursiva así como a la práctica operativa, como "los sistemas de prácticas puestas de manifiesto por las personas en su actuación ante tipos de situaciones problemáticas" (p.5). Por otra parte, la interpretación que se tiene acerca del sistema de prácticas llevado a cabo por el individuo o la institución nos lleva a caracterizar la variedad de significados que se ponen en juego en el sistema de prácticas. Se consideran entonces, significados de índole personal, así como significados institucionales. El EOS propone como significados institucionales los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.

- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.

- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto (Godino, et al., 2009, p.5).

Además considera los siguientes tipos de significados personales:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.

- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.

- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen (Godino, et al., 2009, p.5).

b) Noción de configuraciones de objetos y procesos

Desde este enfoque teórico es posible describir y analizar los objetos que son utilizados, que intervienen o emergen en la práctica matemática, esto es, en la resolución de una situación-problema. Por ejemplo, nos podemos enfrentar a una situación-problema de manera oral o escrita, en la cual hacemos uso de objetos que forman parte de nuestro conocimiento, es decir, una serie de objetos intervinientes que permiten la resolución de dicha situación.

Entre estos objetos se pueden encontrar una serie de definiciones, conceptos, proposiciones, argumentos, algoritmos, entre otros, que permiten un análisis y un desarrollo óptimo de una situación-problema. Esta noción comprende además dos niveles de análisis. El primer nivel de análisis permite caracterizar una serie de objetos primarios (intervinientes/emergentes) que forman parte de un texto matemático y que conforman parte de las prácticas matemáticas. Se considera entonces la siguiente tipología de objetos como primarios:

- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos,) en sus diversos registros (oral, escrito o gestual,…)
- Situaciones-problemas (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, …)
- Conceptos-definición (introducidos mediante definiciones o descripciones)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos, …)
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, …)
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...) (Godino, et al., 2009, p.7).

Mientras que en el segundo nivel de análisis, atributos contextuales, se considera la naturaleza funcional de los objetos matemáticos según lo que el individuo/institución atribuye a éstos. Este análisis aporta información, tal y como describen Godino, Font y Wilhelmi (2007), "sobre la complejidad ontosemiótica de la actividad matemática puesta en juego, y por tanto, posibles explicaciones de los conflictos semióticos en el estudio del tema" (p.8)

Por tanto, tal y como describe Godino et al. (2009), se deben considerar una serie de facetas o dimensiones duales para describir el contexto del objeto puesto en escena, entre ellas se encuentran: personal – institucional, ostensivo – no ostensivo, expresión – contenido, extensivo – intensivo, unitario – sistémico.

Una característica de este enfoque es el doble papel que juega un objeto matemático, por un lado el de instrumento de trabajo matemático y de representación del objeto matemático. Ver figura 2.1.

c) Noción de configuración didáctica

Esta noción permite articular los roles docentes y discentes, poniendo como medio a la configuración de objetos y procesos matemáticos partiendo de una situación – problema. Con respecto a la instrucción matemática, se considera una de las herramientas principales que permiten el análisis, interpretación y descripción de ésta. La configuración didáctica considera las configuraciones epistémica (conocimientos institucionales), cognitiva (conocimientos personales), afectiva e instruccional. Todas y cada una de estas configuraciones se asocia con la otra.

Por ejemplo, una configuración epistémica, considera todos los procedimientos, lenguajes, conceptos, etc., de los que se hace uso, es decir, que emergen o intervienen para la resolución de una tarea matemática. Para esa configuración existirá una configuración instruccional, la cual se constituye por la red de objetos (discente-docente-mediacional) considerados para la resolución de una tarea matemática. Se toma en cuenta además una configuración didáctica inicial, la cual evoluciona a una configuración didáctica final a través de trayectorias didácticas. Las trayectorias didácticas se dividen en sub trayectorias: epistémica, cognitiva, afectiva, instruccional (docente - discente - mediacional), estas trayectorias propician el crecimiento de manera progresiva de los conocimientos matemáticos de un individuo.

Por ejemplo una trayectoria epistémica permite establecer como los componentes matemáticos son distribuidos en el tiempo. Para ello se recurrirá a describir estas trayectorias a través de una serie de estados. En el caso de la trayectoria epistémica tal y como propone Godino y col. (2006) los estados posibles son:

> E1: *Situacional*: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.
>
> E2: *Actuativo*: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.
>
> E3: *Lingüístico*: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.
>
> E4: *Conceptual*: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.
>
> E5: *Proposicional*: se enuncian e interpretan propiedades
>
> E6: *Argumentativo*: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas. (p.10)

En el caso de las trayectorias docente y discente los autores proponen una serie de funciones o estados potenciales tanto del docente (P1,…, P6) como del discente (A1,…, A9) las cuales se enuncian a continuación.

Funciones docentes:

> P1: *Planificación*: diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista).
>
> P2: *Motivación*: creación de un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que se implique en el proceso de instrucción.
>
> P3: *Asignación* de tareas: dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.

P4: *Regulación*: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.

P5: *Evaluación*: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.

P6: *Investigación*: reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio. (Godino, Contreras & Font, 2004, p.16-17)

Estados potenciales del discente:

A1: *Aceptación* del compromiso educativo, adopción de una actitud positiva al estudio y de cooperación con los compañeros.

A2: *Exploración*, indagación, búsqueda de conjeturas y modos de responder a las cuestiones planteadas.

A3: *Recuerdo*, interpretación y seguimiento de reglas (conceptos y proposiciones) y del significado de los elementos lingüísticos en cada situación.

A4: *Formulación* de soluciones a las situaciones o tareas propuestas, ya sea al profesor, a toda la clase o en el seno de un grupo.

A5: *Argumentación* y justificación de conjeturas (al profesor o los compañeros).

A6: *Recepción* de información sobre modos de hacer, describir, nombrar, validar.

A7: *Demanda* de información: estados en los que los alumnos piden información al profesor o a otros compañeros (por ejemplo, cuando no entienden el significado del lenguaje utilizado o no recuerdan conocimientos previos necesarios).

A8: Ejercitación: Realización de tareas rutinarias para dominar las técnicas específicas.

A9: Evaluación: Estados en los cuales el alumno realiza pruebas de evaluación propuestas por el profesor, o de autoevaluación (Godino, Contreras & Font, 2004, p.20-21).

Ver figura 2.2.

d) Noción normativa

Con esta noción es posible determinar aquellas reglas, hábitos y normas que permiten un buen desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dentro del aula de clases. Los autores señalan que se deben de considerar

> "diversas facetas normativas (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica) que permiten valorar la pertinencia de las intervenciones de profesores y alumnos teniendo en cuenta el conjunto de normas y su tipología, que condicionan la enseñanza y los aprendizajes. Sugerir cambios en los tipos de normas que ayuden a mejorar el funcionamiento y control de los sistemas didácticos, con vistas a una evolución de los significados personales hacia los significados institucionales pretendidos" (Godino, et al., 2009, p.14)

Ver figura 2.3.

e) Noción de idoneidad didáctica

Finalmente, esta noción permite realizar análisis sobre la pertinencia de los conocimientos puestos en escena así como los recursos usados en los procesos matemáticos. Se toman en cuenta 6 tipos de idoneidad (ver figura 2.4):

- Idoneidad epistémica: permite analizar el grado en que se presenta el significado de referencia en los significados implementados o pretendidos. Se considera como baja idoneidad sólo al uso de algoritmos o rutinas para la resolución de problemas, en cambio se considera como alta idoneidad epistémica cuando un estudiante es capaz de justificar el uso de dichos algoritmos y además recurre a situaciones afines al problema en cuestión.

- Idoneidad cognitiva: permite evaluar el grado en que el significado personal logrado se aproxima a los significados pretendidos/implementados.

- Idoneidad interaccional: Los procesos de enseñanza y aprendizaje a través del uso de configuraciones y trayectorias didácticas, tendrán mayor idoneidad, sí: otorgan la posibilidad de identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

- Idoneidad mediacional: grado en que los recursos tecnológicos, temporales, materiales (infraestructura) se disponen para un desarrollo pertinente en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

- Idoneidad emocional: permite analizar las actitudes y aptitudes de los alumnos en los procesos de estudio, se consideran los factores que aporta la institución así como la historia escolar de los alumnos. El EOS considera una idoneidad emocional alta en procesos mediados por situaciones-problemas que son de alto grado de interés para los alumnos.

- Idoneidad ecológica: analiza la pertinencia de los procesos de estudio con respecto a la institución, la sociedad y las condiciones del entorno donde se llevan a cabo. La idoneidad didáctica permite además analizar a priori actividades, diseños de actividades o procesos puntuales que se implementan en una sesión de clases, considerando altas idoneidades.

Por otra parte, para cada una de estas nociones teóricas se han desarrollado herramientas de gran utilidad en el análisis de situaciones, donde se consideran los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (ver figuras 2.1-2.4). Se debe tener en cuenta la interacción que existe entre estas nociones como manifiesto de la complejidad de los procesos anteriormente mencionados. Además de las nociones teóricas mencionadas anteriormente, Godino *et al.*, han propuesto una serie de categorías que permiten analizar de manera didáctica los procesos de estudio así como los conocimientos didáctico-matemático del profesor.

Se consideran así cinco categorías que permiten analizar los procesos de estudio, estos son:

1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas (significados sistémicos);
2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos;
3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas;
4) Identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa);
5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio. (Godino, et al., 2009, p.16):

Para esta investigación se considera el uso las nociones anteriormente mencionadas como herramientas, que a su vez conforman el modelo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM), al que denominamos como "macro herramienta", diseñada dentro del enfoque y propuesta por Godino, la cual permite analizar y caracterizar el CDM del profesor.

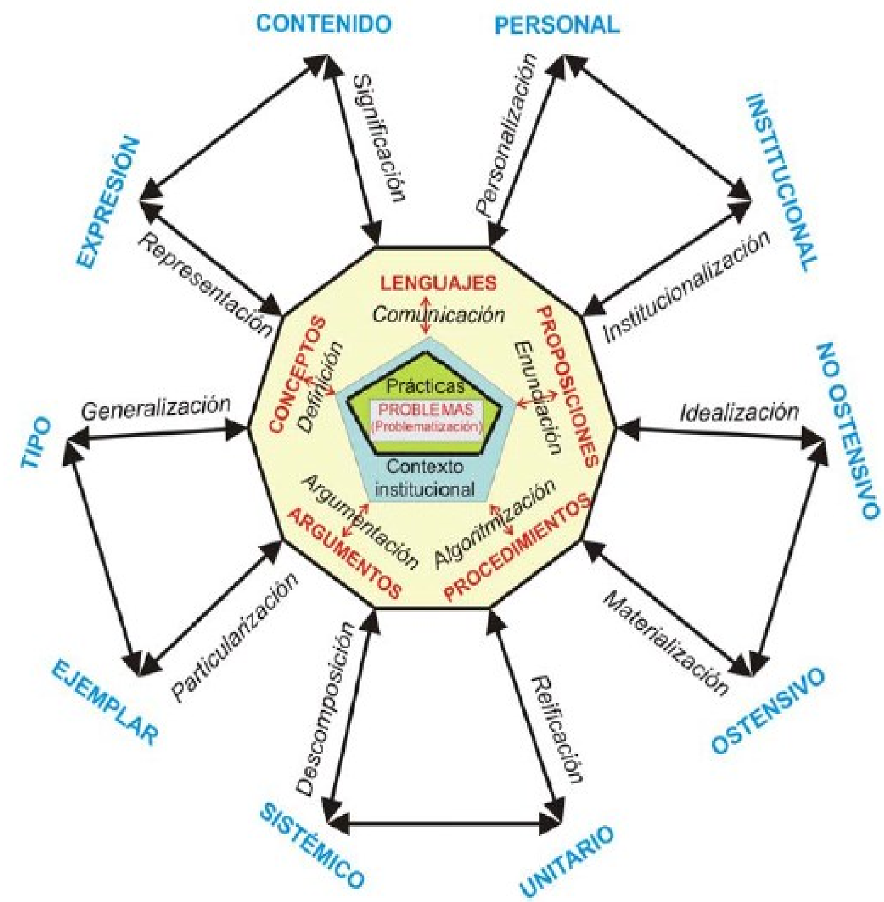


Figura 2.1 Configuración de objetos y procesos (Godino, Batanero, & Font, 2009, p.10)

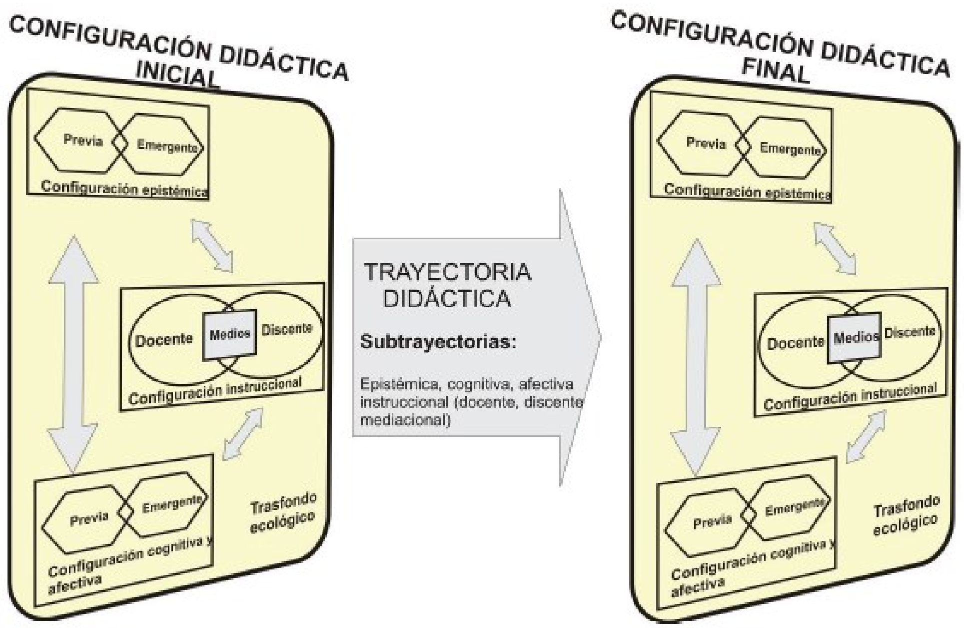


Figura 2.2 Configuraciones y trayectorias didácticas. (Godino, Batanero, & Font, 2009, p.13)

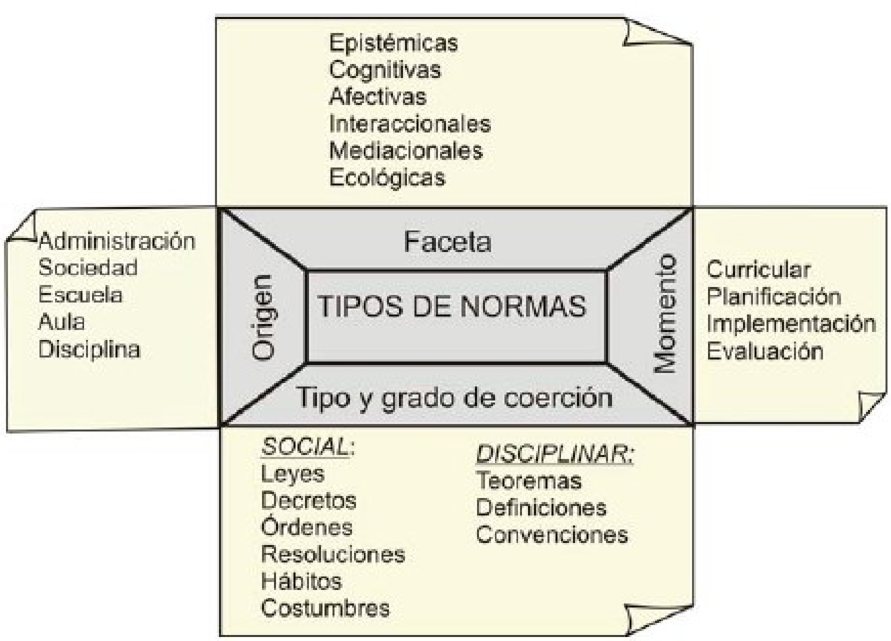


Figura 2.3 Tipos de normas. (Godino, Batanero, & Font, 2009, p.14)

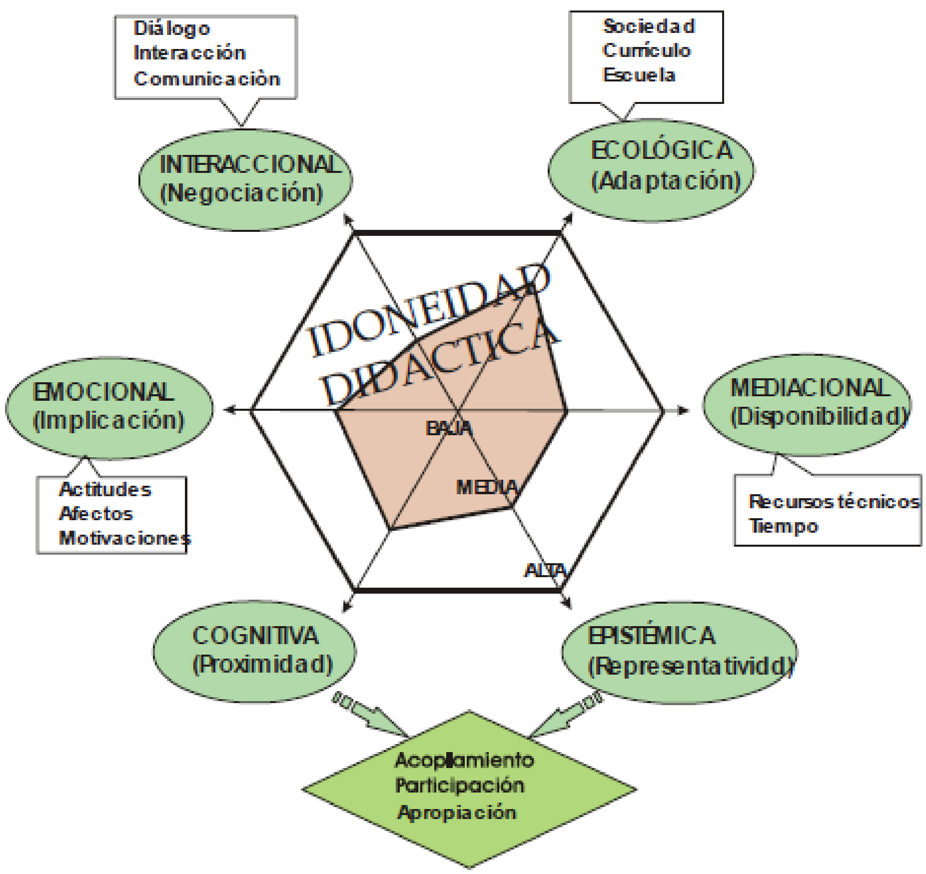


Figura 2.4 Idoneidad didáctica. (Godino, Batanero, & Font, 2009, p.16)

2.1.1 Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas

El interés por caracterizar el conjunto de conocimientos disciplinares y didácticos del profesor surgió aproximadamente treinta años atrás, buscando determinar el conjunto de conocimientos que un profesor debe poner en juego en el aula de clases para realizar procesos instruccionales eficaces. En este ámbito podemos ubicar como uno de los precursores al modelo denominado Pedagogical Content Knowledge (PCK), propuesto por Shulman en (Shulman L. S., 1986) y (Shulman, 1987), en el cual se proponen algunas categorías para determinar la base de conocimientos del profesor. Posteriormente en el año 2000, se introduce la noción de Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) y que se concreta como modelo ocho años después (Hill C. B., 2008), en el cual se restringen las categorías propuestas en el PCK haciéndolas específicas para los profesores de matemáticas.

Desde su punto de vista, Godino (2009) identifica algunas limitaciones en los modelos anteriormente mencionados, y propone para subsanarlas una serie de facetas y niveles, a los que describe como los componentes del conocimiento del profesor en las modalidades didáctica y matemática. Esta propuesta posteriormente evoluciona hasta llegar a convertirse en lo que actualmente se conoce como el modelo de Conocimientos Didáctico-Matemáticos (CDM) del profesor. Este modelo ha sufrido una serie de modificaciones/ampliaciones las cuales buscan realizar análisis con un mayor grado de pormenorización que la propuesta en su primera versión, esta ampliación puede consultarse en (Pino-Fan, Godino, 2015).

Las categorías de este modelo son adaptaciones del PCK y el MKT, entre otros. El modelo se constituye por seis facetas y cuatro niveles. Las facetas que se consideran para esta investigación son:

- Epistémica: identificar los conocimientos matemáticos del profesor relativos al contexto institucional, puestos en juego en el aula de clases, así como la distribución en el tiempo de los contenidos matemáticos.
- Cognitiva: describir el conocimiento del profesor sobre la progresión del proceso de aprendizaje y los conocimientos personales de los estudiantes.
- Afectiva: determinar las acciones que realiza el profesor con respecto a los estados afectivos (las actitudes, emociones, opiniones y valores) que los alumnos presentan a los objetos matemáticos y a los procesos de estudio que son llevados a cabo en el aula de clases.
- Mediacional: describir los recursos tecnológicos del profesor en el desarrollo de los procesos de estudio y aprendizaje así como su distribución en el tiempo.

- Interaccional: identificar los patrones de interacción del profesor, y la negociación en los significados de los objetos matemáticos.
- Ecológica: determinar el conocimiento del profesor sobre la pertinencia de los contenidos puestos en escena con respecto a su entorno social, político, económico, etc.

Se ubican a las facetas epistémica y cognitiva como claves en el modelo, ya que desde el punto de vista del autor se reconoce a "la matemática como actividad humana que adquiere significado mediante la acción de las personas ante situaciones – problemas específicos" (Godino, 2009), sin embargo no se debe de omitir que cada una de las seis facetas se relacionan entre sí. Se proponen además cuatro niveles de análisis:

1. Prácticas matemáticas y didácticas. Descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. También se describen las líneas generales de actuación del docente y discentes.
2. Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos). Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.
3. Normas y metanormas. Identificación de la trama de reglas, hábitos, normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, y que afectan a cada faceta y sus interacciones.
4. Idoneidad. Identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio que incrementen la idoneidad didáctica. (Godino, 2009, p. 21-22)

La figura 2.5 representa el modelo del CDM, descrito anteriormente y al que el autor señala como

> "un modelo "*poliédrico*" cuya representación en planta indica las diversas facetas a tener en cuenta en un proceso de estudio y el alzado indica cuatro niveles de análisis sobre los cuales se puede fijar la atención. Debemos resaltar que aunque las facetas y niveles se han representado de manera disjunta, con la finalidad de discriminar su presencia en cualquier proceso de estudio de un contenido específico, tales facetas y niveles interactúan entre sí" (Godino, 2009, p.21)

Figura 2.5 Facetas y niveles del conocimiento del profesor. (Godino J. D., 2009, p.21)

2.2 Planeación y acciones metodológicas derivadas

2.2.1 Características de la investigación

Dada el objetivo de esta investigación, se ha optado por el enfoque cualitativo, a través de un estudio descriptivo de dos casos.

La naturaleza del enfoque, referida como una "investigación naturalista, fenomenológica, interpretativa o etnográfica" (Sampieri et al, 2006, p.8) permite explorar los escenarios "naturales" donde se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje expuestos por los sujetos de interés, en otras palabras, los casos de estudio.

Se busca con la exploración de los escenarios, donde se llevan a cabo los procesos instruccionales, conseguir información de carácter relevante para describir procesos, actuaciones (tanto docente como discente), configuraciones, trayectorias, entre otros. Además, a través de análisis y las nociones teóricas del EOS, lograr obtener el objetivo propuesto.

Se ha optado por el estudio de casos, ya que como señalan algunos autores (Sandín, 2003; Rodríguez & Valldeoriola, 2009) este estudio permite la indagación a través de exámenes detallados, los cuales a su vez permiten al investigador la comprensión y profundización del caso de interés en una realidad social.

Los objetivos de este estudio de casos, siguiendo a Rodríguez et al., (2009), radican en:

1. Comprender el fenómeno que se está estudiando desde el punto de vista de los profesores de bachillerato.
2. Proporcionar información sobre el fenómeno objeto de estudio, es decir, sobre los procesos instruccionales desarrollados por profesores de bachillerato.
3. Obtener conclusiones sustanciales o teóricas, puesto que el modelo del CDM no ha sido utilizado de manera completa para el desarrollo de una investigación, es decir, haciendo uso de las seis facetas y cuatro niveles de análisis que lo conforman.

Básicamente los casos de estudio se seleccionaron atendiendo las siguientes características:

a) Que el sujeto fuera profesor activo del Colegio de Bachilleres.
b) Que el sujeto al momento de realizar esta investigación impartiera la asignatura de Matemáticas I.
c) Que el sujeto desarrollara el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
d) Que el sujeto accediera a ser parte de la investigación.

Dado que el estudio es de carácter descriptivo, (no se busca una medición numérica o una evaluación de los procesos instruccionales), las técnicas empleadas, (la observación y la entrevista), facultan la posibilidad de la recolección de datos no estandarizados. Se buscó obtener más bien puntos de vista de los sujetos de investigación, emociones, experiencias, significados, en otras palabras, creencias de carácter personal, así como las interacciones que se pudieran llevar a cabo en el aula de clases (profesor-alumno, alumno-alumno).

En primer lugar se ha optado por el diseño y realización de una entrevista de tipo semi-estructurada (Casanova, 1998). El objetivo de esta entrevista, fue la de recopilar información de los sujetos de investigación con respecto a las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza así como elementos que permitieron la caracterización de su práctica discursiva (ver Anexo 1).

Por otra parte se optó por la observación, considerada por Casanova (1998) como una técnica para obtener datos, la cual consistió en realizar un examen atento por parte del investigador sobre los sujetos de interés, donde el objetivo radicó en la recolección de datos que se consideran inalcanzables por otros medios. La observación fue de tipo no participante, es decir, el papel del observador se centró en sólo observar, manteniéndose al margen de las actuaciones y relaciones que establecen docentes y discentes dentro del escenario en el que se realizó la investigación.

Para esto se diseñó una serie de instrumentos (ver Anexo 2) con la finalidad de obtener información acerca de los conocimientos evidenciados por los profesores en su práctica operativa, enfocando la atención en:

a) Describir las prácticas realizadas por profesor.
b) Identificar los objetos intervinientes y emergentes en el sistema de prácticas del profesor los cuales permitieron desarrollar las configuraciones de los objetos y procesos matemáticos.
c) Describir el tipo de normas y metanormas que se establecen en el aula de clases.
d) Obtener información relevante para el análisis de la idoneidad didáctica de los procesos instruccionales (cuarto nivel de análisis).

Una vez recolectada la información a través de las técnicas de investigación seleccionadas, se procedió a realizar el análisis de la misma. Para ello los datos fueron analizados a través de la triangulación de investigadores "con el fin de obtener mayor riqueza interpretativa y analítica" (Sampieri et. al, 2014, p.457) así como consistencia en los hallazgos, que permitieran a su vez la descripción pormenorizada del CDM de los sujetos de estudio.

Durante el análisis de la información se contó con la participación de tres investigadores que trabajaron de la siguiente manera:

- Analizando los datos de manera individual, para después hacer un contraste acerca de lo que se observó/escucho.
- Analizando los datos en conjunto, para llegar a consensos acerca de los que se estaba observando o escuchando.

Cabe mencionar, que la primera etapa del análisis consistió en el análisis de la práctica discursiva (entrevista semi-estructurada) mientras que en la segunda etapa se analizaron los videos obtenidos durante la observación de los procesos instruccionales.

Tras lo anterior, se procedió a describir el CDM de los profesores y una vez hecho esto se establecieron las conclusiones derivadas del estudio.

Las acciones metodológicas que se acaban de describir permitieron satisfacer los objetivos que se plantean en el trabajo.

2.2.2 Los instrumentos para la investigación

Los instrumentos que se diseñaron para esta investigación se han elaborado con nociones teóricas del modelo del CDM y del EOS. A continuación se describirá de manera precisa como se han diseñado.

2.2.2.1 El guion de entrevista

El objetivo de la entrevista fue la de recopilar información de algunas concepciones personales de los sujetos de investigación que permitieran caracterizar el CDM en algunas de las facetas del modelo a través de su práctica discursiva.

Se optó por la técnica de una entrevista semi-estructurada, puesto que esta permitió desarrollar la entrevista partiendo de una serie de preguntas que nos brindaron la posibilidad de obtener información relevante acerca de las concepciones que el sujeto tiene acerca de las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza.

Además con el formato de una entrevista semi-estructurada se tuvo la oportunidad de formular nuevas preguntas partiendo de las respuestas brindadas y que se supusieron de interés para esta investigación.

El guion (Anexo 1) consta de trece preguntas de tipo “abiertas” las cuales permitieron obtener información acerca de la práctica discursiva del profesor con respecto al objeto matemático “ecuación cuadrática” en las seis facetas propuestas en el modelo del CDM.

Las primeras diez preguntas que se plantean en el guion buscan obtener información con respecto a las facetas del modelo, principalmente con las facetas mediacional, cognitiva, interaccional, ecológica y en menor medida de las facetas epistémica y afectiva.

Las últimas tres preguntas del guion buscan en cambio obtener información con respecto a las creencias del profesor, en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.2.2.2 Protocolo de observación

El protocolo de observación (Anexo 2) consta de seis tablas que brindan la posibilidad de analizar cada una de las facetas del modelo. Una de las características de este protocolo radica en que permite analizar tanto la práctica discursiva del profesor así como su práctica operativa.

Las tablas son el resultado de adaptaciones a las consignas propuestas en el contexto del modelo del CDM (Godino, 2009), indicadores de idoneidad didáctica (Godino, 2011) y competencias docentes (Godino, Rivas, Castro, & Konic, 2012).

Cada una de las tablas se conforma por cuatro columnas:

- **Componentes:** Esta primera columna designa, como su nombre lo indica, a las componentes que conforman a cada una de las facetas. En este caso, el número de renglones varía para cada tabla dependiendo del número de componentes.
- **Indicadores o consignas**: Los indicadores permiten analizar de manera pormenorizada la componente de la faceta, los indicadores varían su número al igual que las componentes.
- **SI:** La columna designada con la palabra "SI" permite saber si el indicador se ha presentado, con ello es posible "medir" la idoneidad del profesor y a su vez graficar la idoneidad por medio de un diagrama hexagonal (ver figura 2.4).
- **¿De qué manera?:** La última columna a su vez se conforma de dos columnas, práctica discursiva y práctica operativa, la cual brinda la posibilidad de hacer anotaciones u observaciones con respecto a la práctica del profesor en las prácticas que éste desarrolla.

2.2.3 El contexto de la investigación y el trabajo de campo

2.2.3.1 El colegio de Bachilleres de estado de Sonora (COBACH)

COBACH es una institución que a nivel estatal cobra mucha importancia cuando a la matrícula educativa se refiere, contando con un 42% de la matrícula a nivel estatal (Secretaría de Educación Pública, 2014), así como una gran demanda de aspirantes a la docencia que desean formar parte del Colegio. Según información recabada sobre este tema, los tres principales subsistemas con mayor demanda de ingreso docente a nivel estatal son COBACH, DGTI y CECyTES (Subsecretaría de Educación Media Superior, 2014).

COBACH es una institución que adopta el enfoque por competencias en la totalidad de sus programas de estudio, cuenta con 23 planteles y 46 escuelas incorporadas, donde sólo 17 de sus planteles en el estado forman parte del Sistema Nacional de Bachillerato. Tiene una población de 26 438 alumnos en sus 23 planteles y 7, 040 en escuelas incorporadas.

2.2.3.2 El trabajo de campo

En un primer momento el trabajo de campo consistió en conseguir la autorización por parte de las autoridades del Colegio para acceder a sus instalaciones y tener una entrevista previa con los profesores que imparten la asignatura de Matemáticas I. El propósito de esta primera interacción con los profesores era plantear el objetivo del trabajo de investigación, sobre todo, describir en qué consistían las técnicas empleadas con la finalidad de conseguir su aceptación para participar en la investigación.

Una vez que los sujetos de investigación accedieron a formar parte de este proyecto, lo siguiente consistió en llevar a cabo la entrevista, la cual se realizó dentro de las instalaciones del Colegio.

Una vez establecidas las fechas en donde se desarrollaría el proceso de instrucción sobre el tema, se asistió a dichas sesiones (que constaron de 50 minutos cada una). Nos auxiliamos de videograbaciones y notas de campo para registrar el desarrollo del proceso de instrucción, poniendo especial énfasis en las actuaciones del docente y de los discentes.

A las sesiones observadas asistieron entre 38 y 47 alumnos.

2.2.3.3 El profesor y sus características

2.2.3.3.1 El profesor A

Ingeniero en Mecatrónica con maestría en Educación Media Superior. Su experiencia docente está comprendida entre los 0 - 5 años (novato), es un joven amable preocupado por transformar sus prácticas, a las que denomina “tradicionalistas”, a prácticas que se correspondan a lo que actualmente estipula la RIEMS.

2.2.3.3.2 El profesor B

Licenciado en Matemáticas. Su experiencia docente es mayor a 10 años (experto), es un profesor amable, preocupado por la enseñanza de las matemáticas, pues dice que la materia (Matemáticas I) “es importante ya que al muchacho le ayuda al razonamiento, le ayuda a la reflexión y obviamente le ayuda a los conocimientos para poder atender otras materias” dice que busca generar un conocimiento en ellos.

2.2.3.4 El grupo del profesor y sus características

2.2.3.4.1 El grupo del Profesor A

La sesión que se observó contó con 31 estudiantes de un total de 50, 6 más llegaron en diferentes momentos de la sesión; en total 37 estudiantes durante el desarrollo del tema de ecuación cuadrática.

Se trató de un grupo muy variado, mientras que algunos alumnos mostraron interés de aprender planteando bastantes preguntas en torno al tema que desarrollaba al profesor; otros presentaban indiferencia a las indicaciones del profesor así también se observaron algunos alumnos que pareciera no respetaban su figura, dadas algunas expresiones de tipo verbal que usaban en el aula de clases.

2.2.3.4.2 El grupo del Profesor B

En la primera sesión de observaciones asistieron 30 estudiantes de un total de 49, mientras que en la segunda sesión de observaciones asistieron 37 estudiantes del total.

Durante el desarrollo de las sesiones el grupo se mostró tranquilo, prestando atención y respeto al profesor. Algunos alumnos plantearon dudas y participaron cuando el profesor indicaba. A pesar del respeto y la tranquilidad del grupo, existieron ocasiones donde hubo necesidad de que los estudiantes llamaran la atención de sus compañeros puesto que no obedecían algunas de las instrucciones del profesor.

3 Caracterización del conocimiento didáctico-matemático de profesores de bachillerato

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con respecto al CDM evidenciado por los profesores, derivado del análisis de las prácticas realizadas por los casos en estudio. La caracterización de su CDM se ha realizado en torno al objeto matemático "ecuación cuadrática" que se sugiere estudiar en el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I" del programa de estudios de Matemáticas I.

La caracterización se ha realizado considerando tanto la práctica discursiva (obtenida mediante la entrevista) como la práctica operativa (ésta a través de la observación en el aula de clases, de la cual se cuenta con videograbaciones) se debe recordar que no se busca contrastar estas prácticas, más bien se busca complementar el conocimiento que los profesores presentan en ambas prácticas, pormenorizando así la caracterización del CDM.

Para el análisis de las prácticas, específicamente la práctica operativa, la unidad es la sesión de clase, la cual dura alrededor de cincuenta minutos. Cada unidad se ha divido en fragmentos en los cuales se desarrolla el proceso (resolviendo problemas o bien haciendo la presentación teórica del tema a desarrollar). Esto permitió realizar la configuración de objetos y procesos didácticos y matemáticos.

Con respecto a la práctica discursiva, la entrevista realizada a los profesores ha sido transcrita y se presentan en los Anexos 5 y 6, donde se consideran las participaciones de los profesores como 1P, 2P y así sucesivamente. Por otra parte para referirnos a las situaciones problemas utilizadas por el profesor se utilizará la abreviación **SP1, SP2**, etc.

Para describir las configuraciones y trayectorias (discente, docente, epistémica, entre otras) haremos uso del siguiente formato:

- La sesión de clase (unidad de análisis) se determinará como un Episodio (**E**), es decir, en el caso del profesor A se observó una sesión lo que conlleva a describir las configuraciones en **E1**. En el caso del profesor B se observaron dos sesiones, por lo que las configuraciones se describirán en **E1** y **E2** dependiendo del episodio donde se desarrollen.
- Cada episodio fue divido en Fragmentos (**F1, F2, etc.**) cada fragmento se desarrolla en un tiempo del episodio el cual se presenta como subíndice. En el fragmento se pueden describir estados conceptuales, es decir, el profesor presenta aspectos teóricos o en el caso contrario el estado se determina como actuativo, se resuelven las situaciones problema.

Para realizar la caracterización se describen cada uno de los niveles de análisis que se proponen en el modelo, considerando la siguiente distribución:

1. Prácticas didácticas y matemáticas.- Se describen las prácticas realizadas por el profesor en cada una de las facetas considerando tanto la práctica discursiva como operativa.
2. Configuración de objetos y procesos matemáticos.- En primer lugar se presentan las configuraciones, trayectorias, procesos, entre otros, a las que recurre el profesor. Después se presenta la configuración de objetos y procesos didácticos (configuración y trayectorias docente y discente, mediacional, interaccional).
3. Normas y metanormas.- Dado que el tiempo de observación en ambos casos fue muy corto, la descripción se restringe a la identificación de reglas y normas, implícitas en el proceso.
4. Idoneidad didáctica.- Se hace una valoración del proceso instruccional considerando el SIR, el cual se presenta en el Anexo 3.

3.1 El conocimiento didáctico-matemático evidenciado por el profesor A

La entrevista al profesor A fue llevada a cabo en un tiempo no mayor a treinta minutos. En ella se le cuestionó acerca de la naturaleza de los problemas de los que hace uso en el proceso instruccional; el tipo de recursos mediacionales en los que se apoya; las actitudes que identifica en sus estudiantes; el tiempo que proporciona al desarrollo del tema; los contenidos matemáticos que intervienen en el proceso; la metodología que emplea para el desarrollo del tema; el tipo de evaluación a la que recurre; así como en sus creencias acerca de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje.

Por otra parte, la observación del proceso instruccional ha permitido obtener información relevante acerca de su CDM. El estudio de la ecuación cuadrática se desarrolló en una sesión de clase, con duración de cincuenta minutos. Para el análisis de la práctica operativa del profesor se contó además con las videograbaciones del proceso instruccional.

3.1.1 Prácticas didácticas y matemáticas

- **Faceta epistémica**

<u>Conocimiento común (CC):</u>

Las tareas propuestas por el profesor radican en:

- Resolución de problemas de la vida real o cotidiana que implican la solución de ecuaciones cuadráticas.
- Reconocer una ecuación cuadrática completa e incompleta dada su forma.
- Expresar una ecuación de segundo grado utilizando como recurso interviniente la *definición algebraica de la fórmula general así como la definición de un trinomio de la forma* $ax^2 + bx + c$ *para hacer emerger la definición de ecuación cuadrática en su forma general* $ax^2 + bx + c = 0$ *con* $a \neq 0$.
- ***SP1:*** *En la siguiente figura ¿cuál es el valor de x si con los datos se obtiene un área que mide veinticuatro centímetros cuadrados? Modelar una ecuación cuadrática por medio de la fórmula* $A = b \times h$.
- ***SP2:*** *En la siguiente figura, cuánto vale* x *si el área mide cuarenta centímetros cuadrados*
- ***SP3:*** *Tarea: (En estas ecuaciones aplicar la fórmula general, la instrucción es enunciada por el profesor)*

  $x^2 - 6x + 9 = 0$

  $x^2 - 16 = 0$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

Según el profesor es necesario, para el desarrollo del tema, pasar (transitar) del registro verbal al registro algebraico puesto que considera que si el alumno no es capaz de llevar a cabo esto será muy difícil para él saber qué es lo que le pide el problema, en otras palabras, realizar un modelo donde se aplicarán los métodos que permiten solucionar ecuaciones cuadráticas.

> *…ellos deben de conocer más que nada el lenguaje algebraico, ¿no?, poder convertir el lenguaje verbal a lenguaje algebraico, porque principalmente lo que ve son problemas relacionados a la vida cotidiana, ¿no?, entonces si ellos no pueden interpretarlo pues ¿en qué lo van a aplicar?, por así decirlo…*

Efectivamente, las situaciones-problemas propuestas en el aula de clase, tienen entre sus objetivos que el alumno sea capaz de transitar del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, esto apoyado con el uso del lenguaje icónico o figural.

<u>Conocimiento Especializado (CE):</u>

Con respecto al CE evidenciado por el profesor A, tras el análisis de las prácticas se han logrado identificar los objetos primarios o de primer nivel.

1) Situaciones-Problemas (SP):

   El profesor dice valorar y seleccionar los problemas acorde al nivel educativo y a la utilidad de éstos en la vida cotidiana, así como el interés que puedan tener para sus estudiantes (Anexo, 28P). Busca además que los problemas se puedan resolver tras aplicar los métodos, factorización (ejercitación), fórmula general (aplicación) (Anexo, 1P, 2P).

