

UNIVERSIDAD DE SONORA
DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**



**"SOBRE EL SENTIDO Y SIGNIFICADO QUE LOS ESTUDIANTES
DEL ÁREA DE INGENIERIA DAN A LAS ECUACIONES
DIFERENCIALES"**

**Tesis que para obtener el grado de Maestría en Ciencias con
Especialidad en Matemática Educativa presenta:**

ING. RUTH ELBA RIVERA CASTELLÓN

Director de Tesis: Dr. Ramiro Ávila Godoy

Hermosillo, Sonora, a 26 de octubre de 2001

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

COMITÉ REVISOR:

M. C. Natividad Nieto Saldaña
Dr. Ramiro Ávila Godoy
M. C. Jorge Ruperto Vargas Castro
M. C. José Álvaro Encinas Bringas

JURADO:

M. C. Natividad Nieto Saldaña
Dr. Ramiro Ávila Godoy
M. C. Jorge Ruperto Vargas Castro
M. C. José Álvaro Encinas Bringas

AGRADECIMIENTOS:

A las Universidades
Universidad Autónoma de Baja California y Universidad de Sonora
A las autoridades Académicas y Administrativas por el apoyo prestado

Al Comité revisor
M. C. Natividad Nieto Saldaña
Dr. Ramiro Ávila Godoy
M. C. Jorge Ruperto Vargas Castro
M. C. José Álvaro Encinas Bringas
Por las valiosas aportaciones que hicieron para mejorar
de manera sustantiva este trabajo

A mi Director de Tesis
Dr. Ramiro Ávila Godoy
Por sus enseñanzas, apoyo y motivación, sin las cuales no me habría sido posible
terminar este trabajo

A mis maestros y compañeros
Del Programa de Maestría en Ciencias con Especialidad en
Matemática Educativa

Un agradecimiento especial al
M.C. José Álvaro Encinas Bringas
Por su tiempo, sus consejos y la ayuda incondicional, prestadas durante
el proceso y desarrollo de esta tesis

Y sobre todo
A mi familia, a mis hijos Humberto, Natalia y Fadua
a mi esposo Humberto
Porque estuvieron conmigo siempre, en los buenos y malos momentos
Por su paciencia y confianza, las cuales me impulsan a superarme

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
--------------------	---

CAPÍTULO 1 MARCO DE REFERENCIA

1.1 La Facultad de Ingeniería.....	5
1.2 La importancia del curso de Ecuaciones Diferenciales, dentro de la currícula de las carreras de Ingeniería.....	7
1.3 Acerca de los Contenidos y Programas de matemáticas.....	14
1.3.1 El estado actual de la enseñanza de las EDO en la Facultad de Ingeniería.....	16
1.4 Algo de historia sobre las ecuaciones diferenciales.....	18
1.5 El Problema de Investigación	27
1.6 Objetivos de la Investigación.....	28
1.6.1 Generales.....	28
1.6.2 Específicos.....	30

CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO

2.1 Conceptos básicos.....	31
2.1.1 El sentido y significado	32
2.1.2 La concepción del aprendizaje.....	35
2.1.3 La concepción de la enseñanza.....	37
2.1.4 La Transposición Didáctica.....	38

CAPÍTULO 3 LA METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Investigación cuantitativa e investigación cualitativa.....	41
3.2 Metodología de la investigación.....	44
3.3 El Cuestionario.....	45
3.3.1 Categorías utilizadas para analizar los comportamientos.....	48
3.4 Las Encuestas.....	49
3.5 Las Entrevistas.....	50
3.6 Los Profesores.....	51
3.7 Los Textos.....	54

CAPÍTULO 4 DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 Encuestas a Alumnos	55
4.1.1 Resultados estadísticos globales	55
4.1.2 Comportamientos por grupo	60
4.2 Análisis de Casos	96
4.2.1 Entrevistas a los alumnos	96
4.3 Encuestas a Profesores	128
4.3.1 Resultados de las encuestas a profesores	128
4.3.2 Entrevistas a profesores	132
4.4 Acerca de los Textos	135
4.4.1 Textos más utilizados	136

CAPÍTULO 5 OBSERVACIONES

5.1 Observaciones y reflexiones en cuanto a alumnos	158
5.1.1 Las encuestas	158
5.1.2 Las entrevistas	161
5.2 Observaciones y reflexiones en cuanto a profesores	162
5.2.1 Las encuestas	162
5.2.2 Las entrevistas	163
5.3 Observaciones acerca de los textos	164
5.4 Observaciones acerca de las dificultades enfrentadas para realizar la investigación	165
5.5 Observaciones Globales	166

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	169
----------------------------------	-----

ANEXOS	I
--------------	---

Apéndice A La Encuesta	II
Apéndice B Guía para la Entrevista	IX
Apéndice C Algunas encuestas resueltas	XIV

INTRODUCCIÓN

Los retos y desafíos del desarrollo del país demandan personas que no sólo tengan conocimientos sino que posean habilidades para enfrentar la dinámica de un mundo que cambia vertiginosamente. El mundo del trabajo se ha acelerado en forma sustancial en los últimos años, suscitando cada vez mayor demanda de habilidades que las escuelas en general no incluyen en sus planes de estudios.

Se requieren personas protagonistas del cambio que actúen con habilidad y destreza, con conocimiento y con valores humanos; en una palabra, que sean competentes.

Una persona competente debe saber los elementos teóricos básicos para poder realizar su trabajo, esto significa el conocer prácticas establecidas y normas, que pueda identificar y reproducir secuencias de procesos, en general, todo conocimiento teórico. Además de poseer estos conocimientos, debe tener la habilidad de reproducir, en comportamientos observables los conocimientos.

Uno de los objetivos primordiales de las Universidades es formar profesionistas competentes, ciudadanos capaces de realizar un trabajo. En particular la Universidad Autónoma de Baja California preocupada por una evolución consciente y renovada establece en su Plan de Desarrollo Institucional 1999-2002, que su misión es contribuir al logro de una sociedad justa, democrática, equitativa y respetuosa de su medio ambiente; con ciudadanos capaces de enfrentar y resolver los retos que le presente el entorno actual y futuro. Esto se consigue "mediante la formación de seres humanos independientes, críticos y propositivos, con una alto sentido ético y de responsabilidad social".

Para lograr su misión la Universidad ha diseñado estrategias, políticas y programas que orienten las acciones institucionales hacia la consecución del perfil deseado, entre ellas se destaca la investigación como eje de la actividad académica. Es en este punto donde encaja el presente trabajo; ya que intenta aportar un granito de arena para contribuir con la formación integral de los estudiantes pues pretende abordar la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las

matemáticas, dentro de la Facultad de Ingeniería y particularmente el problema de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.

Concretamente, la investigación esta dirigida a indagar ¿ cuál es el sentido y significado que los estudiantes, de dicha Facultad, le asignan a las ecuaciones diferenciales, en general? , y ¿ qué papel juegan en la adquisición de dicho sentido y significado, profesores y textos ?.

Para llevar a cabo este trabajo, se tomaron en cuenta las concepciones que sobre enseñanza y aprendizaje se tienen, se revisó la bibliografía afín con el tema a investigar y se establecieron los lineamientos y la metodología para el buen desarrollo de la misma. El paso siguiente fue diseñar un instrumento, en este caso una encuesta, para obtener información sobre una muestra representativa, de estudiantes del área de Ingeniería, que ya tomaron el curso de ecuaciones diferenciales, con anterioridad. Dicha encuesta se diseñó con un doble fin, primero para seleccionar a aquellos estudiantes que muestren habilidad para resolver ecuaciones diferenciales, y segundo, indagar acerca del sentido y significado que le dan a dichas ecuaciones.

Después de analizar las encuestas, se catalogaron y se seleccionaron los estudiantes que conformaron el estudio de casos, para entrevistarlos; las entrevistas se realizaron para obtener la información en relación al problema planteado, y sirvieron también para corroborar algunas suposiciones, producto del análisis de las encuestas.

Posteriormente se aplicaron las mismas encuestas a profesores de la Facultad, se revisaron los textos de ecuaciones diferenciales más utilizados, para establecer la relación que estos guardan con la adquisición de sentido y significado de los estudiantes.

Por último se procede a integrar y analizar los resultados, se hacen las observaciones y se elabora el presente reporte.

El trabajo esta organizado en 5 capítulos, los cuales se resumen a continuación.

El capítulo 1 es el *Marco de Referencia*, es aquí donde se le da ubicación y contexto al problema que se aborda en el presente trabajo. El

sitio es la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, lugar donde se realizó la investigación. Este capítulo incluye algo de historia y antecedentes de la Facultad de Ingeniería, se hace notar la importancia de los cursos de Ecuaciones Diferenciales dentro de la currícula de las diferentes carreras de Ingeniería. Se revisan los contenidos y programas de matemáticas, incluye también algo de historia sobre las ecuaciones diferenciales. Se presenta el problema y se marcan los objetivos generales y específicos de la investigación.

El capítulo 2 es el *Marco Teórico*, en primer lugar se presentan y discuten los principios teóricos que orientaron el trabajo de investigación,

El marco teórico se apoya principalmente en el trabajo de Jean Piaget, en su teoría del constructivismo, la cual tiene la concepción de que el estudiante aprende cuando desarrolla actividades que le permiten ir construyendo su propio conocimiento. Se hace énfasis también en el aprendizaje significativo, donde el teórico es J. Ausubel, quien propone que el aprendizaje es un proceso de construcción de representaciones personales significativas y con sentido. La construcción del conocimiento se ve, a partir de estas perspectivas, como una construcción orientada a compartir significados y sentidos, en donde el aprendizaje se da a través de un conjunto de actividades, relaciones e interacciones que son compartidas en forma gradual y progresiva, por las estructuras cognitivas de los estudiantes, quienes se apropian de significados respecto a los contenidos curriculares, otorgándoles a estos sentido, cuando el estudiante es capaz de ubicar, engarzar y aplicar en lo cotidiano, los conocimientos propios de su formación.

También se consideran los aportes de Brousseau y Chevallard, la Transposición Didáctica, dichos preceptos nos permiten tener un panorama sobre el por qué de las acciones de los profesores. La transposición didáctica es un proceso mediante el cual el profesor debe transformar el conocimiento cultural (los textos) a un conocimiento apropiado para ser presentado a los alumnos para su aprendizaje (proceso de adaptación del conocimiento). El realizar el análisis y revisión de los textos más utilizados por los maestros que imparten la materia de Ecuaciones Diferenciales en la Facultad de Ingeniería, nos permite entender este proceso de adaptación que el profesor realiza en su salón de clases.