   Entre otras cosas, el profesor particulariza la definición de un trinomio cuadrado con la ecuación cuadrática en su forma general.

   Al presentar la **SP1** a los alumnos durante el proceso instruccional, no deja clara la intencionalidad del problema.

2) Lenguajes:

   Principalmente el profesor se centra en el uso del lenguaje algebraico (1P), aun así dice recurrir al tránsito entre el lenguaje verbal y algebraico. Considera necesario el uso de problemas donde es necesaria la interpretación (1P).

   Durante el proceso instruccional recurre al uso del lenguaje verbal y algebraico para presentar las tareas, si bien el profesor muestra algunas limitantes con respecto al uso del lenguaje con respecto a las tareas planteadas, este es considerado adecuado al nivel educativo.

SP1 es una situación que le permite al profesor expresar una ecuación cuadrática por medio de la conversión del lenguaje; además hace uso de un rectángulo que evoca la situación problema presentada. Hay una conversión entre el lenguaje figural al lenguaje simbólico, utiliza un rectángulo con dimensiones b: $x + 5$ y h: x que permite modelar una ecuación cuadrática.

3) Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos):

Con respecto al uso de definiciones, proposiciones y procedimientos el profesor principalmente promueve la resolución de problemas por medio de la fórmula general, (3P).

Durante el proceso instruccional el profesor identifica la relación que existe entre fórmula general y la forma general de una ecuación cuadrática. Identifica que a en la ecuación cuadrática no debe de ser cero, ya que si esta fuera cero la ecuación se reduciría a una ecuación lineal; a este enunciado lo determina como "premisa".

Además el profesor recurre al uso de la definición de ecuación completa e incompleta de una ecuación cuadrática. Por otra parte propone a través de una pregunta una situación donde los alumnos deben de negociar un concepto (fórmula general); cuestionando a los alumnos éstos llegan a un consenso de cómo obtener el área de un rectángulo.

4) Argumentos:

El profesor explica que en la expresión $ax^2 + bx + c = 0$, si $a = 0$ entonces ésta se convierte en una expresión lineal ya que cualquier número multiplicado por cero es cero.

5) Relaciones:

Las relaciones que hace el profesor son con respecto a la interpretación y resolución de ecuaciones cuadráticas. Considera dentro del desarrollo del tema algunos objetos matemáticos estudiados con anterioridad; trata de conectar los objetos utilizados haciendo uso de objetos visto en clases anteriores como por ejemplo, el trinomio cuadrado, o la fórmula general trabajada durante el nivel básico con la ecuación cuadrática.

Por otra parte relaciona $A = b \times h$ con las dimensiones del rectángulo que modelan una ecuación de segundo grado. Con ello podemos observar que el profesor identifica y articula los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Conocimiento ampliado (CA):

En su discurso el profesor no hace conexiones con otras tareas (de la misma materia o bien de otras). Por otra parte dice que la ecuación cuadrática sólo puede ser utilizada por profesionistas, por ejemplo ingenieros o diseñadores gráficos, en lo que considera como su vida cotidiana (40P).

- **Faceta cognitiva**

El profesor describe algunas de las configuraciones cognitivas que supone los estudiantes han desarrollado, entre ellas:

- El alumno debe realizar la conversión entre lenguajes, principalmente verbal y algebraico (1P).
- El alumno debe hacer uso o conocer los métodos para resolver ecuaciones de segundo grado, principalmente la fórmula general puesto que argumenta que el tema es un repaso ya que ha sido estudiado por el alumno con anterioridad.
- Una vez dados los coeficientes de la ecuación cuadrática (a, b y c) el profesor considera que el alumno sólo debe sustituirlos en la fórmula general (2P) para obtener las soluciones de la ecuación cuadrática.
- El alumno debe Identificar la ecuación cuadrática y posteriormente aplicar el método de la fórmula general para obtener las soluciones del problema (8P)
- Debe además tomar a la fórmula y sustituir los datos, en este caso, esto no debería de presentar dificultad alguna para los estudiantes (31P)
- Un alumno que ha aprendido ecuaciones cuadráticas será capaz de resolver los problemas haciendo uso de los métodos, argumentos, etc. promovidos durante el desarrollo del tema (36P)
- El profesor considera la pregunta como esencial para el aprendizaje, pues ésta permite expresar las dudas con respecto a la tarea, lo cual da la oportunidad de realizar una serie de acciones por parte del profesor para lograr un aprendizaje positivo, sin embargo por vergüenza muchos de sus alumnos no recurren a esta opción. (34P)
- A través de un ejemplo el profesor describe una posible estrategia que los alumnos podrían realizar para resolver un problema particular donde trata de generalizar, haciendo uso de la fórmula para calcular el área de un triángulo y obtener una

ecuación cuadrática, y donde se deberá aplicar la fórmula general para determinar los valores de la variable x que satisfacen el problema (minuto 27:45).

- E2: El profesor describe, como respuesta a la pregunta de una estudiante, la estrategia que los alumnos deberán seguir para modelar la ecuación cuadrática de la **SP2** (minuto 1:51).

Por lo que menciona, las situaciones problemas parecen coincidir con el programa de la materia por tanto se puede considerar que tienen una dificultad manejable (2P). Esto se fortalece durante el proceso instruccional, puesto que los objetos matemáticos presentados por el profesor efectivamente tienen una dificultad manejable para los estudiantes.

El profesor es consciente de que el tema de la fórmula general se ha abordado desde de la secundaria y con el uso de preguntas se percata que los alumnos si tienen conocimiento sobre este aspecto. Por otra parte hace mención de que una dificultad que los estudiantes tienen al estudiar el tema es interpretar las situaciones o problemas de la vida real que les son planteados, ya que dice no saben analizar e identificar los datos que les son proporcionados en el problema. Considera además que un conflicto de algunos estudiantes es no saber realizar multiplicaciones con números reales, principalmente con los números negativos, y esto ocasiona dificultades en el aprendizaje del tema.

Sin embargo considera que particularmente este tema es de "fácil" aprendizaje para los estudiantes, ya que se ha estudiado anteriormente y no debería causar mayor dificultad en su desarrollo, puesto que sólo se trata de lo que él considera un "repaso". Según sus palabras estudiar la fórmula general y sobre todo aplicarla es algo que cualquiera podría hacer, dado que identificar los coeficientes, o en este caso proporcionarles los coeficientes de la ecuación cuadrática y sustituirlos en la fórmula general no representa dificultad alguna (2P, 10P, 31P).

Con respecto a las adaptaciones curriculares, el profesor incluye actividades de ampliación y de refuerzo a través de la propuesta de actividades de ejercitación y aplicación de la fórmula general (1P, 2P)

Con respecto al aprendizaje de sus estudiantes considera que realizar la evaluación por competencias no es factible, ya que en cincuenta minutos de clase tiene que llevar a cabo diversas acciones: pasar lista (que considera primordial en el proceso), explicar la clase y finalmente proponer problemas donde los alumnos tengan que aplicar lo visto en clase. Además un factor, que según su discurso le complica llevar a cabo este tipo de evaluación, es el gran número de estudiantes con los que cuenta (cincuenta y dos).

Hace uso de examen escrito, uno al que denomina como no calendarizado y un examen parcial, estos exámenes le permiten al profesor evaluar principalmente una comprensión situacional y el desarrollo de procedimientos estudiados en clase (33P).

Considera además como parte de la evaluación la entrega de lo que llama un portafolio, que consta de las actividades que se realizan en el aula de clases, así como tareas que deja a los alumnos, dando a éste cuarenta por ciento de la calificación total.

Los estudiantes tienen la manera de, según el profesor, levantar el promedio por medio de algunas acciones como por ejemplo la participación o bien la asistencia a las asesorías que imparte en algunas horas de la semana.

Supone también que no todos los estudiantes tienen la misma capacidad de aprendizaje, ya que para algunos el estudio del tema no representará dificultad alguna, sin embargo para otros estudiantes esto significará un reto verdadero, y en algunos casos esto repercutirá en su evaluación, ya que el estudiante no será capaz de resolver los problemas propuestos en el examen.

- **Faceta afectiva**

Si bien el profesor dice hacer una valoración de las tareas que propone, considerando que éstas deberán tener un interés para sus estudiantes, (28P) pues le permitirán valorar la utilidad de las matemáticas, las situaciones problemas (**SP1, SP2, SP3**) no permiten advertir esto, puesto que se plantean desde el plano geométrico y algebraico.

Por otra parte, las tareas no tienen interés para algunos de los estudiantes, lo cual es manifestado con frases como "qué aburrido", en cambio otros dicen "está fácil".

Además el profesor no muestra interés respecto a la aparente necesidad de los estudiantes de revisar la tarea, simplemente contesta que será revisada en los tiempos asignados para la asesoría.

En pocas ocasiones dice promover la participación por parte de sus alumnos, particularmente la finalidad de suscitar la participación es para detectar a los estudiantes "que no entienden" (17P). Una manera en que promueve la participación de sus estudiantes es por medio del uso de preguntas donde el objetivo radica en completar las frases que expresa, especialmente con mayor grado de recurrencia a partir de la asignación de la tarea **SP2.**

Algunas de las estrategias que implementa para aquellos alumnos que no han entendido el tema, consisten en pasarlos al pizarrón lo cual les permite que entiendan a los problemas; con ello busca además quitar el temor de los estudiantes o la vergüenza a expresar sus dudas con respecto al tema (17P).

Piensa que la vergüenza que les causa a los estudiantes preguntar dudas o pedir alguna explicación, es causante de que no entiendan los problemas lo que conlleva a obtener malos resultados en los exámenes o en general en la evaluación.

Una estrategia que considera le permite lograr un cambio de actitud del estudiante hacia el estudio del tema, es proponer problemas que lo motiven. Los problemas que desde su perspectiva "logran" motivar a sus estudiantes deben de ser amenos, considerando a personajes que le resultan familiares, ya sean reales (profesores) o ficticios (personajes de caricatura o personajes de películas, por mencionar alguno, Toretto, el cual es un personaje de ficción protagonista de la saga cinematográfica *The Fast and the Furious*). El proponer este tipo de problemas aplicados a la vida cotidiana, considerando lo anterior, el profesor dice le permite captar la atención de los alumnos y motiva a los estudiantes a que resuelvan los problemas para "saber qué pasa" cuando se han resuelto (32P).

Ante una actitud de indiferencia por parte de un alumno que atendía una llamada por celular, el profesor pide a éste que termine con la llamada a través de una serie de gestos mientras el alumno no terminaba la llamada, el profesor no prosiguió con la resolución del problema.

- **Faceta interaccional**

El profesor describe su papel como el expositor en el aula de clase asignando un tiempo estimado de exposición de treinta minutos. El profesor dice comenzar con la explicación de los métodos para solucionar las ecuaciones a través de una serie de ejemplos, después propone una serie de ejercicios o problemas donde los estudiantes puedan aplicar los métodos (8P, 9P).

El rol que juega se traduce en la exposición oral del tema, explicando lo referente a éste, y centrando dicha exposición en sólo un método de solución, la fórmula general, consiente además en la existencia de dos métodos más para la solución de las ecuaciones cuadráticas: el de factorización y trinomio cuadrado perfecto.

Juega en un primer momento el papel de expositor y resolutor de problemas, en un segundo momento su papel consiste en observar y "corregir" los errores cometidos por sus alumnos al momento de resolver la **SP2.**

Por otra parte el rol de los alumnos en el primer momento, planteado anteriormente, es el de observadores durante la exposición del profesor. En un segundo momento los alumnos toman el papel de resolutores, no obstante en períodos cortos el profesor colabora en la solución del problema con ellos.

<u>Con respecto a las interacciones.</u>

- Interacción profesor-alumno:

El profesor presenta el tema diciendo que verán ecuaciones cuadráticas y diciendo que existen diferentes métodos: factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto y fórmula general; pero que sólo se enfocaran en el estudio de la fórmula general.

A través de preguntas los alumnos buscan llegar a un consenso con respecto a la evaluación del tema, sin embargo el profesor no considera los argumentos de los estudiantes y sostiene que el tema será evaluado porque así lo dice el programa.

Tras la introducción del tema, donde presenta algunos conceptos con respecto a la ecuación cuadrática, el profesor propone **SP1** como un ejemplo de cómo se debe proceder al resolver un problema, sin embargo no se percata si éste es claro o no.

Trata de resolver algunos conflictos que tienen los estudiantes, por ejemplo, cuando al multiplicar "$x\ por\ x$" estos dicen $2x$, el profesor hace uso de argumentos que muestran al estudiante que la respuesta es incorrecta que realmente esta es "$x\ cuadrada$", en otras ocasiones no resuelve las dudas o conflictos expresadas por los estudiantes.

Plantea problemas que le permitan el trabajo con el grupo. Este tipo de trabajo dice ser promovido durante la exposición y resolución de problemas en el aula de clase, lo cual se ratifica durante el proceso instruccional. Uno de los propósitos de este tipo de trabajo consiste en identificar a los alumnos que carecen de motivación o participación en el aula de clases. Dentro del segundo momento, cuando les brinda un momentos de autonomía el profesor trata de establecer con los alumnos un contacto de tipo personal, identificando los conflictos que pudiera tener con respecto a la aplicación de los métodos promovidos y asesorando en la correcta aplicación de ellos para la solución de los problemas.

- Interacción alumno-alumno:

En las prácticas realizadas por el profesor se nota ausente este tipo de interacciones, por lo cual pareciera que no favorece el diálogo ni la comunicación entre sus estudiantes, además dice que no sólo el tema sino las matemáticas en general no le permiten hacer este tipo de trabajo. A las interacciones de este tipo las considera como trabajo en equipo (15P).

Dice promover el trabajo individual en mayor medida, el cual sólo es llevado a cabo en el aula de clases, puesto que considera que la asignación de tareas para ser revisadas en clase (y en las que el trabajo individual es el único trabajo que se promueve) no es llevado a cabo por los alumnos. Argumenta que muchos de los alumnos que no saben, sólo hacen una transcripción de la tarea a partir de los alumnos que sí saben (14P).

Concede momentos de autonomía durante el proceso instruccional buscando que se resuelva la SP2 concediendo algunos minutos de la clase a esta tarea.

El profesor lleva a cabo una evaluación diaria a los estudiantes. Si bien él no lo considera de esa manera, el hecho de estar "pasando por los lugares" le permite obtener información acerca de la evolución del aprendizaje de sus estudiantes; el proponer actividades para realizar en el aula de clases y después pasar a sus estudiantes al pizarrón le permite identificar a los estudiantes que no logran entender el tema. Como resultado de esto propone una serie de acciones, por ejemplo asesorías algunos días de la semana, para lograr realmente un aprendizaje en ellos. (17P)(33P)

El profesor hace pase de lista al iniciar la sesión de clase, como una actividad planeada. Por otra parte, hace una evaluación de la tarea (**SP2**), donde detecta los errores o conflictos que presentan los estudiantes, resuelve la tarea y no permite a los estudiantes que sean ellos los que analicen y razonen lo que han hecho.

- **Faceta mediacional**

Con respecto al uso de materiales manipulativos e informáticos, el profesor recurre al módulo de aprendizaje edición 2012, pues desde su perspectiva este introduce buenas situaciones, ejercicios de la fórmula general y aplicaciones. Además menciona que en el módulo se proponen problemas en contextos extra-matemáticos (problemas aplicados a la vida real) (7P, 19P, 20P) dice acudir también al módulo de aprendizaje Matemáticas I edición 2015 para seleccionar algunas actividades (23P). Sin embargo, durante el proceso instruccional el profesor hace uso del módulo de aprendizaje (2012) sólo para clasificar a las ecuaciones cuadráticas, así como para obtener las **SP1** y **SP2**.

Las situaciones **SP1** y **SP2** le permiten realizar modelos concretos y que hacen uso de la visualización por medio de un rectángulo lo que además al obtener los resultados permitirán argumentar las repuestas obtenidas por los estudiantes.

La calculadora es utilizada sólo como medio para realizar operaciones aritméticas, (22P), mientras que internet es un recurso del que hace uso para obtener problemas de la vida cotidiana o bien ejercicios para llevar al aula de clases (23P).

No realiza actividades como salir fuera del aula y realizar acciones con respecto al tema (medir velocidades, edificios, distancias, etc.) puesto que considera que la materia (Matemáticas I) no le permite realizar muchas cosas. Compara este caso con Física la cual desde su perspectiva le permite aplicar los problemas a la vida real, además el tiempo lo considera como la mayor restricción que tienen para el desarrollo de los temas en general.

El profesor afirma que el tiempo es insuficiente ya que por lo menos debería de asignar un día (una sesión de clase) para cada método a estudiar (5P), propone además dos días a la semana para que los estudiantes puedan expresar sus dudas con respecto al tema (18P). Por el contrario dice no dedicar el tiempo que se le establece en el programa de la materia puesto que lo desconoce (6P).

Acerca del número y la distribución de los alumnos, considera que no es la adecuada pues dice que el número de alumnos no le permite, en este caso, llevar a cabo una buena evaluación.

Una de las características que menciona del grupo es que es ¡muy! platicador, lo cual no le permite realizar otro tipo de interacciones entre los estudiantes diferentes al trabajo individual o grupal (alumno-objeto matemático, profesor-alumno(s)) (14P).

Además durante el proceso instruccional la distribución de los alumnos se puede establecer que no es adecuada, si bien existe un número suficiente de asientos para el número de estudiantes, éstos se sientan en el piso frente del pizarrón (se desconocen los motivos).

- **Faceta ecológica**

El profesor dice hacer uso de situaciones aplicadas a la vida real, evidencia conocimiento del currículo al describir los diferentes métodos que en él se plantean: factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto y fórmula general. No obstante el estudio es delimitado sólo a la solución por medio de la fórmula general.

El profesor omite la enseñanza de otros tópicos propuesto en el programa de la materia puesto que la mayor restricción que dice tener es el tiempo, por tanto fue un acuerdo de academia sólo ver el método de la fórmula general. Los contenidos promovidos por parte del profesor, su implementación y evaluación parecen corresponder con las directrices curriculares. Por ejemplo, evidencia conocimiento sobre los tipos de tareas respondiendo a sus estudiantes sobre los sistemas de 4x4, los cuales no se ven por cuestiones de corte académico.

Respecto a la apertura hacia la innovación didáctica, no se hace evidente en las prácticas del profesor, en relación con la integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, entre otros) en el proceso instruccional promueve el uso de la calculadora con el único fin de realizar operaciones aritméticas (sumas, restas, multiplicación, división).

Dice hacer uso del internet para obtener problemas o ejercicios que después lleva al salón de clases. Los recursos tecnológicos digitales de los que hace uso tienen el fin de agilizar la clase, es decir, el utilizar una computadora en el aula de clase es práctico, dado que ahorra tiempo al dictarles.

El profesor además trata de conectar el tema de ecuación cuadrática con el tema de factorización específicamente con la factorización de trinomios cuadrados (conexiones intra-disciplinares), además conecta los temas de ecuaciones lineales y sistema de ecuaciones lineales diciendo que ahora es tiempo de ver ecuaciones cuadráticas.

El profesor no hace conexiones de tipo inter-matemático. Considera que el tema, más aun la materia, no le permite aplicar los conocimientos puestos en juego en situaciones de la vida real, proporciona algunos ejemplos que finalmente descarta diciendo la poca practicidad de la materia (28P).

3.1.2 Configuración de objetos y procesos

3.1.2.1 Configuración de objetos y procesos matemáticos

Tras el análisis de las prácticas realizadas por el profesor es posible identificar los objetos que intervienen y emergen en el proceso instruccional, esto a su vez permite determinar el significado implementado de la ecuación cuadrática, es decir, el sistema de prácticas que realiza el profesor en torno a éste objeto.

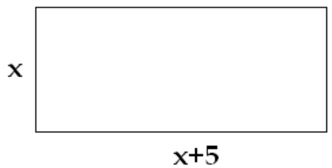
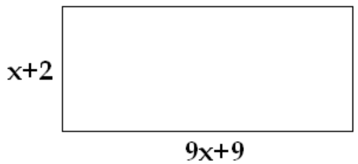
Por otra parte, esta identificación concede la facultad de establecer las relaciones entre los objetos matemáticos, en otras palabras la configuración epistémica puesta en escena por el profesor. Hecho esto, se cuenta con la facultad de contestar las siguientes preguntas ¿Qué procesos son activados en las prácticas matemáticas realizadas por el profesor? ¿Qué conflictos pueden tener los educandos para la realizar las tareas propuestas por el profesor? ¿Cuál es la trayectoria epistémica?

3.1.2.1.1 Emergencia de los objetos matemáticos.

El EOS, considera a los objetos matemáticos como emergentes en un sistema de prácticas, la cual puede ser muy compleja. Por ello Godino y col. (2009) proponen "dos niveles de objetos que emergen de la actividad matemática". En el primer nivel se consideran todas aquellas entidades que se pueden observar en un texto matemático, en este caso en el proceso instruccional (problemas, definiciones, proposiciones, etc.). En un segundo nivel se consideran una serie de objetos que emergen de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. sobre los objetos del nivel anterior.

Con el afán de realizar un análisis, lo más fino posible, en este apartado se presenta la tipología de objetos matemáticas que intervienen y emergen del sistema de prácticas que realiza el profesor.

3.1.2.1.1.1 Identificación de objetos matemáticos intervinientes y emergentes en el sistema de prácticas del profesor A. Episodio uno

Objetos primarios	Objetos intervinientes	Objetos emergentes
Situaciones-problemas	- **SP1:** En la siguiente figura, ¿cuál es el valor de “x", si con los datos se obtiene un área que mide $24\ cm^2$?  - **SP2:** En la siguiente figura encuentra el valor de "x” si el área es de $40\ cm^2$.  - **SP3:** Tarea: (En estas ecuaciones aplicar la fórmula general) $x^2 - 6x + 9 = 0$ $x^2 - 16 = 0$ $x^2 - 2x - 35 = 0$	
Lenguajes	- Verbal, se expresan las situaciones-problemas, conceptos y proposiciones. - Figural, se representan las situaciones problema por medio de rectángulos y triángulos.	

	- Algebraico, se representa analíticamente la situación-problema; modelos de la situación-problema; se representa en su forma general o canónica la situación problema. - Numérico, se utiliza para la simplificación/reducción de la fórmula general.	

Conceptos/definiciones	- Forma general de una ecuación cuadrática.
	- Coeficientes de la ecuación cuadrática o de segundo grado:
	  ◦ a es el coeficiente que tiene el término cuadrático.
	  ◦ b es el que está con la x o la parte lineal.
	  ◦ c es el término independiente, es un número.
	- Base del rectángulo, b
	- Altura del rectángulo, h
		- Ecuación cuadrática completa, aquella que cuenta con todos sus términos.
		- Ecuación cuadrática incompleta, aquellas a las que les falta un término.
		- Ecuación cuadrática incompleta pura, le falta el término lineal.
		- Ecuación cuadrática incompleta mixta, le falta el término independiente.
		- Fórmula general, método para resolver ecuaciones cuadráticas de segundo grado.

Procedimientos	- Algebraico:
	  ◦ Modelar la situación problema mediante la fórmula para calcular el área de un rectángulo. ($A = b \times h$)
	  ◦ Reescribir una expresión cuadrática en su forma general o canoníca
	  ◦ Resolver la ecuación cuadrática con el uso de la fórmula general.
	- Numérico:
	  ◦ Reducir la fórmula general.
	  ◦ Comprobar la solución de la situación-problema.
		- El uso de la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas de segundo grado.

Proposiciones	- $A = b \times h$	- En las ecuaciones cuadráticas siempre tenemos dos

	- Multiplicar por cero cualquier número va a dar cero.
	- Si "a" es igual a cero, la ecuación cuadrática se convierte en una ecuación de primer grado.
	- Leyes de los exponentes:
	  ◦ "x" más "x" es dos "x" porque estás sumando, los exponentes quedan iguales y los coeficientes se suman.
	  ◦ "x" por "x" pues la base es la x y los exponentes se sumarian.
	- Una ecuación cuadrática debe de estar igualada a cero en su forma general.
	- Ley de cancelación ("Si está positivo pasaría negativo")
	- Leyes de los signos para la suma:
	  ◦ Como uno es negativo y otro positivo se restan y te da el signo del mayor.
	- Leyes de signos para la multiplicación:
	  ◦ Signos iguales quedan positivos.
	  ◦ Signos diferentes quedan negativos.
		soluciones; una es tomando el más y otra tomando el menos.

Argumentos	- Completar el cuadrado perfecto, factorizar y la fórmula general son métodos para resolver ecuaciones de segundo grado. - Los paréntesis significan multiplicación. - La ecuación cuadrática se tiene que ordenar, primero el cuadrado, luego el lineal y luego el número. - El coeficiente de x^2 es el 1 pero normalmente no se pone. - "Así va la fórmula, siempre va el cuatro ahí y el	

	dos siempre va acá" (haciendo alusión a la fórmula general). - Normalmente cuando te piden la "x" es una ecuación cuadrática. - Si yo te pongo un triángulo y te digo la base es $x+2$ y altura $x+3$ te daría "base por altura sobre dos" de igual manera te quedaría una ecuación cuadrática. En este caso la fórmula general te puede servir para resolver ese que está ahí. (Argumento que utiliza el profesor para responder a la pregunta de una alumna) - Cuando ya tienes la forma general (refiriéndose a la ecuación) ahora si ya puedes aplicar la fórmula general. - Para este rectángulo, ¿qué valor creen que pueda tener "x"? – tres – en este caso la "x" no podría tomar un valor negativo. No podemos decir lo alto es menos tanto.	

Tabla 3.3.1 Objetos matemáticos intervinientes y emergentes en el sistema de prácticas del profesor A.

3.1.2.1.1.2 Configuración epistémica implementada por el profesor A

E1F2(02:29-11:38): El profesor parte de escribir el nombre del tema que se "verá", *Ecuaciones de segundo grado*, haciendo mención que a esas ecuaciones también se les conocen como *ecuaciones cuadráticas*.

Menciona que hay varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas o ecuaciones de segundo grado, las cuales se pueden resolver por factorización o completar el trinomio cuadrado perfecto.

Hace alusión del método de la fórmula general como el método que será promovido en el aula de clases. Presenta la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Y él asigna el nombre de fórmula general.

Dice que para hacer uso de la fórmula general se debe conocer la forma general de una ecuación cuadrática. Como un recurso para presentar la forma general hace uso del concepto "trinomio del tipo $ax^2 + bx + c$ " el cual dice había sido utilizado en un tema anterior donde comenzaban a factorizar.

Determina que esa es la forma general de una ecuación cuadrática sólo que en este caso va igualado a cero ($ax^2 + bx + c$=0) y menciona además el único inconveniente es que "$a \neq 0$" hace uso del siguiente argumento para explicar dicha razón:

> *"si la $a = 0$ me quedaría $0x^2$ y si yo multiplico cero por cualquier número me va a dar cero, o sea, vendría eliminando este término (refiriéndose al término cuadrático en la ecuación en su forma general) y ya no sería una ecuación cuadrática, sería una ecuación de primer grado, porque tenemos a la x con exponente uno"*

Una vez que argumenta por qué $a \neq 0$ y estableciéndola como una premisa, continúa con la clasificación de las ecuaciones cuadráticas, ver figura 3.1.

Donde a las ecuaciones cuadráticas completas las define como aquellas que cuentan con todos sus términos y a las ecuaciones cuadráticas incompletas, aquellas a las que les falta un término.

A su vez clasifica a las ecuaciones incompletas en: puras, refiriéndose a ellas como las ecuaciones a las que les falta el término lineal; mientras que las mixtas, las define como las ecuaciones a las cuales le falta el término independiente.

Clasificación
- Completas
- Incompletas
  - Puras $ax^2 + c = 0$
  - Mixtas $ax^2 + bx = 0$

Figura 3.1 Esquema de clasificación de las ecuaciones cuadráticas utilizado por el profesor durante su práctica operativa

E1F3(11:39-13:10): Después de clasificar las ecuaciones cuadráticas, enuncia el siguiente problema (**SP1**), como un ejemplo para aplicar la fórmula general. Reitera la existencia de otros métodos para la solución de las ecuaciones cuadráticas pero por cuestiones de tiempo dice sólo se utilizara la fórmula general.

SP1: *En la siguiente figura, ¿cuál es el valor de "x", si con los datos se obtiene un área que mide $24\ cm^2$?*

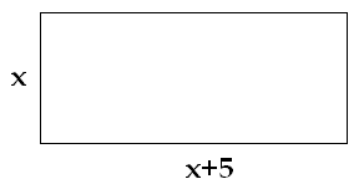


Figura 3.2 Rectángulo que evoca SP1

E1F4(13:11-26:37): A continuación se presenta el procedimiento utilizado por el profesor para encontrar el valor de x:

1) $A = 24cm^2$
2) $A = b \times h$
3) $A = (x + 5)(x)$
4) $24 = x^2 + 5x$
5) $x^2 + 5x - 24 = 0$
6) $1x^2 + 5x - 24 = 0$
7) $a = 1, b = 5, c = -24$
8) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
9) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-24)}}{2(1)}$
10) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+96}}{2}$
11) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2}$
12) $x = \frac{-5 \pm 11}{2}$
13) $x_1 = \frac{-5+11}{2} = \frac{6}{3} = 3, x_2 = \frac{-5-11}{2} = \frac{-16}{2} = -8$
14) $8 \times 3 = 24$

En 1) y 2) se establecen los datos que se conocen del problema que propone, en primer lugar el área del rectángulo proporcionado en **SP1;** el segundo paso corresponde en presentar la fórmula para calcular el área de un rectángulo. Una vez hecho esto, en 3) se calcula el área de la Figura 1; la base del rectángulo la define por $x + 5$ mientras que la altura la define como x. Para obtener 4) a partir de 3) hace uso de la multiplicación de términos algebraicos, "x *por* x" particularmente para efectuar esa multiplicación pregunta a los alumnos cual es el resultado, a lo que algunos contestan "*dos* x", recuerda a los alumnos que están efectuando una multiplicación y no una suma para ello utiliza la siguientes proposiciones:

> ""x" más "x" es dos "x" porque estás sumando, los exponentes quedan iguales y los coeficientes se suman."
>
> ""x" por "x" (x^2) pues la base es la x y los exponentes se sumarian."

De ahí el profesor efectúa la multiplicación entre 5 y "x" de donde obtiene el término $5x$. Hecho esto, el profesor dice que el cálculo realizado será igual al área de rectángulo, por tanto sustituye en valor numérico que representa el área ($24cm^2$)

En 4) se expresa una ecuación de segundo grado, sin embargo busca expresar la ecuación en su forma general por lo que argumenta a sus alumnos que "una ecuación cuadrática debe de estar igualada a cero en su forma general", así que deberá "quitar" el veinticuatro del lado izquierdo de la ecuación, por lo que argumenta que como el número “esta positivo pues pasaría negativo” así que lo pasa restando al otro lado de la ecuación teniendo como resultado 5).

Después de obtener la ecuación en su forma general, dice que se deben identificar cuáles serían a, b y c. Define entonces a los coeficientes a, b y c como sigue:

- a es el coeficiente que tiene el término cuadrático.
- b es el que está con la x, con la parte lineal.
- c es el término independiente, es un número.

Pregunta a sus alumnos ¿cuál es el coeficiente de x^2? a los que algunos responden “uno”, dicho esto, argumenta que “normalmente no se pone, como quien dice este es (refiriéndose a la expresión x^2 escrita en el pizarrón) uno “x” cuadrada, pero acuérdense que el uno ahí no se pone, pero para este caso, para fines prácticos lo vamos a dejar”, es así como se obtiene 6).

7) se obtiene de una serie de preguntas a sus estudiantes, las cuales tienen el objetivo de obtener los valores de a, b y c. Cuando se han identificado los valores de los coeficientes recurre al uso de la fórmula general 8) para resolver el problema que tienen (**SP1**). Recuerda nuevamente los valores de los coeficientes y explica que éstos sólo serán sustituidos en la fórmula general lo que corresponde a 9). De 8) a 9) surgen algunas interrogantes por parte de los estudiantes con respecto a la estructura de la fórmula (¿siempre va el cuatro ahí?, ¿profe, al lado del cinco debe decir más menos?) Respondiendo como sigue “así va la fórmula, siempre va el cuatro ahí y el dos siempre va acá” (haciendo alusión a la estructura de la fórmula general).

De 9) a 12) el profesor realiza un procedimiento numérico: eleva un número al cuadrado, multiplica signos, multiplica números reales, suma, extrae raíz cuadrada.

Para pasar de 12) a 13) el profesor recurre al siguiente argumento/proposición: “En las ecuaciones cuadráticas siempre tenemos dos soluciones; una es tomando el más y otra tomando el menos”

Es así como determina las soluciones de la ecuación cuadrática, definiéndolas por x_1 y x_2. En 13) recurre a las leyes de signos para la suma de la siguiente manera *“Como uno es negativo y otro positivo se restan y te da el signo del mayor”,* esto como respuesta a la interrogante planteada por un alumno. Nuevamente recurre a un procedimiento numérico para simplificar los cocientes que representan las soluciones de la ecuación: suma los elementos del dividendo ($-5 + 11 = 6$ y -5 $- 11 = -16$) y después divide entre el número 2 (divisor), obteniendo así las soluciones 3 y -8.

Una vez obtenidas las soluciones de la ecuación, cuestiona al grupo de cuál es la respuesta al problema, haciendo uso de la **SP1:** en la siguiente figura, ¿cuál es el valor de x?, consciente de que la “x” tiene dos valores, cuestiona a sus alumnos lo siguiente:

"Para este rectángulo, ¿qué valor creen que pueda tener "x"? – tres – en este caso la "x" no podría tomar un valor negativo. No podemos decir lo alto es menos tanto"

Determina así, que la solución al problema es tres. En 15) lleva a cabo comprobación haciendo lo siguiente manera: asigna el valor 3 a la altura del rectángulo, cabe señalar que "x" es la altura del rectángulo y "$x + 5$" es la base, mientras que a la base la determina por el valor 8. Finalmente aplica la fórmula para determinar el área del rectángulo, $b \times h$, realizando la multiplicación "8×3" que resulta en el valor del área, 24.

E1F5(26:38-27:40): Una vez que ha resuelto el problema, el profesor enuncia una segunda situación-problema (**SP2**) que se asigna a los alumnos como tarea a resolver en el aula. La situación es la siguiente: **E1F7 (45:30-47:42):** Para cerrar la sesión observada, el profesor propone tres problemas/ejercicios (**SP3**) donde los alumnos deberán de resolver por el

SP2: *En la siguiente figura encuentra el valor de "x" si el área es de* $40\ cm^2$.

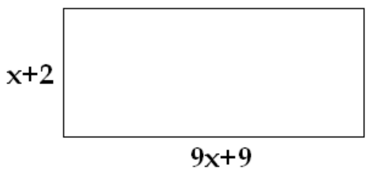


Figura 3.3 Rectángulo que evoca SP2

método de la fórmula general. La tarea asignada es la siguiente:

SP3: *Tarea: (En estas ecuaciones aplicar la fórmula general, la instrucción es enunciada por el profesor)*

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

Este análisis ha permitido determinar la manera en que los objetos matemáticos utilizados por el profesor se relacionan entre sí, más aún cómo intervienen o emergen en la práctica que éste desarrolla. En otras palabras, se ha logrado establecer el tipo de configuración epistémica a la que recurre el profesor.

Godino (2007) propone dos tipos de configuraciones epistémicas, a una la denomina como formalista mientras que a la otra la define como axiomática, cada una cumple con una serie de características.

En particular, como resultado del análisis anterior se puede determinar que el profesor A recurre al uso de una configuración epistémica formalista, no obstante, ésta carece de demostraciones formales, más bien son presentadas como proposiciones o argumentos que justifican el uso del procedimiento promovido (fórmula general).

Los conceptos ya se suponen conocidos, otros en cambio son introducidos como definiciones o procedimientos. Las situaciones problema se enmarcan dentro del contexto intra-matemático, y son utilizadas como medio para aplicar el método de solución que se promueve, además se presentan una serie de problemas descontextualizados (**SP3**) que tienen la finalidad de ser el medio en el cual aplicar el procedimiento. La figura 3.4 esquematiza la configuración epistémica utilizada por el profesor A.

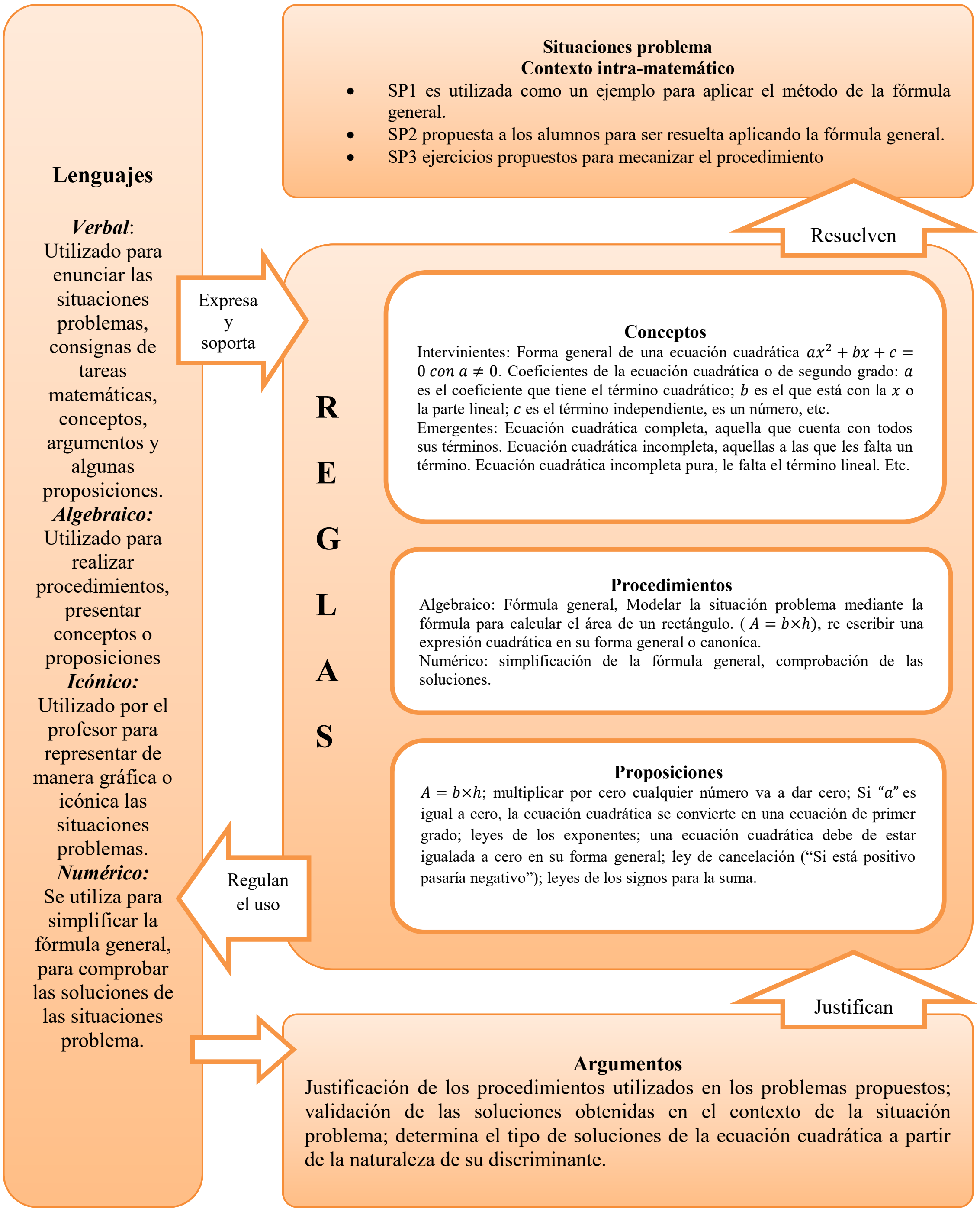


Figura 3.4 Configuración epistémica implementada por el profesor A, asociada al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I"

3.1.2.1.1.3 Trayectoria epistémica

Otro resultado más que se desprende del análisis de las prácticas realizadas por el profesor, es el establecer como los componentes matemáticos son distribuidos en el tiempo, esto es, la trayectoria epistémica de la que hace uso.

Para describir la trayectoria epistémica, se recurre nuevamente al episodio uno, específicamente a los fragmentos donde se ha implementado la configuración epistémica anterior (**F2, F3, F4, F5, F7**) los cuales nos permitirán determinar los estados posibles (enunciados en 2.1 c). Ver tabla 3.2.

Episodio (E)	Fragmento (F)	Descripción	Estado
1	**2**	Los objetos se presentan como conceptos que se asumen como conocidos ($x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, coeficiente, ecuación de segundo grado, etc.), los conceptos emergentes se introducen como conceptos (ecuación cuadrática completa $ax^2 + bx + c = 0$, ecuación cuadrática incompleta, fórmula general como método de solución).	E4
	3	Se enuncia la situación problema, **SP1**, se recurre al uso de un rectángulo que evoca la situación problema, ver figura 1.	E1 E3
	4	Se procede a resolver el problema, se enuncias algunas proposiciones y se justifican las acciones realizadas por medio de proposiciones.	E2 E3 E5 E6
	5	Se enuncia una segunda situación problema, **SP2,** se recurre al uso de un rectángulo que evoca la situación problema, ver figura 2.	E1 E3
	7	Se asigna una tarea en representación algebraica, **SP3**, con el fin de aplicar la fórmula general.	E1

Tabla 3.2 Trayectoria epistémica

Una vez que se han identificado los objetos matemáticos, determinado los tipos procesos matemáticos así como las configuraciones y trayectorias epistémicas puestas en juego en el proceso instruccional, lo siguiente es determinar las prácticas didácticas así como las configuraciones, procesos y trayectorias didácticas a las que recurre el profesor.

3.1.2.1.1.4 Atributos contextuales

A continuación se presenta un resultado más, relacionado con el segundo nivel de análisis de los objetos matemáticos. En este apartado, se dota de funcionalidad a los objetos que el profesor ha recurrido para el desarrollo del tema.

Dentro de los procesos que son activados destacan:

Proceso de particularización-generalización (extensivo – intensivo): a través del procedimiento realizado para dar solución a **SP1** el profesor trata de generalizar que para cualquier figura donde exista una incógnita podrá aplicar el procedimiento del ejemplo (dada el área y dimensiones de la figura).

Procesos de descomposición – reificación (sistémico – unitario): Para obtener las soluciones de SP1, el profesor recurre en una descomposición de esta.

Considera primero como representar el área del rectángulo con base $x + 5$ y altura x, lo que le permite después modelar la ecuación cuadrática (representación algebraica). Una vez que ha modelado la ecuación cuadrática, busca que el estudiante a través de recordar la definición de coeficiente determine los valores de estos dentro de la ecuación obtenida.

Al obtener los coeficientes de la función recurre a la sustitución de estos en la fórmula general, para después recurrir al uso de la simplificación y obtener los valores numéricos de las soluciones.

Finalmente, con ayuda del argumento “para este rectángulo, ¿qué valor creen que pueda tener “x”? – tres – en este caso la “x” no podría tomar un valor negativo. No podemos decir lo alto es menos tanto” dota de funcionalidad al valor x positivo, como la medida de la altura del rectángulo.

Procesos de representación – significación (expresión – contenido): Si bien el problema no parece ser claro para los estudiantes en un principio, es decir, no entienden lo que se busca con el procedimiento, el profesor al final busca interpretar los resultados en el contexto del problema.

Respecto a los conflictos (a priori o a posteriori) que pueden tener los estudiantes para la realización de las prácticas matemáticas, el profesor considera que principalmente el estudiante presentara dificultades al operar con números reales, especialmente con los números negativos, lo que no permite modelar en ocasiones las situaciones problemas. Por otra parte, es consiente que uno de los conflictos de los estudiantes es no saber leer lo que se les pide en los problemas por lo que estos no serán capaces de resolverlos, así como llevar a cabo un conversión, principalmente, del lenguaje verbal al algebraico.

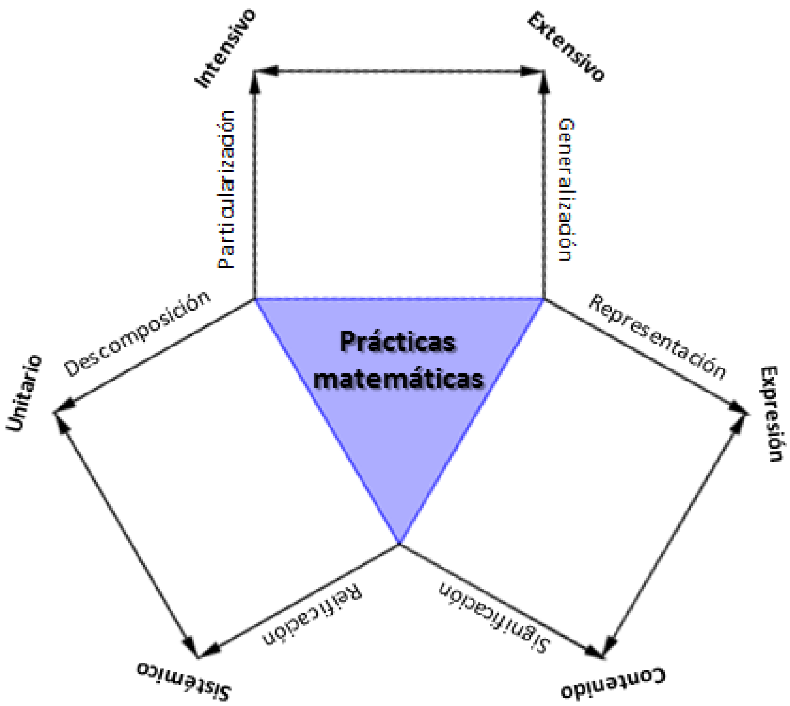


Figura 3.5 Procesos activados por el profesor A

3.1.2.2 Configuración de objetos y procesos didácticos

Este apartado tiene la finalidad de determinar las prácticas didácticas realizadas por el profesor y que forman parte del proceso instruccional. Se busca además determinar su secuenciación (procesos didácticos). Las interacciones entre profesor-alumno o alumno-alumno, en torno al objeto matemático en cuestión, permiten determinar una configuración didáctica.

Denotaremos como configuración didáctica *"*a la secuencia interactiva de estados de las trayectorias que tienen lugar a propósito de una situación-problema (o tarea)" (p.27) tal y como denota Godino y col. (2006). Para describir las configuraciones recurriremos nuevamente al episodio observado y cada uno de los fragmentos de éste asociados a la configuración epistémica (**F1, F2, F3, F4** y **F5**) descrita anteriormente.

3.1.2.2.1 Configuración docente y discente

<u>E1F1</u>

El profesor: Durante este fragmento el profesor procede a tomar asistencia a sus alumnos. En ocasiones llama la atención de estos para que guarden silencio.

Los alumnos: Algunos de ellos permanecen en silencio, mientras que otros hablan entre ellos, en ocasiones utilizan lenguaje considerado no apropiado (vulgar o grosero), mientras que el profesor pasa lista estos dicen presente. Todos permanecen sentados.

<u>E1F2</u>

El profesor: Inicia recordando los temas que han sido estudiados anteriormente, por ejemplo sistema de ecuaciones de primer grado así como los sistemas de dos por dos y tres por tres, por lo cual un alumno lo cuestiona si lo que se estudiara ahora son los sistemas de ecuaciones de cuatro por cuatro, a los que el profesor responde que no, puesto que normalmente se estudian hasta el tres por tres. Seguido a esto enuncia el tema que será desarrollado durante la sesión "Ecuaciones de segundo grado". Recuerda a sus alumnos que el tema ha sido estudiado anteriormente, en secundaria, y pregunta si recuerdan la fórmula general.

Introduce los conceptos: fórmula general y establece la funcionalidad de ésta como uno de los métodos para resolver ecuaciones de segundo grado, no obstante el profesor dice que existen más métodos para resolver ecuaciones de segundo grado, sin embargo por cuestiones del tiempo sólo se centraran en el estudio de la fórmula general. Define a la ecuación cuadrática haciendo uso de un concepto (trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$). Una vez que ya ha definido a las ecuaciones de segundo grado (como $ax^2 + bx + c = 0 \ con \ a \neq 0$) prosigue a clasificarlas por medio de un esquema (ver figura 3.1).

El profesor hace uso de preguntas o palabras donde el objetivo radica en que el alumno las complete. El rol del profesor durante este fragmento, se traduce en ser el expositor de la clase.

Los alumnos: Permanecen en sus lugares, cuando el profesor enuncia el tema que será estudiado, los alumnos expresan rechazo, utilizando expresiones como "no", además cuestionan al profesor si este tema será evaluado a lo que el profesor contesta que sí, y muchos rechazan la idea diciendo que no hay tiempo, que es muy poco el tiempo, y que eso no vendrá en el examen, ante estas actitudes el profesor sólo asegura que sí vendrá.

Ante la pregunta del profesor, con respecto a si estos recuerdan la fórmula general algunos alumnos dicen recordarla, recordando la expresión algebraica de esta mediante lenguaje verbal:

Menos "b" más menos raíz cuadrada de "b cuadrada" menos cuatro "ac" sobre dos "a"

Por otra parte otros alumnos expresan no recordarla o sorpresa al escuchar a sus compañeros. Algunos dicen "está muy fácil", otros se preguntan ¿Qué es eso?, otros piden ayuda para entender de qué habla el profesor.

E1F3

El profesor: Enuncia la situación problema (**SP1**) con el fin de aplicar la fórmula general, además evoca la situación problema con el uso del rectángulo presentado en la figura 3.2 la cual es dibujada en el pizarrón.

Los alumnos: En este momento los alumnos escriben lo que el profesor les dicta, algunos alumnos piden al profesor que repita lo que ha dicho.

E1F4

El profesor: En este momento el rol del profesor se traduce en ser el resolutor del problema planteado, argumenta y justifica los procedimientos que realiza o contesta algunas cuestiones planteadas por los alumnos con ayuda de algunas proposiciones (leyes de signos, propiedades de polinomios, leyes de signos para la suma, etc.) además de plantear frases o preguntas con la intención de que los alumnos las completen.

Los alumnos: Sólo observan y transcriben en su cuaderno lo que el profesor hace en el pizarrón, contestan algunas preguntas del profesor por ejemplo cuando éste los cuestiona acerca de cómo se calcula el área del rectángulo, algunos alumnos dicen "lado por lado" ante la respuesta de los alumnos el profesor les dice que de esa manera se calcula el área pero de un cuadrado, otro alumno dice que se calcula como "base por altura sobre dos" ante esta respuesta los alumnos ríen y el profesor pregunta quien ha dicho eso, ríe y dice que no, qué esa es la forma de calcular el área de un triángulo, los alumnos no comprenden totalmente el problema ya que al determinar los coeficientes de la ecuación suponen que han terminado, ante esta situación el profesor dice que aún no han terminado. Durante este fragmento los alumnos completan frases o preguntas con una o dos palabras.

E1F5

El profesor: Enuncia SP2, la cual será resuelta por los estudiantes. Trata de mantener el orden pidiendo a los alumnos que guarden silencio.

Los alumnos: Escriben la situación planteada por el profesor, en este caso algunos piden que el profesor repita lo enunciado ya que no han escuchado.

E1F6

El profesor: Durante este fragmento el profesor funge el papel de guía, revisando a sus estudiantes y contestando las preguntas que se presentan durante el momento que les otorga de autonomía, además en este momento el profesor señala los errores que comete el alumno así como también explica cómo deben de proceder durante la resolución del problema. Por otra parte, el profesor tata de llegar a consensos con sus estudiantes, determinan la base $(9x + 9)$ y la altura $(x + 2)$ de la nueva figura que evoca a **SP2,** análogamente determina en conjunto con los estudiantes que el área de la figura será calculada como $A = (9x + 9)(x + 2)$, de manera general trata de explicar el procedimiento para logar obtener la ecuación cuadrática que modela el problema.

Una vez que algunos alumnos han resuelto la situación propuesta y considerando que la sesión está a punto de finalizar, el profesor escribe en el pizarrón las soluciones de la ecuación cuadrática, sin embargo no proporciona como en **SP1 l**a solución al problema.

Los alumnos: Los alumnos en su mayoría trabajan de manera individual tratando de imitar el procedimiento que anteriormente el profesor ha realizado, en algunos casos los alumnos buscan ayudan de aquellos compañeros que pareciera entienden el procedimiento y el objetivo del ejercicio. Existen otros que se acercan al profesor buscando siempre la aprobación si lo que han realizado es correcto, de no ser así el profesor les señala lo que han realizado de manera errónea buscando que estos corrijan y regresen a revisar. Las siguientes figuras muestran algunas de las maneras en los que los alumnos procedieron.

E1F7:

El profesor: En la última sección de esta unidad de análisis el profesor propone una serie de ejercicios (**SP3**) con el objetivo de que los alumnos realicen está como tarea, con el objetivo de practicar el método de la fórmula general.

Los alumnos: Al final de la sesión los alumnos escriben en su cuaderno la tarea que el profesor ha asignado. Algunos revisan el procedimiento de **SP2**, mientras que otros se retiran del salón.

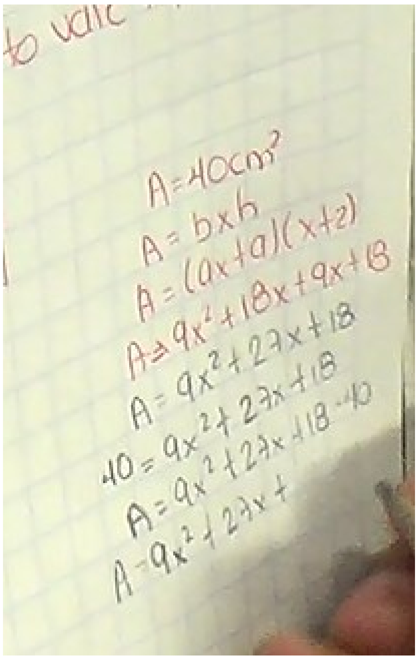


Figura 3.6 Procedimiento realizado por alumno que no comprendía como obtener la ecuación igualada a cero

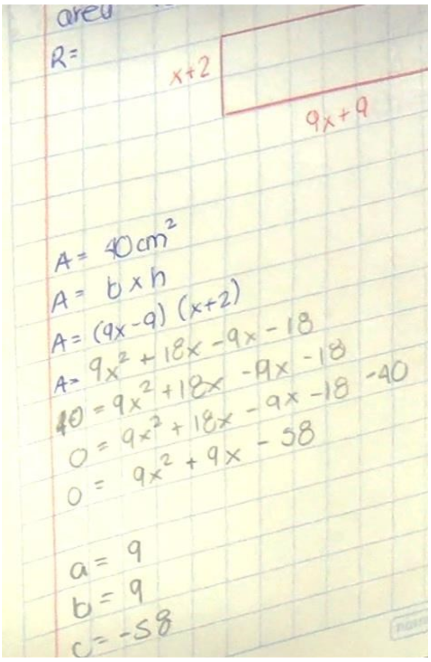


Figura 3.7 Procedimiento realizado por un estudiante que obtiene un modelo erróneo.

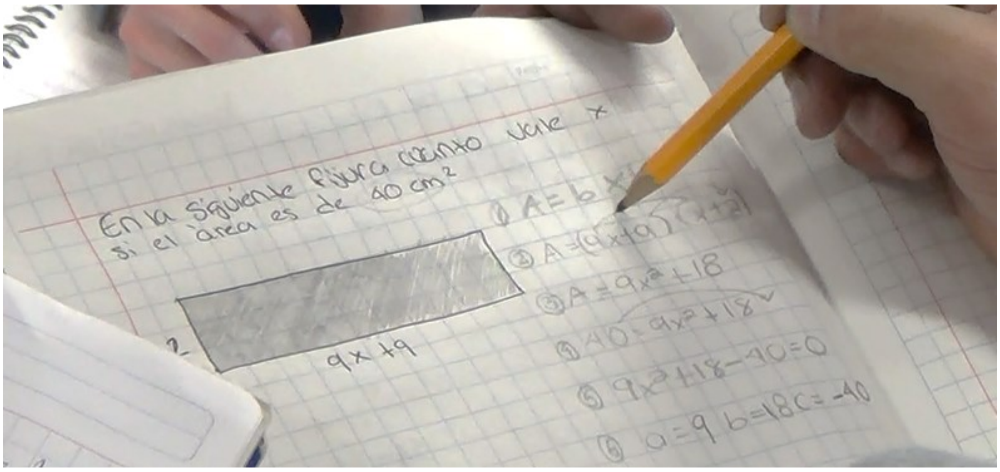


Figura 3.8 Procedimiento realizado por un estudiante que no realiza la multiplicación de binomios correctamente.

3.1.2.2.2 Trayectorias docentes y discentes

Tal como proponen Godino y colaboradores (2004) en esta investigación se utiliza la expresión 'trayectoria docente' para describir la secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso instruccional, la cual irá asociada a la configuración epistémica descrita en 3.1.2.1.3. Estas actividades o acciones del profesor son su respuesta o manera de afrontar las tareas o funciones docentes. Análogamente con relación a la descripción de las trayectorias epistémica y docente se define una trayectoria discente, la cual la consideraremos como "el sistema de funciones/acciones que desempeña un alumno a propósito de una configuración epistémica" (Godino, Contreras & Font, 2004).

Para describir las trayectorias docente y discente, se recurre nuevamente al episodio uno, específicamente a los fragmentos donde se ha implementado la configuración epistémica anterior (**F2, F3, F4, F5, F7**) y además se consideran los fragmentos **F1** y **F6** los cuales permitirán determinar los estados posibles de los implicados. Ver tabla 3.2.

Para dicha descripción se recurre a una serie de funciones o estados potenciales tanto del docente (P1,…, P6) como del discente (A1,…, A9) enunciadas en 2.1 c).

Episodio (E)	Fragmento (F)	Descripción	Estado	
			Docente	**Discente**
1	**1**	El profesor certifica la asistencia de sus estudiantes.	P1	A1 (sólo algunos)
	2	Los objetos se presentan como conceptos que se asumen como conocidos ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, coeficiente, ecuación de segundo grado, etc.), los conceptos emergentes se introducen como conceptos (ecuación cuadrática completa $ax^2 + bx + c = 0$, ecuación cuadrática incompleta, fórmula general como método de solución).	P2 P4 P5	A2 A3 A4 A6 A7
	3	Se enuncia la situación problema, **SP1**, se recurre al uso de un rectángulo que evoca la situación problema, ver figura 3.2.	P3	A7
	4	Se procede a resolver el problema, se enuncias algunas proposiciones y se justifican las acciones realizadas por medio de proposiciones.	P4 P5	A3 A6 A7
	5	Se enuncia una segunda situación problema, **SP2,** se recurre al uso de un rectángulo que evoca la situación problema, ver figura 3.3.	P3	A7
	6	Se evalúa de manera formativa, se utilizan las interacciones docente-alumno, alumno-alumno; se hacen uso de proposiciones que justifican los procedimientos que se realizan.	P2 P4 P5	A2 A3 A4

				A5 A7 A8
	7	Se asigna una tarea en representación algebraica, **SP3**, con el fin de aplicar la fórmula general.	P3	A7 A8

Tabla 3.3 Trayectorias discente y docente

3.1.2.2.3 Otras trayectorias

3.1.2.2.3.1 Trayectoria Mediacional.

Los medios o recursos tecnológicos juegan un papel importante durante el proceso instruccional. La funcionalidad, el objetivo, el tipo de recurso, deben de ser un objeto de observación, puesto que la manera en la que hace uso el profesor de ellas permite enriquecer el CDM. Se determina que una trayectoria mediacional "pretende servir de herramienta para analizar los usos potenciales y efectivamente implementados de los recursos instruccionales y sus consecuencias cognitivas" (Godino, Contreras & Font, 2004).

Particularmente, el docente hace uso de la pizarra, de plumones, uso de calculadoras para la solución de la situación problema y un módulo de aprendizaje de Matemáticas I que provee la institución. Sin embargo, el profesor usa recursos como proyectores y ordenadores durante el proceso instruccional, siempre y cuando el tiempo lo permita.

3.1.2.2.3.2 Trayectoria Cognitiva

Una trayectoria cognitiva hace referencia al proceso de cronogénesis de los sistemas de prácticas personales que realiza el estudiante. Tal y como declaran los autores

> "La cronogénesis de los significados personales es una dimensión del proceso de estudio imposible de caracterizar con una simple grabación audiovisual del desarrollo de la clase, dado que es relativa a cada aprendiz, tiene lugar en la clase y fuera de la clase. Será necesario examinar los "apuntes de clase", cumplimentar cuestionarios y pruebas de evaluación inicial y final, realizar entrevistas, entre otras." (Godino, Contreras & Font, 2004, p.24)

Particularmente en la observación del proceso instruccional, sólo se tienen sospechas de la cronogénesis que se está llevando a cabo (y en algunos estudiantes) por medio de las intervenciones durante el episodio, la cual es limitada a aspectos puntuales.

La interacción profesor-alumno, específicamente durante **F6**, le permite al profesor la posibilidad de conocer de manera parcial la construcción de los conocimientos por parte de sus alumnos, y con base en ella tomar decisiones. Durante la mayor parte de este fragmento el profesor resuelve personalmente la situación, haciendo explícitas las dificultades o errores que el alumno está cometiendo, privándolos de la autonomía e independencia en su resolución.

3.1.2.2.3.3 Trayectoria emocional

Otro elemento más que no debe pasar desapercibido es la actitud de los estudiantes, sus estados emocionales, el interés, el compromiso, la aceptación, la autoestima, entre otros elementos, los cuales se pueden conjugar para formar lo que se define como estados emocionales.

> “El proceso de *devolución* que introduce la Teoría de Situaciones Didácticas responde a la necesidad de que los alumnos asuman como propias las situaciones-problemas que el profesor propone como medio para la construcción del conocimiento matemático” (Godino, et al. 2006, p.24)

La distribución en el tiempo de estos estados, considerando particularmente la devolución, permite formular las trayectorias emocionales.

Durante el proceso algunos alumnos muestran resistencia al desarrollo del tema, argumentando que el tiempo es muy poco para “ver” el tema y que éste sea evaluado. Otros más prestan atención e interés a las explicaciones del profesor; algunos exponen dudas, mientras que otros más presentan argumentos que permiten “suponer” que cuentan con conocimiento del tema. Se observa un ambiente muy variado, indiferencia, respecto, falta de respeto a la autoridad o bien a las reglas que parecen se han establecido para el desarrollo del proceso instruccional.

Debe resaltarse que esta es una apreciación superficial, basada en las apariencias audiovisuales registradas en un período muy corto (cincuenta minutos).

3.1.3 Normas y metanormas

Dado que el proceso instruccional que se ha observado es analizado desde el seno de una institución, este proceso se considera regulado por medio de una serie de reglas, las cuales parten de aspectos generales como son las directrices curriculares hasta los comportamientos de cortesía y respeto mutuo entre profesor y alumnos, los cuales son fijados al inicio del proceso (específicamente al inicio del semestre).

En este entendido se pueden determinar una serie de reglas, normas, convenciones, hábitos, costumbres, tradiciones, que permiten el desarrollo de procesos instruccionales idóneos. Sin embargo, específicamente en la observación del proceso sólo se pueden determinar algunas de las reglas que rigen el proceso, y que se presentan de manera implícita durante éste y solamente en algunas de las facetas del modelo. Tal y como proponen Godino et al (2009), se pueden determinar algunas normas o reglas de tipo disciplinar (teoremas, definiciones, convenciones) o social (leyes, decretos, órdenes, resoluciones, hábitos o costumbres) que se originan dentro del aula de clase.

Se puede observar que el desarrollo del proceso instruccional cumple con los requisitos de los programas de estudio de Matemáticas I con respecto al Bloque IX “Resuelve ecuaciones cuadráticas I”. Si bien los programas sugieren actividades de enseñanza y aprendizaje, el profesor cuenta con la facultad de proponer las situaciones que considere acordes al nivel educativo, lo que lo lleva a fijar los tipos de prácticas operativas y discursivas que se busca desarrollen sus estudiantes (normas epistémicas); éstas dependen del contexto del aula en que se desarrolla el proceso de estudio (medios tecnológicos, conocimientos previos y las motivaciones de los estudiantes) y sobre todo de la formación del profesor; todo esto lo lleva a utilizar los objetos matemáticos como herramientas para dar solución a problemas de aplicación en contextos matemáticos (problemas de área).

Con respecto a las normas de índole social, específicamente como acuerdos entre el profesor y el alumno, se puede determinar cómo convenciones el hecho de guardar silencio cuando el profesor desarrolla el tema, no se puede utilizar celular en el aula de clase, se debe pedir permiso para poder acceder al aula de clase. Por otra parte, es posible determinar algunas de las normas institucionales (que en ocasiones se pueden considerar como invisibles o pasar desapercibidas) por ejemplo, el uso del uniforme en la institución, la prohibición de consumir alimentos en el aula de clase, prohibido fumar, entre otras.

3.1.4 Idoneidad didáctica

La última faceta da una valoración del proceso instruccional, lo que permite obtener la idoneidad del conocimiento presentado por el profesor en la situación en estudio. Para llevar a cabo esta valoración, es necesario conocer el SIR, el cual se ha realizado tras el análisis de los programas de la materia "Matemáticas I" propuesto por la DGB (Anexo 3).

- **Faceta epistémica:**

En esta faceta el profesor A presenta mayor idoneidad con respecto a las otras facetas del modelo, logrando una idoneidad media alta.

Conocimiento común del contenido: El profesor opta por tareas que permiten la modelización y la interpretación de la ecuación cuadrática en contextos intra y extra matemáticos, considerando en menor medida tareas de ejercitación y aplicación de los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas. Todas las tareas seleccionadas y propuestas son acordes de lo que se solicita se promueva en el programa de la materia.

Conocimiento especializado del contenido: El profesor enfatiza en mayor medida la representación algebraica para mostrar procedimientos, argumentos, conceptos, situaciones-problemas y proposiciones. Si bien el profesor demuestra que es capaz de particularizar o generalizar las tareas propuestas, su lenguaje en ocasiones presenta algunas deficiencias al momento de realizar argumentaciones con respecto a solucionar las tareas propuestas.

Por otra parte, el profesor selecciona y reelabora los problemas matemáticos que se consideran acordes al nivel educativo y a las necesidades de sus alumnos. Sin embargo, por cuestiones del tiempo, no presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.

Conocimiento ampliado del contenido: El profesor no hace relaciones del contenido con tareas más avanzadas o bien con otras materias.

- **Faceta cognitiva:**

El profesor declara y se percata a través de preguntas cuáles son los conocimientos previos que deberían de poseer los estudiantes para abordar el tema de ecuación cuadrática. Considera que el tema no debería de representar dificultad puesto que ya ha sido estudiado en el nivel educativo anterior.

Por otra parte, asume que algunos conocimientos fueron adquiridos durante el desarrollo del semestre y que deberían de formar parte de los conocimientos previos de sus estudiantes. Entre los conocimientos previos mencionados están: ecuaciones lineales, factorización, sistemas de ecuaciones, la misma ecuación cuadrática y la fórmula general. Los contenidos propuestos por el profesor se consideran desde la idoneidad didáctica como alcanzables para el estudiante.

Además, es consciente del tipo de dificultades y conflictos que el alumno pueda presentar al momento de resolver los problemas, principalmente la conversión entre el lenguaje verbal y algebraico. La idoneidad en esta faceta es considerada como media.

- **Faceta afectiva:**

Si bien dice considerar problemas que permitan valorar la utilidad de las matemáticas, no logra concretarlo puesto que los problemas no permiten valorar dicha utilidad, ya que estos son propuestos en un contexto intra-matemático, específicamente en un contexto geométrico. Ante las actitudes de indiferencia, desagrado o rechazo a las matemáticas por parte de los estudiantes, el profesor no realiza algún tipo de estrategia que permita cambiar dichas actitudes. La idoneidad en esta faceta es considerada como baja.

- **Faceta interaccional:**

El profesor propone tiempo de autonomía para sus estudiantes, al que considera como trabajo individual. Además la observación sistemática es utilizada por él para evaluar el progreso cognitivo de los estudiantes sobre los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas de tal manera que los resultados obtenidos los usa para tomar decisiones con respecto a tiempos de asesoría.

El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema), además reconoce y resuelve algunos conflictos de los alumnos, no obstante hay algunas preguntas que estos hacen y que quedan sin respuesta. La idoneidad en esta faceta es considerada como media-baja.

- **Faceta mediacional:**

Los recursos tecnológicos que utiliza el profesor son: pizarrón, módulos de aprendizaje de Matemáticas I y plumones. En este caso los recursos tecnológicos digitales (internet, software, calculadoras, etc.) fungen como elementos para agilizar los procesos instruccionales, en otras palabras, no tienen algún fin didáctico. El tiempo asignado (presencial y no presencial) no es suficiente para la enseñanza pretendida, además el número y la distribución de los alumnos no le permite al profesor llevar a cabo la enseñanza pretendida, principalmente la evaluación por competencias. La idoneidad en esta faceta es considerada como media-baja.

- **Faceta ecológica:**

Dado que esta faceta guarda una estrecha relación con la faceta epistémica, en esta faceta la valoración es considerada como media. El profesor identifica los elementos del currículo y esto se hace evidente en sus prácticas tanto discursiva como operativa, este hecho permite determinar que los contenidos promovidos por el parte del profesor, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.

La figura 3.9 permite observar la gráfica de la idoneidad didáctica obtenida del profesor.

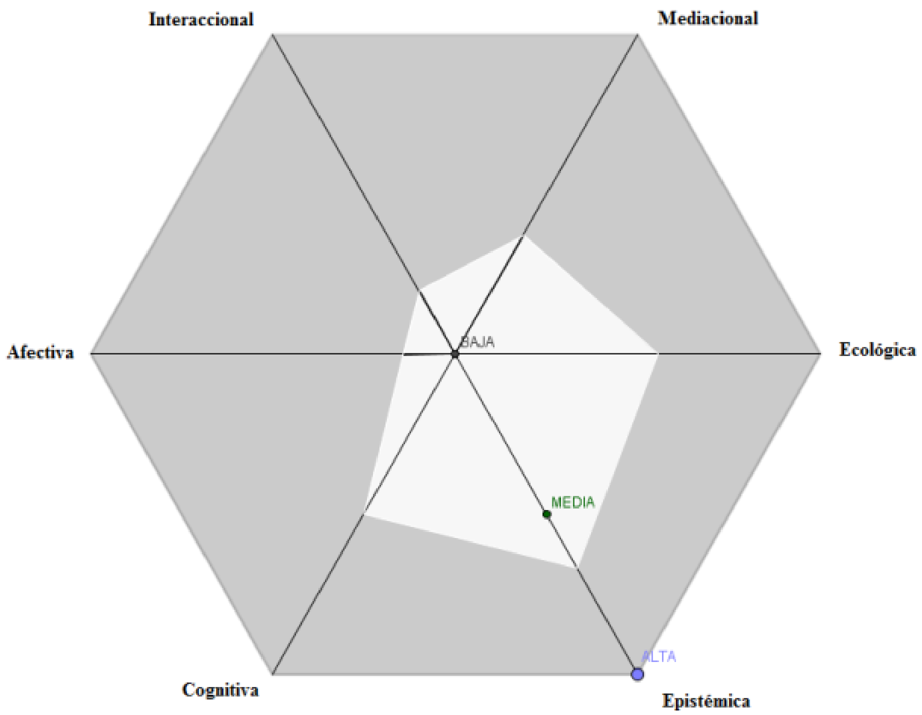


Figura 3.9 Idoneidad didáctica. Profesor A

3.2 El CDM evidenciado por el profesor B

Análogamente al profesor A, la entrevista al profesor B fue llevada a cabo en un tiempo no mayor a treinta minutos. En ella se le cuestionó acerca de la naturaleza de los problemas de los que hace uso en el proceso instruccional; el tipo de recursos mediacionales en los que se apoya; las actitudes que identifica en sus estudiantes; el tiempo que proporciona al desarrollo del tema; los contenidos matemáticos que intervienen en el proceso; la metodología que emplea para el desarrollo del tema; el tipo de evaluación a la que recurre; así como en sus creencias acerca de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje.

Por otra parte, la observación del proceso instruccional ha permitido obtener información relevante acerca de su CDM. El estudio de la ecuación cuadrática se desarrolló en dos sesiones de clase, con duración de cincuenta minutos cada una. Para el análisis de la práctica operativa del profesor se contó además con las videograbaciones del proceso instruccional.

3.2.1 Prácticas didácticas y matemáticas

- **Faceta epistémica**

<u>Conocimiento común (CC):</u>

Las tareas propuestas por el profesor se basan en:

- Ejercicios con las herramientas que promueve en el estudio de tema así como problemas de aplicación (sólo si el tiempo se lo permite), en este caso los ejercicios que propone busca que al alumno le permitan comentar o preguntar las cuestiones ligadas al tema (5P).
- Problemas que se plantean a través de una ecuación cuadrática (10P).
- Tareas de conversión, donde de un lenguaje algebraico o de una expresión algebraica el alumno realice una conversión al lenguaje verbal (14P).
- Identifica la forma general de una ecuación cuadrática.
- Determinar las soluciones de la ecuación cuadrática por medio de su discriminante (emergente).
- Identifica una ecuación cuadrática de forma completa e incompleta.
- Determinar las soluciones de una ecuación cuadrática (por medio de factorización, despeje de la variable, fórmula general).
- **SP1**: Analizando el discriminante de la ecuación, determine el tipo de solución de cada una de las siguientes ecuaciones:

  1) $x^2 - x - 56 = 0$

2) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

3) $x^2 + 4x + 5 = 0$

- **SP2**: Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas con una incógnita.

1) $x^2 - 16 = 0$

2) $4x^2 + 36 = 0$

3) $24x^2 + 16x = 0$

4) $\frac{9}{28}x - \frac{15}{16}x^2 = 0$

5) $x^2 - 2x - 63 = 0$

6) $6x^2 + x - 15 = 0$

7) $x^2 + 2x - 7 = 0$

<u>Conocimiento Especializado (CE):</u>

Con respecto al CE evidenciado por el profesor, se han logrado identificar los siguientes objetos matemáticos:

6) Situaciones-Problemas (**SP**):

Con respecto a las SP, el profesor elige y valora los problemas propuestos en el módulo de aprendizaje así como la bibliografía propuesta al nivel educativo (14P).

El profesor a partir de las tareas que propone (ejemplos concretos) logra generalizar algunos conceptos: ecuación cuadrática completa, ecuación cuadrática incompleta, entre otras.

Si bien el profesor presenta ejemplos de ejercitación, aplicación del método o métodos, no presenta problemas de contextualización.

Las **SP1** que presenta el profesor, problematizan a los estudiantes principalmente cuando se pide determinar el tipo de soluciones que tiene una ecuación cuadrática. En todo momento busca que los alumnos tengan claro lo que se busca con ellas.

7) Lenguajes:

Se centra en mayor medida en la promoción del lenguaje algebraico, no obstante recurre al lenguaje gráfico, presentando la gráfica de la ecuación. Hace uso del lenguaje verbal principalmente para presentar proposiciones, argumentos, procedimientos, entre otros.

Busca hacer uso de diversos lenguajes (algebraico, gráfico, verbal), sin embargo no logra concretar las conversiones entre ellos.

La tarea propuesta permite la interpretación, así como la expresión de modelos verbales (14P) Principalmente en **SP1** donde busca que el alumno determine los tipos de solución de las ecuaciones cuadráticas.

Los lenguajes de los que hace uso son adecuados al nivel educativo, además las SP son consideradas como situaciones que permiten expresión matemática sin embargo no hay situaciones de interpretación.

8) Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos):

Las tareas propuestas permiten generar procedimientos, especialmente en la expresión de modelos verbales con base en modelos algebraicos (14P).

El profesor identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones. Hace uso de conceptos o definiciones que forman parte del conocimiento de sus estudiantes, y los cuales han sido estudiados con anterioridad. Por ejemplo, la factorización de las ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$, específicamente la ecuación $x^2 - 2x - 63 = 0$, a la que considera como el trinomio $x^2 - 2x - 63$ y el cual puede ser factorizado como $(x - 9)(x + 9)$ (producto de binomios conjugados).

Las definiciones y procedimientos que utiliza el profesor en su mayoría son claros aunque en algunos momentos los argumentos llegan a ser confusos, no obstante todos están adaptados al nivel educativo. Por otra parte, el profesor presenta enunciados y procedimientos fundamentales en el desarrollo del tema, sin embargo por cuestiones del tema, algunos elementos como completar el trinomio cuadrado perfecto, o la aplicación en situaciones reales no se logra presentar durante el proceso instruccional aunque forma parte de su práctica discursiva.

Con respecto a la generación o negociación de procedimientos con base en las situaciones problemas, éstos se pueden negociar ya que el profesor permite que el alumno sea el que decida cuál es el procedimiento que le permita dar solución a **SP2**.

Por otra parte, las definiciones y proposiciones no se generan ni negocian con respecto a la SP que propone, pues se consideran ya establecidos.

9) Argumentos:

Si bien en algunos argumentos que utiliza el profesor existen deficiencias, por ejemplo cuando se refiere a la manera de resolver las ecuaciones cuadráticas incompletas de la forma $Ax^2 + C = 0$, diciendo que “Si sólo aparece el término cuadrático simple y sencillamente podemos despejar la variable de esta forma (refiriéndose al procedimiento realizado en el pizarrón)”, omitiendo que deberá de aparecer el término constante para que este se pueda resolver de la manera que ha propuesto. Por otra parte las explicaciones, comprobaciones y demostraciones que utiliza el profesor son adecuadas al nivel educativo.

10) Relaciones:

Con respecto a las diversas relaciones, el profesor logra relacionar principalmente definiciones, proposiciones y procedimientos con el desarrollo del tema. Por ejemplo, el profesor conecta el grado de la expresión con el exponente de la ecuación, en este caso dado que el exponente de la ecuación es dos entonces la ecuación dice es una ecuación de segundo grado.

Además logra relacionar los diversos significados de los objetos que ha puesto en juego en su proceso instruccional. Conecta el tipo de soluciones que tiene la ecuación con la gráfica de la función, para lograrlo considera $Ax^2 + Bx + C = Y$, asignando valores a la "y" para cada "x" que elijan, resaltando que cuando $y = 0$ entonces los valores para x que hacen esto posible se definen como las soluciones de la ecuación cuadrática de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$.

Por otra parte asocia la manera en que se solucionan las ecuaciones de segundo grado con algunos métodos que ya han sido estudiado antes, por ejemplo por medio de la factorización, despeje de variable y como producto de binomios.

<u>Conocimiento ampliado (CA):</u>

El profesor identifica y hace evidentes a sus alumnos posibles generalizaciones de la tarea y conecta con otros temas más avanzados, una de ellas el estudio de las ecuaciones polinomiales como una generalización de las diversas expresiones algebraicas propuestas en el programa (10P) (ecuaciones lineales, sistemas de dos por dos, tres por tres, entre otros). Otro más es el estudio de la representación gráfica, pero por el tiempo dice restringirse sólo al estudio de la ecuación cuadrática (representación algebraica, métodos de resolución principalmente) puesto que el estudio de la gráfica será abordado con más calma en asignaturas posteriores, principalmente en Matemáticas III y Matemáticas IV.

- **Faceta cognitiva**

Con respecto a los conocimientos previos del estudiante, el profesor considera a la factorización, las ecuaciones lineales con una incógnita, sin embargo considera que el estudio del tema puede ser desarrollado sin el conocimiento de ecuaciones lineales pero que en este caso al alumno se le pudiese dificultar un poco más el desarrollo de este tema (1P).

Durante el proceso instruccional, es claro que el profesor se percata de si dentro del significado de sus alumnos se encuentran los objetos matemáticos que han de ser necesarios; esto lo realiza a través de preguntas que le permitan obtener información acerca de los conocimientos que sus alumnos han adquirido, puesto que asegura que algunos de los temas que se han trabajado durante el semestre han sido estudiados en el nivel básico. A pesar de eso, determina "comenzar de cero" partiendo del supuesto que ninguno de sus alumnos conocen el tema (2P).

Desde su discurso pareciera que los contenidos tienen una dificultad manejable, y esto se confirma durante el proceso instruccional, puesto que se determina con ayuda del SIR que efectivamente estos contenidos corresponden con los que se proponen promover en este nivel educativo.

Si bien los contenidos son alcanzables, el profesor identifica algunas de las dificultades presentadas por los alumnos en este tipo de tareas. Un de ellas corresponde a no saber escuchar las preguntas o a no leer las instrucciones de las tareas que se les proponen, lo que provoca que contesten impulsivamente, es decir proponiendo en ocasiones respuestas erróneas o que no guardan relación con el tema.

En **SP1** y **SP2** el profesor identifica algunos conflictos en el aprendizaje, así como errores que comúnmente los alumnos cometen al resolver.

En **SP1** uno de los principales conflictos que existen, (ya mencionado), es que los alumnos no saben leer las instrucciones de los problemas, lo que conlleva a no efectuar de manera satisfactoria la tarea. Otra dificultad más aparece cuando se busca calcular el discriminante de la ecuación y el alumno debe de percatarse en primer lugar que la ecuación esté igualada a cero. Para ejemplificar este caso el profesor retoma la ecuación $x^2 - x - 56 = 0$, reescribiéndola como $x^2 = x + 56$ y tras una serie de operaciones iguala la ecuación a cero (pasar x y el 56 con los signos contrarios al lado derecho). Por otra parte, un error que busca erradicar en sus alumnos es aquel que tiene que ver con la identificación de los coeficientes de la ecuación, recordando que éstos no dependen del orden sino de "a quien acompaña" es decir, el coeficiente A siempre acompaña a la variable x^2, el B es el coeficiente de la variable lineal y C es el término constante.