En el capítulo 3, se presenta la metodología, donde se describen paso a paso, las actividades realizadas para el desarrollo de la investigación. Para esta último se contrastaron la Metodología Cuantitativa versus la Metodología Cualitativa, seleccionándose esta última por considerarse la más apropiada para llevar a buen termino este trabajo.

El capítulo 4, es propiamente el *Desarrollo de la investigación*, se detallan todas las actividades realizadas, partiendo desde la aplicación de encuesta y entrevistas a los estudiantes (el estudio de casos), las encuestas y entrevistas realizadas a los profesores de la Facultad, la revisión de los textos mas utilizados; así como los resultados observados a partir de dichas actividades.

El capítulo 5 muestra las *Observaciones* y reflexiones propias que se obtuvieron de analizar las encuestas y entrevistas aplicadas a los estudiantes, a los profesores y la revisión de textos.

Y por último las *Referencias Bibliográficas*, que conforman la lista del material revisado para la elaboración del presente trabajo de investigación, se incluyen además los *Anexos* compuestos por los cuestionarios y los formatos que sirvieron de guía para las entrevistas, así como algunas copias de encuestas que muestran las respuestas de los alumnos.

CAPITULO 1

MARCO DE REFERENCIA

1.1 La Facultad de Ingeniería¹.

En 1967 un grupo de ingenieros, en su mayoría civiles, tiene la inquietud de crear la Escuela de Ingeniería, dentro del marco de la Universidad Autónoma de Baja California. Motivados por el Ingeniero Luis López Moctezuma Torres, logran que el proyecto de la Escuela de Ingeniería se haga realidad, dando origen a la carrera de Ingeniero Topógrafo y Geodesta.

En el año de 1967, la Universidad Autónoma de Baja California, unidad Mexicali, sólo contaba con las carreras de sociología, pedagogía y contabilidad.

El acelerado crecimiento de la ciudad y la agricultura del Valle de Mexicali necesitaban de una gran cantidad de ingenieros para las diversas áreas en desarrollo de la entidad.

Como resultado de los estudios de planeación del desarrollo universitario que se emprendieron por Rectoría, realizados por profesionistas, maestros, investigadores y autoridades de la Universidad Autónoma de Baja California, en concordancia con el Centro de Planeación de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), nace en Octubre de 1967, la Escuela de Ingeniería.

Las labores inician con una matrícula de 19 alumnos y una planta de 18 profesores. La carrera impartida inicialmente de ingeniero topógrafo y geodesta se presentaba en plan de estudios anual y con duración de 3 años.

Los trabajos de investigación continuaron para la planeación y apertura de nuevas carreras, escuelas e institutos de investigación, de 1968 a 1971 y culminaron con la constitución de las escuelas de Ciencias Agrícolas, Arquitectura, Turismo (Tijuana), Contabilidad (Tijuana) y

¹ Tomado de la Revista Especial, publicada por motivo del 30 Aniversario de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, octubre 1997.

Medicina. Dichos trabajos revelaron que era urgente emprender un nuevo capítulo en el desarrollo universitario con el establecimiento de escuelas en las que se obtuvieran los conocimientos y las técnicas que permitieran aplicar el saber científico a la utilización de la materia y de las fuentes de energía.

En 1970 egresa la primera generación de ingenieros topógrafos y geodestas, se cambia el plan de estudios anual (con duración de 3 años) a plan semestral, con duración de seis semestres. En enero de 1972 da inicio la carrera de ingeniero mecánico electricista, con 3 especialidades; Electricidad, Mecánica y Electrónica, y en diciembre de ese mismo año, se efectúa el primer examen profesional en la escuela. En agosto de 1973 inicia el primer semestre de la carrera de ingeniero civil.

En el año de 1977, se fortalece la planta docente con numerosas contrataciones de profesores de tiempo completo, así como de asignatura, para corresponder con la duplicación de la matrícula estudiantil.

En 1986 se crean las carreras de Ingeniero en Computación y Licenciado en Sistemas Computacionales.

En 1991 se reestructuran los planes de estudio de todas las carreras, cambiando de lo que se llama plan rígido a plan flexible. En 1995 se pone especial atención a programa de formación y actualización docente, apoyado principalmente en convenios con universidades nacionales y extranjeras.

Actualmente más de 30 profesores se encuentran haciendo estudios de posgrado. En agosto de 1997, se da la apertura de la carrera de ingeniero industrial y la reapertura de la especialidad en Telecomunicaciones.

Durante el primer periodo de 1998, se autoriza la primer Maestría impartida por la escuela con lo que se cambia su nombre a Facultad de Ingeniería, la cual inicia en agosto con la Maestría en Electrónica con dos especialidades que son: Telecomunicaciones y Control e Instrumentación. Actualmente se cuenta también con la Maestría en Procesos Industriales.

En el transcurso de estos treinta años, la Facultad de Ingeniería se ha transformado en una gran institución, contando actualmente con una planta docente de 362 profesores, constituida por 12 Técnicos

Académicos, 54 Profesores de Carrera (Tiempo Completo), 3 Profesores de Medio Tiempo y 293 Profesores de Asignatura. Contando con Licenciados en Ingeniería, en Ciencias, Maestros en Ciencias y Doctores, de las diferentes ramas de la ingeniería.

La población estudiantil ha ido en aumento, actualmente son alrededor de 3541 alumnos que cursan las ocho carreras que se imparten, así como 13 alumnos inscritos en la especialidad en Telecomunicaciones; 12 alumnos en la Maestría de Ingeniería Electrónica y 8 en la de Procesos Industriales.

1.2 La Importancia del curso de Ecuaciones Diferenciales, dentro de la currícula de las Carreras de Ingeniería.

Es un hecho demasiado conocido que las ecuaciones diferenciales tienen diversas e importantes aplicaciones, sobre todo en la formulación de modelos matemáticos que representan situaciones del mundo real. Y son esas aplicaciones las que han desempeñado un importante papel en el desarrollo histórico de la materia. Áreas enteras de ella existen gracias a sus aplicaciones.

Aquí es donde estriba la gran importancia de las ecuaciones diferenciales, pues son el enlace entre las matemáticas puras y los problemas reales en ingeniería, en nuestra experiencia debido a la formación de ingeniero y como comenta el profesor de matemáticas Erwin Kreyszig, en su obra *Matemáticas Avanzadas*; se ha visto que la aplicación de las matemáticas a un problema de ingeniería consta esencialmente de tres fases:

1. *La traducción de determinada información física a una forma matemática. De esta manera se obtiene un modelo matemático de la realidad física. Este modelo puede ser una ecuación diferencial, un sistema de ecuaciones lineales o alguna otra expresión matemática.*
2. *El tratamiento del modelo mediante los métodos matemáticos. Esto nos conduce a la solución matemática del problema. y*
3. *La interpretación del resultado matemático en términos físicos.*

Las matemáticas se han hecho cada día más importantes para las ciencias de ingeniería y es fácil predecir que esta tendencia también continuará en el futuro. Es un hecho que los problemas en la ingeniería moderna son cada vez más complejos y en su mayoría no pueden resolverse sólo con base en la introducción y la experiencia pasada. El procedimiento empírico ha tenido éxito en la solución de muchos problemas en el pasado, pero falla tan pronto como se presentan altas velocidades, grandes fuerzas, altas temperaturas, y en general otras condiciones anormales, y la situación se vuelve más crítica por el hecho de que se han descubierto materiales modernos (plásticos, aleaciones, etc.) que tienen propiedades físicas poco conocidas. El trabajo experimental se ha vuelto complicado, tardado y caro. Aquí las matemáticas ayudan al planear construcciones y experimentos, al evaluar los datos experimentales; además ayudan a reducir el trabajo y el costo de los procesos de solución.

Muchos métodos matemáticos se han desarrollado por razones puramente teóricas; sin embargo, repentinamente han adquirido gran importancia en las matemáticas para ingeniería. Como ejemplo se puede mencionar la teoría de matrices, la transformación y la teoría de las ecuaciones diferenciales que tienen soluciones periódicas.

Ahora la pregunta que se formula es: ¿Cómo se refleja lo anterior en la enseñanza de las matemáticas para ingeniería?, ¿Deben incluirse cada vez más temas, dedicando menos tiempo a cada uno de ellos, para satisfacer la creciente necesidad de conocimientos matemáticos de los ingenieros?, ¿O por el contrario, habría que concentrarse en unos cuantos conceptos básicos cuidadosamente seleccionados y que tengan importancia práctica a la vez que sean apropiados para enseñar los razonamientos matemáticos al estudiante y que éste desarrolle su habilidad creativa?

Se considera que la importancia estriba en que si un estudiante tiene una sólida preparación en los fundamentos de las matemáticas podrá resolver futuros problemas porque aprenderá los nuevos métodos por sí mismo.

De lo anterior se deduce que, aparentemente, el objetivo más importante de las matemáticas para ingeniería es lograr que el estudiante se familiarice con los razonamientos matemáticos, que construya sus

propios significados. El estudiante debe darse cuenta que las matemáticas no son una colección de "artificios y recetas", que son usadas para resolver ejercicios sin sentido, sino una ciencia de importancia práctica, asimismo debe estar convencido de que es necesario aplicar los procedimientos matemáticos a los problemas de ingeniería; entendiéndose con esto que la teoría y sus aplicaciones están relacionadas entre sí.

La finalidad de llevar a cabo una investigación que permita empezar a entender que significan y que sentido tienen las ecuaciones diferenciales para los estudiantes, es aportar información que pudiera ayudar a la interpretación de la problemática de su enseñanza.

De acuerdo al párrafo anterior creo que no se puede prescindir de analizar también el contenido temático, que en la actualidad, se presenta de la siguiente manera para todas las carreras (Tronco Común), dentro de la Facultad de Ingeniería de la UABC:

CONTENIDO TEMATICO	
ECUACIONES DIFERENCIALES (64 Hrs)	
TEMA I.	
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden.	(16 Hrs.)
TEMA II.	
Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales de 1er. orden.	(6 Hrs.)
TEMA III.	
Ecuaciones Diferenciales Lineales de Orden Superior.	(16 Hrs.)
TEMA IV.	
Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales de 2do. Orden.	(6 Hrs.)
TEMA V.	
Ecuaciones Diferenciales con Coeficientes Variables.	(10 Hrs.)
TEMA VI.	
La Transformada de LAPLACE.	(10 Hrs.)

De revisar el contenido temático de esta materia, se puede observar que es muy poco el tiempo asignado a las aplicaciones, tanto de primer orden como de orden superior.

Apoyados en la experiencia como docentes de esta Facultad, se puede afirmar que actualmente a la enseñanza de las EDO, se les da un enfoque algorítmico-algebraico, donde son privilegiadas las habilidades del método analítico para resolver ecuaciones diferenciales, y su desarrollo se basa simplemente en enseñar a calcular primitivas y aprender un método de solución en donde básicamente se observa el proceso de integración como el inverso del proceso de diferenciación. Se considera que esto redundante en que los estudiantes se forman una visión bastante restringida de las EDO y muchas de las veces las consideran como un aburrido "recetario de cocina" (Artigue, 1990,p4), esta manera de verlas se ve reforzada aún más cuando se usa la herramienta de la Transformada de Laplace, ya que para resolver una ecuación diferencial, básicamente, se usa la Transformada para convertir la ecuación diferencial en una ecuación algebraica, la cual se resuelve y a su vez al aplicarle la transformada inversa nos da la solución de la ecuación diferencial correspondiente.²

Esta materia se ofrecía anteriormente para alumnos del cuarto semestre, con el nombre de Matemáticas IV, actualmente dentro de los nuevos planes de estudio enmarcados en la Flexibilización Curricular, se puede cursar durante el tercer semestre y para algunas carreras como Ingeniería Civil e Ingeniería en Computación es "optativa". Por otro lado está la seriación, esto es, que un requisito para poder cursar la materia de Ecuaciones Diferenciales es que el alumno debe de haber cursado y aprobado la materia de Matemáticas II (Cálculo Integral), y actualmente para las carreras de Ingeniero Industrial e Ingeniero Mecánico, tal requisito no existe, por lo que se han detectado alumnos que se inscriben al mismo tiempo en la materia de Matemáticas II y Ecuaciones Diferenciales. Lo anterior implica un serio problema, si el alumno no tiene las bases mínimas como son la Integración y sus métodos, esto le ocasiona

² De la Tesis de ARTURO HERNÁNDEZ R. Obstáculos en la Articulación de los Marcos Numérico, Algebraico y Gráfico en Relación con la Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Departamento de Matemática Educativa, 1994.

serias dificultades para aprender a resolver algunas o más bien la mayoría de las ecuaciones diferenciales.

Actualmente se imparte la materia de Ecuaciones Diferenciales a un promedio de 9 grupos, dentro de la Facultad de Ingeniería y se cuenta con 8 profesores encargados de impartir dicha materia.

A continuación se presenta un cuadro informativo correspondiente al Semestre 2000-2, donde incluimos la escolaridad, antigüedad, carga académica, datos de los profesores que pueden ser de interés para esta investigación.

RELACIÓN DE PROFESORES QUE IMPARTEN LA MATERIA DE ECUACIONES DIFERENCIALES DENTRO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA U.A.B.C.

Escolaridad Posgrado	Antigüedad	No. de Grupos	Carga Académica
Lic. en Matemáticas Mtría. En Matemática Educativa	23 años	1	T.C.
Ingeniero Químico Maestría en Termoquímica	22 años	1	T.C.
Ingeniero Industrial Maestría en Educación	21 años	2	T.C.
Oceanólogo Mtría. En Oceanografía Física	12 años	1	T.C.
Ingeniero Mecánico Electricista	12 años	1	35
Ingeniero Mecánico Electricista Mtría. En Matemática Educativa	11 años	1	29
Físico	2 años	1	20
Ingeniero Químico	0 años	1	15
Promedios	12 años	1	

Fuente: Dirección General de Recursos Humanos

Cuadro No. 2

Del cuadro anterior se nota que de 8 maestros que imparten la materia de ecuaciones diferenciales, 5 tienen estudios de posgrado, lo cual representa el 62.5%, dicho porcentaje representa un buen indicador de la preparación de los docentes, además 3 de ellos realizó estudios en el Área de la Educación. El promedio de la antigüedad es de 12 años, lo cual representa un nivel de experiencia bastante aceptable dentro de la educación, tradicionalmente hablando.

A continuación se presenta un cuadro donde se indica el número de alumnos, así como el porcentaje de ellos que reprobaron el curso de ecuaciones diferenciales durante los semestres 2000-2 y 2001-1, organizado por grupos y especialidad, se presentan también los resultados de los exámenes Extraordinarios y de Regularización.

Semestre 2000-2

Grupo Especialidad	Total Alumnos	Examen Ordinario	Examen Extraordin.	Examen de Regulariz.	% Reprob.
Computación	28	3	3	3	11
Electrónica	33	16	16	16	48
Electrónica	36	1	0	0	0
Mecánica	26	4	14	13	50
Industrial	31	18	12	11	35
Industrial	27	13	4	4	15
Industrial	35	0	0	0	0
Industrial	31	10	8	7	23
Totales	247	75	57	54	22

Fuente: Subdirección Académica

Cuadro No. 3

Cabe hacer notar que el porcentaje de reprobación no fue alto en este semestre, algo no muy usual en semestres anteriores.

Semestre 2001-1

Grupo Especialidad	Total Alumnos	Examen Ordinario	Examen Extraordin.	Examen de Regulariz.	% Reprob.
Computación	32	11	7	7	22
Electrónica	36	17	15	15	42
Electrónica	41	32	28	28	68
Mecánica	26	15	6	6	23
Industrial	42	21	21	21	50
Industrial	37	12	11	11	30
Industrial	40	35	29	29	73
Industrial	22	8	4	4	14
Industrial	45	6	6	6	13
Totales	321	157	127	127	40

Fuente: Subdirección Académica

Cuadro No. 4

En este semestre se presentó un índice del 40% de reprobación, casi el doble del semestre pasado, pero se puede decir que es el común denominador en la Facultad, ya que las materias del área de matemáticas, son las que presentan el mayor índice de reprobación en todas las carreras.

1.3 Acerca de los Contenidos y Programas de matemáticas³

En esta sección se presenta algo de historia sobre la modificación de contenidos temáticos y programas de matemáticas, realizados dentro de las diferentes Carreras de la Facultad de Ingeniería de la U.A.B.C.

Como se comentó al inicio del capítulo, la Facultad de Ingeniería inicia sus actividades en el año de 1967, ofertando la carrera de Ingeniero Topógrafo y Geodesta, con un plan de estudios semejante al que ofertaba el Instituto Politécnico Nacional, en los años de 1977 y 1991, se le realizan actualizaciones. La licenciatura de Ingeniero Mecánico Electricista, inicia en 1972, con tres especialidades: Eléctrica, Electrónica y Mecánica; y tiene modificaciones en 1977. En 1989, la carrera es dividida en tres diferentes, eliminándose el tronco común entre ellas. Aquí surgen las licenciaturas de Ingenieros Electricistas, Ingenieros en Electrónica e Ingenieros Mecánicos. La carrera de Ingeniero Civil nace un año después en 1973, ofreciendo también un plan semejante al de IPN, el cual tiene modificaciones en 1977 y 1991. La de Ingeniero en Computación y Licenciados en Sistemas Computacionales se forman en 1986, con modificaciones 1991. Ingeniería Industrial inicia en 1997.

Es importante resaltar que hasta el año de 1995, todos los planes de estudio de las carreras eran de tipo tradicional (rígido); con cierto número de materias obligatorias por semestre, con una fuerte seriación entre las materias, con un gran número de ellas, etc.

En relación a las materias del área de matemáticas, en todas las carreras se encuentran concentradas en los primeros cuatro semestres. A partir de 1995 se implantan en todas las licenciaturas el llamado plan flexible de estudios, con las siguientes características : desaparece el concepto de materias por semestre, se reduce a un mínimo las seriaciones entre ellas y se da opción a estructurar un plan de estudios de tipo personalizado, etc. En este nuevo plan, al igual que el anterior, las materias de matemáticas se localizan en la llamada etapa básica, que es equivalente a los cuatro primeros semestres del antiguo plan.

³ Referencia tomada de la Tesis de Encinas B., Álvaro, Obstáculos en la Transferencia de algunos conceptos del cálculo aprendidos en el contexto del Movimiento, UNISON, 2001.

Presentado ya un panorama sobre los cambios y modificaciones en los planes de estudios, se pasará a presentar un descripción breve de los cambios en los contenidos de las materias del área de matemáticas; se revisó el plan de estudios de la carrera de Ingeniero en Electrónica, debido a que es la que tiene el mayor número de cursos de matemáticas de toda la Facultad, lo anterior no afecta a la generalidad pues todos los cambios fueron hechos simultáneamente en todas las carreras.

A partir de 1974 y hasta 1989, los contenidos de las materias fueron los siguientes :

MATEMÁTICAS I	Cálculo diferencial e integral de una variable.
MATEMÁTICAS II	Cálculo diferencial e integral de una variable.
MATEMÁTICAS III	Cálculo diferencial e integral de varias variables.
MATEMÁTICAS IV	Ecuaciones diferenciales ordinarias
MATEMÁTICAS V	Ecuaciones diferenciales parciales, series de Fourier y variable compleja.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA MÉTODOS NUMÉRICOS.

A partir de 1989, con la separación del Tronco Común las materias quedan de la siguiente manera :

MATEMÁTICAS I	Cálculo diferencial e integral de una variable.
MATEMÁTICAS II	Cálculo diferencial e integral de una variable.
MATEMÁTICAS III	Cálculo diferencial e integral de varias variables.
MATEMÁTICAS IV	Ecuaciones Diferenciales parciales, series de Fourier y variable compleja.

ECUACIONES DIFERENCIALES ÁLGEBRA SUPERIOR PROBABILIDAD ESTADÍSTICA MÉTODOS NUMÉRICOS

En esta modificación se observa la introducción del curso de Álgebra Superior, el cambio de nombre de la materia de Matemáticas IV

al de Ecuaciones Diferenciales y el respectivo corrimiento de numeración. Además de la separación de los cursos de Probabilidad y Estadística.

Para el año de 1995, fecha en la que inician los planes de estudio flexibles, se tiene la incorporación del curso de Álgebra Lineal y por acuerdo del grupo de maestros de Matemáticas I y II, estas se modifican de la siguiente manera:

MATEMÁTICAS I	Cálculo diferencial de una variable.
MATEMÁTICAS II	Cálculo integral de una variable.

En los que se refiere al curso de *Ecuaciones Diferenciales*, éste no a sufrido cambios relevantes en su contenido. Algunos subtemas han sido eliminados como por ejemplo; en el Tema I, los métodos para resolver las ecuaciones de Bernoulli, Clairaut y Ricatti.

1.3.1 El estado actual de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales en la Facultad de Ingeniería

La enseñanza dentro del curso de ecuaciones diferenciales, que se imparte en la Facultad de Ingeniería, actualmente, es en esencia tradicional, la mayoría de los profesores realizan las siguientes actividades :

- Al inicio del semestre, el profesor comunica a los alumnos el contenido temático de la materia, la forma de evaluación y las reglas del juego.
- El curso se inicia con un discurso sobre la utilidad y los campos de aplicación que tienen las ecuaciones diferenciales, se exponen y proponen los diferentes modelos matemáticos, así como una colección de ejemplos de situaciones físicas que se representan con ecuaciones diferenciales.
- A continuación se exponen, por parte del profesor, las definiciones y conceptos básicos para la resolución de las ecuaciones.
- Posteriormente son desarrollados los ejemplos resueltos de cada tema y subtema, por parte del profesor, cuidando el orden de menor a mayor dificultad.