En **SP2** considera nuevamente que la ecuación cuadrática deberá estar igualada a cero, y en caso de no estarlo, el alumno deberá hacer el proceso necesario para igualarla a cero, esto en caso de utilizar la fórmula general. Además, tras la pregunta de una de sus alumnas en como sustituir, es decir comprobar las soluciones cuando éstas son imaginarias, el profesor explica cómo se deberá proceder, especialmente que el alumno deberá de tener claro que $i^2 = -1$, lo cual le permitirá comprobar si su solución es correcta o no.

El profesor incluye actividades de ampliación y de refuerzo, consistentes en series de ejercicios obligatorios para los estudiantes.

Con respecto al logro de todos los estudiantes, el profesor busca apoyar a todos y cada uno de ellos. En particular, el profesor en el aula de clases atiende a un alumno con debilidad auditiva. En este caso por momentos dedica un poco más de tiempo en atender sus dificultades. Por ejemplo al realizar SP1, el alumno expresa sus dudas con respecto al procedimiento realizado cuando se toma a la ecuación $x^2 - x - 56 = 0$, y se le reescribe como $x^2 = x + 56$; en ese caso el profesor explica que la ecuación deberá estar igualada a cero, además considera un ejemplo más $x^2 - 50 = x + 6$ para explicar al alumno que la ecuación podría estar representada en diferentes formas pero que la finalidad es expresarla como una ecuación igualada a cero pero poder calcular el discriminante y así concluir el tipo de soluciones que pueda tener la ecuación. Con ayuda del alumno, aunque presentando algunas dificultades para comunicarse con él, logran igualar la ecuación a cero y determinar el tipo de soluciones que tiene.

Finalmente con relación al aprendizaje de sus alumnos la información que brinda con respecto a la evaluación, nos permite observar que las evaluaciones presentadas consideran principalmente el desarrollo de procedimientos (17P), así como que los resultados derivados de la evaluación le permiten tomar decisiones con respecto a sus estudiantes, difundiéndolos por medio de las plataformas de la institución (17P).

- **Faceta afectiva**

Las situaciones que propone el profesor, por estar dentro de un contexto intra-matemático no permiten valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional. Con respecto a si las tareas tienen interés o no para los alumnos, no podemos asegurar que no tengan interés, puesto que los alumnos no muestran o expresan inconformidad con ellas, en un momento un estudiante sólo dice que por qué estudiar ecuaciones de segundo grado si ellos están en primero.

El profesor promueve la participación en las actividades, a través de las que él considera preguntas dirigidas, por ejemplo

"Si agarro dos números y los multiplico ¿qué tengo como resultado?"

Con este tipo de preguntas el profesor favorece la argumentación, en lo que se considera situaciones de igualdad, puesto que los alumnos "conocen" o tienen nociones de lo que les habla; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice. Además menciona que uno de los objetivos del trabajo en grupo es que los alumnos argumenten, expresen sus dudas para de manera general abordarlas y tratar de resolverlas (6P).

Si bien durante la práctica operativa no se hace evidente cómo el profesor promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas, dice que busca hablar con los estudiantes tratando de hacerles ver que son capaces de trabajar con las matemáticas. Una vez que han accedido les propone estrategias que buscan desarrollar un conocimiento en ellos, la cual además puede considerarse como una estrategia que permite al estudiante involucrarse con el desarrollo del tema (15P, 16P).

Lo anterior permite describir algunas estrategias que dice implementar para promover que los alumnos se involucren en la solución de estas tareas (o el estudio del tema). En primer lugar, comenta que el tema ha sido abordado con anterioridad, entonces los alumnos que muestran interés o conocen el tema permiten desarrollar la dinámica de clase, en este caso trata de resolver las dudas expuestas por los alumnos, así como reafirmar los argumentos que tienen acerca del tema (2P). Otra de las estrategias radica básicamente en plantear preguntas “dirigidas” para promover la participación de sus estudiantes (13P).

- **Faceta interaccional**

Con respecto a esta faceta, el profesor hace una presentación adecuada del tema, habla claro y presenta el tema de manera organizada, no habla demasiado rápido aunque en algunos momentos existen imprecisiones en algunos de sus argumentos, sin embargo enfatiza los conceptos clave del tema, principalmente el uso del discriminante para determinar las soluciones de la ecuación así como los diversos métodos para solucionar una ecuación cuadrática.

Una de las características del profesor es que reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos, tratando de atender a todos y cada uno de ellos; buscando de la manera más amable que logren aclarar sus dudas o bien que tengan una idea más clara de las tareas que se proponen.

El profesor usa diversos recursos retóricos (propiedades, lenguaje algebraico) así como diversos argumentos para captar la atención de los alumnos y sobre todo para implicarlos en la solución de los problemas. Considera que estos recursos forman parte del conocimiento de los estudiantes, puesto que ya han sido abordados durante el semestre, lo cual le permite la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.

No queda claro si el profesor favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes, o si promueve que éstos interactúan para contrastar sus afirmaciones buscando que ellos traten de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos, puesto que el tiempo básicamente está dedicado a él exponiendo la clase. Por otra parte favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión, considerando que todos tienen las mismas oportunidades de aprender. Considerando principalmente aquellos que tienen habilidades o capacidades especiales.

Cuando el tiempo le permite, busca el trabajo en equipo de sus estudiantes (7P). Por otra parte el profesor propone tareas que le permiten la autonomía, investigaciones, considerar ejemplos y contraejemplos para el planteamiento de situaciones que le brinden la oportunidad de modelar ecuaciones cuadráticas (14P), con ello concede momentos de autonomía al alumno. El rol del profesor se traduce en ser el expositor del tema así como el resolutor de los problemas o ejercicios que plantea, mientras que el rol de los estudiantes se reduce a ser observadores y en algunos momentos forman parte en la solución del problema, sin embargo sólo algunos estudiantes responden a las interrogantes que plantea el profesor.

Con respecto a las interacciones.

- *Interacción profesor-alumno:*

Durante el desarrollo de la práctica operativa el profesor (tal y como lo relata en la entrevista) juega el papel de expositor y resolutor, la mayor parte del tiempo hace uso de preguntas "dirigidas" con las que busca promover la participación de sus estudiantes.

Declara el objetivo de la exposición ante la clase dice ser que el alumno

> *"...que ellos tengan el conocimiento precisamente en relaciones a los diferentes tipos de ecuaciones que puedan manejar, en el caso de la ecuación cuadrática sabemos que hay muchos problemas que se pueden topar o que se pueden plantear a través de una ecuación, que probablemente ellos lo vayan a ver en su momento o se lleguen a enfrentar y que al menos decir yo "ellos estuvieron tocando el tema lo vieron, sí, a lo mejor en cuestión del planteamiento ese que lleguen a ver decir ah órale ya puedo utilizar esto, entonces el objetivo es que tengan precisamente al menos el contacto con, no voy a decir el conocimiento pleno verdad de lo que son las ecuaciones cuadráticas pero a lo menos el contacto de haber trabajado con ese tipo..."*

Los estudiantes la mayor parte del tiempo están atentos y en silencio. Expresan sus dudas y el profesor las resuelve, o bien busca resolverlas de la mejor manera.

- *Interacción alumno-alumno:*

En las prácticas realizadas por el profesor se nota ausente este tipo de interacciones, en este caso limita la interacción entre alumno – alumno ya que dice que el tiempo no le permite promover este tipo de trabajo, al cual considera como trabajo en equipo.

Además considera que existen muchos distractores (especialmente en las fechas donde se llevó a cabo la investigación) actividades que el colegio tiene, que al alumno lo distraen.

La observación sistemática en este caso, consiste en la ejercitación por medio de tareas, como ejercicios del módulo o bien listas o series de ejercicios (17P) las cuales se consideran obligatorias y son parte de su evaluación.

- **Faceta mediacional**

Los recursos de los que hace uso son pizarrón, marcadores, módulo de aprendizaje, bibliografía sugerida en el programa de la materia, calculadora, entre otros. Por cuestiones de tiempo omite el uso de recursos tecnológicos digitales, sin embargo hace mención que si el tiempo le permite hace uso de una sesión de clase para presentar software apropiados para el estudio del tema (14P).

El profesor recurre constantemente al uso de la calculadora para calcular por ejemplo discriminantes o el resultado de las soluciones de las ecuaciones, cabe mencionar que el profesor explica a sus alumnos cómo deben ser introducidas las operaciones en ella para que obtengan los resultados correctos. En algunos casos, los alumnos no logran entender las operaciones directamente y el profesor procede a escribirlas en el pizarrón para que sean introducidas en la calculadora.

Con respecto al número y la distribución en el aula de clases, pareciera no afectar pues tanto la distribución como el número de alumnos le permiten al profesor desarrollar sin inconvenientes el tema. Por otra parte, dice que en ocasiones las condiciones del aula no permiten hacer uso de ciertos recursos tecnológicos, específicamente los de carácter digital (14P)

Con relación al tiempo dice que en particular este semestre, le asigna dos días (cien minutos). Comenta además que hay ocasiones que el tiempo es insuficiente por lo que el tema no puede ser desarrollado, por tal motivo en ocasiones trata de mencionar este tema durante el segundo semestre. Considera además que el desarrollo no sólo de este tema, sino de todos los propuestos en las materia dependen mucho del grupo; en este caso, asegura que el grupo estuvo respondiendo de manera positiva por lo cual pudo asignar tiempo al estudio de las ecuaciones cuadráticas, sin embargo sólo pudo presentar lo que desde su perspectiva considera básico.

- **Faceta ecológica**

En sus prácticas el profesor visiblemente identifica los elementos del currículo, los cuales son abordados mediante la realización de la tarea(s) propuesta, lo cual guarda una estrecha relación con el SIR, sin embargo por cuestiones de tiempo las situaciones presentadas no se consideran representativas. El profesor por otra parte dice hacer la integración de nuevas tecnologías, especialmente calculadoras, sin embargo el uso de software no se concreta puesto que las condiciones de algunas aulas no son las óptimas.

El profesor explica algunas de las conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio; por ejemplo considera que el estudio de las ecuaciones lineales y los sistemas de ecuaciones le permiten realizar de manera más amena el desarrollo del tema de ecuaciones cuadráticas (3P). Además que el estudio de las expresiones algebraicas estudiadas en el programa de Matemáticas I le permitan llegar a una generalización, o sea se concreten en el estudio de las ecuaciones polinomiales.

Durante el desarrollo del tema, el profesor hace varias conexiones y analogías con diversos temas estudiados con anterioridad: factorización de trinomios, factorización por factor comun, resolución de sistemas 2×2, 3×3, ecuaciones lineales, propiedades de los radicales, despeje de variables, entre otras. Si bien el profesor no explica de manera concreta las conexiones que se pueden establecer con otras materias del programa de estudio el menciona que:

> *"es una materia que es importante que se debe de impartir, independientemente de los conocimientos que tú puedas darle. Siento que es una materia que al muchacho le ayuda al razonamiento, le ayuda a la reflexión y obviamente le ayuda a los conocimientos para poder atender otras materias. Que quizás siento yo que ayuda que se te facilite en las otras materias, manejándolo quizá de esa forma"*

El profesor considera que un elemento primordial en el desarrollo del tema, es el grupo en general, puesto que si responden de manera favorable al estudio de temas pasados, son ellos los que permiten desarrollar el tema de ecuaciones cuadráticas, por ejemplo en este caso en dos días (4P). Por otra parte, un factor que influye en el proceso instruccional son las actividades que el Colegio propone o desarrolla para sus estudiantes ya que son algunos factores que distraen al alumno de las actividades de clase (8P). También advierte que un factor que considera tiene un gran impacto en el estudiante es la evaluación, ya que esta puede afectar tanto la faceta afectiva como cognitiva del estudiante (17P).

Por otra parte asegura que la falta de recursos por parte de la institución no le permite el desarrollo adecuado de los temas para los estudiantes que presentan alguna capacidad especial (16P).

3.2.2 Configuración de objetos y procesos

3.2.2.1 Configuración de objetos y procesos matemáticos

Como un resultado obtenido tras el análisis de las prácticas realizadas por el profesor se ha logrado identificar algunos de los objetos que intervienen y emergen en sus prácticas, lo cual a su vez permite determinar el significado implementado por éste. Además, la identificación de estos objetos concede la posibilidad de establecer las relaciones entre los objetos matemáticos, es decir, la configuración epistémica.

Por otra parte, con el análisis se estará en posibilidad de contestar las siguientes preguntas ¿Qué procesos son activados en las prácticas matemáticas realizadas por el profesor? ¿Qué conflictos pueden tener los educandos para la realizar las tareas propuestas por el profesor? ¿Cuál es la trayectoria epistémica a la que recurre el profesor durante el desarrollo del tema?

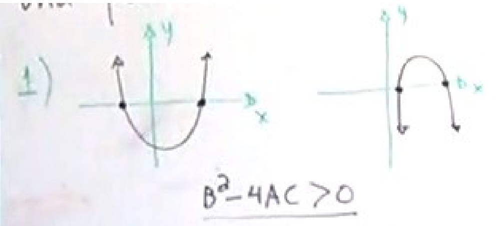
3.2.2.1.1 Emergencia de los objetos matemáticos

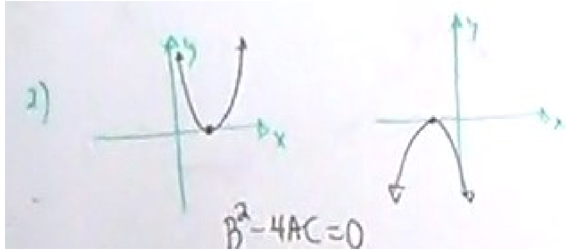
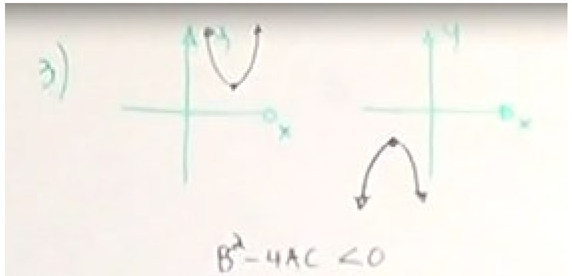
El EOS, considera a los objetos matemáticos como emergentes en un sistema de prácticas, la cual puede ser muy compleja. Por ello Godino et al (2009) proponen "dos niveles de objetos que emergen de la actividad matemática"(p.6). En el primer nivel se consideran todas aquellas entidades que se pueden observar en un texto matemático, en este caso en el proceso instruccional (problemas, definiciones, proposiciones, etc.). En un segundo nivel se consideran una serie de objetos que emergen de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. sobre los objetos del nivel anterior.

Con el afán de realizar un análisis, lo más fino posible, en este apartado se presenta la tipología de objetos matemáticas que intervienen y emergen del sistema de prácticas que realiza el profesor.

3.2.2.1.2 Identificación de objetos matemáticos intervinientes y emergentes en el sistema de prácticas del profesor B

Objetos primarios	Objetos intervinientes	Objetos emergentes
Situaciones-problemas	Analizando el discriminante de la ecuación, determine el tipo de solución de cada una de las siguientes ecuaciones: 1) $x^2 - x - 56 = 0$ 2) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ 3) $x^2 + 4x + 5 = 0$	
Lenguajes	- Verbal, se expresan las instrucciones de las situaciones-problemas, conceptos y proposiciones, argumentos, procedimientos, soluciones de las situaciones problema. - Algebraico, modelos de la situación-problema; se representa en su forma general o canónica la situación problema. - Numérico, cálculo del discriminante	Gráfico: Se representa la ecuación cuadrática igualada a "y" (parábola)
Conceptos/definiciones	- $Ax^2 + Bx + C = 0$ - Ecuación lineal (una, dos, tres incógnitas)	- Al valor numérico $B^2 - 4AC$ se le llama discriminante de la ecuación.

	- Sistema de ecuaciones lineales (dos por dos) - Incógnita - Coeficiente - Solución - Gráfica - Recta - Punto - Fórmula general, método para resolver ecuaciones de segundo grado.	Tipos de solución de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita. - Si $B^2 - 4AC > 0$ (Positivo) La ecuación tiene dos soluciones reales diferentes. - Si $B^2 - 4AC = 0$ La ecuación tiene dos soluciones reales iguales (una solución) - Si $B^2 - 4AC < 0$ (Negativo) La ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes. - Parábola, representación gráfica de la ecuación igualada a "y".  -

		  Coeficientes de la ecuación - Se le llama A al coeficiente que acompaña a la variable x al cuadrado, B es el coeficiente de la variable lineal y C es el término constante.
Procedimientos	- Para dibujar/formar una recta, se consideraban dos puntos y después se unían (cada ecuación de los sistemas dos por dos se representa por medio de una línea recta).	

	- Si la ecuación 1) se las dan como $x^2 = x + 56$, entonces se debe igualar a cero, x se pasaría restando (lado izquierdo) el 56 también se pasaría restando. - Determinar los valores de los coeficientes de la ecuación cuadrática y sustituirlos en el discriminante.	
Proposiciones	- El mayor exponente es el que determina el grado de la expresión.	
Argumentos	- “En la ecuación $Ax^2 + Bx + C = 0$ aparece una incognita x y podemos observar que es de segundo grado analizando ¿se acuerdan cuando determinábamos el grado de la expresión?, ¿Por qué podemos decir que es de segundo grado? –por el exponente (alumnos)– como aparece una sola incógnita el mayor exponente es el que determina el grado de la expresión, podemos observar que el exponente mayor es dos decimos que es de grado dos” - Haciendo un análisis de la ecuación, similar a lo que trabajamos con los sistemas de dos por dos, nosotros podemos determinar qué tipo de solución tiene la ecuación. En el caso de los sistemas de dos por dos un análisis de los coeficientes de las ecuaciones permitía determinar que el sistema era consistente, inconsistente o dependiente y dependiendo de qué tipo	- Si la ecuación cuadrática la igualamos a “y”, es decir $A^2x + Bx + C = y$, la representación gráfica será una parábola. - Los valores que están representados en el discriminante son, o están representados por los coeficientes de la ecuación. - A la operación $B^2 - 4AC$ le llamaremos discriminante y dependiendo del resultado nosotros vamos a poder clasificar el tipo de solución de la ecuación. - Si estoy considerando la ecuación igualada a “cero” estoy hablando de una sola incógnita. Pero si en lugar de igualarla a “cero” la igualamos a “y” entonces ya puedo considerar dos incógnitas y para cada valor de

	de sistema determinábamos que tipo de solución tenía: ¿Qué podía ser de qué forma? – única, múltiple y nula (alumnos) – - A, B y C son números. Entonces, si agarro un número y lo elevo al cuadrado ¿Qué obtengo como resultado? – un número (alumna) – y si agarro dos números y los multiplico ¿Qué obtengo como resultado? – un número – y si lo multiplico por cuatro, es otro número y si resto dos números sigue siendo un número. - Si se desea calcular el discriminante, es importante que la ecuación esté igualada a cero. - Si la ecuación 1) se las dan como $x^2 = x + 56$, entonces se debe igualar a cero, x se pasaría restando (lado izquierdo) el 56 también se pasaría restando. - Me pueden dar la ecuación igualada a cero pero desordenada, $9 + 4x^2 + 12x = 0$, no es el primero segundo o tercero, A, B y C; independientemente de como la den A acompaña a la "x" cuadrada, $A = 4$, $B = 12$ y $C = 9$. - (Alumno) ¿El primer término siempre debe ser entre paréntesis? – Sí, si quieres ponerle 4×4×9, pero el problema es que si lo pones de esta manera se puede	"x" ya van a obtener un valor de "y". - Si nosotros graficamos todas las parejas que se pudieran formar dándole valores a la "x" y considerando el valor respectivo a la "y" también se formaría una gráfica como sucede con las ecuaciones lineales con dos incógnitas que se representa con una recta. - Puedo tener parábolas que cortan al eje de las x en dos puntos, la abertura de la parábola pueden estar las ramas abiertas hacia arriba, abiertas hacia abajo, pero lo que interesa es que las parábolas van a estar cortando al eje "x" en dos puntos, esos puntos donde corta la parábola al eje representan las soluciones de la ecuación. - Si analizamos el discriminante si este es cero, hablamos de una solución, esto significa que la parábola va a tocar al eje "x" en un sólo punto, que será la solución de la ecuación. - Las parábolas que no tocan el eje de las "x" se dan cuando el discriminante es negativo, menor que cero.

	confundir con la incógnita “x”. Por eso la importancia de los paréntesis. $B^2 - 4AC = (12)^2 - 4(4)(9) = 0$. (Profesor) - El discriminante no cambia, sólo sustituyes los valores de A, B, C.	

Tabla 3.4 Objetos matemáticos intervinientes y emergentes en el sistema de prácticas del profesor B. Episodio uno

<table>
<tr><th>Objetos primarios</th><th>Objetos intervinientes</th><th>Objetos emergentes</th></tr>
<tr><td>Situaciones-problemas</td><td>SP2: Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas con una incógnita.
8) $x^2 - 16 = 0$
9) $4x^2 + 36 = 0$
10) $24x^2 + 16x = 0$
11) $\frac{9}{28}x - \frac{15}{16}x^2 = 0$
12) $x^2 - 2x - 63 = 0$
13) $6x^2 + x - 15 = 0$
14) $x^2 + 2x - 7 = 0$</td><td></td></tr>
<tr><td>Lenguajes</td><td>- Verbal: instrucciones, argumentos, proposiciones.
- Algebraico: Representación analítica de las situaciones problema; procedimientos, argumentos, proposiciones.
- Numérico: simplificación de la fórmula general,</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>simplificación de una raíz negativa.</td><td></td></tr>
<tr><td>Conceptos/definiciones</td><td>- Discriminante, permite obtener el tipo de solución que podría tener una ecuación cuadrática.
- Ecuación lineal.
- Sistemas de dos por dos.
- Sistemas tres por tres.
- Factorizar.
- Despejar (x, y o z)
- Forma general de una ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$.
- Fórmula general para la solución de una ecuación cuadrática de segundo grado con una incógnita.</td><td>- Una ecuación cuadrática incompleta es aquella a la que le falta un término, la parte lineal ($x^2 - 16 = 0$, $4x^2 + 36 = 0$) o bien el término constante ($24x^2 + 16x = 0, \frac{9}{28}x - \frac{15}{16}x^2 = 0$).
- Una ecuación cuadrática completa es aquella que tiene todos sus términos, cuadrático, lineal y constante.
- La unidad en los números imaginarios se representa por $\sqrt{-1} = i$.</td></tr>
<tr><td>Procedimientos</td><td>Algebraico:
- Resolver la ecuación cuadrática, despejando la variable "x".
- Factorizar una ecuación por medio de factor común.
- Factorizar un trinomio como producto de binomios.</td><td></td></tr>
</table>

	Numérico: - Obtener máximo común divisor de dos números reales. - Reducir la fórmula general. - Comprobar la solución de la situación- problema.	
Proposiciones	- Si el discriminante es positivo, la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes. - Si el discriminante es negativo, la ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes. - Si el discriminante es cero, la ecuación tiene una solución real. - $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ (propiedades de los radicales). - Propiedad del factor nulo: Si un producto es cero, entonces al menos uno de los factores es cero, es decir, si $a \cdot b$=0 entonces a=0 o b=0.	- Un número negativo no tiene raíz cuadrada. - En la ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx = 0$, una de las soluciones siempre será “0”.
Argumentos	- Para resolver las ecuaciones cuadráticas con una incógnita de forma analítica es necesario despejar la incógnita. - Si ustedes quieres resolver una ecuación cuadrática, hay que despejar la variable, para despejar la variable	- Parte de los números imaginarios podríamos verlos como las raíces cuadradas de números negativos. - Es una raíz en el conjunto de los números imaginarios cuando se tiene la raíz cuadrada de un número negativo, entonces le saco raíz cuadrada al número y

	podemos manejar diferentes formas, esto será cuestión de la forma de la ecuación. - Cuando vamos a sacar la raíz cuadrada no olvidemos considerar los dos signos. - ¿Cuál es el número que al elevarlo al cuadrado te da dieciséis? Uno piensa inmediatamente ¿en cuál? – cuatro – el cuatro al cuadrado te da dieciséis, pero ustedes pueden darse cuenta que no es el único, por eso la importancia del signo, porque si yo considero el menos cuatro, al elevar el menos cuatro al cuadrado, si pongo $(-4)^2$, el resultado también nos va a dar dieciséis. Por eso en el caso de la ecuación cuadrática, como lo habíamos comentado, se obtienen dos soluciones, en este caso, tendríamos una solución uno considerando cualquiera de los dos signos – positivo – y una segunda solución considerando el signo – negativo –. - Si sólo aparece el término cuadrático simple y sencillamente podemos despejar la variable de esta forma (refiriéndose al procedimiento realizado en el pizarrón). - Para utilizar la fórmula general la ecuación debe estar	como el signo menos aparece dentro de la raíz le agrego el número i, esa va hacer la diferencia. Si no tiene raíz cuadrada exacta el número los dejan señalado. (Ejemplo que sustenta el argumento $x = \pm\sqrt{-9} = 3i$ o bien $x = \pm\sqrt{-7} = \pm\sqrt{7}i$). - (Alumno) ¿Cómo lo pondrías porque estas sacando la "x"? ¿y lo sustituyes? – Si quieres sustituirlo, ¿quieres comprobarlo dices? – Si – te quedaría así: $4(3i)^2 + 36 = 0$ $4(9i^2) + 36 = 0$ Si tú estás indicando que $i = \sqrt{-1}$, ¿Qué seria $i^2 =$? ¿Qué sucede si tengo una igualdad y elevo al cuadrado (refiriéndose al lado izquierdo) la igualdad? Que sucede al lado derecho para que no se altere – se eleva al cuadrado – elevo al cuadrado y si elevo al cuadrado el lado derecho que va a pasar con la raíz – se vuelve positiva – se va a eliminar. Si elevo al cuadrado ambos lados quedaría $i^2 = -1$, quiere decir que ese i^2 te quedaría $4(9(-1)) + 36 = 0$, $-36 + 36 = 0$, $0 = 0$.

	igualada a cero. - Lo que aparece dentro de la raíz en la fórmula general representa el discriminante.	

Tabla 3.5 Objetos matemáticos intervinientes y emergentes en el sistema de prácticas del profesor B. Episodio dos

3.2.2.1.3 Configuración epistémica implementada por el profesor B

Episodio uno (E1)

E1F2(09:01-17:54): La configuración comienza haciendo un "recordatorio" de lo que anteriormente se ha estudiado, ecuaciones lineales (de primer grado) que podían ser una, dos o tres incógnitas. Haciendo una analogía con los temas anteriores, determina que las ecuaciones cuadráticas son de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ donde aparece una incógnita "x" y el exponente determina el grado de la ecuación, en este caso dos o segundo grado. Se apoya de un tema anterior "grado de la expresión" y pregunta a los estudiantes porqué es de segundo grado, algunos estudiantes dicen que por ser el mayor exponente (número dos) y se apoya del siguiente argumento:

> *"El mayor exponente es el que determina el grado de la expresión, podemos observar que el exponente mayor es dos, decimos que es de grado dos"*

Nuevamente apoyándose en estudios anteriores, específicamente en los análisis de las ecuaciones de los sistemas de dos por dos, explica que en las ecuaciones cuadráticas también es posible determinar el tipo de solución de la ecuación. Por lo cual presenta el objeto matemático discriminante, el cual explica es un cálculo numérico representado por $B^2 - 4AC$, donde los valores del discriminante se representan por los coeficientes de la ecuación y dependiendo del valor que se obtiene es como se describen el tipo de soluciones de la ecuación.

> *"Se le llama A al coeficiente que acompaña a la variable "x" al cuadrado, B es el coeficiente de la variable lineal y C es el término constante"*

> *"Si agarro dos números y los multiplico, ¿Qué obtengo como resultado? – un número – y ¿si lo multiplico por cuatro? – es otro número – y si resto después dos números sigue siendo otro número. Dependiendo del resultado de la operación se pueden presentar tres casos"*

Presenta los siguientes tres casos:

1) Si $B^2 - 4Ac > 0$ (positivo), la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.
2) Si $B^2 - 4Ac = 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales iguales (una solución).
3) Si $B^2 - 4Ac < 0$ (negativo), la ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes.

De nuevo con ayuda del análisis de los sistemas dos por dos y en particular en cómo se representa gráficamente puesto que las ecuaciones tienen dos incógnitas, el profesor iguala la ecuación cuadrática a "y" lo que permite considerar dos incógnitas, y para cada valor que asigne a la "x" obtendrá un valor para "y", lo cual puede ser graficado (parejas ordenadas) en el plano cartesiano obteniendo así la representación gráfica de la ecuación cuadrática. Relaciona la gráfica además con el discriminante y dice que dependiendo del tipo de solución esta tendrá una manera de representarse gráficamente.

La figura 3.10 representa las gráficas de la ecuación $Ax^2 + Bx + C = y$, dependiendo además del discriminante de ésta, las parábolas pueden: cortar al eje "x" en dos puntos que representan las soluciones de la ecuación, esto se da cuando $B^2 - 4AC > 0$; parábolas que tocan al eje "x" en un punto (una solución real repetida) las cuales se obtienen cuando $B^2 - 4AC = 0$; parábolas que no cortan o tocan al eje "x", la ecuación no tiene soluciones reales, en otras palabras, dos soluciones imaginarias diferentes y se obtienen cuando $B^2 - 4AC < 0$.

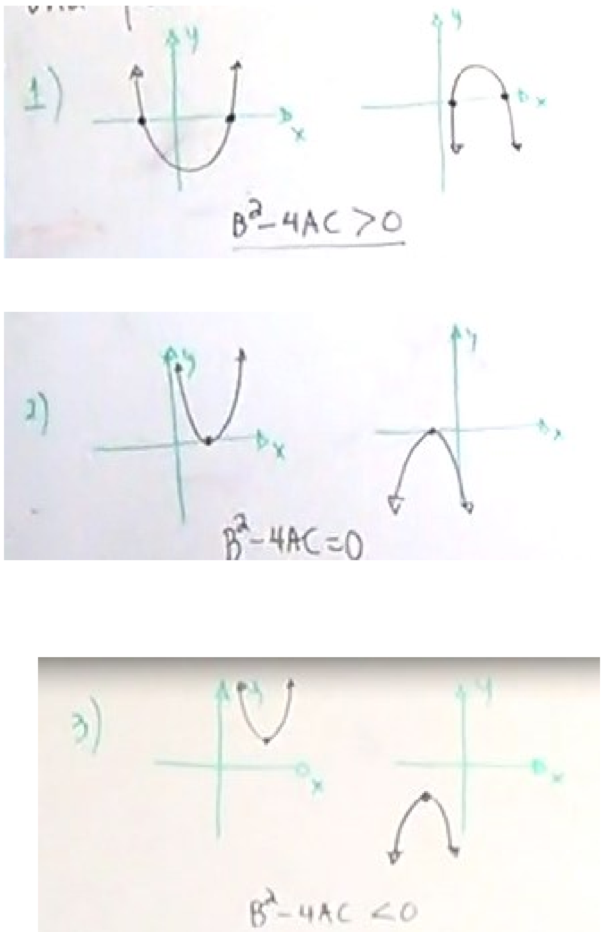


Figura 3.7 Representación gráfica de la ecuación cuadrática igualada a "y" presentada por el profesor durante el episodio uno.

En este caso la emergencia del objeto matemático "parábola" se ve truncada por cuestiones de tiempo, sin embargo el profesor trata de explicar que esta será estudiada a detalle en cursos posteriores (Matemáticas III y Matemáticas IV en el tema de funciones).

E1F3(17:55-18:21)**:** En este fragmento el profesor presenta **SP1**, en este caso recuerda a sus estudiantes que se encuentra en la serie de ejercicios que deberán resolver y entregar el día del examen.

E1F4(18:22-26:48)**:** Procede a resolver **SP1**-1) recuerda quiénes son los coeficientes A, B, C y determina su valor, en este caso recuerda a sus estudiantes que el coeficiente se toma con todo y signo se sustituyen en el discriminante y se realiza el cálculo numérico el cual da como resultado $225 > 0$, por lo que se determina que la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.

1) $x^2 - x - 56 = 0$

$A = 1 \quad B = -1 \quad C = 56$

$B^2 - 4AC = (-1)^2 - 4(1)(-56) = 225 > 0$ (Positivo)

La ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.

Relaciona la ecuación con su representación gráfica, cuestiona a sus alumnos qué tipo de gráfica obtendrán y dicen que obtendrán una gráfica que corta a eje "x" en dos (figura 3.10 inciso 1) dado que el discriminante es positivo. Por otra parte hace una observación con respecto a la manera en que se presenta la ecuación, en este caso dice que mientras ésta no esté igualada a cero no se puede realizar el cálculo del discriminante. Presenta dos ecuaciones equivalentes: $x^2 = x + 56$ y $x^2 - 50 = x + 6$ las cuales iguala a cero.

"Si no está igualada a cero, lo primero que se hace es igualar a cero"

Una vez que la ecuación ha sido igualada a cero asegura que se procede de la misma manera que lo ha hecho.

E1F5(26:49-30:37)**:** Durante este fragmento resuelve **SP1**-2), en este caso comenta que a pesar de que la ecuación este igualada a cero ésta puede estar desordenada, por ejemplo $9 + 4x^2 + 12x = 0$, nuevamente recurre a la definición que hace de los coeficientes, recuerda entonces que A acompaña a x^2 y determina los coeficientes $A = 4$, $B = 12$ y $C = 9$, sustituye éstos en el discriminante y el resultado que se obtiene es cero, por lo que se concluye que la ecuación tiene una solución.

2) $4x^2 + 12x + 9 = 0$
$9 + 4x^2 + 12x = 0$

$A = 4 \quad B = 12 \quad C = 9$

$B^2 - 4AC = (12)^2 - 4(4)(9) = 0$

La ecuación tiene una solución.

E1F6(30:38-33:00): En este fragmento el profesor da solución a **SP1**-3); puesto que la ecuación esta igualada a cero procede a identificar los valores de los coeficientes que después sustituye en el discriminante para calcular y obtener el valor numérico -4, por lo cual se determina que la ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes.

3) $x^2 + 4x + 5 = 0$
$A = 1 \quad B = 4 \quad C = 5$
$B^2 - 4AC = (4)^2 - 4(1)(5) = -4$
La ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes.

Episodio dos (E2)

E2F2(01:39-03:53): Durante el inicio de este fragmento se recuerdan aquellos objetos matemáticos que han definido anteriormente: discriminante, tipos de soluciones. Apoyándose en estudios anteriores, recuerda cómo se resolvían las ecuaciones lineales, los sistemas dos por dos o tres por tres, en los cuales se buscaba despejar las incógnitas x y o z, análogamente dice que para resolver una ecuación cuadrática lo que se buscan entonces es despejar la incógnita x.

E2F3(03:54-05:55): Recuerda la forma general de una ecuación de segundo grado, $Ax^2 + Bx + C = 0$, utilizando los ejemplos de **SP2** específicamente los ejercicios uno y dos pregunta que se puede observar en estos con relación a la forma general, por lo que algunos estudiantes contestan que no tienen x, el profesor entonces reafirma este argumentando de la siguiente manera:

"En ambas hace falta el término lineal"

Análogamente se analizan las ecuaciones tres y cuatro de **SP2** y se determina que en éstas el faltante es el término constante y considera que esto además marca una pauta para ver de qué manera se resolverá, mientras que en las ecuaciones cinco, seis y siete las ecuaciones tienen todos sus términos. Con estas observaciones el profesor clasifica a las primeras cuatro ecuaciones como ecuaciones cuadráticas incompletas puesto que les hace falta un término, ya sea el término lineal o constante. Por otra parte clasifica las últimas tres ecuaciones como completas considerando el hecho de que tienen todos sus términos.

E2F4(05:56-07:58): El profesor presenta y resuelve **SP2**-1) $x^2 - 16 = 0$, asegura que despejar la incógnita no presenta problema puesto que se puede despejar directamente. Para lo cual hace lo siguiente:

1) $x^2 - 16 = 0$

1. $x^2 = 16$
2. $x = \pm\sqrt{16}$
3. $x = \pm 4$
4. $x_1 = 4 \quad x_2 = -4$

Para despejar x pasa en primer lugar el -16 al lado derecho de la ecuación, hecho esto saca raíz en ambos lados de la ecuación por lo que obtiene 2; en este caso pide no olvidar que se deben considerar ambos signos:

> *"Si ustedes lo ven, ¿cuál es el número que al elevarlo al cuadrado te da dieciséis? Uno piensa inmediatamente ¿en cuál? – cuatro – en el cuatro al cuadrado te da dieciséis, pero ustedes pueden darse cuenta que no es el único. Por eso la importancia del signo, porque si yo considero el menos cuatro, al elevar el menos cuatro al cuadrado, si pongo entre paréntesis* $(-4)^2$ *el resultado también nos va a dar dieciséis"*

Por tanto, se obtienen dos soluciones, en este caso cuando una solución es $x = 4$ y la otra cuando $x = -4$.

E2F5(07:59-19:15)**:** Dado que **SP2**-2) $4x^2 + 36 = 0$ es una ecuación análoga a la anterior procede en realizar lo siguiente:

2) $4x^2 + 36 = 0$

1. $4x^2 = -36$
2. $x^2 = \frac{-36}{4}$
3. $x^2 = \frac{-36}{4}$
4. $x^2 = -9$
5. $x = \pm\sqrt{-9}$

Realiza un procedimiento análogo al anterior para despejar "x", en este caso en particular pide a los alumnos calcular $\sqrt{-9}$ a lo que los alumnos contestan que marca error en sus calculadoras. Por lo cual el profesor explica que los números negativos no tienen raíz cuadrada. Recurre entonces a calcular el discriminante de la ecuación para determinar el tipo de soluciones, determina los valores de los coeficientes $A = 4$, $B = 0$, $C = 36$ una vez determinados calcula el discriminante lo cual da como resultado -546, negativo, es decir que la ecuación tiene soluciones imaginarias. Argumenta que la calculadora marca error ya que normalmente opera o maneja los números reales y no con números imaginarios, los cuales define, algunos de los imaginarios o números complejos, como las raíces cuadradas de los números negativos.

Apoyado en los números reales, principalmente en la unidad (1) determina que en los complejos o imaginarios también existe una unidad la cual se representa como $i = \sqrt{-1}$. En este caso y haciendo uso de las propiedades de los radicales específicamente $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, lo que le permite rescribir $\sqrt{-9} = \sqrt{(9)(-1)} = \sqrt{9}\sqrt{-1} = 3i$. Esto a su vez le permite determinar las soluciones de la ecuación donde $x = \pm 3i$ y nuevamente se obtienen dos soluciones: una donde se elige el signo positivo y la otra con el signo negativo, además supone que si la solución no tiene raíz cuadrada exacta, ésta se podrá dejar señalada por ejemplo $\sqrt{-7} = \sqrt{7}i$.

Ante el cuestionamiento de una estudiante en cómo se sabe que esas son las soluciones, es decir cómo se comprueba, el profesor procede de la siguiente manera:

$$x = 3i$$

Se sustituye en 2)

$$4(3i)^2 + 36 = 0$$

$$4(9i^2) + 36 = 0$$

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$

$$4(9(-1)) + 36 = 0$$

$$-36 + 36 = 0$$

$$0 = 0$$

Primero selecciona una de las soluciones, la cual sustituye en la ecuación, eleva al cuadrado después determina el valor de i^2; sustituye el valor de éste y realiza las operaciones que le permiten mostrar que efectivamente $x = 3i$ es solución de la ecuación.

E2F6(19:16-22:16): En el ejercicio **SP2**-3) $24x^2 + 16x = 0$, el profesor busca que sus estudiantes recuerden qué hacían cuando tenían una expresión de la forma $24x^2 + 16x$, algunos dicen que factorizar, en este caso el profesor pregunta qué tipo de factorización a lo que algunos contestan por factor común donde el factor es x. El profesor procede de la siguiente manera:

3) $24x^2 - 16x = 0$

1. $24x^2 + 16x$
2. $(8x)(3x + 2)$

Iguala a cero ambas expresiones;

3. $(8x)(3x + 2) = 0$
4. $(8x)$=0 $\quad (3x + 2) = 0$
5. $x = 0 \qquad x = -\frac{2}{3}$

El profesor cuestiona a sus estudiantes acerca del máximo común divisor de 24 y 16, entonces determinan que es el 8 y eligen la variable de menor exponente en este caso x, lo que le permite rescribir la expresión como se presenta en 2), dado que la ecuación esta igualada a cero entonces la expresión 2) también se iguala a cero. Dado que 2) está igualada a cero el profesor cuestiona a sus alumnos sobre qué se debe hacer para que el resultado efectivamente sea cero puesto que se tienen dos elementos que se están multiplicando, a lo que un alumno contesta multiplicar por cero, apoyado por este argumento recurre a la propiedad del factor nulo, si bien no lo enuncia de esa manera si expresa lo siguiente:

> *"eso que tú estás mencionando quiere decir que uno de los dos tiene que ser cero; cero por lo que sea cero, y lo que sea por cero, cero. Para poder despejar la variable pues hago esto igual a cero o bien, esto igual a cero"*

Acudiendo a esto, el profesor entonces puede despejar la variable x por lo que obtiene nuevamente dos soluciones $x = 0$ y $x = -\frac{2}{3}$.