- Al término de su exposición, el profesor pide a los alumnos que resuelvan los ejercicios propuestos de cada sección y los conmina a participar, pasando al pizarrón a resolver ecuaciones diferenciales de tipo rutinario, o bien en sus respectivos cuadernos.
- Algunos profesores proponen a sus alumnos el trabajo en equipo.
- Para abordar los problemas de aplicación, al igual que en los textos, el profesor plantea el modelo y el alumno únicamente deberá interpretar los datos del problema para utilizarlos en su resolución.
- Cabe hacer notar que debido a lo extenso del programa, algunos profesores dejan pendientes los temas II y IV, que son las aplicaciones, aludiendo que si les dedican tiempo a estos, no alcanzan a cubrir el 80% del programa. Ya que este contenido es complejo y requiere de más tiempo del estipulado para ello. Solo tienen asignadas 6 horas del total a cada uno de estos temas. O bien algunos otros profesores se los dejan como tema de investigación para que los alumnos los revisen y les presenten posteriormente un resumen, o bien reproduzcan una serie de problemas en forma de exposiciones por equipos. Con la respectiva aclaración que el tema no será incluido en el examen.
- De la misma forma son abordados todos los temas restantes, el alumno es sólo un receptor de conceptos y métodos para la resolución de los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales; el profesor juega el rol de conferencista, exponiendo su tema y consultando sobre dudas o aclaraciones a los alumnos.
- Las evaluaciones son también 100% tradicionalistas, el examen es escrito y en el se le presentan al alumnos una serie de ecuaciones diferenciales, en algunos casos hasta se le dice al alumno por que método se requiere la solución, y solo en algunos casos se incluyen problemas de aplicación. La calificación por lo tanto dependerá de que tan bien reproduzca el alumno lo que se observó en clase.

Como puede verse, el contenido temático de esta materia, mismo que se presentó en el cuadro No. 1 de la sección 1.2 del presente capítulo, no incluye el Método Gráfico ni el Numérico, para la resolución de ecuaciones diferenciales; por lo que los profesores tampoco los incluyen, además como ya se comentó con anterioridad, el contenido es extenso para las 64 horas por semestre que se le asignan al curso. Es común que los profesores dejen fuera algunos temas, para poder cubrir el último que

es el de la Transformada de Laplace, ya que se considera de importancia sobre todo para las carreras de Ingeniero en Electrónica y de Mecánica, como base para los cursos de Control.

1.4 Algo de historia sobre las ecuaciones diferenciales⁴.

El nacimiento de las ecuaciones diferenciales (ED) data del siglo XVII, con los trabajos de Newton y Leibniz, estas se inician simultáneamente con el nacimiento del cálculo. Algunos historiadores como M. Kline, advierten que no es posible precisar una fecha exacta, pues la historia comienza con el intercambio de cartas entre estos dos famosos matemáticos.

M. Kline (1972), afirma que Leibniz utilizó por primera vez el término "aequatio differentialis" en 1676.

En noviembre de 1675 escribía por primera vez Leibniz la ecuación $\int y \, dy = \frac{1}{2} y^2$ con lo que no solo resolvía la ecuación, sino que también inventaba el símbolo de integrar, según lo afirma Ince (1926).

Otro dato interesante es el famoso anagrama enviado por Newton a Leibniz que en latín dice: "*Data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente fluxiones invenire et viceversa*", en nuestro lenguaje significa: "Dada una ecuación con cantidades fluentes, determinar las fluxiones y viceversa" (Leibniz-Newton, 1979, p28), el cual, según Arnold (1980) fue el descubrimiento fundamental de Newton y traducido a lenguaje matemático contemporáneo significa: "Las leyes de la naturaleza se expresan por ecuaciones diferenciales".

Dhombres (1987), Ince (1929) y Kline (1972) proporcionan un panorama de los inicios históricos de las ecuaciones diferenciales, señalando como los principales actores a Newton, Leibniz, los hermanos Bernoulli, Riccati, Euler, Lagrange y el Marqués de Laplace. Mismos que

⁴ Resumen tomado de la tesis de Arturo Hernández Ramírez, Obstáculos en la Articulación de los Marcos Numérico, Algebraico y Gráfico en relación con las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, 1994, pp. 8-27.

aportaron la clasificación, métodos importantes de solución y destacan el origen de estas en problemas de tipo geométrico o mecánico.

Durante el siglo XVII se tenían varios problemas antiguos que se intentaban resolver con la nueva herramienta, el cálculo, misma que aún se encontraba en desarrollo. Problemas entre los que destacan; vigas horizontales y verticales con cargas aplicadas, el movimiento de un péndulo; la forma de la tierra; la verificación de la ley de la gravedad; también la astronomía presentaba problemas interesantes como el movimiento de la luna, que era necesario resolver pues afectaba a la navegación y por la posibilidad de predicción de eclipses. En la búsqueda por la resolución de estos problemas aparecen las ecuaciones diferenciales.

Se considera que la primera clasificación de las ecuaciones diferenciales ordinarias (en lo sucesivo se nombrarán como EDO) de primer orden fue dada por Newton. En aquella época las llamaban ecuaciones fluxionales. Los tipos de EDO se mencionan como sigue:

- Ecuaciones en las cuales se tienen dos fluxiones (x y y) y un fluente x , están relacionadas de la forma $dy/dx = f(y)$
- Dos fluxiones (x y y) y dos fluentes $\vdash dy/dx = f(x,y)$
- El tercer tipo lo componen ecuaciones que involucran más de dos fluxiones, las cuales actualmente nos llevan a las ecuaciones diferenciales parciales.

Los primeros métodos elementales para resolver EDO, de primer orden, aparecieron a fines del siglo XVII, a principios del siglo XVIII se empiezan a estudiar las ecuaciones de segundo orden, para la primera mitad de este siglo ya se contaba con los métodos formales de integración, donde sobresalen los trabajos de Ricatti; Clairaut, los descendientes de los Bernoulli y Euler. A este último se le atribuye la primera sistematización de estos trabajos en sus celebres libros *Institutiones Calculi Integralis* (1768-1770), en donde se encuentran las primeras teorías de las EDO. El contenido de esta obra lo forman los mismos temas que encontramos en un texto de ecuaciones diferenciales

de la actualidad y mucho más⁵. En este texto aparece el estudio de las ecuaciones diferenciales de primer orden junto con su clasificación: separables, homogéneas, lineales y exactas; las de segundo orden (lineales, así como las que son susceptibles de reducir su orden), y su generalización a ecuaciones de orden superior. Así también, se encuentra el método de series de potencia para resolver ecuaciones de la forma:

$$y'' + ax^n y = 0 \quad (\text{Euler, 1769, p. 147})$$

Se considera importante resaltar de este trabajo la forma de conceptualizar las EDO, pues es muy diferente a la que los profesores de hoy en día tienen.

Para Euler, una ecuación diferencial es una ecuación que relaciona las variables x y y y sus correspondientes diferenciales dx y dy , y la expresión dy/dx significa para Euler un cociente entre diferenciales y no la derivada actual. En el caso de las ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficiente constantes la expresión es (Euler, 1769, p. 203)

$$A dy^2 + B dx dy + C y dx^2 = 0$$

la cual escribimos en la actualidad en la forma :

$$Ay'' + By' + Cy = 0 \quad \text{ó} \quad A d^2y/dx^2 + B dy/dx + Cy = 0$$

Existe una etapa intermedia entre la época de Euler y los trabajos de Poincaré (desde mediados del siglo XVIII hasta 1881) que se caracterizó por un lado, por la aparición de los métodos en series para la búsqueda de soluciones, los cuales originaron las llamadas funciones especiales (Bessel, polinomios de Legendre, las series hipergeométricas, etc.) y por otro lado, por la investigación sobre los teoremas de existencia y unicidad de las soluciones de EDO, los cuales sirvieron para determinar en forma rigurosa, la pregunta de la existencia de soluciones de aquellas ecuaciones que no fueran integrables por métodos elementales (Ince, 1926, p.93).

⁵ Euler escribe esta obra en tres volúmenes, en los dos primeros se encuentran los temas relativos a ecuaciones diferenciales, mientras que en el tercero, trata las ecuaciones diferenciales parciales y el cálculo de variaciones.

La preocupación por tener teoremas de existencia, comienza con Euler, en sus *Institutionis Calculi Integralis*, con su método de las quebradas, el cual en la actualidad se usa como un método numérico (método de Euler); lo continua Cauchy estableciendo el primer teorema de existencia y unicidad, hacia 1820 ó 21 (Gilain, 1981). Una característica importante en el trabajo de Cauchy, es el cambio que se da en la forma de conceptualizar una EDO. En Cauchy no solo se encuentra la actual definición de ecuación diferencial ordinaria (en donde ya se consideran las derivadas), sino además su discurso es muy parecido al que utiliza cualquier libro de texto actual.

Hacia el último cuarto del siglo XIX, Poincaré desarrolla la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales, motivado por la búsqueda de soluciones periódicas para ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento planetario, así como la estabilidad de las órbitas de los planetas, las publica en cuatro artículos, bajo el título de "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle" (1881-1886), en este trabajo, él fue el primero en ver una EDO desde el punto de vista de la geometría del conjunto de trayectorias, por lo tanto estableció la teoría geométrica o cualitativa (Peixoto, 1977, p. 54). Las preguntas que él intentó responder en este trabajo, fueron las siguientes : ¿ describe el punto en movimiento una curva cerrada ? ¿ permanece siempre ésta en el interior de una cierta porción del plano ?. En otras palabras, y hablando en el lenguaje de la astronomía, ¿ hemos investigado si la órbita es estable o inestable ? (Kline, 1972, p. 732).

En sus *Mémoires* se encuentran desde algunos resultados básicos sobre teoría cualitativa (como la clasificación de puntos de equilibrio de : $y' = P(x,y)/Q(x,y)$ que en la actualidad se usan como herramientas, para resolver problemas de ingeniería eléctrica y electrónica; en temas de sistemas de control automático, comunicaciones y servomecanismos. Hasta el germen de las teorías actuales, como los sistemas dinámicos, desarrollados hoy en día por matemáticos como Arnold, Peixoto, Smale, etc.