E2F7(22:17-25:15): Análogamente al procedimiento anterior, para resolver **SP2**-4) el profesor procede de la siguiente manera:

4) $\frac{9}{28}x - \frac{15}{16}x^2 = 0$

1. $\left(\frac{3}{4}x\right)\left(\frac{3}{7} - \frac{5}{4}x\right) = 0$
2. $\frac{3}{4}x = 0 \qquad \left(\frac{3}{7} - \frac{5}{4}x\right) = 0$
3. $x = 0 \qquad -\frac{5}{4}x = \frac{3}{7}$

En este caso el profesor recurre a la ayuda de sus estudiantes, estos determinan que la expresión deberá ser factorizada por medio de factor común. El profesor pide que proporcionen el máximo común divisor de 9 y 15 así como de 28 y 16, con ello se determina el factor común ($\frac{3}{4}x$) considerando a x como la variable de menor exponente. Una vez que se ha factorizado la expresión el profesor iguala cada factor a cero. Despeja la variable en cada una y finalmente se establecen las soluciones de la ecuación.

Particularmente, con estas situaciones un alumno pregunta

Alumno: "¿La primera "x" siempre va a dar cero?"

Profesor: Sí. Por la forma de expresarlo y por la forma de factorizarlo.

Por lo que se puede considerar la emergencia de las soluciones a través de los procedimientos específicamente para las ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = 0$

E2F8(25:16-28:00): Para resolver **SP2**-5) el profesor pregunta de qué manera proceder, puesto que los estudiantes ya han o deberían tener conocimiento de este tipo de expresiones, por lo que un alumno contesta que se deben de encontrar dos números que al multiplicarlos se obtenga 63 y sumados o restados den 2. Recuerda que en este caso la expresión corresponde a un trinomio el cual se puede factorizar por medio de binomios.

Una vez que se factoriza la expresión el profesor explica que de manera análoga a lo que se ha realizado anteriormente cada binomio debe de ser igualado a cero, por lo cual se determina que uno de los dos deberá ser cero, con esto el profesor despeja la variable y obtiene las soluciones de la ecuación cuadrática.

5) $x^2 - 2x - 63 = 0$

1. $(x - 9)(x + 7) = 0$
2. $x - 9 = 0$ o $x + 7 = 0$
3. $x = 9$ o $x = -7$

E2F9(28:01-29:59): En el caso de **SP2**-6) el profesor señala que la ecuación tiene nuevamente la forma de un trinomio, éste cuestiona a sus estudiantes que se debe realizar como primer paso, a lo cual un estudiante señala que se debe multiplicar la ecuación $6x^2 + x - 15 = 0$ por 6, por lo cual se obtiene la nueva ecuación $36x^2 + (1)(6x) - 90 = 0$ y dividiendo esta por 6, el profesor específicamente pide a sus estudiantes olvidarse del cero y efectuar el procedimiento que en ocasiones anteriores ya se había realizado para llevar a cabo la factorización del trinomio.

Al realizar la factorización se considera la expresión en 2. Una vez que el trinomio se escribe como producto de binomios se procede a igualar la expresión a cero, seguido de esto el profesor despeja las variables de cada binomio determinando así las soluciones de la ecuación cuadrática.

6) $6x^2 + x - 15 = 0$

1. $\frac{36x^2+1(6x)-90}{6} = 0$
2. $\frac{(6x+10)(6x-9)}{(2)(3)}$
3. $(3x+5)(2x-3) = 0$
4. $3x + 5 = 0$ o $2x - 3 = 0$
5. $x = -\frac{5}{3}$ o $x = \frac{3}{2}$

E2F10(30:00-32:11): En el caso de **SP2**-7) el profesor con ayuda de sus alumnos trata de proceder de manera análoga a lo realizado en **SP2**-6), sin embargo le es imposible encontrar dos números que multiplicados le den siete y sumados o restados le den 2. Como resultado de no encontrar estos dos números el profesor procede a presentar la fórmula general para la solución de una ecuación de segundo grado con una incógnita, recordando que la forma general de una ecuación cuadrática está dada como $Ax^2 + Bx + C = 0$, con ayuda de los alumnos se determina entonces la forma de esta fórmula

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2-4AC}}{2A}.$$

Aquí el profesor señala que para poder usar esta fórmula, la ecuación de segundo grado deberá estar igualada a cero.

E2F11(32:11-36:09): En este fragmento el profesor retoma nuevamente **SP2**-7), puesto que la ecuación se encuentra igualada a cero, se determinan directamente el valor de los coeficientes A, B, C que después serán sustituidos en la fórmula general.

1. $A = 1, B = 2, C = -7$

2. $X = \frac{-2\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(-7)}}{2(1)}$

3. $X = \frac{-2\pm\sqrt{32}}{2}$

4. $x_1 = \frac{-2-\sqrt{32}}{2} = -3.82$

5. $x_2 = \frac{-2+\sqrt{32}}{2} = 1.82$

Una vez que se sustituyen los coeficientes en la fórmula general, el profesor recuerda a sus estudiantes que lo que se encuentra dentro de la raíz en la fórmula general representa el discriminante de la ecuación (el cual ya ha sido estudiado en el episodio pasado). Por otra parte pide a sus estudiantes que hagan el cálculo del discriminante obteniendo así el número $\sqrt{32}$, cataloga a este número como un irracional, lo cual en su primer intento por resolver la ecuación le fue imposible encontrar, se recuerda que se buscaban dos números que al multiplicarlos le dieran siete y sumados o restados 2.

Finalmente, el profesor determina las soluciones de la ecuación como -3.82 y 1.82, sin embargo uno de los estudiantes pregunta al profesor si ésta sólo se puede dejar expresada, a lo que el profesor responde que sí.

E2F12(36:10-38:21): Durante este fragmento un estudiante pregunta que si utiliza la fórmula general para resolver las otras ecuaciones esto estaría mal, a lo cual el profesor responde que no viene a imponer métodos, sin embargo busca recordar lo que ya ha sido estudiado con anterioridad y presentar lo más "práctico" desde su perspectiva y considerando el tipo de ecuación cuadrática.

Asume que, si sólo aparece el término cuadrático y constante puede despejar x; por otra parte si aparece el término lineal y cuadrático puede factorizar haciendo uso del factor común y por ultimo si se presenta un trinomio, éste factorizar si es posible, en caso contrario se puede hacer uso de la fórmula general. Recuerda que todas las ecuaciones presentadas en **SP2** son de segundo grado por lo tanto pueden resolverse mediante el uso de la fórmula general, teniendo como fin u objetivo proporcionar las soluciones de las ecuaciones.

E2F13(38:22-40:43): En este fragmento el profesor retoma **SP2**-1) $x^2 - 16 = 0$, determina entonces los coeficientes de la ecuación, puesto que está igualada a cero, $A = 1$, $B = 0$, $C = -16$, sustituye los valores en la fórmula general y determina que las soluciones son $x_1 = -4$, $x_2 = 4$.

1. $A = 1, B = 0, C = -16$

2. $X = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$

3. $X = \frac{-0 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{-0 \pm 8}{2}$

4. $x_1 = \frac{-0-8}{2} = -4$

5. $x_2 = \frac{-0+8}{2} = 4$

Tras la realizar el análisis de la práctica operativa del profesor es posible determinar la relación que existe entre los objetos emergentes e intervinientes en el sistema de prácticas lo que permite a su vez establecer el tipo de configuración epistémica a la que recurre el profesor. Se recuerda que la configuración epistémica, particularmente en este trabajo se asocia al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I", y no a cada uno de los episodios.

Además se puede concluir que el profesor B desarrolla una configuración epistémica formalista (Godino & Font, 2006). No obstante, esta configuración carece de demostraciones formales, más bien son presentadas como proposiciones o argumentos que justifican el uso de los procedimientos promovidos (fórmula general, factor común).

Se presenta la configuración desarrollada por el profesor, que aunque no muestra todos los objetos emergentes o intervinientes en el sistema de prácticas del profesor, si permite observar la manera en que se relacionan cada uno de los objetos matemáticos expuestos durante el proceso instruccional.

Por otra parte, se puede observar que algunos de los conceptos ya se suponen conocidos, sin embargo son parte fundamental para la emergencia de nuevos objetos, por ejemplo de los métodos para la solución de ecuaciones cuadráticas; otros en cambio son introducidos como definiciones o procedimientos. Las situaciones problema se enmarcan dentro del contexto intra-matemático, y son utilizadas como medio para aplicar el método de solución que se promueve así como para la emergencia de conceptos como ecuación cuadrática completa o incompleta, se podría concluir que las situaciones propuestas (**SP1**, **SP2**) tienen la finalidad de ejercitar o aplicar los métodos de estudio. La figura 3.11 esquematiza la configuración epistémica utilizada por el profesor B.

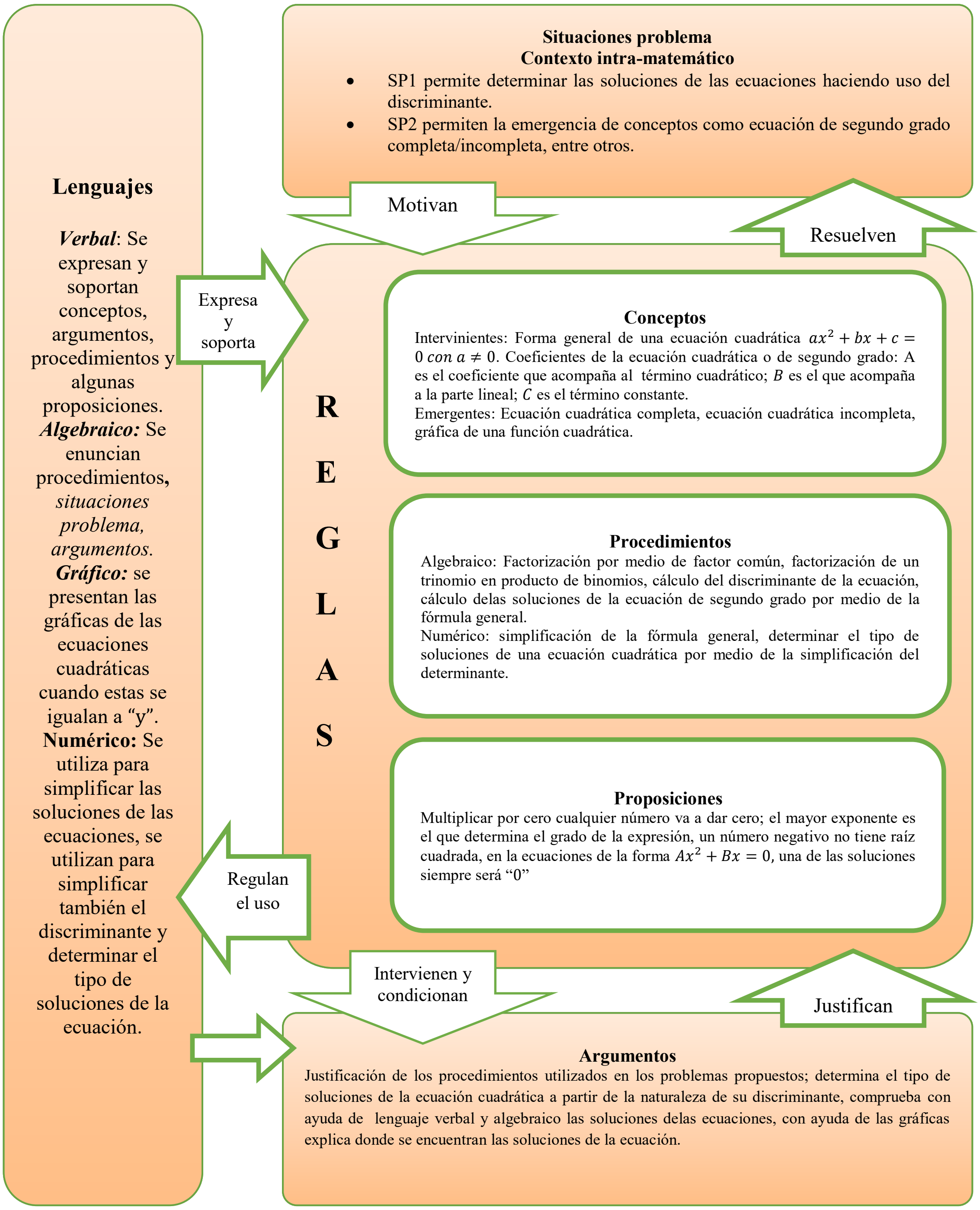


Figura 3.8 Configuración epistémica implementada por el profesor B, asociada al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I"

3.2.2.1.4 Trayectoria epistémica

Una vez que se ha realizado el análisis del proceso instruccional y se han logrado determinar cómo interactúan los objetos matemáticos primarios (de primer nivel de análisis) es posible establecer como los componentes matemáticos son distribuidos en el tiempo, esto es, la trayectoria epistémica de la que se hace uso.

Se realizará la trayectoria epistémica con la ayuda de los fragmentos **E1F2 a E1F6** y los fragmentos **E2-E13.** Ver tabla 3.5. Recordemos que los estados posibles son:

> E1: *Situacional*: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.
>
> E2: *Actuativo*: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.
>
> E3: *Lingüístico*: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.
>
> E4: *Conceptual*: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.
>
> E5: *Proposicional*: se enuncian e interpretan propiedades
>
> E6: *Argumentativo*: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas. (Godino, 2006, p.10)

Episodio (E)	Fragmento (F)	Descripción	Estado
1	2	Los objetos se presentan como conceptos, en su mayoría se asumen como conocidos sin embargo se puede observar la emergencia de conceptos como la gráfica de la ecuación cuando la expresión algebraica que se muestra es igualada a “y”, obteniéndose $y = Ax^2 - Bx + C$; el discriminante de la ecuación cuadrática $\sqrt{B^2 - 4AC}$; el tipo de las soluciones de la ecuación como resultado del cálculo del discriminante, entre otros.	E3 E4 E5
	3	Se presenta la tarea (**SP1**).	E1 E3
	4	Se resuelve **SP1**-1)).	E2 E3 E5 E6
	5	Se resuelve **SP1**-2)).	
	6	Se resuelve **SP1**-3)).	
2	2	Los objetos se presentan como conocidos: discriminante, tipo de soluciones, procedimiento para resolver SEL de una, dos o tres incógnitas. Con esto trata de justificar que en las ecuaciones de segundo grado se tratará de realizar algo análogo.	E4 E6
	3	Presenta **SP2** y se recurre al uso de la representación algebraica en su forma general de una ecuación de segundo grado, $Ax^2 + Bx + C = 0$ para la emergencia de la definición o concepto de ecuación cuadrática incompleta o completa, según los	E1 E3

		ejercicios que conforman **SP2.**	E4 E5 E6
	4	Resuelve **SP2**-1).	E2 E3 E5 E6
	5	Resuelve **SP2**-2), en este caso introduce el concepto de unidad imaginaria para comprobar las soluciones de la ecuación, esto como respuesta a la pregunta de una estudiante.	E2 E3 E4 E5 E6
	6	Resuelve **SP2**-3) haciendo uso de la factorización por medio del factor común.	E2 E3 E4 E6
	7	Resuelve **SP2**-4) de manera análoga que **SP2**-3).	
	8	Resuelve **SP2**-5) haciendo uso del concepto trinomio y factorizando por medio de binomios.	
	9	Resuelve **SP2**-6) con un procedimiento similar al realizado en **SP2**-5).	
	10	Al tratar de resolver **SP2**-7) por medio de la factorización de binomios les es	E2

		imposible conseguir dos números que al multiplicarlos se obtenga 7 y al sumarlos obtengan 2, por lo que emerge el procedimiento/concepto de fórmula general para la solución de una ecuación de segundo grado, $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$.	E3 E4 E5 E6
	11	Se retoma **SP2**-7) y se resuelve haciendo uso de la fórmula general.	
	12	Se sintetiza lo que se ha realizado en **SP2** considerando la estructura de la ecuación (completa o incompleta), asumiéndose los diversos procedimientos como los más “prácticos” .	E3 E6
	13	Se retoma **SP2**-1), ahora con ayuda de la fórmula general esta se resuelve mostrando así que se obtienen las mismas soluciones.	E2 E3 E4 E6

Tabla 3.6 Trayectoria epistémica asociada al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I" implementada por el profesor B.

3.2.2.1.5 Atributos contextuales

En este apartado se presenta un resultado más tras el análisis de las prácticas realizadas por el profesor, el cual busca proporcionar o tratar de explicar la funcionalidad que el profesor ha "otorgado" a los objetos matemáticos que ya se han presentado en la sección anterior. Tal y como describen Godino, Font y Wilhelmi (2007), este resultado aporta información "sobre la complejidad ontosemiótica de la actividad matemática puesta en juego, y por tanto, posibles explicaciones de los conflictos semióticos en el estudio del tema" (p.8).

La naturaleza funcional de los objetos matemáticos se considera según lo que el individuo/institución atribuye a éstos. Por tanto, nuevamente se recurre a las facetas o dimensiones duales para describir el contexto del objeto puesto en escena, entre ellas se encuentran: personal – institucional, ostensivo – no ostensivo, expresión – contenido, extensivo – intensivo, unitario – sistémico.

Dentro de los procesos que son activados destacan:

Proceso de materialización-idealización: Durante el episodio uno el profesor evoca al objeto no ostensivo "ecuación cuadrática igualada a y" como parejas ordenadas en el plano cartesiano, y uniendo las parejas se forma una gráfica a la cual le atribuye el nombre de parábola.

Proceso de particularización-generalización (extensivo – intensivo): a través de los ejercicios propuestos en **SP2** y recurriendo a la forma general de una ecuación de segundo grado, $Ax^2 + Bx + C = 0$, este proceso puede ser "observado" puesto que, del uso de ejemplos en particular, emerge el concepto de ecuación cuadrática completa ($Ax^2 + Bx + C = 0$, la que tiene todos sus términos) o bien ecuación cuadrática incompleta ($Ax^2 + C = 0$, le hace falta el término lineal; $Ax^2 + Bx = 0$, le hace falta el término constante).

Procesos de descomposición – reificación (sistémico – unitario): Para dar solución a **SP1** y **SP2** algunos de los ejercicios son descompuestos en problemas que se asumen conocidos. Por ejemplo, cuando **SP2**-6 se expresa como un trinomio para poder factorizarlo como producto de binomios y después éstos son igualados a cero para expresar la ecuación de segundo grado nuevamente.

Procesos de representación – significación (expresión – contenido): Específicamente este se puede ver en SP1 cuando al resolver busca asociar los tipos de soluciones con la gráfica de la función y específicamente en donde se encuentran las soluciones.

Estos son algunos de los procesos que se activan durante el desarrollo de los procesos instruccionales, y buscan proporcionar al lector un ejemplo de lo que se realiza para dotar de funcionalidad a los objetos matemáticos, la figura 2.13 presenta un diagrama con relación a los atributos contextuales.

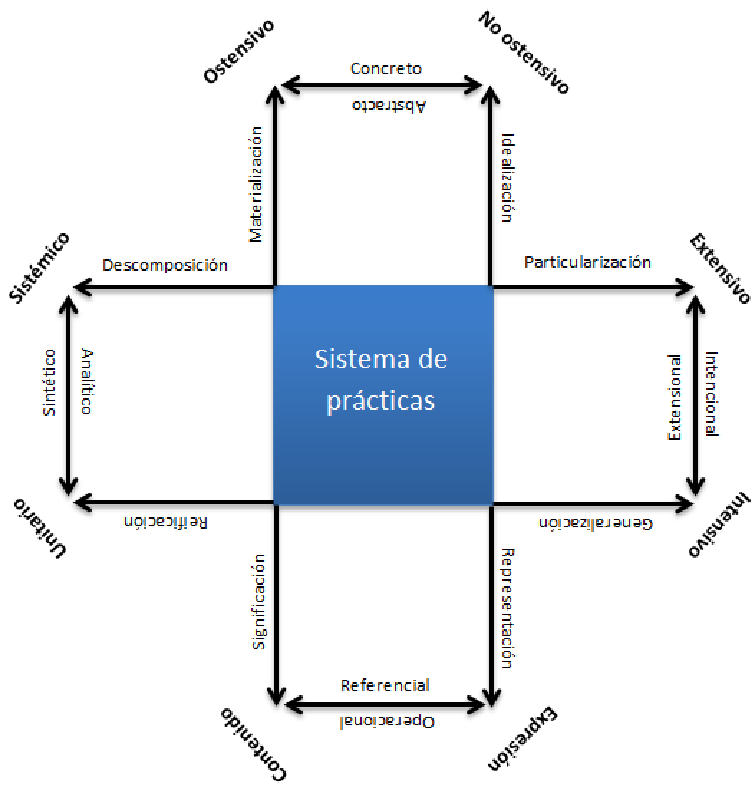


Figura 3.9 Procesos activados por el profesor B

Respecto a los conflictos (a priori o a posteriori) que pueden tener los estudiantes para la realización de las prácticas matemáticas, el profesor considera que los estudiantes no saben escuchar o leer bien las situaciones que se le presentan, lo que los lleva a expresar en ocasiones respuestas erróneas o que no tiene relación con el tema. Por otra parte algunos de los conflictos que identifica, y busca evitar, se explican a través de ejemplos al momento de resolver las situaciones que propone durante el proceso instruccional.

Una vez que se han identificado los objetos matemáticos, determinado los tipos procesos matemáticos así como las configuraciones y trayectorias epistémicas puestos en juego en el proceso instruccional, lo siguiente es determinar las prácticas didácticas así como las configuraciones, procesos y trayectorias didácticas a las que recurre el profesor.

3.2.2.2 Configuración de objetos y procesos didácticos

Este apartado se escribe con el fin de presentar algunos de los resultados que se obtienen tras el análisis del proceso con respecto al desarrollo de la práctica didáctica del profesor. Se presentan la secuenciación de los procesos didácticos, así como las interacciones llevadas a cabo en torno al objeto matemático en cuestión, y que permiten determinar una configuración didáctica. Tal y como denota Godino et al, (2006) una configuración didáctica será “la secuencia interactiva de estados de las trayectorias que tienen lugar a propósito de una situación-problema (o tarea)”, la cual será descrita con base en los episodios observados y cada uno de los fragmentos de éste asociados a la configuración epistémica descrita anteriormente.

Particularmente para describir las configuraciones discente y discente del profesor B, se opta por presentar los fragmentos relevantes del proceso instruccional puesto que la mayor parte del tiempo el profesor funge como expositor y resolutor de las situaciones problemas, lo que les resta autonomía o bien de momentos de independencia a los estudiantes, lo que lo vuelve repetitivo en los roles que se juegan.

3.2.2.2.1 Configuración docente y discente

Episodio uno (E1)

E1F1

El profesor: Durante este fragmento el profesor llega al aula de clase y se dirige a escribir en el pizarrón una serie de conceptos y definiciones que más adelante explicará y comenzará a unir para formar la configuración epistémica.

Los alumnos: A la llegada del profesor algunos estudiantes ya se encuentran en el aula, y otros llegan ya iniciada la clase. Muchos de los estudiantes hablan entre sí, sin embargo esto no afecta al profesor y permite que hablen y permanezcan de pie, no obstante al momento de terminar de escribir en el pizarrón el profesor pide que tomen asiento y comienza a explicar lo que será el último tema del semestre.

E1F2

El profesor: En este lapso el profesor presenta de manera adecuada el tema, hace uso de diversos tipos de representaciones tratando de enriquecer el significado de "ecuación cuadrática" de sus estudiantes, y trata de relacionar este objeto con materias que más adelante dice serán abordadas (Matemáticas III y V, las cuales conforman parte del plan de estudios propuesto por la DGB). Hace uso de argumentos, proposiciones que se suponen conocidos y que permiten la emergencia de otros objetos matemáticos. Con el uso de preguntas a las que él considera "preguntas dirigidas" busca que los estudiantes formen parte activa del proceso instruccional.

Los alumnos: En este fragmento el rol de los alumnos consiste básicamente en ser observadores, no obstante tienen la oportunidad de expresar sus dudas o emitir cometarios con respecto al tema, específicamente cuando el profesor hace uso de "preguntas dirigidas", por ejemplo:

> *"Si agarro dos números y los multiplico, ¿Qué obtengo como resultado? – un número – y ¿si lo multiplico por cuatro? – es otro número – y si resto después dos números sigue siendo otro número"*

Cabe resaltar que durante este episodio los alumnos muestran cierto interés con respecto a las gráficas y lo que representan, sin embargo el proceso de emergencia de "parábola" se muestra truncado puesto que el tiempo no le permite al profesor abordar dicho concepto, sin embargo él considera interesante cómo los estudiantes comienzan a expresar sus dudas o cuestionarlo.

E1F3

El profesor: Se presenta **SP1**, el profesor hace referencia a una serie de ejercicios que deberán entregar el día del examen y la cual desde su perspectiva ya podrán resolver en su totalidad con los ejemplos que proporcionará.

Los alumnos: Los alumnos escriben en sus cuadernos los problemas y cuestionan al profesor acerca de la entrega de la serie de ejercicios, la cual sería el día en que se realizaría el examen parcial.

E1F4-E1F6

El profesor: Durante el desarrollo de estos fragmentos se resuelve **SP1,** la que se ha dividido en los fragmentos **F4**, **F5** y **F6.** En ellos se muestran cada uno de los procedimientos para resolver los ejercicios que conforman **SP1**. El rol se torna "repetitivo", puesto que él explica y resuelve cada uno de los ejercicios, en este caso busca diversas maneras de presentar los problemas, lo que indica que el profesor "busca" hacer ver a los estudiantes los principales errores o dificultades a las que se pueden enfrentar al momento de resolver situaciones similares.

Durante el desarrollo de estos fragmentos el profesor tiene una interacción de tipo directa con uno de los estudiantes, puesto que este cuenta con características especiales ya que usa un aparato auditivo ya que es una persona sorda. Esto lleva al profesor a "dirigir" por períodos cortos la atención directa a éste, hace uso de recursos como señas (cabe aclarar que el profesor no sabe el lenguaje a señas) que le permitan comunicarse con el estudiante, hace uso de un tono más alto de su voz y ver de frente siempre al estudiante puesto que el profesor explica que el estudiante es capaz de leer los labios.

Frecuentemente pide que los cálculos sean realizados con ayuda de sus calculadoras por lo cual explica además la manera en que los algoritmos deben ser introducidos a éstas.

Los alumnos: Durante estos fragmentos los alumnos fungen como observadores del proceso instruccional, en ocasiones hacen preguntas con referente a la manera de presentar las soluciones de la situación. Realizan operaciones con el uso de sus calculadoras y recurren a conceptos ya establecidos para dar solución a los ejercicios. En momentos es posible percatarse de que algunos alumnos no han comprendido las instrucciones de la situación propuesta (**SP1**), otros más preguntan si esos problemas serán parte de su examen.

E1F7:

El profesor: En este episodio al terminar de presentar la trama de relaciones entre conceptos, procedimientos, argumentos, entre otros, el profesor procede al pase de lista, al finalizar el pase de lista (asistencia) se da por concluida la sesión.

Los alumnos: Los alumnos en este instante pierden la compostura, comienzan a hablar, otros a dejar sus lugares para dirigirse al pizarrón y fotografiarlo, por lo cual el profesor pide atención y que se guarde silencio, sin embargo algunos estudiantes no obedecen, por ello uno de los estudiantes se ve en la necesidad de levantar la voz y pedir que guarden silencio.

Episodio dos (E2)

E2F1:

El profesor: Análogamente a E1F1, el profesor durante este fragmento llega al aula de clase y se dirige a escribir en el pizarrón, sin embargo en esta ocasión el profesor escribe los ejercicios de **SP2,** los que más adelante le permitirán explicar algunos conceptos así como aplicar métodos de solución de las ecuaciones cuadráticas.

Los alumnos: De la misma manera que en E1F1 los alumnos se encuentran en el salón, otras más llegan tiempo después. Al momento que el profesor pide la atención, obedecen de inmediato dirigiéndose a sus asientos y guardando silencio.

E2F2:

El profesor: Comienza el proceso instruccional retomando algunos de los objetos matemáticos que ya se han trabajado anteriormente, buscando realizar una conexión con el "nuevo tema" que será objeto de estudio durante este episodio.

Los alumnos: Algunos de los alumnos contestan algunas de las preguntas que realiza el profesor, aludiendo que en ocasiones anteriores el objetivo en cuanto a la solución de sistemas de ecuaciones lineales de una, dos o tres incógnitas se resumía en el despejar las incógnitas (en el caso de las ecuaciones lineales) y bien determinar los valores de los coeficientes de los sistemas.

E2F3:

El profesor: Con ayuda de **SP2**, específicamente con los ejercicios que conforman a ésta, busca la emergencia de algunos conceptos. Hace uso de preguntas dirigidas para cerciorarse de los conocimientos previos de los alumnos, así como de los argumentos que se utilizan buscando "formalizarlos" a través de algunas proposiciones.

Los alumnos: A través de las preguntas los estudiantes pueden participar con las diversas respuestas, expresan sus puntos de vista, así como sus dudas con respecto a las ecuaciones. La mayor parte del tiempo se observan atentos y activos en el proceso, buscando participar cuando sea necesario.

E2F4-E2F9:

El profesor: Durante el desarrollo de estos fragmentos el profesor siempre funge en el papel de resolutor, hace uso de preguntas “dirigidas” para promover la participación de sus estudiantes. Además recurre al uso de algunos objetos matemáticos, por ejemplo de factorización por medio de factor común o la factorización de trinomios como producto de binomios, que se consideran “asimilados”. Busca la emergencia de métodos a través de la resolución de los ejercicios, hace uso de proposiciones, argumentos, procedimientos, conceptos, promueve principalmente el lenguaje algebraico. El profesor presenta adecuadamente el tema; la mayor parte del tiempo busca resolver las dudas de los estudiantes a través de ejemplos los cuales son adaptaciones de las componentes de **SP2**.

Los alumnos: Durante el desarrollo de estos fragmentos se puede observar que los estudiantes juegan el rol de observadores y en ocasiones se percibe la participación activa de algunos exponiendo sus dudas. El proceso siempre es desarrollado en orden, sin embargo hay momentos donde pierden la concentración puesto que son interrumpidos por ruidos, principalmente música que se escucha fuera del aula ya que durante el desarrollo se presentaron algunos eventos dentro de la institución, lo que obliga al profesor a mantener la puerta cerrada.

Al resolver algunos de los problemas, los alumnos exponen algunas dudas lo cual lleva a la emergencia de algunos conceptos, uno de ellos “unidad imaginaria”; durante otros procedimientos los estudiantes perciben patrones y determinan las soluciones de las ecuaciones cuadráticas incompletas de la forma $Ax^2 + Bx = 0$, establecen así que una de las soluciones siempre será cero. Por otra parte se percibe que algunos de ellos conocen un método para obtener las soluciones, la fórmula general por lo que constantemente se escucha preguntar a los alumnos cuando se usará.

E2F10

El profesor: En este fragmento el profesor sigue asumiendo el rol de resolutor, formulando preguntas y tratando de determinar la factorización de **SP2**-7. Se percibe que los alumnos se dan cuenta de que no es posible factorizar por medio de binomios la ecuación, es aquí donde el profesor introduce la fórmula general. Dicha fórmula se formaliza en el curso a pesar de expresar que ya ha sido analizada en el nivel anterior al bachillerato (nivel básico). En este caso el profesor pide a los alumnos que deben observar la forma de la ecuación para poder hacer uso de este procedimiento, la cual deberá estar siempre igualada a cero, de no ser así estos deberán convertir a una ecuación igualada a cero.

Los alumnos: Los alumnos durante este momento se muestran más activos, justo en el establecimiento de la fórmula general. Ellos proponen la forma de la fórmula; por otra parte los alumnos preguntan si es posible resolver las ecuaciones anteriores por medio de este procedimiento, a lo que el profesor responde que sí.

E2F11

El profesor: Se retoma de nuevo la **SP2**-7), se hacen uso de conceptos estudiados en la clase anterior y se relacionan con el nuevo procedimiento. El profesor funge aun en el papel de resolutor; hace uso de preguntas dirigidas y pide a sus estudiantes resuelvan haciendo uso de la calculadora, en este caso proporciona en el pizarrón de qué manera debe ser introducido el algoritmo a la calculadora.

Los alumnos: Siguiendo las instrucciones del profesor determinan la solución al problema. Expresan los resultados, sin embargo uno de los estudiantes expresa una solución diferente a los demás por lo que el profesor se acerca a éste y verifican el algoritmo, le pide que se analice, el alumno al revisar se da cuenta del error que ha cometido por lo que lo modifica, lo que le permite obtener el resultado correcto.

E2F12

El profesor: En este fragmento el profesor asume el rol de expositor y con ayuda de lo que se ha realizado para dar solución a **SP2**, busca relacionar procedimientos, conceptos, situaciones, por medio de argumentos. Ante el cuestionamiento de uno de los estudiantes sobre el uso de la fórmula general, el profesor trata de resolver la duda y recurre nuevamente a **SP2-1)**. Además estas relaciones las realiza con base en lo que él considera lo “más práctico” para poder resolver las ecuaciones de segundo grado según su forma.

Los alumnos: Particularmente uno de los alumnos cuestiona al profesor acerca del uso de la fórmula general, preguntando en qué tipo de ecuaciones cuadráticas se utiliza (refiriéndose a las ecuaciones completas o incompletas) o bien si ésta “sirve” para todas las ecuaciones cuadráticas.

E2F13

El profesor: Retoma **SP2**-1) para mostrar a los alumnos que es posible dar solución a la ecuación haciendo uso de la fórmula general.

Los alumnos: Observan con atención, determinan los coeficientes de la ecuación y proporcionan el resultado, el cual es el mismo al obtenido al despejar la variable x de la ecuación. Algunos estudiantes expresan que con el uso de la fórmula hallar las soluciones es más sencillo, por lo cual preguntan al profesor si ésta se podrá utilizar durante el examen, el profesor responde que sí, que ellos cuentan con la libertad de elegir el método con el que se sientan identificados.

E2F14

Al final del proceso instruccional, el profesor agradece a sus alumnos el trabajo realizado durante el semestre puesto que la sesión observada fue la última. Pide que realicen su serie de ejercicios y que si tienen alguna dificultad para realizarla lo busquen y expresen sus dudas. Los alumnos agradecen al profesor y se concluye así, no sólo el proceso, si no el semestre de los alumnos.

3.2.2.2.2 Trayectorias docentes y discentes

Análogamente que con el profesor A, en este apartado se hace uso de las expresiones 'trayectoria docente' para describir la secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso instruccional así como "trayectoria discente", la cual se considera como "el sistema de funciones/acciones que desempeña un alumno a propósito de una configuración epistémica" (Godino, Contreras & Font, 2004), la cuales se asocian a la configuración epistémica descrita en 3.2.2.1.3

Para describir las trayectorias docente y discente, se recurre nuevamente al episodio uno, específicamente a los fragmentos donde se ha implementado la configuración epistémica anterior (**F2, F3, F4, F5, F7**) y además se consideran los fragmentos **F1** y **F6** los cuales permitirán determinar los estados posibles de los implicados. Ver tabla 3.2.

Para dicha descripción se recurre a una serie de funciones o estados potenciales tanto del docente (P1,…, P6) como del discente (A1,…, A9) enunciadas en 2.1 c)

<table>
<tr><th rowspan="2">Episodio</th><th rowspan="2">Fragmento</th><th rowspan="2">Descripción</th><th colspan="2">Estado</th></tr>
<tr><th>Docente</th><th>Discente</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1</td><td>1</td><td>En este período el profesor se remite solamente a escribir en el pizarrón sin emitir palabra alguna. Escribe conceptos, proposiciones, ejercicios y recurre a la ayuda de elementos gráficos.</td><td>P3</td><td>A1
A6
A7</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Hace una exposición clara haciendo uso de lenguaje verbal, algebraico y numérico, hace uso de preguntas “dirigidas”, relaciona significados y objetos matemáticos.</td><td>P2
P3
P4
P5</td><td>A1
A3
A6
A7</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Presenta SP1.</td><td>P3</td><td>A1
A3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Resuelve SP1-1) $x^2 - x - 56 = 0$. Presenta la ecuación en dos formas distintas, sin embargo, hace uso de algunas propiedades algebraicas que le permitan obtener nuevamente 1), hace uso de argumentos como “si no está igualada a cero lo primero que se hace es igualar a cero”</td><td rowspan="2">P2
P3
P5</td><td rowspan="2">A2
A3
A4
A5
A6
A7</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Resuelve SP1-2) $4x^2 + 12x = 0$. Presenta la ecuación 2), sin embargo dice a los alumnos que puede estar igualada a cero pero desordenada. Refriéndose a los coeficientes dice que éstos no se representan por su posición, hace uso de argumentos como “A acompaña a la x cuadrada”.</td></tr>
</table>

	6	Resuelve **SP3-3)** $x^2 + 4x + 5 = 0$. Dado que la ecuación se encuentra igualada a cero y ordenada, se determinan los coeficientes y se sustituyen en el discriminante. Realiza un cálculo numérico, lo que permite concluir que "la ecuación tiene dos soluciones imaginarias diferentes".		A8
	7	Tras resolver SP1, el profesor recuerda a sus estudiantes que la serie de ejercicios ya podrá ser concluida, y que deberá presentarse al terminar el examen. Toma asistencia a los estudiantes.	P2 P3	A1
2	**1**	El profesor llega al aula y durante este tiempo escribe en el pizarrón los problemas que se abordarán en la sesión (**SP2**).	P3	A1
	2	A través de preguntas el profesor busca que los estudiantes recuerden lo que se ha estudiado el día anterior, hacen uso de proposiciones, argumentos en lenguaje verbal.	P2 P5	A2 A3 A5
	3	Con el uso de los ejercicios que conforman SP2, el profesor define el concepto de ecuación cuadrática completa e incompleta.	P4 P5	A3 A6 A7
	4	Se asigna y resuelve la **SP2**-1) $x^2 - 16 = 0$. Despejan x directamente, sacan raíz y obtienen las soluciones del problema.	P2 P3 P4	A2 A3 A4
	5	Se asigna y resuelve la **SP2**-2) $4x^2 + 36 = 0$. Recurren nuevamente a un despeje directo. Si bien obtienen las soluciones, éstas marcan error		

		en la calculadora, por lo que emerge el significado de solución imaginaria. Definen la unidad en los números imaginarios, comprueban soluciones, entre otras.	P5	A5 A6 A7
	6	Se asigna y resuelve la **SP2**-3) $24x^2 + 16x = 0$. Recurren al uso del factorizar por medio de factor común. Hacen uso de la proposición del factor nulo. "Cero por lo que sea cero"		
	7	Se asigna y resuelve la **SP2**-4) $\frac{9}{28}x^2 + \frac{15}{16}x = 0$. Análogamente a **SP2**-3) recurren al uso del factorizar por medio de factor común. Se concluye que con ecuaciones que tienen esta forma siempre una de las soluciones será igual a cero.		
	8	Se asigna y resuelve la **SP2**-5) $x^2 - 2x - 63 = 0$. Se hace uso del concepto trinomio, además de la factorización por binomios, máximo común divisor, se igualan cada uno de los factores a cero, puesto que se recurre de nuevo al factor nulo.		
	9	Se asigna y resuelve la **SP2**-6) $6x^2 + x - 15 = 0$. Se resuelve de manera análoga a **SP2**-5), sin embargo la diferencia radica en las soluciones que se obtienen; mientras que en **SP2**-5) se obtienen soluciones enteras, en **SP2**-6) se obtienen soluciones fraccionarias.		
	10	Se asigna **SP2**-7) $x^2 + 2x - 7 = 0$. En este caso el profesor trata de imitar el procedimiento anterior, sin embargo es imposible puesto que no se logra escribir la ecuación como producto de dos factores. Emerge el concepto de fórmula general para resolver ecuaciones de segundo		

		grado.		
	11	Retoma **SP2**-7), determina los coeficientes de la ecuación y los sustituye en la fórmula general, simplifica la fórmula por medio de un procedimiento numérico.		
	12	Durante este período el profesor busca solucionar dudas, los estudiantes exponen sus preguntas.	P2 P5	A3 A4
	13	Retoma **SP2**-1**)** determina los coeficientes de la ecuación, los sustituye y comprueba que de ambas maneras se obtienen las mismas soluciones.	P2 P3 P4 P5	A2 A3 A4 A5 A6 A7

Tabla 3.7 Trayectorias docente y discente

3.2.2.2.3 Otras trayectorias

3.2.2.2.3.1 Trayectoria Mediacional

Se recuerda que los medios o recursos tecnológicos, su funcionalidad, el objetivo, el tipo de recurso, no pueden ser omitidos durante el desarrollo del proceso. No se debe de perder de vista que la trayectoria mediacional se considera una herramienta para analizar los diversos usos y potencialidad de los recursos mediacionales (pizarra, módulos, proyector, software, calculadoras, entre otros). Además permite estudiar si éstos son efectivamente implementados en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este caso, el profesor hace uso de la pizarra, de plumones, así como del uso de calculadoras para la solución de las diversas situaciones problema que propone. Con respecto al uso de la calculadora, explica como deberá ser utilizada para obtener el resultado correcto, hace uso de la pizarra para escribir algoritmos que deben ser introducidos, en algunos casos y tras el cuestionamiento de algunos estudiantes explica cuáles son los errores que se han cometido y que no les permiten obtener los resultados correctos.

Por otra parte, el profesor hace uso de recursos tecnológicos digitales, específicamente software que permiten modelar y solucionar algunas situaciones problema que considera apropiadas para el tema. Sin embargo por el tiempo que se asigna al desarrollo del tema en esta ocasión (100 minutos, dos sesiones) no es posible hacer uso de ellos, además en ocasiones las condiciones de aula no le permiten implementar este tipo de apoyo.

3.2.2.2.3.2 Trayectoria Cognitiva

No se debe omitir que en la observación del proceso instruccional, sólo se tendrán indicios de la cronogénesis que se está llevando a cabo solamente en algunos estudiantes. Esto a través de las intervenciones que realizan durante el episodio.

Durante el desarrollo de los episodios el profesor siempre tiene el rol de expositor y resolutor de los problemas, en este caso se logra apreciar que las principales dificultades que presentan los estudiantes se refieren a la comprensión de los problemas, en otras palabras, no comprenden las instrucciones de los problemas.

En el desarrollo de E1, muchas de las preguntas que plantean los estudiantes tienen que ver con el tipo de soluciones de las ecuaciones cuadráticas, las cuales se obtienen de calcular el discriminante de la ecuación, una de ellas se refiere al hecho si es necesario, escribir por ejemplo, *"La ecuación tiene dos soluciones reales diferentes"*. Otras de las preguntas que plantean, y que hace alusión a conocimientos previos, es en qué momento se utilizará la fórmula general. Esto permite "pensar" en efecto, que el estudiante no ha comprendido la instrucción del problema.

Por otra parte en E2, los problemas planteados tienen como objetivo determinar las soluciones de las ecuaciones cuadráticas que se proponen (**SP2**), para lo cual hacen uso de conocimientos que se “han” adquirido anteriormente al desarrollo del tema “ecuaciones cuadráticas” por ejemplo, factor común, factorización, productos de binomios, entre otros. Los estudiantes plantean dudas, así también plantean soluciones, argumentan y conjeturan en algunos casos. Por ejemplo, cuando se factoriza una ecuación cuadrática de la forma $Ax^2 + Bx = 0$ conjeturan que una de las soluciones siempre será cero.

3.2.2.2.3.3 Trayectoria emocional

El proceso instruccional, en ambos episodios, se desarrolla en un ambiente de respeto. La mayoría de estudiantes “parecen” prestan atención y muestran interés a las explicaciones del profesor. Se pueda observar la confianza y la disponibilidad del profesor para contestar las cuestiones planteadas, por lo que los alumnos no desaprovechan las oportunidades y constantemente se cuestiona al profesor. Además algunos estudiantes presentan argumentos que permite “suponer” que cuentan con conocimiento del tema.

Se observa un ambiente muy homogéneo, de respeto y aceptación del tema así como confianza durante el desarrollo del proceso instruccional. Nuevamente, no se debe omitir que esta es una apreciación superficial, basada en las evidencias audiovisuales registradas en un período muy corto.

3.2.3 Normas y metanormas

Análogamente al análisis realizado de este nivel durante el desarrollo del proceso instruccional que realiza el profesor A, este proceso instruccional realizado por el profesor B, es observado desde el seno de una institución, por lo cual se considera como una actividad regulada por medio de una serie de reglas, recordando que se parte o se consideran aspectos generales como son las directrices curriculares hasta los comportamientos de cortesía y respeto mutuo entre profesor y alumnos.

Se asume que la trama de reglas, normas, convenciones, hábitos, costumbres, tradiciones, permiten el desarrollo de procesos instruccionales idóneos. Sin embargo, solamente se pueden determinar algunas de las reglas que rigen el proceso en algunas de las facetas del modelo y que se presentan de manera implícita durante éste. Recordando que estas normas o reglas pueden ser de tipo disciplinar (teoremas, definiciones, convenciones) o social (leyes, decretos, órdenes, resoluciones, hábitos o costumbres) y que se originan dentro del aula de clase durante la implementación.

El profesor se rige por los requisitos de los programas de estudio de Matemáticas I con respecto al Bloque IX “Resuelve ecuaciones cuadráticas I”, eligiendo aquellos elementos que considera primordiales presentar en un lapso muy breve. Esto lo lleva a fijar los tipos de prácticas operativas y discursivas que se implementarán en el aula de clases y que guardan una estrecha relación con su formación profesional, así como con el contexto del aula en que se desarrolla el proceso de estudio (medios tecnológicos, conocimientos previos y las motivaciones de los estudiantes).

Con respecto a las normas de índole social, específicamente como acuerdos entre el profesor y el alumno, se pueden determinar cómo convenciones el hecho de guardar silencio cuando el profesor desarrolla el tema, se debe pedir permiso para poder acceder al aula de clase, se considera un tiempo no mayor de 10 minutos de retraso para acceder al aula, se debe contar con calculadoras para realizar cálculos. De manera similar que en el análisis del profesor A, es posible determinar algunas de las normas institucionales (que en ocasiones se pueden considerar como invisibles o pasar desapercibidas) por ejemplo, el uso del uniforme en la institución, la prohibición de consumir alimentos en el aula de clase, prohibido fumar, entre otras.

3.2.4 Idoneidad didáctica

Al igual que se hizo para el profesor A es importante medir la idoneidad del profesor B, lo anterior con la intención de identificar elementos coincidentes, pues esto nos ayudará a identificar si hay elementos comunes en ambos casos que pudieran ser considerados en el perfil del profesor de matemáticas en activo de la EMS. Se recuerda que para dicha valoración es necesario conocer el significado de referencia, el cual se puede consultar en el Anexo 3.

- **Faceta epistémica:**

En esta faceta el profesor presenta mayor idoneidad, si bien no logra tener una alta idoneidad se acerca a ésta.

Conocimiento común del contenido: El profesor recurre al uso de tareas donde el objetivo es la aplicación y/o ejercitación de los métodos (procedimientos) para resolver ecuaciones cuadráticas de una variable, es decir, situaciones en contextos intra-matemáticos. Se observa la ausencia de situaciones en contextos extra-matemáticos (problemas de aplicación).

Conocimiento especializado del contenido: El promueve en mayor medida el lenguaje algebraico, así como las representaciones algebraicas de las ecuaciones cuadráticas, no obstante recurre a su representación gráfica lo que implica la generalización de la tarea, en otras palabras, generaliza la ecuación a una función que le permita obtener parejas ordenadas que al graficarse le permitan obtener la gráfica de la función (parábola). Por otra parte, las tareas propuestas le permiten generar procedimientos; el lenguaje se considera apto al nivel educativo y acorde al programa de estudios establecido por la DGB, sin embargo el profesor no logra presentar una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.

Con base en su discurso es posible percatase que el profesor selecciona y reelabora los problemas matemáticos, la trama de reglas (conceptos o definiciones, proposiciones, procedimientos) utilizadas durante el desarrollo del proceso se consideran claras y correctas, así como las explicaciones y comprobaciones adecuadas a este nivel educativo. Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se consideran aptos a este nivel educativo además se relacionan y conectan entre sí, esto a su vez le permite al profesor identificar y articular los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Conocimiento ampliado del contenido: El profesor identifica posibles generalizaciones de la tarea y conexiones con otros temas más avanzados, por ejemplo desde su discurso (práctica discursiva) el profesor hace alusión a las ecuaciones polinomiales como una generalización de las diversas expresiones algebraicas propuestas en el programa de Matemáticas I, durante su práctica operativa explica a sus estudiantes algunas de las generalizaciones de la tarea y conecta con otros temas más avanzados pero por el tiempo dice restringir solo al estudio de las ecuaciones cuadráticas (representación algebraica) y lo demás será abordado con calma en asignaturas posteriores (Matemáticas III , la parábola como lugar geométrico y Matemáticas IV, funciones cuadráticas).

- **Faceta cognitiva:**

El profesor declara y se percata a través de preguntas a las que considera como "dirigidas" cuáles son los conocimientos previos de sus estudiantes esto con la finalidad de hacerlos parte activa del tema a desarrollar, por otra parte, asume que algunos conocimientos fueron adquiridos durante el desarrollo del semestre y que deberían de formar parte de los conocimientos previos de sus estudiantes. Algunos de los conocimientos previos que mencionan son: factorización, ecuaciones lineales con una incógnita (temas que se han trabajado durante el semestre), sin embargo considera que el estudio del tema puede ser desarrollado sin el conocimiento de ecuaciones lineales, pero particularmente expresa que al alumno se le dificulta un poco más el desarrollo del tema.

Si bien el tema ya se ha desarrollado en el nivel educativo anterior, él prefiere "partir de cero" y apoyarse de aquellos estudiantes que muestran un conocimiento previo del tema para el desarrollo de la dinámica de la clase; durante el desarrollo del proceso y considerando las preguntas que realiza el profesor es posible percatarse que los contenidos presentados por éste se pueden alcanzar, en otras palabras tienen una dificultad manejable en sus diversas componentes.

Si bien el profesor desde su discurso no describe qué tipos conflictos semióticos se presentan en la resolución de este tipo de tareas por los alumnos, durante el desarrollo de la configuración epistémica presenta algunos de los "errores" que los alumnos comenten al momento de resolver las ecuaciones cuadráticas. También menciona las dificultades que aparecen al determinar el tipo de soluciones de éstas (la naturaleza del discriminante) apoyado en las situaciones problemas y algunas adaptaciones que hace de ellas.

Con respecto a las actividades de ampliación y refuerzo, si bien no se presentaron durante las observaciones, el profesor constantemente hace hincapié a sus estudiantes que la serie de ejercicios (la cual ya se ha entregado con anterioridad) deberá ser contestada y entregada el día del examen. Por otra parte, lo que sí es posible observar es como el profesor promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes. Se recuerda que durante el desarrollo del proceso instruccional, el profesor ayuda constantemente a un estudiante que muestra capacidades diferentes a sus compañeros (sordo), por lo que el profesor a pesar de no saber lenguaje de señas o haber sido formado para la enseñanza a personas con capacidades diferentes, busca apoyar y explicar al estudiante lo referente al tema, proporcionándole atención personalizada a través de señas, hablarle de frente para que éste puede leer sus labios, levantando el tono de su voz.

Finalmente, con respecto a la evaluación, la información que brinda con respecto a la evaluación en su práctica discursiva permite percibir que por lo menos las evaluaciones presentadas consideran el desarrollo de procedimientos. Además los resultados derivados de la evaluación le permiten tomar decisiones con respecto a sus estudiantes, siendo éstas difundidas por medio de las plataformas de la institución. La idoneidad en la faceta cognitiva se considera alta.

- **Faceta afectiva:**

Las situaciones presentadas no permitan valorar la utilidad de las matemáticas, si bien en su práctica discursiva el profesor expresa que busca presentar problemas relacionados con la vida real, esto durante el proceso instruccional no logra concretarse. Se recuerda que los problemas son propuestos en un contexto intra-matemático, específicamente representaciones algebraicas. Si bien el profesor siempre funge el papel de expositor y resolutor, promueve la participación en las actividades a través de preguntas “dirigidas”, además busca que los alumnos argumenten, tratando de establecer consensos, es decir, en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.

Además expresa que busca hablar con los estudiantes tratando de hacerles ver que son capaces de trabajar con las matemáticas y una vez que éstos han accedido o que permiten al profesor enseñarles, les propone estrategias que logren desarrollar un conocimiento en ellos. La idoneidad en esta faceta es considerada como media.

- **Faceta interaccional:**

El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema), además reconoce y resuelve algunos conflictos de los alumnos, con ayuda de readaptaciones de los problemas, también se pretende llegar a consensos con base al mejor argumento.

El profesor facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase, a través de preguntas, sin embargo no se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes, no se promueve la interacción entre los alumnos para contrastar sus afirmaciones y que así ellos traten de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos puesto que el profesor asegura que el tiempo es insuficiente, no obstante asegura que cuando el tiempo se lo permite busca realizar el trabajo en equipos.

El profesor propone momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos). Durante la práctica operativa no es posible apreciar los momentos de autonomía del estudiante, el profesor siempre funge como expositor, más aun durante su práctica discursiva él dice proponer tareas a sus estudiantes que les permiten la autonomía: investigaciones, considerar ejemplos y contraejemplos para el planteamiento de situaciones que le brinden la oportunidad de modelar ecuaciones cuadráticas. La idoneidad didáctica se considera media alta.

- **Faceta mediacional:**

Los recursos tecnológicos que utiliza el profesor son: pizarrón, módulos de aprendizaje de Matemáticas I y plumones. En este caso los recursos tecnológicos digitales (internet, software, calculadoras, etc.) son usados solo si las condiciones áulicas lo permiten, sin embargo el profesor promueve constantemente el uso de la calculadora para obtener las soluciones de las ecuaciones. El tiempo asignado (presencial y no presencial) no es suficiente para la enseñanza pretendida, por lo que el profesor no dedica el suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema, porque ve lo básico del tema y no realiza una profundización de éste. Con respecto a la distribución y el número de alumnos el profesor no hace referencia alguna, sin embargo durante las observaciones del proceso éste se desarrolla sin dificultad alguna. Se considera como media la idoneidad didáctica en esta faceta.

- **Faceta ecológica:**

Finalmente, dado que esta faceta guarda una estrecha relación con la faceta epistémica, la valoración es considerada como media alta. A través de sus prácticas operativa y discursiva es posible observar que el profesor identifica los elementos del currículo. Este hecho permite determinar que los contenidos promovidos por el parte del profesor, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares. Además, el profesor logra establecer conexiones tanto interdisciplinares como interdisciplinares.

El profesor identifica también algunas condicionantes para el desarrollo del tema, entre ellos considera como un elemento primordial al grupo de estudiantes, ya que argumenta que si responden de manera favorable al estudio de temas pasados, es posible desarrollar el tema de ecuaciones cuadráticas. En este caso explica que el desarrollo del tema se llevará a cabo en dos días. Una condicionante más, son las actividades que su institución propone o desarrolla para sus estudiantes, puesto que éstas son algunos factores que distraen al alumno de las actividades de clase. Además, la falta de recursos por parte de la institución no le permite el desarrollo adecuado de los temas para los estudiantes que presentan alguna capacidad especial.

La figura 3.13 permite observar la gráfica de la idoneidad didáctica obtenida por el profesor.

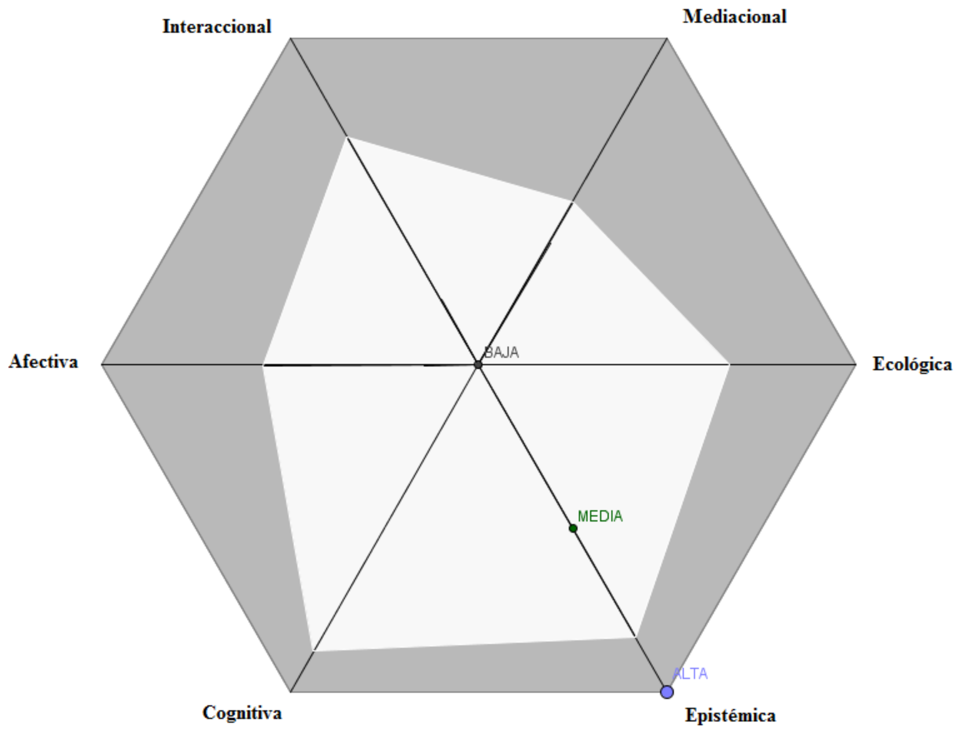


Figura 3.10 Idoneidad didáctica del profesor B

Conclusiones

Por más de treinta años se ha buscado mediante el uso de diversos modelos teóricos, proveer tanto a investigadores como a las autoridades educativas, de herramientas que permitan la descripción de los conocimientos que se suponen "como base" para que un profesor sea considerado como un "buen profesor". En México, tras la implementación de la RIEMS en 2008, uno de los principales retos a los que se han enfrentado las autoridades educativas radica en tratar de definir el perfil que deben tener los docentes para que estos puedan desarrollar procesos instruccionales "idóneos" con base en lo que se plantea en la Reforma.

Para lograr definir dicho perfil se han realizado una serie de acciones que buscan evolucionar éste en torno a competencias docentes. De esta manera, si bien hay avances con relación a la construcción de un perfil idóneo para lograr la implementación de la RIEMS en México, en nuestra opinión faltan elementos que deberían ser incluidos y que se relacionan con la especificidad del conocimiento disciplinar a enseñar.

Reconociendo la existencia de diversas propuestas teóricas que buscan definir el perfil del profesor de matemáticas, advertimos que estas propuestas se han desarrollado bajo un marco referencial diferente al que actualmente rige al país. Esto nos lleva a la siguiente reflexión: para proponer cualquier tipo de acción que busque la identificación de un perfil docente adecuado al medio, es necesario conocer las potencialidades, necesidades y expectativas de los profesores en activo, pues serán la base sobre la que debe apoyarse cualquier tarea en esa dirección.

Todo lo anterior se consideró parte fundamental para realizar el planteamiento de la pregunta que guió esta investigación: ¿Cómo es el conocimiento didáctico – matemático de profesores de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I?

Por lo tanto, este trabajo se realizó con la finalidad de describir los conocimientos puestos en juego por dos profesores de bachillerato en torno al objeto matemático "ecuación cuadrática" en el contexto de la RIEMS, donde el objetivo central fue la caracterización del CDM de dos profesores en activo de EMS a través del modelo del CDM propuesto por Godino en 2009.

Con ello se trató en primer lugar de entender el fenómeno de estudio. Por otra parte se buscó describir y tratar de deducir entre otras cosas las necesidades, las expectativas y sobre todo evidenciar las potencialidades de los profesores de matemáticas, de tal manera que estas sirvan como evidencia o bien como referencias para la elaboración de herramientas que permitan desarrollar competencias en los docentes, pero sobre todo competencias específicas del profesor de matemáticas.

Entre los aspectos más destacables de los resultados obtenidos se encuentra el establecimiento de competencias específicas desarrolladas/evidenciadas por los profesores durante su práctica educativa, asimismo se establecen una serie de conclusiones con respecto a los siguientes aspectos:

i. Sobre la pregunta de investigación, objetivo general y específicos.
ii. Sobre la promoción del enfoque por competencias.
iii. Sobre el modelo poliédrico como herramienta para la caracterización del conocimiento didáctico-matemático del profesor.
iv. Posibles derivados del estudio.

i. Sobre la pregunta de investigación, objetivo general y específicos

En el Capítulo 1 se declaró como pregunta de investigación:

¿Cómo es el conocimiento didáctico – matemático de profesores de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I?

Para ello se planteó como objetivo general:

Caracterizar el conocimiento didáctico - matemático de profesores de matemáticas de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".

Y se propusieron como objetivos específicos los siguientes, los cuales además se plantearon con base en las seis facetas del modelo del CDM:

- Identificar los conocimientos matemáticos del profesor, relativos al contexto institucional, puestos en juego en el aula de clases, así como la distribución en el tiempo de los contenidos matemáticos del Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Describir el conocimiento del profesor sobre la progresión del proceso de aprendizaje y los conocimientos personales de los estudiantes en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Determinar las acciones que realiza el profesor con respecto a los estados afectivos (las actitudes, emociones, opiniones y valores) que los alumnos presentan a los objetos matemáticos (estudiados en el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I") y a los procesos de estudio que son llevados a cabo en el aula de clases.
- Describir los recursos tecnológicos del profesor en el desarrollo de los procesos de estudio y aprendizaje así como su distribución en el tiempo sobre el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Identificar los patrones de interacción del profesor, y la negociación en los significados en torno Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- Determinar el conocimiento del profesor sobre la pertinencia de los contenidos puestos en escena con respecto a su entorno social, político, económico, etc.

Para determinar cada uno de los objetivos anteriores fue necesario el análisis de los procesos instruccionales realizados por cada uno los profesores con respecto al desarrollo del tema en cuestión y que se describen en los apartados del Capítulo 3.

Con respecto al primer objetivo específico, *Identificar los conocimientos matemáticos del profesor, relativos al contexto institucional, puestos en juego en el aula de clases, así como la distribución en el tiempo de los contenidos matemáticos del Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".*

Los objetos matemáticos identificados en el desarrollo de las prácticas de los profesores guardan una estrecha relación. Mientras que el profesor con menor experiencia enfatiza la modelización a través de las situaciones problemas y la aplicación de un solo método (fórmula general), el profesor con mayor experiencia enfatiza la ejercitación y las situaciones problemas en contexto intramatemáticos, haciendo uso de un lenguaje más riguroso, pero ambos haciendo énfasis en la transición del lenguaje verbal al algebraico y promoviendo los procedimientos algebraicos como objetos matemáticos primordiales.

Además, con respecto a los procesos que se activan durante el proceso instruccional podemos identificar las siguientes dimensiones duales: ostensivo – no ostensivo, expresión – contenido, extensivo – intensivo, unitario – sistémico y que se detallan en los apartados 3.1.2.1.5 y 3.2.2.1.5

En ambos casos dichos conocimientos se enmarcan (atienden las características) dentro del SIR, sin embargo el tiempo no corresponde a lo que se propone en el programa de la materia, como consecuencia las situaciones problemas no constituyen muestras representativas y articuladas entre ellas.

Atendiendo el segundo objetivo específico; d*escribir el conocimiento del profesor sobre la progresión del proceso de aprendizaje y los conocimientos personales de los estudiantes en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".*

Particularmente los profesores evidenciaron conocimientos en común con respecto a los conocimientos previos de los estudiantes, ambos declaran ecuación lineal, fórmula general, trinomio cuadrado, factorización, sistema de ecuaciones lineales, entre otros, como conocimientos que los alumnos deberían de conocer, en ambos casos evidencian un conocimiento del currículo del nivel educativo en cuestión y del anterior.

En ese contexto además es relevante decir que si bien los profesores describen lo que desde su perspectiva consideran los principales tipos de conflictos de aprendizaje de los alumnos en la resolución de las tareas propuestas con respecto al tema, éstas presentan muchas diferencias. Mientras que el profesor de menor experiencia asume como uno de los principales conflictos el tránsito entre lenguajes y los evidencia desde su práctica discursiva, el profesor de mayor experiencia hace uso de una serie de ejemplos que adapta durante el desarrollo de su práctica operativa con los que busca "prevenir" una serie de errores que los alumnos cometen con mayor frecuencia al resolver las tareas que el profesor propone.

Asimismo es necesario reportar que esta investigación estuvo dedicada al análisis de las prácticas del profesor, por tal motivo el progreso del aprendizaje de los estudiantes no fue reportado y la evaluación de los aprendizajes no fue observada. Sin embargo en la práctica discursiva de los profesores es posible interpretar algunos de los aspectos referentes al momento de evaluación, entre ellos los diversos modos de evaluación que utilizan por ejemplo exámenes escritos que denominan como examen no calendarizado y examen parcial, donde entre otras cosas buscan evaluar los conocimientos de los estudiantes referentes a acciones procedimentales y conceptuales.

El tercer objetivo específico, *determinar las acciones que realiza el profesor con respecto a los estados afectivos (las actitudes, emociones, opiniones y valores) que los alumnos presentan a los objetos matemáticos (estudiados en el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I") y a los procesos de estudio que son llevados a cabo en el aula de clases.*

En este caso los profesores describieron algunas de las acciones que realizan con respecto a los estados afectivos de los estudiantes, aunque no fue posible identificar muchas de las acciones que describen en el momento que los alumnos se enfrentan a la resolución de las tareas que se proponen. Además algunas de las acciones que dicen realizar los profesores son similares, por ejemplo "preguntas dirigidas" para promover la participación en el aula; pasar al alumno frente al pizarrón como una alternativa de evaluación sistémica de tal manera que los resultados de esta le permitan tomar decisiones, por ejemplo enviar al estudiante a asesorías.

Con respecto al siguiente objetivo específico, *describir los recursos tecnológicos del profesor en el desarrollo de los procesos de estudio y aprendizaje así como su distribución en el tiempo sobre el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".*

Particularmente se puede determinar que los profesores evidencian un conocimiento muy similar. En particular, aunque ambos profesores dan evidencia de conocer algunas herramientas tecnológicas digitales, ninguno hace uso de ellas en la promoción de los aprendizajes de sus estudiantes. En ambos casos justifican la dificultad con respecto al tiempo y las condiciones áulicas.

Sobre el objetivo, *identificar los patrones de interacción del profesor, y la negociación en los significados en torno Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".*

En este caso los profesores promueven como único tipo de interacción al trabajo que consideran grupal, donde el rol del profesor se traduce en ser el expositor y en ocasiones el resolutor de los problemas. Sin embargo en su práctica discursiva evidencian conocimiento de otros tipos de interacción que ellos denominan como trabajo por equipos o binas (alumno-alumno) o bien como interacción docente-discente al trabajo en grupo o bien al trabajo que se desarrolla de manera personal con cada uno de los alumnos que así lo permiten.

Con respecto a la negociación de los significados se considera que no es promovida puesto que los significados de los objetos se suponen ya establecidos, no se promueve la argumentación ni la negociación entre pares.

Con respecto al objetivo específico, *determinar el conocimiento del profesor sobre la pertinencia de los contenidos puestos en escena con respecto a su entorno social, político, económico, etc.*

Conforme a lo observado durante el proceso es posible determinar que el conocimiento evidenciado por los profesores se corresponde con aspectos curriculares, en otras palabras, existe una estrecha relación con lo que se plantea promover en los planes y programas de estudio pues se consideran adecuados al nivel educativo. Por el contrario los contenidos no se dotan de funcionalidad, es decir éstos no modelan o son expresados en contextos de su entorno político, social o educativo, por consiguiente el alumno no es capaz de valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.

Con base en lo anteriormente expuesto y con el fin de trata de contestar la pregunta de investigación - ¿Cómo es el conocimiento didáctico – matemático de profesores de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I? – podemos determinar que el CDM obedece/fundamenta primordialmente en las propuestas curriculares (programas de la materia) buscando adaptar los contenidos que se piden promover con base en lo que desde su punto de vista se considera "lo más importante", lo que desde nuestra perspectiva se considera una fortaleza del conocimiento que evidencian ambos profesores, es decir, su congruencia con el programa de estudios, puesto que ambos dan muestra de conocer los alcances que se pretenden en el currículo para este tema y nivel educativo. Sin embargo, no debemos perder de vista que los conocimientos identificados guardan algunas diferencias.

Además es importante resaltar que en las facetas en las que los profesores alcanzan una mayor idoneidad didáctica (media alta) y una mayor coincidencia en los conocimientos evidenciados son la epistémica y ecológica. Por tanto se identifica una posible relación entre la formación inicial del profesor, el programa de la materia y las decisiones de los profesores al momento de seleccionar las tareas matemáticas a desarrollar en el tema de ecuaciones cuadráticas y que se ven reflejadas en las facetas epistémica y ecológica.

Sin embargo, el tiempo se considera el factor principal para el desarrollo del tema, tal vez esto impide que los profesores alcancen una idoneidad alta en estas facetas, ya que no se logra presentar una muestra articulada de situaciones problemas que permitan la contextualización en situaciones reales (valorar la utilidad de las matemáticas), ejercitación y aplicación de los diversos métodos que se establecen en el SIR.

Por otra parte, en las facetas en las que se encontró mayor discrepancia entre los conocimientos evidenciados por los profesores en estudio son aquellas relativos a la faceta cognitiva, afectiva e interaccional. Si bien se puede establecer que ambos profesores consideraron los mismos conocimientos previos en sus estudiantes o bien la mayoría de ellos, el profesor B obtuvo mayor idoneidad didáctica en estas facetas. En este caso, consideramos como una posible hipótesis que la experiencia docente es una fuente de conocimiento en éstas.

Asimismo es necesario señalar que tras el análisis del CDM del profesor B, fue posible percatarse que la experiencia parece jugar un doble papel, como una fuente de conocimiento así como un obstáculo en el desarrollo de estrategias para la promoción del tema en cuestión, puesto que en este caso el profesor asume que uno de los factores principales que condicionan el proceso es el estudiante y que en el recae toda la responsabilidad de aprender. Lo que conlleva al profesor a depender de sus estudiantes para proponer estrategias que le permitan el aprendizaje de estos.

Por lo cual se considera enfocar la atención a dichas facetas para la promoción, el desarrollo e implementación de acciones que busquen la promoción de conocimientos en éstas, puesto que la mayoría de los profesores en activo han desarrollado una serie de competencias matemáticas (resolver las tareas propuestas), ya que aunque han acreditado materias de matemáticas durante sus formación profesional, "no recibieron ninguna formación para enseñarlas y promover el aprendizaje de sus estudiantes" (Hernández, et. al, 2013, p.9).

Con respecto a la faceta mediacional, ambos profesores presentan una valoración similar. En este caso ellos justifican, con respecto al uso de medios tecnológicos digitales, que los principales factores que limitan el uso de estos son el tiempo y las condiciones áulicas. En este caso, proponemos como una futura hipótesis de investigación que la faceta mediacional se ve regida principalmente por aspectos de la faceta epistémica tanto como por aspectos de la faceta ecológica.

Si bien se ha llevado a cabo una caracterización del CDM del profesor, una de las principales dificultades que afrontaron los investigadores al igual que los profesores fue el tiempo, debido a que éste fue muy poco (tanto de la entrevista como la observación) y no se logró hasta el momento de la evaluación de los aprendizajes, lo que limita la caracterización principalmente en la faceta cognitiva.

ii. Sobre la promoción del enfoque por competencias

Un aspecto que se considera importante reportar, es con relación a los aspectos del enfoque por competencias en el proceso.

En primer lugar es necesario señalar el hecho de que el enfoque por competencias se nota ausente. Si bien, los profesores desde su discurso logran evidenciar conocimientos con respecto a éste, las concepciones que tienen distan con relación a las definiciones propuestas en el contexto de la RIEMS. Por ejemplo, la interpretación que tienen del enfoque: considerando que el estudiante deberá de ser quien por su propia cuenta haga la construcción del conocimiento, dejando de lado su participación en el proceso.

Por otra parte, es necesario reportar que los profesores evidencian aspectos de las siguientes competencias genéricas:

1. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.
2. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo; en este caso se puede observar en el caso del profesor A la creación de ambientes autónomos, mientras que el profesor B construye ambientes para el aprendizaje colaborativo.

Si bien se considera la importancia de estas competencias por su transversalidad y trascendentalidad, es necesario a su vez determinar competencias específicas que debería desarrollar el profesor de matemáticas que le permitan el desarrollo de procesos de instrucción "idóneos", lo cual a su vez permitirá proponer el perfil del profesor de matemáticas.

El análisis permitió establecer conocimientos en común evidenciados por los profesores, lo cual conlleva a establecer puntos de partida para la definición de perfil del profesor de matemáticas. En este caso proponemos/establecemos lo siguiente como parte de los atributos contextuales de futuras competencias específicas del profesor de matemáticas que se podrían enmarcar en el contexto de la RIEMS evidenciados por los sujetos de estudio, considerando además las competencias establecidas por Godino et al. (2012) pero adaptadas al contexto curricular así como a la noción matemática de estudio.

Atributos contextuales de competencias específicas del profesor de matemáticas en el desarrollo del Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I":

1. *El profesor conoce, identifica e implementa los elementos necesarios (lenguajes, conceptos, procedimientos, argumentos, proposiciones, situaciones problemas, configuraciones de objetos y procesos matemáticos, trayectorias epistémicas) en el desarrollo del tema propuestos en programa de la materia.*
2. *El profesor selecciona y reelabora los problemas matemáticos atendiendo los requerimientos del nivel educativo (lenguajes, situaciones problema, conceptos,*

entre otros) y las condiciones de su entorno (tiempo, condiciones áulicas, aspectos de corte institucional, formación profesional, etc.).

3. *El profesor se percata de las nociones previas de sus estudiantes a través de la interrogación y la investigación.*
4. *El profesor define, enuncia y justifica el uso de conceptos, procedimientos y propiedades considerando las nociones previas de sus estudiantes.*

Un resultado que surge a través de los análisis es el hecho que los profesores se "rigen" por el programa de la materia, en este caso es necesario señalar que desde nuestra perspectiva, los planes y programas de estudio, específicamente de la asignatura de Matemáticas I, se encuentran desligados de los aspectos que se enmarcan en la RIEMS.

Uno de los aspectos que se resaltan de manera inmediata es la gran carga de elementos epistémicos y el poco tiempo que se establece para su estudio, lo que en ocasiones lleva a los profesores a "sacrificar" temas de estudio, es decir, solamente abordan aquellos temas que desde su perspectiva consideran "lo más importante" o lo que sus academias consideren los más importante.

Por otra parte, si bien en el programa se establece que el alumno deberá de interpretar modelos matemáticos propios de la ecuación cuadrática mediante la aplicación de diversos procedimientos, entre ellos el geométrico, un aspecto del programa es la carencia de la promoción de estos procedimientos (geométricos, gráficos) enfocando sólo la atención a aspectos de corte algebraico.

Por tal motivo, se cree necesario el rediseño de planes y programas de estudio atendiendo a los aspectos del significado holístico de la noción, es decir, rescatar prácticas geométricas que han sido desplazadas por las prácticas algebraicas a las cuales se les ha dado mayor peso, sin embargo consideramos importante puesto que proveerá de conocimientos y posibilidades de relacionar a la geometría con el álgebra.

iii. El modelo poliédrico como herramienta para la caracterización del CDM del profesor

Las nociones teóricas que dieron sustento a esta investigación se enmarcan en el contexto del EOS, específicamente las propuestas en las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas (Godino, 2009). Para ello es preciso mencionar nuevamente que el proyecto contempló la caracterización del CDM en sus seis facetas y cuatro niveles de análisis. Como caso particular dicha propuesta fungió como una herramienta/instrumento aplicado por un observador externo para analizar las prácticas discursiva y operativa realizadas por dos profesores en activo de EMS en torno al tema de interés, ecuación cuadrática.

El objetivo de analizar las prácticas del profesor se enfocaba en tratar de conseguir una serie de elementos enmarcados en el modelo del CDM, entre ellos: configuraciones epistémicas, trayectorias didácticas, configuraciones docentes y discentes, atributos contextuales (procesos), tipos de interacciones, trayectorias mediacionales, entre otras, con la finalidad de llevar a cabo el objetivo general planteado en el Capítulo 1.

Por la naturaleza de los objetivos se decidió recurrir a la técnica de entrevista y observación, para lo cual se diseñaron y desarrollaron una serie de herramientas con base a las facetas del modelo y al significado institucional de referencia.

Por una parte se desarrolló un guion de entrevista con el objetivo de obtener información con respecto a las facetas epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional y afectiva propuestas en el modelo, así como creencias de los profesores aunados a los procesos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En este caso la entrevista fungió como un elemento para complementar la caracterización, pero se considera que las preguntas que se presentan aún pueden ser refinadas y adaptadas a cualquier tema propuesto dentro del programa de la materia.

Entre los aspectos que se sugieren para una adaptación y refinación del guion de la entrevista destacan:

- Recurrir a las nociones propuestas en la versión ampliada del modelo del CDM (Pino-fan, Godino, 2015) puesto que algunas de las respuestas emitidas por los profesores atienden a aspectos relacionados con el diseño y la evaluación (fases del diseño didáctico).
- Poniendo mayor énfasis al SIR, ya que el diseño si bien considera aspectos de éste, sólo se basa en aspectos como: situaciones-problemas, conceptos y procedimientos que se proponen desarrollar en este nivel educativo.

Con respecto a la observación, en un primer momento se optó por el diseño de una protocolo de observación considerando sólo las consignas que Godino propone en el modelo del 2009, sin embargo una vez que se comenzó a realizar la observación de los procesos instruccionales se evidenció que el diseño en su primera propuesta era insuficiente, por lo que se decidió rehacer dicho protocolo. Para ello fue necesario además recurrir a los indicadores de idoneidad didáctica (Godino, 2007), inclusive fue preciso reelaborar así como adaptar las consignas y los indicadores, lo que llevó a la propuesta de una herramienta que permite también realizar la valoración del proceso instruccional así como un análisis detallado tanto de la práctica discursiva y operativa del profesor (Anexo 2).

Cabe mencionar que esta herramienta, desde nuestro punto de vista, es una aportación teórico/metodológica y que permite no solo el análisis de las prácticas del profesor para el caso concreto en el que fue utilizado, sino que puede ser empleado para el análisis de las prácticas del profesor en cualquier tema presente en el programa de la materia o los programas de la materias referentes a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Además, es necesario expresar la gran utilidad del modelo, puesto que permitió desarrollar una caracterización pormenorizada de los conocimientos del profesor, gracias a las herramientas que se proponen puesto que permiten determinar "qué reportar", es decir, "qué preguntar" y "qué observar". Otras de las grandes ventajas que se señalan en el uso del modelo es su organización, ya que el proporcionar los niveles de análisis sugiere una estructura para la caracterización que es realmente accesible de seguir.

No obstante, algunos de los indicadores, consignas o elementos que conforman las facetas del modelo no son alcanzables a través de la observación y en la entrevista quedaron como aspectos muy generales sobre todo en lo que a la evaluación se refiere, en este caso fue muy corto el lapso de observación y si bien el guion de entrevista correspondía a una de tipo semi-estructurada el tiempo fue muy restringido para llevarla a cabo.

Entre otros aspectos, para llevar a cabo la caracterización del CDM del profesor se observa que basta con desarrollar un análisis de los dos primeros niveles propuestos en el modelo, prácticas didácticas y matemáticas así como de configuraciones de objetos y procesos. No obstante si bien esto fue percibido durante el análisis y realización de esta investigación, estas observaciones corresponde a las ampliaciones y modificaciones que se han realizado al modelo y que se pueden consultar en (Pino-Fan, Godino, 2015).

La nueva propuesta adopta actualmente como niveles de análisis (didácticos, matemáticos, didácticos-matemáticos) los siguientes:

1. Problemas
2. Prácticas
3. Configuraciones
4. Procesos

Por otra parte el cuarto nivel de análisis propuesto en el modelo del 2009, idoneidad didáctica, no permite una caracterización del CDM del profesor, está más bien debe de ser vista desde dos posturas:

- Como una herramienta del observador/investigador que permita la valoración del proceso instruccional, lo cual debería entre otras cosas, aportar información de carácter relevante con base a aspectos como necesidades, expectativas y sobre todo potencialidades que presenta el profesor antes, durante y después del desarrollo de un tema en particular.
- Como una herramienta que provea al profesor de elementos necesarios para llevar a cabo una reflexión, la cual se considera como una competencia específica del profesor de matemáticas (Godino, et al, 2008). Pino-Fan y Godino (2015) aseguran que "los criterios de idoneidad didáctica permiten al profesor reflexionar sobre su propia práctica y determinar mejoras potenciales de la misma" (p.103)

Además en el modelo ampliado tanto el tercer nivel de análisis (normas y metanormas) así como la idoneidad didáctica (cuarto nivel de análisis) conforman la *"Dimensión Meta Didáctico-Matemática".* Considerando también como componentes del CDM del profesor las fases de análisis didáctico: estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación.

iv. Posibles derivados del estudio

Se considera entre otros aspectos, que un estudio que permita una caracterización del CDM del profesor con más detalles, es decir, con mayor pormenorización de los conocimientos del profesor, debe considerar el análisis de las prácticas operativas y discursivas del profesor atendiendo aspectos propuestos en el diseño didáctico del modelo ampliado, principalmente aspectos con respecto a la planeación, implementación y evaluación del contenido.

Por otra parte, se sugiere además de atender a las necesidades del profesor, centrar la atención en los estudiantes y la progresión de sus aprendizajes, para con ello determinar si los diversos métodos utilizados por el profesor en la evaluación le indican si los estudiantes logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias que fija como objetivos antes del desarrollo del tema.