En el acercamiento de Poincaré se encuentran dos puntos de vista centrales en la forma de concebir la solución de una EDO. Por un lado, el que una solución está descrita por una curva y no solo por una expresión algebraica, y por otro, que una ecuación diferencial es un proceso

determinístico, como dice Hadamard: *él hizo la innovación crucial de considerar el valor de la incógnita no como una función de la variable independiente (el tiempo en la dinámica), sino como una función de las condiciones iniciales* (Hirsch, 1984, p. 18).

Desafortunadamente por varias razones el punto de vista geométrico causó poco impacto no solo en los tratados de ecuaciones diferenciales escritos a principios de este siglo, sino también en la incorporación de este saber a la enseñanza. Un intento importante es el de Brodestsky (1919), con su trabajo: *"The Graphical Treatment of Differential Equations"*. Este trabajo, el cual es poco mencionado dentro de la literatura de investigación, como el propio autor lo dice es de una naturaleza práctica. Comienza proponiendo resolver la ecuación diferencial

$$dy/dx = -x/y - \sqrt{x^2 + y^2}$$

originada en el estudio del vuelo de un aeroplano. Puesto que esta ecuación no se puede resolver usando las formas estándar (Brodetsky, 1919, p. 377), desarrolla un método gráfico, el cual básicamente hace uso de los campos de pendientes y la segunda derivada, para describir cualitativamente las soluciones de la ecuación diferencial. Quizás desde una perspectiva actual su acercamiento no sea muy novedoso, pero desde el punto de vista de la enseñanza, es muy visionario ya que otorga al proceso de visualización un lugar central.

Al capítulo abierto por Poincaré, siguieron otros acercamientos, motivados por una cuestión práctica, para la obtención de la solución de una ecuación diferencial, como el numérico y los llamados método operacionales (en donde destaca el de la Transformada de Laplace) que juegan un papel importante en las currículas actuales de EDO.

Aunque el acercamiento numérico se inicia con Euler (con el mismo resultado que desembocó en los teoremas de existencia), es hasta fines del siglo pasado que C. Runge (1895) y más tarde Kutta (1901) inventaron el método que hoy lleva su nombre, el cual es de los más usados en la actualidad para resolver ecuaciones diferenciales. Según Ince (1926, p. 540), el método está adoptado del desarrollado por Gauss para la integración numérica y, está motivado por el problema que representaba

el cálculo de las derivadas en el método de la series de Taylor y hacían éste impracticable.

El acercamiento numérico a diferencia de los acercamientos algebraicos y geométricos, hace uso de procesos iterativos (en donde las condiciones iniciales juegan un papel central), transformando las ecuaciones diferenciales en ecuaciones en diferencias. Por ejemplo en el caso del método de Euler, la EDO $y' = f(x,y)$ con la condición inicial $y(x_0) = y_0$, se transforma en el esquema de iteración

$$y_{n+1} = y_n + h y_n' = y_n + h f(x_n, y_n)$$

en donde la exactitud de la aproximación depende del tamaño del incremento h .

A pesar de que el acercamiento numérico comienza muy tempranamente, éste cobra importancia a mediados del presente siglo, debido al avance en la computación. De hecho, como veremos en el análisis de textos, éste acercamiento aparece muy leve en los libros de texto actuales, más aun como menciona Henrici (1964, p. 3), todavía en los 60's no había un consenso en la comunidad matemática de lo que se debía entender en general por análisis numérico, en donde, por cierto él estampa su propio significado: la teoría de los métodos constructivos en el análisis matemático.

A través de la historia existió una relación muy cercana, entre el álgebra (mediante el desarrollo de la teoría de ecuaciones) y las ecuaciones diferenciales lineales, debido a la correspondencia que existe entre las raíces de las ecuaciones algebraicas y las integrales particulares de las ecuaciones lineales. Otra conexión más entre estas dos ramas de las matemáticas, se da por medio de las transformadas integrales y en particular la transformada de Laplace, como un método para resolver ecuaciones diferenciales. Sus inicios vienen desde Euler, pasan por Laplace, es reinventada por Poincaré y tienen un desarrollo bastante fuerte entre el siglo XIX y XX.

M. A. B. Deakin ofrece un panorama histórico del desarrollo de la Transformada de Laplace dividiéndolo en tres períodos, de Euler a

Spitzer (1737-1880), de Poincaré a Doetsch (1880-1937) y finalmente con el trabajo de Doetsch hacia 1937. (Deakin, 1980, 1981, 1982, 1984 y 1992)

Euler inicia en el volumen dos de su libro (*Institutiones Calculi Integralis*, 1769, volumen secundum, pp. 242-243), al tratar de resolver la ecuación diferencial:

$$L \frac{d^2 y}{du^2} + M \frac{dy}{du} + N y = U$$

(o bien en notación Euleriana $Lddy + Mdudy + Nydu^2 = Udu^2$), él considera la transformación

$$y = \int e^{kQ} P dx$$

Lagrange (Deakin, 1981, p. 350) utiliza una idea semejante en el contexto de la solución de la ecuación de propagación del sonido

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = C \frac{d^2 z}{dx^2} \text{ (notación de Lagrange)}$$

Laplace la utiliza en diferentes estudios, en particular en su "*Mémoire sur les intégrales définies et leur application aux probabilités*" (1810-11), considera integrales de la forma

$$\int_0^{\infty} f(x) e^{-ax} dx$$

y las calcula explícitamente en el caso en que $f(x)$ es real o compleja.

En este período destacan las contribuciones de diversos matemáticos (como Pincherle, Picard, Lerch, Horn, Heaviside, Bateman, Berstein y Van Der Pol), en la mayoría de los casos ligada a la solución de ecuaciones diferenciales, hasta llegar a la teoría que conocemos en la actualidad con el trabajo de Doetsch en 1937. Cabe destacar el trabajo de Heaviside, el cual está conectado con el llamado "Cálculo Operacional".

La mayor parte de la matemática desarrollada por Heaviside ocurre en contextos físicos (en particular en los circuitos eléctricos), de la cual

no puede ser fácilmente separada y tiene un estilo vistoso y poco sistemático.

Las ideas de Heaviside fructificaron gracias a los trabajos del matemático Polaco Jan Mikusinski, en el período comprendido entre 1950-1957, quien publicó una teoría matemática más general llamada Cálculo Operacional. Los operadores son introducidos algebraicamente como una clase de fracciones, son una generalización del concepto de número: las operaciones con ellos son ejecutadas en la misma forma que con los números.

La diferencia fundamental entre la Transformada de Laplace y el Cálculo Operacional de Mikusinski, es que la primera usa la transformación

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = F(s) \quad s \in C$$

Mientras que, para el segundo, la operación de convolución juega un papel central para el desarrollo de la teoría; la convolución de dos funciones $x(t)$ y $y(t)$ es la función $z(t)$ definida mediante la integral

$$z(t) = \int_0^t x(t-\tau) y(\tau) d\tau$$

Ambas teorías en particular se pueden aplicar para resolver EDO, pero en el caso del programa de estudios, la herramienta de la transformada de Laplace es la que más se usa, la razón es extraña, pues mientras en el uso de la transformada de Laplace se debe fundamentalmente por la aplicación que tiene en los cursos de teoría de control automático (ver v. gr. Kuo, 1981) y en esta teoría el concepto de función de transferencia juega un papel de primordial importancia, resulta que este concepto se introduce precisamente mediante la convolución.

El procedimiento que usan ambas teorías para resolver EDO, es el de convertir las EDO en ecuaciones algebraicas, para posteriormente mediante un proceso de inversión llegar a la solución deseada. En este sentido los procedimientos son algorítmico-algebraicos de forma análoga que en la primera etapa de la historia de las EDO, con la diferencia que en este caso, en general no es necesario calcular integrales.

La breve reseña histórica de las ecuaciones diferenciales, muestra como han evolucionado éstas a través del tiempo, así como los planes de estudio, sus contenidos, sus métodos y en general como se han ido incorporando los distintos escenarios de solución.

1.5 El problema de Investigación

Los alumnos de todas las carreras de ingeniería y ciencias, requieren para su formación bases sólidas en diversas áreas de las matemáticas, mismas que les sirven como herramientas para la resolución de los problemas que se les presentan en etapas terminales de la carrera de su elección.

En particular, el curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO), atrae fuertemente la atención, debido a que establece un puente, por así decirlo, entre las materias de matemáticas básicas y las de la especialidad. El estudio de las EDO debe suministrar al alumno las herramientas necesarias para modelar y resolver problemas de circuitos eléctricos, velocidades de reacciones químicas, vibraciones mecánicas, modelos económicos, etc.

El interés de realizar el presente trabajo de investigación surgió como un producto de las reflexiones hechas a raíz de observaciones y comentarios recibidos de parte de profesores que imparten materias de las etapas terminales, dentro de las diferentes carreras que se ofrecen en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. Dichas observaciones se pueden resumir en los renglones siguientes:

1. La mayoría de los alumnos no recuerdan métodos de solución para resolver ecuaciones diferenciales.
2. Los alumnos no pueden formular modelos matemáticos a partir de problemas reales.
3. Dada la solución de una ecuación diferencial, al alumno se le dificulta caracterizar o analizar la función solución.

Los hechos anteriores, obligan a cuestionar la eficacia de los cursos tradicionales, donde el enfoque que se da a la enseñanza de las ecuaciones diferenciales es principalmente algorítmico-algebraico, esto es, que sólo se requieren habilidades para resolver EDO, basadas en calcular primitivas y aprender sólo métodos de solución basados en ver el proceso de integración, como el inverso del proceso de diferenciación. Y dado que el profesor se convierte en un expositor, el alumno participa de forma pasiva, limitándose a observar y a tomar notas.

Considerando que los estudios sobre la problemática de la enseñanza y el aprendizaje del análisis matemático a nivel universitario son relativamente recientes, en concreto el tema de las ecuaciones diferenciales ya que recién empiezan a ser consideradas en los últimos años por investigadores en didáctica del cálculo, se cita a Michèl Artigue, (1987, 1988, 1991) que dedica parte de su estudio a éstas en sus investigaciones en ingeniería didáctica y teniendo en cuenta la importancia que las ecuaciones diferenciales adquieren en los contenidos de los primeros cursos de estudios universitarios en carreras de ingeniería⁶. Se ha propuesto realizar un estudio sobre "el sentido y el significado" que los estudiantes dan a las ecuaciones diferenciales en la Facultad de Ingeniería, por lo que el problema se presenta en los siguientes términos:

¿Cuál es el sentido y significado que los alumnos le dan a las ecuaciones diferenciales?, ¿Y qué papel juegan en la adquisición de dicho sentido y significado, los profesores y los textos ?