En otro rubro, una acción atendiendo a los resultados aquí reportados podría ser la capacitación del profesor en activo con base a las facetas mediacional, afectiva, interaccional y cognitiva, de tal manera que la capacitación atienda aspectos propuestos en el modelo e instruir al profesor en activo en el uso, principalmente, del cuarto nivel de análisis (idoneidad didáctica), para proveerlo de elementos necesarios para llevar a cabo una reflexión sobre su propia práctica y que le permita determinar mejoras potenciales de la misma atendiendo los aspectos relacionados al SIR.

Un aspecto más y que se considera pertinente mencionar es la revisión de los programas de la materia propuestos para este nivel educativo, puesto que se advierte que éstos fungen como bases fundamentales de los conocimientos que los profesores evidencian.

En este caso si bien éstos se han planteado atendiendo elementos curriculares con respecto al desarrollo de competencias, es necesario concretar y proponer estrategias así como acciones que deba desarrollar el profesor, ya que los programas desde nuestra perspectiva siguen siendo muy implícitos sólo determinando las competencias que los estudiantes deben desarrollar en torno a un objeto matemático pero no aquellas que el profesor deberá poner en juego en el aula de clases, por lo que aun aspectos contemplados en ella quedan "a la interpretación" de quien lee, lo cual implica realizar lo que uno cree conveniente para desarrollar dichas competencias.

Finalmente, se considera pertinente la realización de la caracterización del CDM de profesores de bachillerato que cuenten con diplomados/certificaciones donde se busque el desarrollo de competencias y que permitan atender la siguiente interrogante, ¿cuál es el impacto de los diplomados o las acciones que se promueven desde el contexto de la RIEMS en las prácticas docentes del profesor de matemáticas?

Referencias

Acuerdo Secretarial No. 447. (2008). *Por el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada.* México: DOF.

Ball, D. L. (2000). Bridging Practice. Interwining Content and Pedagogy in Teaching and Learning to Teach. *Journal of Teacher Education, 51*, 241-247.

Ball, D. L., & Mewborn, S. T. (2001). Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teacher's Mathematical Knowledge. *Handbook of research on Teaching*, 443-456.

Boyer, C. (2010). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Universitaria.

Casanova, M. A. (1998). *La evaluación educativa. Escuela básica*. Editorial Muralla.

Dirección General de Bachillerato. (18 de Noviembre de 2016). Dirección General de Bachillerato. Obtenido de http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/profesiogramas/PROFESIOGRAMA-ACTUALIZACION-2016.pdf

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educaçao Matemática Pesquisa, 8 (1),* 67-98

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, *26 (1),* 39-88.

Godino, J. D. (2009). Categorías de los Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *20*, 13-31.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2009). Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. *The International Journal on Mathematics Education,* 127-135.

Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, 1 – 20

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F., & Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: Revista Electronica de Educación Matemática,* 1-21.

González, Urbaneja, P. M., (2003). *Los orígenes de la Geometría Analítica.* Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia. Tenerife.

Hernández, J., Sosa, L., & López, I. (2013). Los formadores de profesores como punto de inflexion en la educación. *Diferentes perspectivas y posibles soluciones para la* *crisis en América Latina* (ISBN: 978-607-8056-26-2). 1, págs. 3376-3390. Zacatecas: Ibarra, R. J., Bueno, E., Ibarra, R. y Hernández, J. L.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Reserch in Mathematics Education*, 374-400.

Luque, C., Montes, C. y Sánchez, D. (2004). Solución de ecuaciones cuadráticas a partir de los elementos de Euclides. [Documento en línea]. Ponencia presentada en el XV Encuentro de Geometría y III de Aritmética. Colombia. Disponible: http://www.encuentrogeometria.org/

Martínez, A. (2008). Significados Personales de la ecuación de segundo grado en la formación inicial de profesores de matemática. Trabajo de Grado de Magíster en Educación. *Mención Enseñanza de la Matemática*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Maracay.

Martinez, A. & Arrieche, M. (2010). Configuraciones epistémicas y desarrollo histórico de la ecuación de segundo grado como recurso didáctico. *Dialógica*, 83-101.

Mendoza, Q. E., & Del Castillo, B. A. (2016). *Caracterización del Conocimiento Didáctico-Matemático de Futuros Profesores de Matemáticas de Secundaria.* SAHUARUS Revista Electrónica de Matemáticas, 74-83.

Mesa, Y. y Villa O., Jhony A. (2007). Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. Avance de Investigación. *Revista Virtual Universitaria Católica del Norte*. [Revista en línea], 21. Disponible: http://www.ucn.edu.co/portal/uzine/volumen21/html/index.html

Ochoviet, C. (2007). De la resolución de ecuaciones polinómicas al álgebra abstracta: un paseo a través de la historia. *Revista digital Matemática, Educación e Internet.* [Revista en línea], 8(1). Disponible: http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/

Pino- Fan, L. R., Díaz Godino, J., & Font Moll, V. (2011). Faceta Epistemica Del Conocimiento Didáctico-Matemático Sobre la Derivada. *Educação Matemática Pesquisa,* 141-178.

Pino-Fan, L. (2010). *Faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico-Matemático sobre la Derivada*. Granada.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2010). Conocimiento Didáctico-Matemático Sobre la Enseñanza y Aprendizaje de la Derivada. *Memorias de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa,* (págs. 206-213). Monterrey.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2012). Key epistemic features of mathematical knowledge for teaching the derivate. *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 297-304.

Pino-Fan, L., & Godino, A. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *PARADIGMA, 36(1),* 87-109.

Reyes, Gasperini, D., & Cantoral, Uriza, R. (2012). Profesionalización y Empoderamiento Docente en Matemáticas: Una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25*,* 1005-1013.

Reyes, Gasperini, D., & Cantoral, Uriza, R. (2013). El Empoderamiento Docente desde la Teoría Socioepistemológica: Caminos Alternativos para un Cambio Educativo. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26,* 1783-1792.

Rodríguez, G. D., & Valldeoriola, R. (2009). *Metodología de la investigación*. Barcelona: Eureca Media, SL.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2006). *Metodología de la investigación.* Cuarta edición. México: McGraw Hill/INTERAMERICMA EDITORES, SA DE C.V.

Secretaría de Educación Pública. (2013). *Matemáticas 1. Serie: Programas de estudio*. México: SEP.

Servicio profesional docente. (2014). Recuperado el 03 de mayo de 2017 de http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ms/ingreso_historico_2014/estadisticas_do/

Servicio profesional docente. (2015). Recuperado el 03 de mayo de 2017 de http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ms/ingreso/estadisticas_concurso/

Secretaría de Educación Pública. (Diciembre de 2014). Dirección General de Planeación y Estadística Educativa. Recuperado el Marzo de 2015, de http://fs.planeacion.sep.gob.mx/estadistica_e_indicadores/principales_cifras/principales_cifras_2013_2014.pdf

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15(2),* 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la Nueva Reforma. *Revista de currículum y formación del profesorado, 9,* 1-30.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57(1),* 1-22

Subsecretaría de Educación Media Superior de la Secretaría de Educación Pública de México, 2008. *Reforma de la educación media superior en México: la creación de un sistema nacional de bachillerato en un marco de diversidad. Educación Media Superior*, México, SEP.

Anexo 1

Guion de entrevista

Datos de Identificación

Clave:____________

Formación profesional:

Licenciatura:____________________________ Posgrado: _____________________

____

____

Si ha tomado cursos relacionados con su actividad docente, escriba los tres últimos:

____

____

____

Años de experiencia docente:

Institución (es) donde labora actualmente:	**No. de horas que labora:**
____	_______________
____	_______________
____	_______________

Nivel educativo que imparte:

____

____

Asignatura (s):

____

____

____

____

____

Fecha de entrevista:

La siguiente entrevista se realiza con la finalidad de obtener información con respecto a la práctica discursiva del sujeto de investigación. La cual nos permitirá caracterizar en conjunto con la práctica operativa (la cual se analizara a través de la observación del sujeto) y algunas nociones teóricas propuestas en el EOS el CDM del profesor de bachillerato.

I. Concepciones personales y su práctica discursiva:

1) **¿Qué conocimientos considera Usted como base para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas?**
2) **¿Cómo desarrolla Usted el tema de ecuaciones cuadráticas?**
3) **¿Qué tiempo asigna al estudio de las ecuaciones cuadráticas?**
4) **¿Qué tipo de actividades propone para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas?**
5) **¿Qué porcentaje de tiempo de la sesión de clase le asigna a:**

    La exposición ante su grupo:

    Trabajo individual:

    Trabajo en equipo:

    Trabajo grupal:

6) **¿Promueve Usted la participación de sus alumnos en el aula de clases? ¿Cómo?**
7) **¿Utiliza usted recursos mediacionales para el estudio de las ecuaciones cuadráticas? ¿Utiliza alguno de los siguientes recursos, con qué finalidad?**

    Módulo de aprendizaje

    Applets

    Material didáctico manipulable

    Calculadora

    Libros de texto

    Actividades didácticas propuestas por usted

    Videos, grabaciones, etc.

    Software

8) **¿Qué tipo de actitudes expresan los alumnos en el desarrollo de este tema?**
9) **¿Cómo evalúa Usted el aprendizaje de sus alumnos en este tema?**

10) ¿Cuándo podría Usted decir que un alumno ha aprendido ecuaciones cuadráticas?

11) ¿Qué tipo de actividades considera Usted que debería de realizar un alumno para decir que sabe matemáticas?

12) ¿Qué tipo de actividades considera Usted que debería de realizar el profesor para enseñar matemáticas?

13) ¿Qué son para Usted las matemáticas?

Anexo 2

Herramientas para el análisis de la información

Objetos primarios	Objetos intervinientes	Objetos emergentes
Situaciones-problemas		
Lenguajes		
Conceptos/definiciones		
Procedimientos		
Proposiciones		.
Argumentos		

Faceta epistémica

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">COMPONENTES:</th><th rowspan="2">INDICADORES O CONSIGNAS:</th><th rowspan="2">SI</th><th colspan="2">DE QUÉ MANERA</th></tr>
<tr><th>Práctica Discursiva</th><th>Práctica Operativa</th></tr>
<tr><td colspan="2">Conocimiento común</td><td>Resuelve la tarea</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="8">Conocimiento especializado</td><td rowspan="4">Situaciones-problemas</td><td>- El profesor selecciona y reelabora los problemas matemáticos que se consideran acordes al nivel educativo.</td><td></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>- El profesor identifica las variables de la tarea; generaliza (particulariza) el enunciado.</td><td></td></tr>
<tr><td>- El profesor presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.</td><td></td></tr>
<tr><td>- El profesor propone situaciones de generación de problemas (problematización).</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Lenguajes</td><td>- El profesor hace uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica…).</td><td></td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>- El profesos realiza traducciones y conversiones entre los diferentes tipos de lenguaje de los que hace uso.</td><td></td></tr>
<tr><td>- El lenguaje del que hace uso el profesor es adecuado al nivel educativo.</td><td></td></tr>
<tr><td>- El profesor propone situaciones de expresión matemática e</td><td></td></tr>
</table>

		interpretación.			
	Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- El profesor identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones. *- Las definiciones y procedimientos que utiliza el profesor son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen.* *- El profesor presenta los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.* *- El profesor propone situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.*			
	Argumentos	*- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones que utiliza el profesor son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen.* *- El profesor promueve situaciones donde el alumno tenga que argumentar.*			
	Relaciones	*- Los objetos matemáticos utilizados por el profesor (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.* *- El profesor identifica y articula los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas*			
Conexiones		-El profesor identifica posibles generalizaciones de la tarea y conexiones con otros temas más avanzados.			

Faceta Cognitiva

COMPONENTES:	INDICADORES O CONSIGNAS:	SI	DE QUÉ MANERA	
			Práctica discursiva	Práctica operativa
Configuraciones cognitivas (estrategias, representaciones, enunciados, argumentaciones,…)	El profesor describe los tipos de configuraciones cognitivas que los alumnos han desarrollado al resolver la tarea (o tareas) propuesta.			
Conocimientos previos (se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	*- El profesor es consciente o se ha percatado de que los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema.*			
	- Los contenidos presentados por el profesor se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.			
Errores, dificultades, conflictos de aprendizaje, concepciones	- Describe los principales tipos de conflictos de aprendizaje en la resolución de este tipo de tareas por los alumnos.			
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	*- El profesor incluye actividades de ampliación y de refuerzo.*			
	- El profesor promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.			

Aprendizaje: (se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	*- Los diversos modos utilizados por el profesor en la evaluación le indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas:*			
	• *Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia meta cognitiva*			
	- La evaluaciones utilizadas por el profesor tienen en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia *- Los resultados de las evaluaciones son difundidas por el profesor y se usan para tomar decisiones.*			

Faceta Afectiva

COMPONENTES:	INDICADORES O CONSIGNAS:	SI	DE QUÉ MANERA	
			Práctica discursiva	**Práctica operativa**
Intereses y necesidades	*- Las tareas propuestas por el profesor tienen interés para los alumnos.*			
	- El profesor propone situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.			
Actitudes	*- El profesor promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.*			
	- El profesor favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.			
Emociones	*- El profesor promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.*			
	- El profesor resalta las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.			
Acciones del profesor ante las: actitudes, emociones, creencias, valores	El profesor describe estrategias que se pueden implementar para promover que los alumnos se involucren en la solución de estas tareas (o el estudio del tema).			

Faceta Interaccional

COMPONENTES:	INDICADORES O CONSIGNAS:	SI	DE QUÉ MANERA	
			Práctica discursiva	Práctica operativa
Roles del profesor y de los estudiantes con relación a la tarea o contenido	El profesor describe la configuración didáctica que implementa (implementará) usando la tarea matemática dada.			
Interacción docente-discente	*- El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.).*			
	- El profesor reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.).			
	- El profesor busca llegar a consensos con base al mejor argumento.			
	- El profesor usa diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.			
	- El profesor facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.			
Interacción entre alumnos	*- El profesor favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.*			
	- El profesor promueve la interacción entre los alumnos para contrastar sus			

	afirmaciones y que así ellos traten de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos. *- El profesor favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.*			
Autonomía	*- El profesor propone momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos).*			
Evaluación formativa	*- La observación sistemática es utilizada por el profesor para evaluar el progreso cognitivo de los estudiantes* ***sobre los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas de tal manera que los resultados obtenidos se difundan y se usen para tomar decisiones.***			

Faceta Mediacional

COMPONENTES:	INDICADORES:	SI	DE QUÉ MANERA Práctica discursiva	 Práctica operativa
Recursos materiales **(Manipulativos, calculadoras, ordenadores)**	*- El profesor usa materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.*			
	- Las definiciones y propiedades utilizadas por el profesor son contextualizadas y motivadas haciendo uso de situaciones y modelos concretos y visualizaciones.			
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	*- El número y la distribución de los alumnos le permite al profesor llevar a cabo la enseñanza pretendida.*			
	- El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora).			
	- El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional.			
Tiempo **(De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de**	*- El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida.*			
	- El profesor dedica ***suficiente tiempo a los contenidos más importantes*** *del tema.*			

aprendizaje)	- *El profesor dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión para los alumnos.*			
Trayectoria didáctica (secuencia de configuraciones didácticas)	El profesor describe otras tareas relacionadas con la dada y el modo de gestionar la trayectoria didáctica correspondiente.			

Faceta Ecológica

COMPONENTES:	INDICADORES:	SI	DE QUÉ MANERA	
			Práctica discursiva	**Práctica operativa**
Orientaciones curriculares	- El profesor **identifica los elementos del currículo** que son abordados mediante la realización de la tarea(s) propuesta (fines, objetivos).			
Adaptación al currículo	*- Los contenidos promovidos por el parte del profesor, su implementación y evaluación* ***se corresponden con las directrices curriculares.***			
Apertura hacia la innovación didáctica	*- El profesor considera la innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva*			
	- El profesor hace la integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proceso instruccional.			
Adaptación socio-profesional y cultural	*- Los contenidos puestos en juego por el profesor contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.*			
Educación en valores	*- El profesor contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.*			
Conexiones intra-disciplinares	*- El profesor explica las conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma.*			

Conexiones interdisciplinares	*- El profesor explica las conexiones que se pueden establecer con otras materias del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma.*			
Otros factores condicionantes	- El profesor identifica factores de índole social, material, o de otro tipo, que condicionan la realización de la tarea o el desarrollo del proyecto educativo pretendido o implementado.			

Anexo 3

Significado de referencia

Matemáticas I

La DGB (2013) propone para la EMS un plan de estudios donde se busca cumplir con los siguientes objetivos:

- Proveer al educando de una cultura general que le permita interactuar con su entorno de manera activa, propositiva y crítica (componente de formación básica);
- Prepararlo para su ingreso y permanencia en la educación superior, a partir de sus inquietudes y aspiraciones profesionales (componente de formación propedéutica);
- Y finalmente promover su contacto con algún campo productivo real que le permita, si ese es su interés y necesidad, incorporarse al ámbito laboral (componente de formación para el trabajo).

Para llevar a cabo dichos objetivos se proponen una serie de programas de estudio que contribuyan a proveer una serie de habilidades, actitudes y aptitudes a los educandos, es decir, buscar desarrollar competencias en éstos (genéricas, disciplinares básicas y extendidas).

La asignatura Matemáticas I conforma en conjunto con otras asignaturas (Química I, Informática I, Historia de México II, Biología II, etc.) parte de este plan, específicamente conforman el componente de formación básica.

Matemáticas I se ofrece en el primer semestre del bachillerato (o así lo aconseja la DGB), para esto se proponen una serie de programas de estudio a los cuales se le asigna un total de 80 horas para ser desarrollados, el programa se distribuye en diez bloques.

Los bloques que componen el programa de la asignatura son:

- BLOQUE I: RESUELVES PROBLEMAS ARITMÉTICOS Y ALGEBRAICOS.
- BLOQUE II: UTILIZAS MAGNITUDES Y NÚMEROS REALES.
- BLOQUE III: REALIZAS SUMAS Y SUCESIONES DE NÚMEROS.
- BLOQUE IV: REALIZAS TRANSFORMACIONES ALGEBRAICAS I.
- BLOQUE V: REALIZAS TRANSFORMACIONES ALGEBRAICAS II.
- BLOQUE VI: RESUELVES ECUACIONES LINEALES I.
- BLOQUE VII: RESUELVES ECUACIONES LINEALES II.

- BLOQUE VIII: RESUELVES ECUACIONES LINEALES III.
- BLOQUE IX: RESUELVES ECUACIONES CUADRÁTICAS I.
- BLOQUE X: RESUELVES ECUACIONES CUADRÁTICAS II.

Cada uno de estos bloques tiene objetivos específicos, además se declaran las competencias genéricas así como las competencias disciplinares que se pretenden desarrollar en cada uno de ellos.

Esta investigación centra su atención en los BLOQUE IX y X, "RESUELVES ECUACIONES CUADRÁTICAS I" y "RESUELVES ECUACIONES CUADRÁTICAS II" respectivamente. El tiempo que se asigna a dicho estudio costa de 16 horas, repartidas en 8 horas al bloque IX y 8 horas al bloque X.

Al concluir los bloques se busca que el educando sea capaz de realizar una serie de acciones, las cuales pueden ser traducidas al conjunto de prácticas que se busca realicen o lleven a cabo, lo que a su vez conformarán el significado personal de *"ecuación cuadrática"*.

Dado que la DGB está conformada por una serie de subsistemas (entre ellos COBACH), las prácticas son compartidas en el seno de una institución, por lo tanto se puede determinar el SIR, es decir, el sistema de prácticas propuesto por la DGB para la EMS.

Corral (2014), hace la observación que "aun cuando se cuenta con planes y programas de estudio donde se especifican los contenidos matemáticos y el orden en el que deben ser abordados en el nivel medio superior, es la institución quien selecciona ciertos contenido, estilos, proposiciones, ejemplos y ejercicios, unos frente a otros y los plasma de acuerdo a la interpretación que ellos hagan de dichos programas existentes".

En los siguientes apartados se busca, a través de un análisis al programa de la materia Matemáticas I, determinar el SIR asociado al bloque IX y X. Para lograrlo se identifican los objetos matemáticos intervinientes y emergentes, así como la relación que existe entre ellos (configuración epistémica) en el sistema de prácticas que se propone promover.

El sistema de prácticas propuesto para la EMS.

Identificación de los objetos matemáticos en el Bloque IX

Para determinar el sistema de prácticas matemáticas (operativas y discursivas) que se proponen para la EMS es necesario identificar una serie de objetos matemáticos (lenguajes, conceptos/definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos), que permiten plantear o solucionar las situaciones problemas propuestas en este nivel.

Dadas las características en las que se presenta el programa (Anexo 4) es necesario hacer un análisis e interpretación de lo que en éste se enuncia (puesto que en él sólo se determinan el tipo de prácticas que se pretenden desarrollar en los educandos).

En la tabla 1 se presentan los tipos de objetos matemáticos intervinientes y emergentes del sistema de prácticas promovidas en el programa de la materia.

Objetos matemáticos	Intervinientes	Emergentes
Situaciones-problema	Problemas que permiten modelar ecuaciones cuadráticas (completas o incompletas) en contextos extra-matemático o intra-matemático, que permitan la aplicación de alguno de los métodos que se promueven (factorización, extracción del factor común, fórmula general, completando el trinomio cuadrado perfecto).	
Lenguajes	***Verbal***, presente como medio para expresar las situaciones problema, argumentos, conceptos, etc. ***Algebraico,*** regula el uso de las representaciones de la ecuación cuadrática ($ax^2 + bx + c = 0, con\ a \neq 0{,}1\ o$: $x^2 + bx + c = 0$; $ax^2 + bx = 0, con\ a \neq 0{,}1\ o\ ax^2 + c = 0$), procedimientos, proposiciones, conceptos, etc.	
Conceptos-definiciones	Variable, incógnita, ecuación, ecuación cuadrática de una variable, solución real, magnitud, modelo algebraico, modelo aritmético, trinomio, coeficiente.	Ecuación cuadrática de una variable completa: $ax^2 + bx + c = 0, con\ a \neq 0{,}1\ o$: $x^2 + bx + c = 0.$ Ecuación cuadrática de una variable incompleta: $ax^2 + bx = 0, con\ a \neq 0{,}1\ o$ $ax^2 + c = 0.$ solución compleja e imaginarias, solución inadmisible, discriminante: $b^2 - 4ac$

Procedimientos	Para resolver ecuaciones cuadráticas de una variable incompletas: por extracción por factor común, fórmula general. Para resolver ecuaciones cuadráticas de una variable completas: factorización, completar el trinomio cuadrado, fórmula general. Modela algebraicamente situaciones.	
Proposiciones	Propiedades de los números reales; propiedades de operaciones con polinomios; leyes de los exponentes; leyes de signos.	Si $b^2 - 4ac > 0$, hay dos soluciones reales; Si $b^2 - 4ac = 0$, hay una solución real; Si $b^2 - 4ac < 0$, hay dos soluciones no reales (complejas o imaginarias).
Argumentos	Justificación de los procedimientos utilizados en los problemas propuestos; validación de las soluciones obtenidas en el contexto de la situación problema; determina el tipo de soluciones de la ecuación cuadrática a partir de la naturaleza de su discriminante.	

Tabla A3.1 Objetos matemáticos intervinientes y emergentes del SIR

Podemos concluir al realizar esta identificación la presencia de los seis tipos de objetos matemáticos primarios: situaciones problema, lenguajes, conceptos/definiciones, proposiciones, procedimiento, argumentos.

En la siguiente sección se presenta la relación que existe entre estos objetos, es decir, la configuración epistémica institucional de referencia asociada al Bloque IX.

Configuración epistémica institucional de referencia asociada al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I"

Si bien no es posible determinar con exactitud la manera en que se espera que emerjan algunos objetos matemáticos o cómo es se distribución en el tiempo (trayectoria epistémica) dentro el proceso instruccional, si se puede determinar la relación que existe entre ellos, es decir de qué manera se regula, se expresa o soportan las reglas, o bien cuál es su funcionamiento dentro de la configuración epistémica.

El análisis realizado al programa ha permitido determinar lo siguiente:

El proceso de enseñanza se inicia con un estado "conceptual", es decir, con la clasificación de las ecuaciones cuadráticas (o de segundo grado) con una variable. Las ecuaciones se caracterizan, por medio de su representación algebraica, como completas $ax + bx + c = 0\ con\ a \neq 0{,}1$, o bien, como incompletas las cuales a su vez se clasifican en mixtas o puras, $ax + bx = 0$ con $a \neq 0{,}1\ o\ ax + c = 0$.

Los procedimientos son promovidos como el punto central, tienen un carácter totalmente actuativo. Se busca que los educandos resuelven ecuaciones cuadráticas de una variable incompleta o completa por medio de: extracción de factor común, fórmula general o completar el trinomio cuadrado perfecto.

Se puede identificar la emergencia de la naturaleza de las soluciones de las ecuaciones por medio del uso del discriminante. Si $b^2 - 4ac > 0$, hay dos soluciones reales; si $b^2 - 4ac = 0$, hay una solución real y si $b^2 - 4ac < 0$, hay dos soluciones no reales (imaginarias). Predominan los estados: conceptual y proposicional.

Se busca que los educandos sean capaces, una vez planteada una situación, de determinar si esta puede ser resuelta o no por medio de una ecuación cuadrática (estado argumentativo). En este caso el alumno deberá ser capaz de modelar y resolver situaciones de su entorno por medio de la aplicación de los métodos promovidos por el profesor, predominan el carácter actuativo, situacional, lingüístico y argumentativo.

Tras la emergencia del tipo de soluciones que tiene la ecuación cuadrática, estas soluciones deben de ser justificadas según sea el contexto del problema, esto es, se debe de determinar si una solución es admisible o no al problema, se promueve un estado argumentativo.

En la figura 2 se esquematiza la configuración epistémica elaborada como resultado del análisis de los programas de Matemáticas I.

Este análisis ha permitido identificar el sistema de prácticas que se articulan para determinar el SIR de la "ecuación cuadrática" (como un modelo algebraico, poniendo mayor énfasis en la resolución de los modelos por medio de métodos algebraicos), al que la DGD designa como "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".

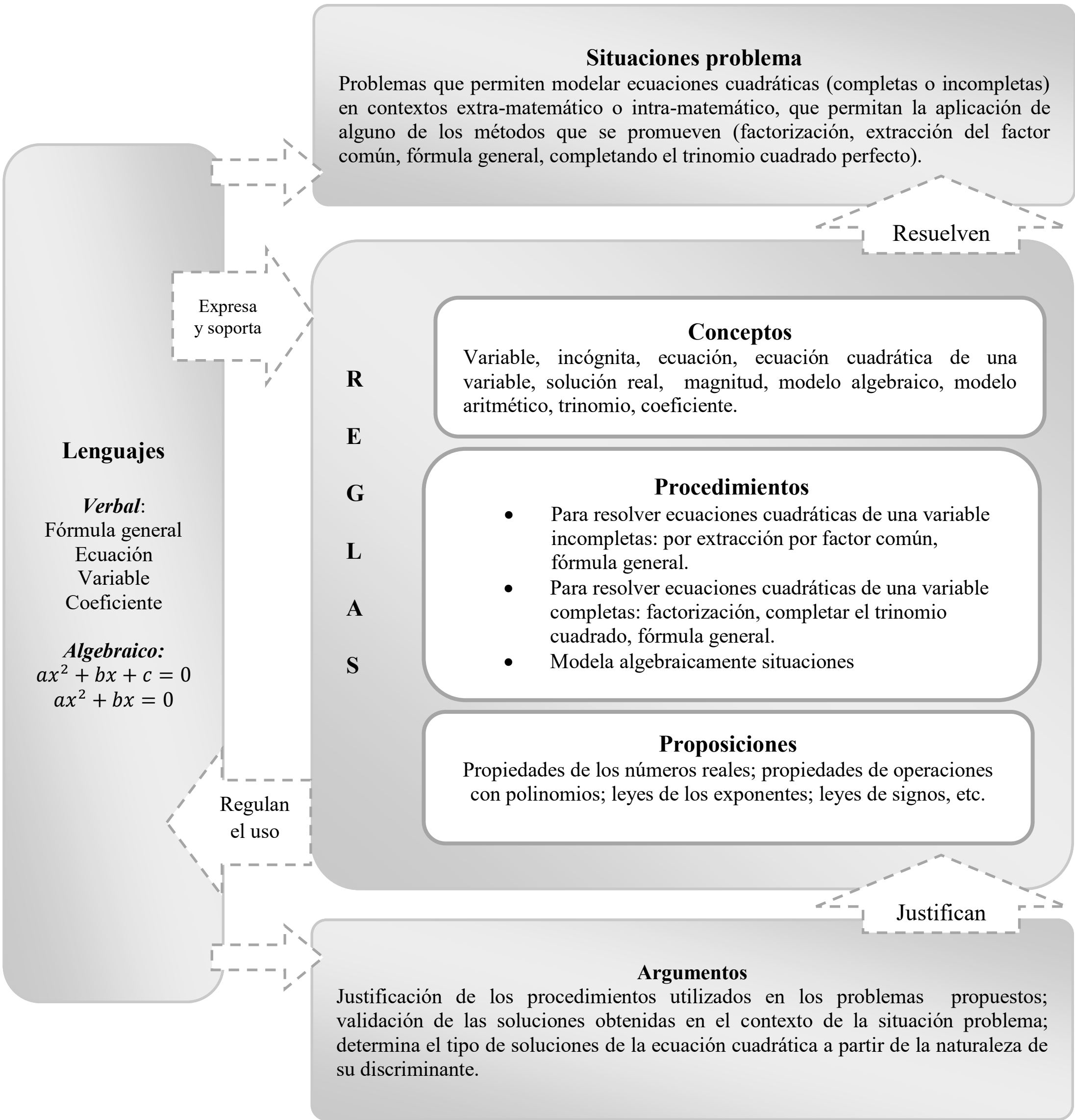


Figura A3.1 Configuración epistémica asociada al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I"

Anexo 4

Programa de la materia

MATEMÁTICAS I

Bloque	Nombre del Bloque	Tiempo asignado
IX	RESUELVE ECUACIONES CUADRÁTICAS I	8 horas

Desempeños del estudiante al concluir el bloque

Identifica el modelo algebraico de una ecuación cuadrática con una variable:

Completa: $ax^2 + bx + c = 0, con\ a \neq 0,1$ o : $x^2 + bx + c = 0$

Incompleta: : $ax^2 + bx = 0, con\ a \neq 0,1$ o $ax^2 + c = 0$

Comprende los métodos para resolver ecuaciones cuadráticas con una variable completa e incompleta.

Resuelve ecuaciones cuadráticas con una variable completa e incompleta por los métodos:

Por extracción por factor común y formula general para ecuaciones incompletas.

Por factorización, completando trinomio cuadrado perfecto y fórmula general para ecuaciones cuadráticas con una variable completas.

Interpreta la solución de la ecuación cuadrática completa e incompleta para reales, complejas e imaginarias.

Interpreta situaciones con ecuaciones cuadráticas con una variable

Resuelve problemas o formula problemas de su entorno por medio de la solución de ecuaciones cuadráticas.

Interpreta la solución de los problemas para cuando tiene soluciones inadmisibles.

Objetos de aprendizaje	Competencias a desarrollar
Representación de relaciones entre magnitudes Modelos aritméticos o algebraicos	Interpreta el modelo matemático propio de la ecuación cuadrática con una variable mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones hipotéticas o formales. Resuelve problemas que involucran a la función cuadrática, aplicando diferentes métodos tales como: completar el trinomio cuadrado perfecto, factorización y fórmula general. Interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos algebraicos y los contrasta con modelos establecidos.

	Analiza las relaciones entre dos variables para determinar su comportamiento y estimar si su solución es real o compleja. Interpreta la función cuadrática con tablas, gráficas y textos, y su relación con las ecuaciones y resultados, utilizando símbolos matemáticos algebraicos y científicos. Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

Actividades de Enseñanza	Actividades de Aprendizaje	Instrumentos de Evaluación
Solicitar una investigación relativa a ecuaciones de segundo grado con una incógnita relativa a: Definición, tipos de ecuaciones, métodos de solución y tipos de soluciones.	Realizar la investigación y entregar en fichas de trabajo la información buscada.	Lista de cotejo para la coevaluación de las fichas de trabajo.
Modelar la resolución de ecuaciones y problemas que se plantean con ecuaciones cuadráticas completas e incompletas, utilizando despejes y factorizaciones.	Resolver en equipos ecuaciones completas e incompletas mediante las técnicas de completando trinomio cuadrado perfecto, factorización y por fórmula general.	Prueba objetiva.
	Identificar y comprobar las soluciones reales o complejas de ecuaciones cuadráticas completas o incompletas.	
	Interpreta la información extraída de registros algebraicos o gráficos para resolver problemas de su entorno mediante ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	Rúbrica de evaluación sobre la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Rol del docente

Para el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares en este bloque de aprendizaje, el o la docente:

Comunica ideas y conceptos con claridad en referencia a la ecuación cuadrática, y ofrece ejemplos pertinentes a la vida de los estudiantes.

Provee de bibliografía relevante y orienta a los estudiantes en la consulta de fuentes para la investigación relativa a ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Comunica sus observaciones a los estudiantes de manera constructiva y consistente, y sugiere alternativas para su mejor desempeño.

Establece criterios y métodos de evaluación del aprendizaje con base a listas de cotejo, rúbricas y la prueba objetiva, y los comunica de manera clara a los estudiantes.

Favorece entre los estudiantes el deseo de aprender ecuaciones cuadráticas y les proporciona ejemplos pertinentes, métodos y herramientas para avanzar en sus procesos de construcción del conocimiento.

Alienta que los estudiantes expresen opiniones personales, en un marco de respeto, y las toma en cuenta.

Material didáctico

Modelos matemáticos, ejercicios y problemarios, guías didácticas y apoyos visuales.

Fuentes de Consulta

BÁSICA:

Fleming, W. y Varberg, D. (1991). ***Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica***. México: Prentice Hall.

Smith, S. y Col. (2001). ***Álgebra***. E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.

COMPLEMENTARIA:

Barnett, R. (1992). ***Precálculo***. México: Limusa.

Gobran, A. (1990). ***Álgebra Elemental***. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Lehmann, Ch. (1980). ***Álgebra***. México: Limusa.

Parra, L. H. (1995). ***Algebra Preuniversitaria***. México: Limusa.

Rees, S. y Col. (1992). ***Álgebra***. México: McGraw Hill.

Dolciani y Col. (1989). ***Álgebra Moderna Libro 1***. México: Publicaciones Cultural.

Anexo 5

Entrevista Profesor A

Entrevistador: Le comentaba acerca de que es con referente a la práctica, lo que Usted realiza y lo que nos pueda decir ¿no? Para empezar, pues, Usted tiene a cargo un grupo de matemáticas uno, ¿sí?, y en este caso usted va a empezar el tema de ecuaciones cuadradas, ¿qué considera usted que los alumnos deben de conocer para poder llevar a cabo ese tema?

1P: Bueno principalmente, eh, ellos deben de conocer más que nada el lenguaje algebraico, ¿no?, poder convertir el lenguaje verbal a lenguaje algebraico, porque principalmente lo que ve son problemas relacionados a la vida cotidiana, ¿no?, entonces si ellos no pueden interpretarlo pues ¿en qué lo van a aplicar?, por así decirlo. Pero por ejemplo ahí, más que nada pues deben de conocer, como son varios métodos pues el de la fórmula general y el otro que es por factorización, cómo pueden resolver una ecuación cuadrática, pues se podría decir que necesitan saber pues factorizar, ¿no?, principalmente, ok, y en este caso también aplicar la fórmula general que de hecho ya la deben de conocer porque ellos la ven en secundaria, en secundaria también es un tema, que ellos llevan, entonces prácticamente se supone que ya deberían de saber hacerlas, simplemente aquí es un repaso, de los temas, pero pues si no se saben ni las tablas dijo el otro, entonces como, pues principalmente pues sería eso..

Entrevistador: Ok, por ejemplo cuando usted nos dice que necesitan de saberlo, ¿Qué pasa si no lo saben? ¿No pueden llevar a cabo, eh, un buen aprendizaje en este tema?

2P: Pues, generalmente no, porque, o sea eh como lo aplicas, de eso se trata no pues ahora con el enfoque basado en competencias pues tienes que plantearles situaciones de acuerdo a la vida cotidiana entonces si les planteas problemas y ellos no lo saben interpretar o sea no lo van a saber resolver, porque para empezar la ecuación que tienen que plantear para aplicar la fórmula general pues no van a llegar a ella porque no saben ni siquiera que les está pidiendo el problema, no inter, no lo analizan el problema y no captan los datos que les dan cómo tienen que plantear, entonces en ese caso si se tratara nada más de explicar la fórmula general pues cualquiera puede resolver una ecuación con la fórmula general, pues nada más les dices este es “a” este es “b” y este es “c”, aquí está la fórmula sustitúyelo y ahí está, pero ¿ qué sentido tiene de que sepa hacer eso si no sabe dónde lo va a aplicar?, por eso entonces en este caso ellos batallan mucho en eso en interpretar más que nada un problema…

Entrevistador: En interpretar (en interpretar) No haces un eh, un repaso en cuanto a la factorización o cómo los ayudas a los alumnos pues para que puedan llevar a cabo el tema.

3P: Pues más que nada, repasos no, es que normalmente el método de factorización no se ve como no alcanza el tiempo realmente es muy extenso, o sea ahorita nos faltan cuantos días o sea estamos a día primero el día cuatro es el último día de clases , eh, para empezar he mañana tenía planeado ver explicarles nada más un ejercicio de tres por tres porque normalmente tampoco se ve, en academia quedamos que eso no se ve, y vamos a ver las ecuaciones de segundo grado pero solamente con la fórmula general, o sea por cuestiones de tiempo resolver ecuaciones de segundo grado por el método de factorización quedo de un lado por el tiempo (Ok) entonces la única es la fórmula general

Entrevistador: Entonces eh con esto cómo te restringes en el desarrollo de este tema.

4P: No, de hecho de muchos no, porque por ejemplo las ultimas clases que vimos ecuaciones de dos por dos un día un método y realmente deberías de darle un poquito más de tiempo por cada método para que ellos practiquen más y lo asimilen más, pero por cuestiones de tiempo no o sea no alcanzas a cubrir con eso.

Entrevistador: Usted mismo se da cuenta o usted mismo ¿considera este tiempo insuficiente entonces (si) para el estudio de las ecuaciones cuadráticas?

5P: De hecho s,i prácticamente yo las estaría viendo que dos días jueves y viernes.

Entrevistador: ¿Y cuánto tiempo viene establecido para que se pudieran ver?

6P: De hecho no, eso no lo he checado no, pero el libro te dice a ver te lo maneja por bloques y te dice veinte horas en este bloque, lo cual no es cierto pues o sea no es como que en una clase voy a ver lo que son las ecuaciones cuadráticas. O sea realmente si lo quieres ver como es explicarles, miren ésta es una ecuación cuadrática se hace con esta fórmula o se puede hacer con este método explicarles todos los métodos y aun así ponerle situaciones de la vida cotidiana no, no puedes. Por ejemplo si le pones ejemplos de la vida cotidiana, ahí, de perdida en tres problemas cuatro ya se te fue toda la clase yo creo o hasta la mejor hasta menos no si simplemente si los planetas porque si ya te pones a resolverlos pues ya haces menos todavía (ok) realmente no alcanza el tiempo no es suficiente

Entrevistador: No es suficiente el tiempo, entonces en este caso por ejemplo, ¿Qué tipo de actividades usted propone para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas?

7P: Ay, como que te puedo, es que normalmente yo manejo el módulo viejo el módulo de hace dos años entonces ese lo que me gusta de ese libro es que si vienen mucho ejercicios es muy práctico o sea porque igual el alumno debe de más que nada aprenderse el método de cómo se resuelve y después ya saber cuándo lo va a aplicar (ok). En este caso a mí me manejan en ese libro que llevo pues manejan los dos me maneja ejercicios así nada más para resolver y practicar con la fórmula general y también tiene problemas, ¿no?, para que ellos los puedan resolver pero, pero más que nada yo me manejo con ese módulo el nuevo yo ni lo utilizo.

Entrevistador: No lo utilizas, ok, entonces por ejemplo ¿consideras que el alumno debe aprender a través primero de los métodos y después de la aplicación de los métodos?

8P: Huy, pues así lo manejo yo no, nada más normalmente primero les explico los métodos y luego ya les explico cuando lo van a utilizar o sea ya les planteas situaciones porque no se es que normalmente dices es el método para resolver ecuaciones el cuadráticas. La fórmula general siempre que tengas una fórmula cuadrática vas a aplicar la fórmula general, el chiste es saber identificar cuando (ah ok) cuando lo vas a aplicar, o sea saber que esa es una ecuación cuadrática y saber que la puedes resolver con la fórmula general es ahí el inconveniente.

Entrevistador: O sea que te enfocarías más en la enseñanza de la fórmula…

9P: Yo me enfoco como quien dice primero en el método, (inaudible) primero en el método esta es una forma general así así así y aquí es donde lo van a aplicar (ha ok) en ese tipo de ejercicios, generalmente yo primero me voy por los métodos. Por ejemplo el de las ecuaciones lineales también de segundo grado o bueno perdón las ecuaciones de dos por dos he ahí también empiezo y les digo los métodos son este este y este y así se hacen y ahora si ok este tipo de ejercicios vamos a resolverlos me sirve para aplicarlo aquí.