1.6 Objetivos de la Investigación

1.6.1 Generales

Los objetivos generales que se persiguen al realizar el presente trabajo de investigación son los siguientes:

- 1) Indagar cual es el sentido y significado que los alumnos le asignan a las EDO.**
- 2) Buscar cual es el sentido y significado que le dan los profesores y los diferentes libros de texto a las EDO.**
- 3) Establecer el papel que la enseñanza juega en la formación de dichos sentidos y significados.**

La justificación de por qué se seleccionaron alumnos, profesores y textos como actores principales dentro de los propósitos de la presente investigación, se fundamenta de la manera siguiente:

⁶ Tomado del artículo de Villar Liñan y Llinares Ciscar, Análisis de errores en la conceptualización y simbolización de ecuaciones diferenciales en alumnos de Química, Revista Matemática Educativa Vol. 8. Agosto 1996.

La significación le da al individuo la potencia para analizar e interpretar los acontecimientos del mundo que lo rodea, mientras más rica y diversa es la significación, se pueden analizar un número mayor de acontecimientos. Los significados se obtienen al reflexionar sobre las actividades que se realizan de forma cotidiana.

Si se lleva esto al salón de clases, el profesor es un generador de significados. El alumno adquiere el significado de un concepto, cuando puede manipularlo, es decir cuando puede realizar actividades o resolver un problema apoyándose en el concepto. Debido a lo anterior el maestro debe tener muy presente qué quiere generar con una práctica, la práctica diversa provoca una significación rica, aunque esta es una condición necesaria pero no suficiente.

Según Janvier (1987) *la comprensión* es un proceso continuo, que presupone acciones mentales automáticas (o automatizadas) que son monitoreadas por procesos de reflexión y planificación mental. Lo que produce la comprensión es la construcción de un sistema ramificado de conceptos en la mente. Es un proceso acumulativo basado principalmente en la capacidad de manejar un conjunto "cada vez más rico" de *representaciones*⁷. Los conceptos matemáticos no se comienzan a construir desde el momento en que son introducidos en clase por el profesor. Este principio muy conocido no es fácil o frecuentemente puesto en práctica en la enseñanza diaria.

Los profesores normalmente se apoyan en los libros de textos para preparar las actividades que realizarán en el aula, por tal motivo se considera necesario hacer un análisis de los textos más utilizados en los cursos de EDO, para indagar cual es la metodología que cada autor utiliza para producir las significaciones, que este posee sobre las ecuaciones diferenciales. Puesto que a partir de las actividades dentro del salón de clases se generan los significados, se tiene conciencia que el profesor basa sus acciones en el significado de las cosas de su mundo, basándose en sus propias experiencias para filtrar la información que recibe y para fundamentar sus acciones con respecto a las matemáticas, al proceso de aprendizaje y al proceso de enseñanza.

⁷ Una representación es una combinación de símbolos escritos, de objetos reales y de imágenes mentales. (Janvier, C. 1987)

Lo anterior será retomado con más detalle en el capítulo siguiente, ya que forma parte de los fundamentos teóricos en que se apoya esta investigación.

1.6.2 Los Objetivos Específicos

De los objetivos generales mencionados con anterioridad se derivan los siguientes objetivos específicos de la investigación:

1. Establecer el sentido y significado que los alumnos le asignan a las EDO. Después de haber cursado la materia.
2. Establecer los sentidos y significados que prevalecen por parte de profesores de la Facultad de Ingeniería de la UABC, con respecto a las EDO.
3. Establecer cuales son los sentidos y significados que los autores de libros de texto le asignan a las EDO.
4. Establecer cuál es el papel que la enseñanza actual juega en las concepciones de sentido y significado que los estudiantes adquieren a partir del curso de EDO.

CAPITULO 2

MARCO TEÓRICO.

Dado que el problema de investigación es indagar sobre el sentido y el significado que los estudiantes asignan a las EDO, en este capítulo se presenta la concepción que sobre sentido y significado se tiene, así como los preceptos teóricos que nos permitan establecer la relación entre dichos preceptos y la enseñanza y los textos utilizados en los cursos de ecuaciones diferenciales.

2.1 Conceptos básicos.

De lo anterior se procede a conformar un marco teórico que permita establecer la relación que existe entre la generación de sentidos y significados, la enseñanza de las ecuaciones diferenciales y los textos más utilizados en este curso, mismo que se utilizaran para completar el presente trabajo de investigación.

2.1.1 Sentido y Significado.

Los conceptos de sentido y significado están íntimamente relacionados; ya que el sentido es, realmente una significación personal.

Es primordial para el presente trabajo dejar bien establecida la concepción tanto de sentido como de significado que se utilizarán en esta investigación dado que se trata de conceptos que están relacionados y que constituyen preceptos básicos para interpretar el problema mismo, de investigación.

En primer término se presentan algunas definiciones y reflexiones al respecto encontradas en la bibliografía consultada.

Roig, (filósofo e historiador argentino) dice que el "pensar latinoamericano" a diferencia del pensamiento europeo, "sobrepone en sus textos el sentido al significado" El sentido según el autor, indica la actitud, el estilo, la expresión del sujeto que se muestra. El significado o referencia (idea asociada), en cambio, apunta al encadenamiento lógico del discurso. El sentido, que es emergente, cambiante, espontáneo, se aviene

*mejor con el pensamiento abierto. El pensamiento lógico, en cambio, es más propio del pensamiento constituido*⁸.

*La Antropología social se pregunta por el significado en cuanto tal a partir de Clifford Geertz, principalmente, cuando señala que "la cultura es un patrón históricamente transmitido de sentidos incorporados en símbolos" (Geertz, 1973). Dice que el "concepto de cultura que propugno es esencialmente semiótico, creyendo con Max Weber que el hombre es un animal inserto en tramas de significación que él mismo ha tejido, considerando que la cultura es esa urdimbre y que el análisis de la cultura ha de ser por lo tanto, no una ciencia experimental en busca de leyes, sino una ciencia interpretativa en busca de sentidos (Geertz 1973: 20)"*⁹.

*" El significado remite a un código asumido y aceptado por una comunidad, y por lo tanto es algo institucionalizado y, hasta cierto punto, objetivo. En cambio el sentido se define como aquello que aún no se ha institucionalizado o codificado y, por tanto, es más flotante y se acerca más a la percepción individualizada. Como ejemplo podemos citar el caso de la música; una frase verbal siempre significa algo, porque usa palabras que ya de por sí portan significados, pero una partitura musical no "significa", si somos estrictos, nada en particular y, sin embargo, tiene sentido. Tampoco podemos otorgar un significado semántico a una corchea o una semifusa. Si la música tiene sentido es porque permite que nosotros lo construyamos a partir de lo que oímos. Lo importante es que luego, ese sentido, si es asumido por la colectividad, se institucionaliza y entonces se convierte en significado, porque culturalmente lo asociamos con el uso y consumo histórico de unas formas de composición, no porque en sí mismos unos tipos de clave (de sol, de fa), o de escala "signifiquen" nada en concreto. "*¹⁰

⁸ Filosofía del Lenguaje y Discurso Latinoamericano. Artículo de Carlos Pérez Zavala Universidad Nacional de Río Cuarto, R.A.

⁹ El sentido y el Otro, Un ensayo desde Geertz, Deleuze y Baudrillard. Artículo de Francisco Osorio, Dr. en Filosofía, Depto. de Antropología, Universidad de Chile.

¹⁰ Jenaro Talens, teórico, pedagogo y poeta, Entrevista realizada por Victoria Ciaffone, en Buenos Aires, Argentina, Septiembre de 2000.

De lo anterior se establece que, en esta investigación el sentido se concibe como la interpretación personal, no institucionalizada, que el sujeto le asigna a un objeto de conocimiento, dentro de un contexto. Dicha interpretación depende de los acercamientos previos que el sujeto haya tenido con dicho objeto.

Mientras que el significado es la idea asociada a ese objeto, es algo concreto, algo institucionalizado, y que por lo tanto se dará después de haber manipulado al objeto.

Por otro lado, el significado es la síntesis conceptual de dicho objeto, la cual es un producto social. Esto es, que es producto de la interacción del sujeto con el objeto de conocimiento, en una primera etapa, el sujeto se forma una idea del objeto, o bien una primera significación, para pasar a la segunda etapa se requiere que verbalice con otros sujetos acerca del objeto de conocimiento (compañeros de clase), dada la comunicación, se requiere verbalizar, refutar, contrastar y hacer analogías del objeto con sus compañeros, y si además interviene una tercera persona en este caso un experto (profesor), que mediante una situación problémica, logre que entren en conflicto con el objeto, la manera de interactuar con el objeto y más que este es abstracto, es utilizando sus distintas representaciones.

La construcción del conocimiento, se ve entonces, como una construcción orientada a compartir *significados y sentidos*, en donde el aprendizaje se caracteriza por que a través de un conjunto de actividades, relaciones e interacciones sistemáticas se llegan a compartir parcelas progresivamente más amplias de significados respecto a los contenidos del currículum escolar. Es decir, el sentido de los contenidos escolares, los otorgará el estudiante cuando sea capaz de ubicar, enganchar y aplicar en su quehacer diario, los conocimientos propios de su especialidad.

El concepto de aprendizaje significativo al interior de un sistema, da cuenta, de que el conocimiento más sólido es aquel que logra corresponderse con un abanico más amplio de marcos particulares, por lo tanto, en la medida en que se proporcionen y el alumno busque un mayor número de elementos con los cuales pueda establecer relaciones

sustantivas y no arbitrarias, se estará enfatizando el aprendizaje significativo.

El significado es la abstracción de los significados contextuales o contextualizados, el significado es lo que evoca un objeto a primera vista, y permite hacer, decidir, utilizar al objeto. Dentro del contexto de la matemática, es aquel que permite relacionar un concepto con otro.

El "sentido", propiamente dicho, es el significado que se le asigna a los objetos (ya sean objetos materiales u objetos abstractos) dentro de un contexto.

Para ejemplificar lo anterior, se utiliza la siguiente expresión:

$Y = 2x$ el significado del número 2 varía de acuerdo al contexto en que se este analizando.

- ◆ En el contexto geométrico, la expresión es la ecuación de una recta, y el número dos significa la pendiente de la recta.
- ◆ En el contexto del movimiento, la expresión representa la posición con respecto al tiempo de una partícula, el número dos significa la velocidad con que se mueve dicha partícula.
- ◆ En el contexto de la Energía, la expresión representa una fuerza que es proporcional al desplazamiento, aquí el número dos es la constante de proporcionalidad.
- ◆ En el contexto de la matemática, la expresión representa una relación en la cual el valor de y depende del valor que le asignemos a x , y el número dos significa que y es el doble del valor de x .