Entrevistador: A ok, bueno, entonces eso es con respecto a pues como desarrollas más o menos qué es lo que haces con el tema en sí, pero en cuanto a tu trabajo con el grupo, ¿Qué porcentaje de tiempo le asignas ehh a la exposición ante tu grupo?

10P: Ahí, que será ¡huy! yo creo que casi no sé cómo unos treinta minutos si acaso porque generalmente el que llega explicando soy yo si les digo hagan esta ecuación, ehh prácticamente ellos llegan de la, de la secundaria prácticamente en blanco, hay quienes no se saben las tablas hay quienes no saben que si tienes más cinco menos tres ¿profe que voy hacer aquí? o sea se confunden mucho o sea no saben que si tienen dos números negativos los van a sumar, o sea, cuando van a sumar o cuando van a restar así, así en ese extremo están los muchachos entonces no puedo llegar y decirles a ver para tantear saben resolver ecuaciones como un diagnóstico para ver quien lo puede hacer y quien no realmente la mayoría se queda en blanco

Entrevistador: O sea que tu objetivo pareciera ser que es la exposición…

11P: La exposición del tema…

Entrevistador: la exposición del tema y explicarles lo referente a ese tema, (así es), particularmente los métodos de solución (así es) ¿Consideras importante el trabajo individual?

12P: Si

Entrevistador: ¿Qué tiempo le asignas?

13P: Al trabajo individual, la mayoría, de hecho la mayoría del tiempo que ellos trabajan siempre por lo general para mi es individual

Entrevistador: ¿y cuál es el objetivo?

14P: Ehh, pues es que si les pones una actividad y normalmente les piden que las revises en el aula ehh pues la mayoría la copia muchos si no te entienden ellos te dicen profe no le entendí. Hay buenos unos que si otros que no pero si la finalidad es revisarlo muchos la van a copiar, entonces en este caso yo siempre prefiero que trabajen individualmente aparte el grupo que tengo es ¡muy! platicador a más no poder y eso que cambiaron a uno que era el movía a todo mundo entonces considero que si los pongo a trabajar en equipo va a ser más pérdida de tiempo porque hablan demasiado.

Entrevistador: Ok, ¿o sea que no fomentas el trabajo en equipo?

15P: Generalmente no, es muy rara vez así cuando los pongo más que nada en matemáticas generalmente no, no los pongo a trabajar en equipo es muy raro, en física si un poquito más.

Entrevistador: ¿Y el trabajo grupal?

16P: El trabajo grupal pues, en unas ocasiones pues es que normalmente cuando explico los temas ehh yo les explico uno y después entre todos como quien dice hacemos el otro (ah ok) o sea entre todos, como quien dice y a ver aquí que vamos hacer ah no y luego hacemos esto, pues participan entre ellos pero al final del día el que lo resuelve en el pizarrón soy yo.

Entrevistador: Y promueves la participación de los alumnos en el aula de clases.

17P: No muy seguido. O sea no, no tan seguido pero si lo hago generalmente. Dejo algunas actividades ahí en el salón y ya los terminaron unos, tú pasa hacer el primero tú pasa hacer el segundo. No pues es que no le entiendo, que tiene que no entiendas, tu pásale aquí vas aprender, o sea, no es de que si quieres o no quieres le entiendes o no le entiendes si sabes qué bueno pues pásale y resuélvelo y si no pues ya identifiqué a uno que no entendió y que le entienda en el pizarrón e igual ahí le vuelvo a explicar, no pasa nada.

Entrevistador: Y por ejemplo en este caso, si no le entendió después tú lo llamas a asesorías o (si ellos pueden venir a asesorías) ahí mismo en el grupo o…

18P: Igual, es que depende. Si hay tiempo por ejemplo si los pongo a trabajar y me queda tiempo todavía dando clases es que hay veces que se va muy rápido, entonces si me queda tiempo lo atiendo ahí mismo; mira aquí te equivocaste así así y/o les empiezo a explicar cómo va, y si no, si ya no alcanza les digo no pues vente a asesorías más al ratito porque yo les doy asesorías los martes y los jueves a ellos entonces si vienen varios o sea no puedo decir que viene todos,¿ verdad? vienen varios y generalmente los mismos por lo regular.

Entrevistador: Ok, ¿utilizas he recursos mediacionales para el estudio de las ecuaciones cuadráticas? Refiriéndome a módulos de aprendizaje algún applet, material didáctico manipulable.

19P: Pues de hecho, de hecho utilizo el módulo, el módulo de aprendizaje el de matemáticas uno de hace dos años.

Entrevistador: Ahh el de hace dos años.

20P: Ese es el que utilizo, generalmente siempre me guío con el módulo, o sea muchas veces que hay temas que por tiempo no los ves como las sucesiones todos los maestros quedamos en acuerdo de brincárnosla, igual las ecuaciones cuadráticas por el método de factorización, pues nos lo brincamos por cuestión del tiempo. De hecho las ecuaciones de primer grado de tres por tres también nos quedamos en brincárnosla, nadie las va a ver los métodos de gráfico y el método de, no me acuerdo, de determinante de dos por dos. También quedamos en que no lo íbamos a ver porque no alcanza el tiempo o sea es muy extenso no alcanza.

Entrevistador: O sea que la mayor restricción que ustedes tienen es el tiempo.

21P: Es el tiempo, es que es muy extenso o sea y cambiaron el módulo y el módulo de antes era así y luego lo cambiaron y ahora es así, no pues si antes no la acabábamos ahora menos.

Entrevistador: ¿promueves el uso de calculadora en tu grupo?

22P: Pues sí, de hecho, ehh, pues no es que lo promueva si no que si la quieren utilizar pues utilícenla no los restrinjo, si la quieren utilizar utilícenla porque muchos pues no se saben las tablas y batallan para sumar restar y todo eso. De perdida si lo van hacer sea como sea que lo hagan, no importa si usan la calculadora o no la usen, lo ideal fuera que no la utilizaran no porque en este caso para ecuaciones lineales por ejemplo no es tanto el cálculo que tienes que hacer simplemente son multiplicaciones sencillas, divisiones y no es tanto pero sí, yo si los dejo, o sea si la quieren utilizar utilícenla por mí no hay ningún problema, no.

Entrevistador: Con respecto al módulo de aprendizaje que dices que utilizas de hace dos años, ¿utilizas algún libro extra a ese? para los ejercicios para el tema en general o…

23P: Pues, generalmente, no de hecho tengo el Álgebra de Baldor y nunca lo he utilizado no, normalmente me guio con ese libro y de vez en cuando con el módulo de ahorita con el módulo de aprendizaje dos tres actividades si las escojo, del módulo de ahorita del nuevo, (a ok) y a veces de internet, también de internet, a veces me meto a internet y en algunas páginas pues busco problemas más que nada relacionados también con la vida real ¿no?, donde puedan aplicar lo que se ve en clase o si no también ejercicios.

Entrevistador: ¿No haces alguna actividad didáctica?

24P: ¿Cómo cuál? A ver, ¿cómo cuál?

Entrevistador: No sé, o sea el tema no consideras tú que se preste para realizar alguna actividad didáctica.

25P: Pues generalmente no, no, actividades así de salir, no, o sea mm no, si acaso se puede aplicar un poquito más es en mate dos cuando ves o sea las funciones trigonométricas cuando puedes aplicar midiendo la sombra del edificio que puedes calcular su altura y todo eso pero normalmente en estas de ecuaciones lineales y las cuadráticas pues menos dijo el otro.

Entrevistador: Es muy difícil, algún software que utilizas.

26P: No tampoco.

Entrevistador: ¿No promueves el uso de tecnologías?

27P: No, realmente no. Allí en el aula utilizar algún software no, si acaso me a veces me llevo la computadora para agilizar un poquito más las cosas para no estarles dictando. Si no les pongo los problemas o cuando ves lenguaje algebraico les proyecto ahí situaciones que es más práctico y más fácil verlas así, las ves más rápido y tratas de ahorrar tiempo de eso se trata pero así de otras actividades no, de hecho no.

Entrevistador: No, ¿Por qué?

28P: No realmente, me guio más con el libro pues entonces como no, no, menciona no trae nada de eso por ejemplo en física es un poco más aplicable o sea se me afigura (sic) a la vida cotidiana, como para salir, ponerlos a medir la velocidad o que pesen cosas pero aquí en matemáticas como que se me afigura (sic), que casi no se presta. Por ejemplo la comparación que yo veo entre las dos materias es que física es muy aplicable a la vida cotidiana o sea son cosas que si te van a pasar, por así decirlo, pero por ejemplo a los muchachos cuando les explicas un problema que dices a la edad de Lupita y de Juan es de tantos años y la suma del cuadrado de sus edades es tanto, como por ejemplo para un problema de una ecuación cuadrática, tú te quedas bueno ¿y eso?; muchos se quedan ¿eso qué?¿ cuándo me va a tocar en la vida cotidiana? Y si los vuelves a pensar realmente mejor pregúntale a la Lupita cuántos años tiene y no estés batallando, o sea son problemas que realmente en la vida cotidiana no te vas a topar con ellos (que no se prestan). Ajá, que no se prestan o sea por ejemplo que compras unos tantos kilos de azúcar y unos kilos de frijol pagas tanto, si compras otros de (inaudible) y frijol vas a pagar tanto o sea ¿cuánto vale cada uno? Es prácticamente, no es práctico que en la vida cotidiana te vas a cuestionar eso, por eso digo yo se me afigura (sic), que es más aplicable una materia que la otra.

Entrevistador: Que la otra, ehhh, umm ¿habías impartido alguna vez anteriormente la materia de matemáticas uno?

29P: De hecho desde que entré a COBACH ya tengo cuatro años pasaditos que entré y que imparto la materia de matemáticas uno.

Entrevistador: Ok, entonces en este tipo en este sentido, ¿Qué tipo de actitudes expresan los alumnos en el desarrollo de este tema?

30P: ¿En las ecuaciones cuadráticas?

Entrevistador: Si

31P: Pues, pues de hecho ahí siempre me he dado cuenta que la fórmula general si la conocen ¿se acuerdan de la fórmula general? A la de menos b o sea como que no sé porque se acuerdan mucho de ella, de la fórmula general. Entonces como que los ves entran más un poquito ah sí me acuerdo un poquito más de este tema y como que los veo un poquito más (motivados) más motivados, si porque por ejemplo cuando empiezas las ecuaciones de dos por dos y ¡ahh! pues no le entiendo, nunca le entendí a ese tema en la escuela y se quedan entonces las ecuaciones cuadráticas con la fórmula general como que si como que se acuerdan un poco de ahh ya las vi ya sé más o menos como es. Entonces ya los veo un poquito más motivados para ese tema y a parte se les hace muy fácil, a ellos se les hace muy fácil lo que es la fórmula general porque pues simplemente es agarrar la formulita y sustituir los datos y listo

Entrevistador: ¿Y qué pasa con los alumnos que tú observas que no se encuentren motivados? ¿Qué haces tú para motivarlos? Por ejemplo…

32P: Pues mira generalmente lo que hago yo es en los problemas trato de hacerlos más a menos para ellos o sea no se ponerles nombres, utilizar los nombres de los maestros, el maestro fulanito iba en su carro y como que ellos se quedan “jajaja” el maestro y que no sé qué, entonces les llama la atención, les llama la atención ahí con eso les llama mucho la atención cuando les pones un problema, pues obviamente es aplicado a la vida cotidiana pero cuando lo refieres a alguien ellos conocen, o a cierta cosa, por ejemplo si les pones una caricatura o algo por el estilo les llama mucho la atención o sea no sé si les pones de

“Toretto va en su auto” ahh, Toretto si Toretto y ellos les llama mucho la atención en ese aspecto entonces muchas veces lo que yo hago y de hecho en las dos materias es eso tratar de los problemas que les llamen la atención para que al menos si dicen ¡qué flojera, no se resolverlo! pero de perdida le voy hacer la lucha a ver qué pasa.

Entrevistador: Ok, ¿cómo evalúas el aprendizaje de tus alumnos en este tema?

33P: Pues con el examen, realmente generalmente aquí es con el examen es que realmente dicen evaluar por competencias, se oye muy fácil realmente no, pero es muy difícil en cincuenta minutos tener que, o sea para empezar pasar lista por que la asistencia es primordial, tienes que pasar lista, tienes que explicar la clase y si después los pones a trabajar pero no yo si pasó cuando los pongo a trabajar. A veces para ver qué están haciendo, mira te equivocaste, aquí te equivocaste acá ,pero realmente para evaluarlos y ponerle una calificación a cada uno o sea siempre hay otras maneras de levantar el promedio.

Entrevistador: Ok, perfecto. ¿Y cuándo puedes decir tú qué efectivamente un alumno pues ha aprendido ecuaciones cuadráticas?

34P: ¿Cuando? Pues realmente cuando lo puede aplicar, cuando ya puede resolver un problema no, en este caso, entonces generalmente el alumno que si lo comprendió completamente es el alumno que me resuelve un problema digamos en un examen porque el alumno que no lo comprende, pues no lo va a poder resolver (no lo va a poder resolver) así es, y es lo malo que lleguen al examen sin siquiera poder resolverlo, pero lo que es la realidad no todos tienen la misma capacidad, aunque digan que sí, no es cierto todos los alumnos no tienen la misma capacidad. Hay unos que lo entienden muy fácilmente, se les ha. Igual ese alumno por vergüenza digamos no te va a decir: “profe no le entendí”, entonces va a llegar a examen sin saber.

Entrevistador: Ok, perfecto. Y en este caso generalizando un poco más, ¿qué tipo de actividades considera usted que debería de realizar un alumno para decir que sabe matemáticas?

35P: uy, a ver ¿cómo?, otra vez…

Entrevistador: ¿Qué tipo de actividades considera usted que debería de realizar un alumno para decir que sabe matemáticas?

36P: Esta raro, esta rarita la pregunta… ¿para decir que sabe matemáticas? ¿Que podría ser?, es que como puede ser, un alumno que sabe matemáticas, que realmente sabe matemáticas, pues es un alumno pues que resuelve los problemas con una facilidad, bueno con cierta facilidad, por así decirlo y que, que más que nada ya no aplica un método, que por así decirlo simplemente ya lo resuelve, no método, sino que ya lo resuelve sin necesidad de decir: "ahh primero voy a sustituir, primero voy hacer esto", si no que ya simplemente ya lo trae y lo aplica y se le da por así decirlo resolver problemas. Más que nada pues es que es lo que son ejercicios de ecuaciones, pues cualquiera con la formulita los puede resolver también, o sea no sé, esta rarita la pregunta, alguien que realmente sabe matemáticas pues es alguien que puede resolverlo, digamos ¿no? que puede aplicarlo.

Entrevistador: Sin necesidad de algún algoritmo

37P: Así es

Entrevistador: Ok, ¿y qué tipo de actividades consideras que debe realizar un profesor para enseñar matemáticas?

38P: Huy, es que normalmente todos, yo digo que bueno, me imagino que todos, normalmente digamos como marca la educación basada en competencias, que el maestro nada más debe de ser un guía. Pero no, estoy, casi puedo apostar que la mayoría de los maestros que dan matemáticas no son nada más una guía, no son nada más una guía por qué no, no, no es como que el alumno va a llegar sólo al conocimiento. Realmente, sabe, yo considero que para mi caso no es así, independientemente del maestro aparte de ser un guía pues igual tiene que exponer su clase enfrente tiene que seguirlo haciendo, no es algo que lo va a dejar de un lado porque si el alumno agarra el libro y lo lee y dice: ahh si, mira las ecuaciones lineales, qué bonito pero pues no le entendí nada y suele suceder, porque yo lo he vivido y digo a ver lean esto y lo agarran y profe no le entendí y más clarito no lo pueden tener. igual tienes uno como maestro pues si no le entendieron pues ahora se lo tengo que explicar ni modo que, que aunque dice que tienes que ser el guía nada más enfocarlos para que (inaudible) no es real eso, para mí se me hace un poco ilógico como no todos tenemos en si la misma capacidad hay quienes si lo va a leer y van a decir ahh pues si, ahh esta fácil, está sencillo así se hace, y hay quienes lo van a leer y lo van a volver y lo van a volver a leer y no se les va a pegar nada y así van a estar que tiene que hacer el maestro pues en este caso le toca explicar su clase y todo el tiempo lo va a tener que hacer, ni modo o sea ya nomás no es encaminarlos o guiarlos a los alumnos.

Entrevistador: ¿Y crees que eso a ti te ha funcionado?

39P: Pues a veces sí y a veces no, realmente casi no, o sea no, es muy, pues todo el tiempo lo hago no, también lo hago porque es la educación la cotidiana como quien dice no, la tradicional pero, pero no yo creo que si hace falta un poquito más o sea buscar otra manera de hacerlos (inaudible) no nada más lo tradicional, de hecho yo también ya lo he estado pensando y a ver qué puedo hacer para lograr que ellos pues aprendan, que aprendan eso y sin necesidad que sea metódico que no sea de una formulita y así la voy aplicar y ya, simplemente que ellos comprendan que es lo que están haciendo pero yo digo que a mí, a mí todavía me falta en ese aspecto porque yo más que nada si me manejo mucho en la parte tradicional que soy yo el que se pone a dar la clase, o sea yo me imagino que la mayoría de los maestros no, o sea, yo me imagino que los demás maestros de matemáticas también lo han de hacer igual, yo los conozco ¿no? y sé que así lo hacen, pero pues si nos falta realmente en ese aspecto, meternos un poquito, no sé, crear otro tipo de actividades para mejorar ese aspecto. Ya no enfocarnos tanto en lo tradicional, o sea no nos podemos simplemente decir ahh con el módulo vamos a hacer guías, porque eso tampoco no va a dejar nada bueno. Igual yo les puedo dejar el módulo, hagan esta página y se van a quedar con un signo de interrogación en la cara y no lo van a poder hacer, porque si lo he intentado. Por ejemplo con el módulo nuevo yo he intentado, eso a ver hagan esta actividad, según el problema los va guiando, los va guiando y llega un momento en que "no profe, no le entiendo", ¿qué me está pidiendo? Y supuestamente el módulo ese está diseñado de ese tipo de matemáticas, uno para que ellos solos lo puedan resolver, cuando no es cierto y porque yo lo, al principio igual lo voy a usar y le doy su chanza y al ratito ya los veo a todos, y al final del día termino haciendo lo mismo. Entonces digo ¿yo para qué utilizo este módulo? mejor me voy con el otro que se presta un poco más para la educación tradicional y con ese trabajo.

Entrevistador: Y con ese trabajo, entonces en ese caso, me podrías decir ¿qué son para ti las matemáticas?

40P: Las matemáticas, pues son una herramienta, pues es una herramienta que utilizamos nosotros para resolver problemas de la vida cotidiana, más que nada ehh, pues dicen de la vida cotidiana. Pero es muy raro que te topes con ese tipo de problemas, a lo mejor es más aplicable digamos para, para por así decirlo, cuando ya terminaste una carrera pues por ejemplo que si eres ingeniero o estudias diseño, cosas por el estilo, es donde más que nada las vas aplicar, o sea y en ese caso si la aplicarían en algo de la vida cotidiana para ellos, porque en la vida cotidiana así para cualquier persona, o para un abogado, lo más que va hacer es sumar o restar. O cualquier otra persona, un chef a va a medir cantidades, o lo que sea o aplicar así lo que es álgebra, más que nada las ecuaciones cuadráticas es muy raro que una persona en su vida cotidiana lo haga. Simplemente alguien que es profesionista que está digamos un ingeniero como yo, yo soy ingeniero mecánico, un ingeniero eléctrico, un arquitecto es alguien que lo puede llegar a utilizar porque si es más aplicable no, para esas personas pero para las demás no.

Entrevistador: Ok, bueno agradecemos mucho esta entrevista, esperando que no le haya causado mucha incomodidad.

Anexo 6

Entrevista Profesor B

Entrevistador: Ecuaciones cuadráticas, entonces pues, comenzamos. ¿Usted qué conocimientos considera como base para el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas?

1P: Bueno si nos vamos a cuestión de conocimientos previos, yo siento que el chavo debe de haber tenido contacto ya con lo que vienen siendo las ecuaciones lineales ¿no?, o sea, si nos vamos en cuestión. Ahora tú puedes hacer un análisis de las ecuaciones cuadráticas sin ese conocimiento previo, pero en lo particular me he dado cuenta que se dificulta un poco más, si el chavo ya tiene un contacto con la cuestión de álgebra ya como quiera que sea se le da, se les hace más sencillo el trabajo de este tema ¿no? Ayer que empezábamos pues yo me di cuenta porque escarbamos un poquito entonces como que no le impacta tanto si no que ya trae el hecho de venir trabajando con temas de álgebra, factorización, lo que vienen siendo las ecuaciones lineales con una incógnita, siento que eso apoya mucho al chavo para que podamos entrarle más tranquilo a este tema (al tema) al tema.

Entrevistador: Por ejemplo, las ecuaciones cuadráticas se llevan en la secundaria, ¿Si está consciente de eso? O sea ven ecuaciones de segundo grado, ¿no? y tienen un primer contacto con lo que es la fórmula general, ¿cree que esto les ayuda a ellos para entrar en el plano más formal aquí en la univer… en la preparatoria, perdón?

2P: Habría que ver mira, lo que pasa es que esa es una suposición, en el sentido de que, los programas de la secundaria viene precisamente, que lo vean quién sabe, porque ya cuando ves en el aula te das cuenta y empiezas a escarbarle un poco los chavos, pero si nos basáramos en que está el programa y lo ven por supuesto, o sea de hecho nosotros nos podemos dar cuenta y tú puedes darte cuenta que lo que es primero y segundo semestre a final de cuentas es un reforzamiento de lo que ellos manejan en la secundaria, entonces, yo en lo particular siempre lo he visualizado en el sentido de que como nos llegan de diferentes secundarias, alguien si lo vio, lo vio bien, alguien no lo vio, si, alguien lo vio a medias, entonces yo en lo particular trato de decir Ok lo viste bien lo viste mal, no lo viste, trato de agarrar y unificar. Por eso agarro precisamente como suponiendo nadie sabe nada y empezamos de ahí para que cada quien tenga, obviamente, en el aula ya se ve si aquel chavo ya tuvo contacto él empieza precisamente a abordarte y te ayuda o sea te ayuda precisamente para la dinámica de la clase.

Entrevistador: Ok, en este sentido, por ejemplo cuando dice inicia ¿desde dónde, de qué punto parte, desde cero?

3P: Si, o sea yo hago la suposición de que o sea como vengo trabajando precisamente con los conocimientos previos de lo que es la ecuación lineal con una, hablamos de los sistemas doy el salto en cierta forma suponiendo que los que traen ellos son los que manejaron conmigo independientemente de lo que hayan visto o no hayan visto en la secundaria

Entrevistador: Ah Ok. ¿Qué tiempo le asigna usted al estudio de este tema?

4P: (Risa) Mira en particular este semestre, van hacer dos días por que el detalle es precisamente la situación del tiempo que tenemos destinado para el programa tratamos de manejarlo, pero en el caso de este semestre son dos días. Hay ocasiones en que no nos alcanza el tiempo, sí, hay ocasiones que tratamos de mencionarlo en el segundo semestre o sea está muy variable y más que nada yo en lo particular puedo mencionar depende mucho también del grupo, porque en el caso del grupo puede estarte respondiendo que te permite avanzar, si, en el caso de estos dos grupos me permitieron poder comentarle el tema en dos días, si, lo básico o sea no profundizo en el tema. Ayer comentaba la relación gráfica y ellos me preguntaban: "oye, ¿vamos a hacer gráficas?" yo les decía: "no, déjenme eso. La cuestión gráfica lo analizan en matemáticas tres con un poco más de calma, no voy a entrar en detalles". Pero ellos mismos empiezan a cuestionarte, o sea ¿qué te da? pero desgraciadamente el tiempo no, pero en este caso en este semestre van a ser dos días.

Entrevistador: Dos días, ok, En este caso, por ejemplo, para el desarrollo de este tema, ¿Qué tipo de actividades usted le propone al alumno?

5P: Mira, bueno tú has tenido contacto precisamente porque te di clases, yo trato de que ellos tengan la herramienta básica, es decir doy la, la, como se puede decir, imparto la clase y obviamente pongo ejercicios que ellos, pregunten comenten, de entrada por la cuestión del tiempo intento que ellos tengan, no sé si sea correcto decir, el marco teórico de lo que es y trabajar con eso. Ehh, cuando hay tiempo suficiente pues se presta precisamente al análisis a través de ellos, que ellos me permitan precisamente pero el tiempo trato de decir ok, te voy a impartir, sí, que tú tengas el conocimiento más o menos y si hay oportunidad que tú lo analices en el momento que lo ocupes.

Entrevistador y profesor: En la aplicación.

Entrevistador: Ok, en este caso ¿le permite , no sé si el tiempo o el tema, hacer el trabajo en equipo?.

6P: Mira, no tanto, yo generalmente trato de que sea el grupo en general, o sea no llego y si, si quieres puedo llenar el pizarrón, pero conforme voy comentando que ellos vayan, o sea hablando en términos del grupo. Pero en equipo por ejemplo el tema no, por el tiempo, no me lo permite.

Entrevistador: Ok. Entonces usted prefiere o promueve más lo que es el trabajo grupal.

7P: Si, en el caso este por la cuestión del tiempo, pero si cuando hay oportunidad en cuestión del tiempo me gusta que trabajen en equipo.

Entrevistador: ¿Y el trabajo individual?

8P: También, o sea el trabajo, mira lo que pasa es que lo manejas otra vez por la cuestión del tiempo no, ahí si te permite la idea es llevarlo de esa forma, individual, equipo y luego institucio… institucionalizamos (risa) si, pero obviamente eso es en base al tiempo que tengas pues, porque realmente si es complicado. ahorita tú te vas a dar cuenta, o sea hay muchos distractores, muchos distractores en el sentido que hay actividades que el colegio, que el colegio precisamente tiene, que al chavo lo distrae, y por ejemplo ayer iniciamos y ellos tenían que hacer un periódico mural, o sea fue un, algo que te quita, llegan si quieres un poco tarde. Yo como es el tema lo estoy analizando, le permití pero hay muchos distractores pues entonces desgraciadamente el tiempo que dijeras tú me voy a basar y lo voy a poder hacer, lo ideal que uno quisiera es manejar el tema, es difícil…

Entrevistador: Si existen muchos factores externos,

9P: Si así es.

Entrevistador: ¿Cuál es el objetivo en este caso de la exposición de usted ante el grupo?

10P: Mi objetivo, mira más que nada pues que ellos tengan el conocimiento precisamente en relaciones a los diferentes tipos de ecuaciones que puedan manejar. En el caso de la ecuación cuadrática sabemos que hay muchos problemas que se pueden topar, o que se pueden plantear a través de una ecuación que probablemente ellos lo vayan a ver en su momento, o se lleguen a enfrentar y que al menos decir yo ellos estuvieron tocando el tema lo vieron si. A lo mejor en cuestión del planteamiento ese, que lleguen a ver decir, ah órale ya puedo utilizar esto no, entonces el objetivo es que tengan precisamente al menos el contacto con, no voy a decir el conocimiento pleno, ¿verdad? de lo que son las ecuaciones cuadráticas, pero a lo menos el contacto de haber trabajado con ese tipo. Si nos vamos en la cuestión precisamente de las expresiones algebraicas manejas diferentes tipos de expresiones como te decía el programa te permite ir analizando de las ecuaciones lineales y en este caso cerrar con las ecuaciones cuadráticas, de entrada que si ya ven ecuaciones por ejemplo polinomiales pues que ya que vean en cierta forma una generalización de lo que es.

Entrevistador: Ok, perfecto. Usted promueve pues, que, que, me acaba de decir que la misma dinámica de su clase le permite promover la participación de sus alumnos, si no se diera este caso, si los alumnos no participaran, ¿Qué tipo de actividades usted realiza para que participen los alumnos?

11P: Mira por ejemplo aquí, trato más que nada de tener el contacto, el contacto de manera personal con ellos, dentro de lo que sea posible, trato de ver precisamente la situación lo que pasa es que en el grupo. Tú puedes ver que puedes tener un grupo bastante variado, vamos a decirlo de esta forma, yo por eso trato de hacerlo de manera grupal otra vez por la cuestión del tiempo, por la cuestión del desarrollo, pero en el caso particularmente de aquellos chavos que no participan pues en cierta forma, hasta ahorita puedo decir gracias a Dios no me he topado con un grupo completamente cerrado que nadie participe, a lo mejor y no tendría una respuesta porque no me he topado. Pero yo me imagino que si se diera el caso trataría de motivarlos de buscarle o sea lanzar quizá preguntas como se puede decir …

Entrevistador: Atractivas…

12P: Ahh, o sea si, o sea…

Entrevistador: que capten la atención del grupo…

13P: Si, o sea buscar la forma precisamente de que ellos participen, no sé si sea lo correcto preguntas dirigidas, no sé, no me recuerdo la palabra pero de tal manera que precisamente que a ellos les permita la participación y por ahí vas manejando. De hecho en el caso grupal hay veces que lanzo las preguntas y tú te vas a dar cuenta que el grupo comienza a contestar pero no escucha, o sea empiezan a contestar, pero no la pregunta que les haces, entonces allí haces una pausa y dices : “espérense, escúchenme y vamos a tratar de ver”. Cuando considero que no captaron entonces hay que buscarles precisamente para que ellos en cierta forma capten (redirige) a lo que queremos llegar…

Entrevistador: Redirigir (exactamente) la pregunta. Ok, en este caso por ejemplo hace uso de algunas pues situaciones problemas tomadas de algunos módulos o algún software, algún…

14P: En el caso igual como lo hice en su momento, o sea hay software pero desgraciadamente la dinámica por la cuestión del tiempo que tienes de clase, el andar correteando, el andar cambiando de aulas, porque no todas las aulas tienen, (no todas) están equipadas. Entonces uno tiende, yo en lo particular tiendo mejor seguir trabajando en el pizarrón, porque si, o sea tenemos poco tiempo y todavía quitarle es un poco difícil sin embargo en el momento, trato de hacerles ver que hay precisamente software que si ellos los, los eh, los eh, como se dice, descargan, pueden analizarlo. O sea que tengan conocimiento de la existencia de ellos, y ya pues ya depende de manera individual si ellos quieren trabajarlo o no; pero cuando hay maneras les hago ver, o sea al menos una sesión, para que tengan el contacto con lo que es el software. En el caso de las problemáticas ehh pues también trato de analizar problemas que puedan manejarse en los módulos o que se puedan manejar en las bibliografías, ehh, dependiendo del caso y si lo permite pues tratamos de manejar entre el grupo algún problema que podamos nosotros plantearlo. Hace tiempo lo hice en el sentido de pedirles a ellos que trataran de investigar un problema relacionado precisamente que esto, no lo busquen si no trata de construir una situación problemática donde intervenga.

Entrevistador: Haga uso del recurso de las ecuaciones cuadráticas. En cuanto a las actitudes de sus alumnos, ¿Qué tipo de actitudes usted ha percibido por parte de ellos para el tema?

15P: Mira, ehh, en el caso de los que han tenido contacto en la secundaria inmediatamente lo relacionan con la fórmula general, inmediatamente los que tuvieron contacto. Y obviamente como es una fórmula y es una sustitución tal, pues para ellos se emocionan porque dicen es algo que ya vi, es algo que ya dominé en cierta forma. Hay otros que dicen mmm si con las lineales no la hacía, con éstas menos. O sea actitudes variadas, actitudes, variadas, hay unos que están completamente bloqueados, le digo yo, no con el tema, si no en general con las matemáticas, o sea ellos y trato de mencionárselos a ellos, que el problema para nosotros no es enseñar las matemáticas, si no enseñarles a ellos, que ellos pueden trabajarla, o sea pueden trabajarla de diferente forma, pero ellos dicen "no es para mí, no es para mí, no es para mí", entonces cuando me hablas de actitudes pues son variadas, pues muchos de emoción, otros de que ahh temor y otros indiferencia, porque dicen "no pos que es como cualquier otro tema, no quiero y no me interesa" .

Entrevistador: Y por ejemplo en este caso, ¿no busca la manera de cambiar este tipo de actitudes con estas personas que muestran esa indiferencia total a la matemática (Si)?, ¿Qué hace?

16P: O sea, es un reto es un reto para mí precisamente, primero que nada platico, o sea mira aquí es muy importante, es muy importante ehh darte cuenta precisamente que como tienes tantos alumnos yo trato o yo me manejo generalmente aquel chavo que se acerca y se abre, trabajar con él, porque hay frases que, hay una frase que me gusta mucho que lo utilizo precisamente en estos casos, en el sentido que "si no sabes te enseño, si no puedes te ayudo, pero si no quieres, ahí aunque hagamos lo que hagamos no podemos hacer absolutamente nada". Entonces si el chavo quiere, se trabaja. Él puede estar completamente cerrado no quiere saber nada, pero llega un momento que él dice "quiero porque quiero hacerlo", entonces te da la libertad, se abre se acerca y ahí empiezas a trabajar y hemos visto yo en lo particular me he dado cuenta de chavos que dicen "órale, o sea todo lo que vivía antes , ehh, estaba cerrado y no era tanto el maestro, no era tanto él, si no era…", se dan cuenta que es la actitud que él tiene para con relación a la materia y lo hacen. Te puedo decir ahorita mira, mira ahorita he aprendido, porque te quiero comentar así rápidamente, en matemáticas tres estoy manejando el tema de la parábola, le estoy dando clases a un invidente y dices tú ¿cómo le enseño? Tenía, o sea pues de hecho como maestro no tienes contacto con eso, te llegó y haces lo que puedes ¿pero cómo le enseñas el tema de la parábola? Y es ahí cuando, cuando empiezas a ver la actitud de él. Dijo Ok teníamos un recurso de hecho no me lo traje, que le dije “mira estamos muy limitados, porque este recurso no me permite avanzar mucho era un geoplano le llaman, pero que te puedo decir de quince por quince, obviamente está muy limitado se lo comenté y me dijo él mismo, la actitud, me dijo “sabe qué, profe, déjeme ver si mi papá nos puede ayudar. Entonces platica con el papá, lo cuadriplica y entonces tratamos de ver ¿cómo le muestro? y no hay recursos por que la institución no cuenta con recursos. Quedé con el de darle la clase, y que es lo que hago, de donde agarro y no me traía por que no tuve tiempo, estuve en la uni ,lo que tú quieras, me fui a la papelería y digo ¿qué hago? utilicé un cordón, precisamente para los gafetes me lo traigo, cinta, ¿sí?, y formo lo que es una parábola, si ligas con los ejes y el chavo empieza a tener el contacto, pero la actitud de él, la actitud de él de decir “ok tú me estas apoyando, yo voy a buscar la manera”. Y me di cuenta que, o sea en cierta forma, confirmó lo que te menciono, la actitud de él, de decir yo quiero aprender, él está limitado, vamos a decirlo de esta manera, pero él dijo yo quiero y actitudes por ejemplo con chavos que no tienen el problema que tiene este joven y están completamente cerrados. Pero la diferencia es la actitud de ellos, si entonces cuando ellos dicen Ok tú estás, tú quieres ayudarme, quiero hacerlo, cambia completamente entonces trato de tener un contacto personal, pero más que nada que ellos (se acerquen) se acerquen…

Entrevistador: Ok, y pues para, por cuestiones del tiempo, para finalizar en este caso, ¿usted cómo evalúa el aprendizaje en este tema?

17P: Mira lo que pasa es que igual ehh por, por lo que tenemos y por el detalle de que tienes que evaluar, ehh, por ejemplo en este semestre yo tengo cinco grupos, ehh, obviamente manejo ejercicios, ehh que lo manejen ellos de manera individual, perdón, los hago participar en la clase, ¿sí? o sea que ellos estén participando que estén resolviendo problemas. Si ehh, hago los exámenes, entonces en cuestión en cuestión de porcentajes estamos hablando precisamente de un sesenta por ciento exámenes, los que damos en la evaluación parcial son treinta por ciento de tareas y, y actividades que pueden ser del módulo o pueden ser series de ejercicios y diez por ciento de participación y tareas diarias que los estás manejando. Entonces esa sería la forma de evaluarlos, evaluarlos obviamente, mira tú aquí tenemos una gran desventaja porque registras, tienes que registrar, subir parcialmente las evaluaciones. Yo en lo particular he abogado porque precisamente con esos casos que tú estás manejando, de que hay una cerrazón, pero empiezas a trabajar con ellos, pero resulta que como registras una evaluación y ese chavo no hubo, no hubo precisamente una actitud de él positiva para la materia, pues obviamente la primera evaluación puede afectar a todo los demás. Entonces el tener un… si nosotros tuviéramos un sólo registro. Tú ves precisamente el progreso ¿verdad? que puede ir teniendo el chavo, si está bien, y entonces tu registrarías una evaluación del trabajo que él hizo en el semestre, podrías decir pues ponle cincuenta o ponle sesenta entonces, pero también hay chavos que se confían, que dicen no, no necesito hacer nada y la actitud en lugar de que sea positiva es negativa; es decir, pues si no hice nada y me puso cincuenta, o sea toman otra actitud. Ese es un poco ehh, es un poco limitante, precisamente eso no, entonces obviamente le lanzo retos cuando tú ves un progreso, y trato si al final hay un progreso positivo, pero aquella primera evaluación le afectó, le digo "Ok sácame la mayor alta calificación aquí" y es una forma de guardarte el progreso que tú tuviste para examen de regularización para que quede aprobado no.

Entrevistador: Ok, bueno, perfecto le agradezco mucho...

Observación: *Fragmento tomado de la entrevista realizada en noviembre de 2015. Cabe aclarar, que la pregunta* <u>¿Qué tipo de actividades considera Usted que debería de realizar el profesor para enseñar matemáticas?</u> *fue leída de manera incorrecta, pero aun así fue considerada la respuesta del profesor.*

Entrevistador: Y cuando considera usted que un, o más bien qué actividades debería de realizar un profesor para decir que, este que, sabe matemáticas. ¿Qué actividades debería de realizar?

18P: ¿Qué actividades debería realizar para decir que un maestro sabe matemáticas? Huy pues que…

Entrevistador: O que sabe enseñar matemáticas.

19P: Ahh bueno ya es (que sabe enseñar) Mira, tratando de ser general yo me imagino que un maestro que sabe enseñar cuando sabe quizás resolver las dudas que te puedan presentar en el tema, para mí, he no quiere decir que el maestro deba de saberlo todo sino simple y sencillamente el chavo, tú te puedes dar cuenta, que el chavo he tu estas manejando un tema y de repente el surge, oye profe por ejemplo si lo hacemos así, si, y entonces que tú le puedas aclarar y obviamente que tengas el conocimiento mira te voy a poner un caso, ayer comentábamos en la cuestión de las propiedades de los radicales y le manejabas precisamente que la raíz del producto es igual al producto de las raíces entonces uno dice, profe pero entonces o sea él quiso generalizar con un ejemplo diciendo entonces también es válido para la suma entonces le digo a espera si y entonces se presentó esa duda quizás entonces un maestro que no tenga el conocimiento matemático podrá decir no pues está bien no o a lo mejor puedes manejar un ejemplo y con eso pretendas generalizar si, si, o sea se me viene a la mente por ejemplo la raíz de uno más cero y dice ha se cumple, entonces sí, entonces yo le decía a ver mira vamos checándolo si lo que tú estás proponiendo y lo ejemplificas y que el chavo dice a órale no siempre es válido ah entonces no lo agarras como ley porque no siempre es válido para mí eso es importante de enseñar las matemáticas por que las dudas te surgen o sea yo puedo manejar y un maestro dice ha desarrollo el tema pero sácalo, sácalo y o te lanza una pregunta un chavo y no, aprovéchalo, aprovéchalo pues porque, porque él está mostrando un interés, si, para mí eso es lo que debería de tener precisamente un maestro que debe de enseñar matemáticas

Entrevistador: Ok, y de manera general para usted, ¿que son las matemáticas?

20P: Me hubieras dicho que me ibas a preguntar (risas) es que de repente pues sí, ¿que son las matemáticas? pues o sea, pues está muy amplia no, o sea lo puedo ver como una ciencia precisamente pero obviamente si lo vemos en términos generales pues es, es una ciencia que te permite trabajar o resolver, lo voy a manejar verdad, problemas, si, a través precisamente de lo que es una formalización voy a decirlo de esta manera pero o sea pues se me hace muy amplia la pregunta no…

Entrevistador: Si, es muy general la pregunta

21P: Te puedo decir no pues es algo que me gusta mucho y que o sea no se enfocado en que va la relación…

Entrevistador: pues o sea así para usted como usted lo vea o como usted lo piense que considera que es

22P: Mira para mi es una materia que es importante que se debe de impartir independientemente de los conocimientos que tú puedas darle siento que es una materia que al muchacho le ayuda al razonamiento, le ayuda a la reflexión y obviamente le ayuda a los conocimientos para poder atender otras si materias sí que quizás siento yo que ayuda que se te facilite en las otras materias, manejándolo quizá de esa forma.