El sentido para cada uno de los contextos, permite utilizar la expresión para obtener un resultado. En el caso del contexto geométrico, obtener la gráfica de la recta, en el caso del movimiento, calcular la posición de la partícula, etc.

En forma general, la significación le da al sujeto la capacidad para analizar e interpretar un universo de acontecimientos, mientras más rica, más diversa es la significación, caen en ella mayor número de acontecimientos. Aquellos acontecimientos que no encajen, no podrán ser interpretados por el sujeto. Todas las cosas se ven en función de los significados que de ellas se tienen. El obstáculo se presenta cuando

queremos explicar algo que no encaja en nuestros significados. Para interpretar coherentemente un nuevo acontecimiento o un nuevo concepto, el sujeto requiere renunciar a los significados, en los términos en que los primeros se modifican, aparece en el sujeto la nueva significación.

El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca va separado del sujeto (en este caso el alumno); en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. El conocer permite actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento y formar así una comunidad (salón de clases).

El núcleo de la actividad constructiva por parte del estudiante consiste en construir significados asociados a su propia experiencia. La socialización de este proceso consiste en la negociación de tales significados en una comunidad (el salón de clases) que es donde se da dicho proceso constructivo.

En la experiencia del estudiante, su punto de partida, es una red de información, de imágenes, de relaciones, anticipaciones e inferencias alrededor de una idea u objeto. Este complejo cognoscitivo es lo que se llama su concepción. El trabajo del estudiante consiste entonces, en extraer de tal concepción relaciones y patrones: un conjunto coordinado de acciones y esquemas que lo conducen al conocimiento viable, a los conceptos y a la generación de algoritmos. El proceso de construcción de significados es gradual, pues el concepto queda enganchado en una especie de red de significaciones. Cuando el sujeto es capaz de transitar de un contexto a otro sin problema, esto significa que se ha apropiado del conocimiento, o mejor dicho que obtuvo un significado.

2.1.2 La Concepción del Aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales.

Para el presente trabajo se tiene una concepción del aprendizaje de tipo constructivista, y está fundamentada en los estudios realizados por el suizo Jean Piaget (1896-1980), quien en su libro *Introducción a la Epistemología Genética*, publicado en 1950, trata de dar respuesta a la

pregunta: " ¿ Cómo pasa un sujeto de un estado de menor conocimiento, a un estado de mayor conocimiento ?. En esta obra Piaget trata de explicar la forma en que los individuos aprenden, haciendo un análisis del conocimiento matemático, donde se considera que éste no es transmisible, el profesor no transmite el conocimiento, sino el alumno lo construye. Para Piaget, el individuo se aproxima al objeto de conocimiento con ciertas estructuras mentales que dan forma en su mente al objeto, obteniendo información de él, dicha información se ve modificada debido a las interacciones con el objeto, por lo que el sujeto verá diferente al objeto, y de este modo sus estructuras mentales se van modificando dentro de un proceso dialéctico.

El aprendizaje es un proceso de construcción de representaciones personales significativas y con sentido de un objeto o situación de la realidad. Este es un proceso interno que se desarrolla cuando el alumno está en interacción con su medio socio-cultural y natural.

Los aprendizajes deben ser significativos, un aprendizaje es significativo cuando el estudiante puede atribuir un significado al nuevo contenido de aprendizaje relacionándolo con sus conocimientos previos.

Dentro de la Teoría del aprendizaje significativo, Ausubel; su máximo exponente, considera que las estructuras cognoscitivas son los conocimientos que un individuo posee acerca de su ambiente, y están constituidos por conceptos, categorizaciones, principios y generalizaciones. El aprendizaje consiste, según este autor, en modificar las estructuras mentales cognoscitivas y añadir significados.

Y para aterrizar lo anterior al problema que se ejerce, que son las ecuaciones diferenciales, se tiene la concepción que el alumno aprende a resolver ecuaciones diferenciales; cuando puede transitar sin dificultad entre los diferentes marcos conceptuales: como son, el marco algebraico, el gráfico y el numérico. Cuando el alumno es capaz de utilizar las ecuaciones diferenciales para modelar y resolver problemas reales.

2.1.3 La Concepción de la Enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales.

Es evidente que la enseñanza del cálculo es difícil, tanto o más la enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Numerosas investigaciones realizadas muestran, con convergencias sorprendentes, que se puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma mecánica algunos cálculos de derivadas y primitivas y a resolver algunos problemas comunes o rutinarios, pero se encuentran grandes dificultades para hacer que se introduzcan en el campo del cálculo y la resolución de ecuaciones diferenciales, logrando a la vez que alcancen una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que son el centro de estos campos de las matemáticas. Estos estudios muestran y en particular la enseñanza universitaria, de manera clara, por un lado la gran carga de procedimientos "algorítmico-algebraicos" y por otro lado la falta de representaciones gráficas (así como el acercamiento numérico), que permitan una mejor integración de la materia.¹¹

Una de las críticas más frecuentes de los profesores de las especialidades es que los estudiantes no "aplican" los conocimientos adquiridos en el curso de ecuaciones diferenciales a los modelos que estudian dentro de sus respectivas especialidades.

Lo anterior obliga a proponer se reformule el tipo de enseñanza que prevalece actualmente dentro de los cursos de ecuaciones diferenciales, de tal modo que se nivele la forma de abordar éstas, dentro de los tres marcos conceptuales: el algorítmico-algebraico, el gráfico y el numérico.

Si lo anterior se apoya también en la construcción de significados con el fin que el alumno pueda transitar con facilidad entre estos marcos, ya que el objetivo es que el alumno visualice y se apropie del o los sentidos y significados que tiene el resolver las diferentes ecuaciones diferenciales que se le presenten.

¹¹ Artigue M., Douady R., Moreno L., Gómez P., Ingeniería Didáctica en Educación Matemática, 1995.

2.1.4 La Transposición Didáctica.

Según estudios realizados en Didáctica de la matemática, por Brousseau y Chevallard, los conceptos matemáticos se dotan de *significado* a partir de una variedad de situaciones; cada situación no puede ser analizada con ayuda de un solo concepto sino que precisa de varios de ellos, a lo que han dado por llamar campos conceptuales. Como ejemplo podemos citar las estructuras aditivas, estructuras multiplicativas y el álgebra elemental.

La teoría de la Transposición Didáctica, (Chevallard, 1985), se refiere al tratamiento adaptativo del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado, ya que existen diferencias entre el conocimiento personal de quien lo crea, el contenido a enseñar y el conocimiento aprendido por el estudiante.

Para alcanzar uno de los objetivos de este trabajo, se propuso realizar un análisis del estado actual de los libros de texto utilizados para la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales, se tomará como marco teórico el concepto de Transposición Didáctica (Y. Chevallard.), el cual se refiere al paso de las matemáticas "el saber de los matemáticos" (Historia de las EDO), a las matemáticas "a enseñar" (Los libros de texto de EDO). Si partimos de la historia de las EDO se observa como se han dado los diferentes tipos de acercamientos para obtener la solución de una ecuación diferencial; y el análisis de los libros de texto permitirá ver la forma en que se ha pasado del "saber matemático" en el "saber a enseñar".¹²

La justificación del por qué incluir en el marco teórico el concepto de transposición didáctica para el presente trabajo, es porque dicha teoría incorpora también una visión propia del aprendizaje matemático, adoptando una perspectiva piagetiana, dicha teoría afirma que todo conocimiento se construye por una interacción constante entre el sujeto y el objeto, distinguiéndose por la manera en que se relaciona al alumno con

¹² De la tesis de ARTURO HERNÁNDEZ R. Obstáculos en la Articulación de los Marcos Numérico, Algebraico y Gráfico en Relación con la Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Departamento de Matemática Educativa, 1994.

el saber (alumno-saber). Un conocimiento es el resultado de una adaptación del alumno a una situación que lo "justifica"; para crearlo en el alumno, el profesor debe escoger las variables didácticas que optimizan este conocimiento, debe transformar el conocimiento cultural a un conocimiento apropiado al contexto de la interacción. Este proceso de adaptación del conocimiento es la Transposición Didáctica. Y un obstáculo es una concepción, posiblemente un conocimiento, que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problema pero que nos falla cuando lo queremos aplicar a otro (Brousseau, 1988).¹³

Por otro lado, el concepto mismo de Transposición Didáctica, nos suministra tres ejes de estudio: el saber matemático tal como se originó (saber matemático), la reestructuración que de este saber hace el profesor por medio de los libros de texto (saber a enseñar) y finalmente como este saber reestructurado pasa a ser un saber enseñado en los alumnos.

Se tratará de enfocar lo anterior hacia nuestro problema particular que son las ecuaciones diferenciales; en este caso, a partir de la historia de las ecuaciones diferenciales vemos como se han dado diferentes acercamientos (algebraico, geométrico y numérico) para obtener la solución de una EDO (saber matemático). Por otro lado, el análisis de los libros de texto (saber a enseñar) permitirá ver la forma en que ha "aterrizado" el saber matemático en el saber a enseñar. La Historia conduce (entre otras cosas) a tres escenarios de solución (el algebraico, el numérico y el geométrico), mientras que los libros de texto muestran la permanencia del escenario algebraico, en la enseñanza de las EDO.

Como aseguran Kang W. y Kilpatrick, J. (1992) "El conocimiento tiene un significado cuando es creado por el autor dentro de su contexto de creación. Sin embargo, este significado cambia, cuando, para efectos de comunicación, hay que imponer una forma al conocimiento. Más tarde, cuando este conocimiento es transpuesto didácticamente para ser presentado en un libro de texto, la forma cambia de nuevo. Estos cambios en la forma en que se presenta el conocimiento hacen que éste pierda su representación original y, por consiguiente, en muchos casos su significado."¹⁴

¹³ Juan Díaz Godino, Hacia una Teoría de la Didáctica de la Matemática, 1990

¹⁴ Kang, W y Kilpatrick, J. , Didactic Transposition in Mathematics Textbooks. 1992

La fragilidad del conocimiento tiene su origen en el hecho de que una forma de presentación estable del conocimiento no puede necesariamente mantener un significado estable. Es por esta razón que Brousseau arguye que una clase no puede reproducirse. " El profesor se encuentra con dificultades para reproducir la misma lección aun cuando los alumnos no sean los mismos, la versión exacta de lo que hizo con anterioridad no tiene el mismo efecto y muy frecuentemente los resultados no son buenos" [Brousseau, Guy, 1986, p. 45]. Es por esta razón que se requiere poner mas énfasis, por parte del profesor; éste tiene que estar pendiente del significado del conocimiento construido y de la influencia que el contexto y la forma como se construye este conocimiento tiene sobre su significado.

CAPITULO 3

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Para decidir cuales son las acciones a seguir para lograr los propósitos del presente trabajo, se debe seleccionar una metodología de investigación. Esta metodología deberá responder a las siguientes preguntas: ¿Cómo realizar la investigación?, ¿Qué actividades son las más indicadas para llevar a buen termino los objetivos que se han propuesto?.

A continuación se hace un análisis de las características y diferencias de la Investigación Cualitativa y de la Cuantitativa. Posteriormente se expondrán las razones de por qué la elección de una de ellas, basándose en los propósitos propios de la investigación.

3.1 Investigación Cuantitativa e Investigación Cualitativa.¹⁵

La investigación cuantitativa se funda en una concepción racionalista muy semejante a la que subyace en las ciencias físicas, donde es posible comprender muchos fenómenos, en situaciones controladas, como en un "laboratorio", el investigador deberá conocer desde "fuera" los fenómenos y cuantificar numéricamente sus observaciones.

Características:

- a) Búsqueda de la objetividad.
- b) El investigador queda al margen de los datos, o sea tiene una perspectiva desde afuera.
- c) Se requieren métodos cuantitativos, como técnicas experimentales aleatorias, análisis estadísticos multivariados, estudio de muestras, dentro de la metodología correlacional y experimental
- d) Se utiliza invariablemente un sistema de notación para describir la realidad, fundamentalmente numérico.
- e) El investigador cuantitativo se interesa por descubrir, verificar o identificar relaciones causales de un esquema teórico previo, sus métodos han sido desarrollados para verificar o confirmar teorías.

¹⁵ Aguilera, Ma. Jesús y Blanco, Ma. Sol. "Investigación Cualitativa. Características, Métodos y Problemática". (1987)

- f) La investigación cualitativa describe los hechos y los interpreta en relación con un contexto más amplio.
- g) Los investigadores cualitativos no asignan valores numéricos a sus observaciones, sino que prefieren registrar sus datos en el lenguaje de sus sujetos.
- h) Se tiene un diseño más flexible con el fin de descubrir todas las variables del proceso.

Se pueden establecer grandes distinciones entre las dos investigaciones, aunque se trata más de una continuidad que de categorías excluyentes. Se considera que una investigación cualitativa apoyada en una parte cuantitativa, dará una versión más completa e integral de una investigación.

La investigación cualitativa se apoya en algunos métodos de investigación, como son; *la etnografía y el estudio de casos*.

El estudio de casos (Adelman 1980) es el estudio de una instancia en acción. De casos particulares en el que se recoge información selectiva acerca de la conducta humana y consiste en el informe de las observaciones acerca de una persona, tales observaciones involucran diferentes grados de control, ya que utilizan descripciones de conducta provenientes de diversas fuentes tales como : documentos personales, autorreportes, estudios longitudinales, entrevistas, pruebas psicológicas, registros anecdóticos, etc.

Permite al investigador captar y retratar todos los elementos significativos, que dan significado, lo que hace posible el entendimiento de la situación investigada. Se trata de un sistema limitado. Hablando de caso como: cualquier cosa, persona, institución, población, etc.

En resumen el enfoque del estudio de casos implicaría el examen intensivo y a profundidad de diversos aspectos de un mismo fenómeno.

3.2 Metodología de la Investigación.

Debido al carácter descriptivo de la investigación, como se menciona en el capítulo 1, en el marco de referencia, sección 1.6, uno de los objetivos que se quiere cubrir está encaminado a indagar ¿cuál es el sentido y significado, que le asignan, los alumnos de la Facultad de Ingeniería de la UABC, a las ecuaciones diferenciales?, se ha decidido utilizar una metodología de corte cualitativo, apoyándose en uno de sus métodos, el estudio de casos, debido a que lo que nos interesa es obtener información del aprendizaje de los individuos, lo cual no sería posible obtener a través de métodos cuantitativos.

Se selecciona el estudio de casos, también porque tiene las siguientes características:

- a) El objetivo primordial es identificar y comunicar el carácter distintivo de los fenómenos educativos y sociales a través de la descripción. Como es el caso de los sentidos y significados.
- b) Se basa en la recogida de datos de la vida cotidiana. Bajo las formas de descripción de situaciones y actividades de las personas y sus perspectivas. Como sucede en un salón de clase.
- c) Puede centrarse en un solo caso, en un individuo en una situación concreta de una organización, o puede centrarse en varios casos o varios ejemplos del mismo caso. Siendo esta última opción la que conviene a nuestra investigación.
- d) Aunque el estudio de casos puede facilitar la generalización, un sólo caso también puede implicar generalizaciones cuando se repite por ejemplos de este mismo caso.

Se considera la investigación cualitativa, porque los procesos educativos se estudian en su estado natural, en ambientes definidos, como medios escolares y no artificiales, cuyo propósito es descifrar el significado de la conducta, en este caso las conductas tanto de profesores como de estudiantes, mediante el estudio de casos.

Para obtener la información que sea útil para los fines de la presente investigación se utilizan como herramientas: la encuesta y las entrevistas individuales.

Con el objetivo de llevar a buen fin los objetivos del presente trabajo de investigación se propone seguir la siguiente metodología :

Se diseñó un cuestionario para obtener información preliminar sobre la situación que prevalece, con respecto al sentido y significado que se tiene por parte de los alumnos, sobre ecuaciones diferenciales. Se requiere obtener información que indique si el alumno de cursos tradicionales logra adquirir habilidades en el manejo de los diferentes contextos, ya que esto nos permitirá establecer si logro adquirir sentidos y significados sobre las edos.

3.3 El cuestionario

¿Cómo está constituido y cuáles son sus propósitos?

Para conformar el cuestionario fueron seleccionadas cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias de 1er. Orden con diferentes grados de dificultad, en lo que respecta a su solución y a su análisis. Se les numeró en el orden del 1 al 4 y se fueron presentando de tal modo que el grado de dificultad fuera de menor a mayor. Para cada una de ellas se solicitó al encuestado que la resolviera y analizara la función solución. Esto último se hizo formulándole la siguiente pregunta: ¿ Qué comportamiento presenta la función solución ?

Las ecuaciones Nos. 1 y 2, se consideraron sencillas de resolver por métodos analíticos; la primera de ellas es de variables separables, la segunda puede ser resuelta por el método que se utiliza para las ecuaciones de coeficientes homogéneos o por el de exactas. Al presentarle al alumno estas dos ecuaciones, la intención fue detectar a aquellos que mostraran habilidad en la resolución de ecuaciones diferenciales.

Las dos últimas ecuaciones, son de tipo no rutinario, inclusive la ecuación diferencial No. 3 no tiene solución por métodos analíticos. Aquí la intención fue identificar qué acciones emprendían los encuestados cuando se enfrentan a un problema de este tipo, donde no pueden resolver una ecuación de forma algebraica, ya que éste es el método privilegiado durante los cursos tradicionales que se imparten en la Facultad.

Para cada una de las ecuaciones anteriores, se le solicitó a los profesores y a los estudiantes, que después de resolverlas, realizaran un

Grupo No.	No. Alumnos	Carrera	Semestre que cursan
232	18	Ingeniería Electrónica, Industrial y Computación	Cuarto semestre Etapa básica
431	10	Ingeniería Electrónica y en Computación.	Cuarto semestre Etapa básica
441	17	Ingeniería Electrónica	Quinto semestre Etapa Disciplinaria
442	18	Ingeniería Electrónica	Quinto semestre Etapa Disciplinaria
452	12	Ingeniería Electrónica	Sexto semestre Etapa disciplinaria
551	21	Ingeniería Mecánica	Sexto semestre Etapa disciplinaria
Total	96		

Cuadro No. 6

El haber elegido grupos de diferentes carreras, así como de diferentes semestres o etapas, fue con el objetivo de conformar una muestra con características representativas de la población de la Facultad de Ingeniería de la U.A.B.C.

A lo anterior podemos agregar que los grupos de semestres más avanzados cuentan con más experiencia, en lo que se refiere al análisis, pero con la desventaja de tener más tiempo de haber cursado la materia de ecuaciones diferenciales.

3.3.1 Categorías utilizadas para el análisis de los comportamientos.

La siguiente tabla muestra las categorías que se utilizaron para analizar los diferentes comportamientos que se presentaron como resultado de la aplicación de las encuestas a estudiantes y profesores de la Facultad de Ingeniería de la U.A.B.C.

CLAVE	DESCRIPCIÓN
1 1a 1b 1c	El encuestado muestra habilidad algorítmica para resolver la ecuación diferencial (encuentra la función solución). Muestra también habilidad para describir e interpretar el comportamiento de la función solución, utilizando: a) lenguaje gráfico b) lenguaje verbal c) ambos
2 2a 2b	El encuestado muestra habilidad algorítmica para resolver la ecuación diferencial. muestra intentos por describir el comportamiento de la función solución, utilizando: a) lenguaje gráfico b) lenguaje verbal
3	El encuestado muestra habilidad algorítmica para resolver la ecuación diferencial. Pero <u>no</u> describe el comportamiento de la función solución.
4 4a 4b 4c	El encuestado intenta resolver la ecuación utilizando procedimientos algebraicos sin obtener un resultado correcto. Intenta describir el comportamiento de la función utilizando: a) lenguaje gráfico b) lenguaje verbal c) ambos
5	El encuestado intenta resolver la ecuación utilizando procedimientos algebraicos sin obtener un resultado correcto. <u>No analiza la función solución.</u>
6	<u>El encuestado no presentó trabajo escrito.</u>

Cuadro No. 7

Las 6 categorías antes mencionadas sirvieron, en gran medida para catalogar las acciones que los encuestados realizaron al intentar resolver las ecuaciones diferenciales que se les presentaron en la encuesta. El asignar una clave y una sub-clave facilitó el ordenamiento de las mismas y permitió organizar la información obtenida de manera tal que se pudo fácilmente identificar y clasificar a maestros y alumnos por las habilidades que mostraron en la resolución de las ecuaciones diferenciales, así como en el análisis y descripción de la función solución.

3.4 Las Encuestas

El cuestionario anterior se aplicará a alumnos de diferentes semestres o etapas, el único requisito es que ya hayan cursado la materia de ecuaciones diferenciales. Se seleccionarán grupos de carreras diferentes para procurar que la muestra sea representativa del universo de alumnos de la Facultad de Ingeniería de la UABC.

Posterior a la aplicación de los cuestionarios, se pasará a la etapa de revisión y análisis, cada cuestionario será caracterizado de acuerdo a una tabla que se preparará con base a los objetivos específicos de la investigación, previamente a dicho análisis, las categorías se marcarán de acuerdo a las actividades realizadas por cada maestro o alumno, según sea el caso. Esta información se presentará en su momento, en el capítulo correspondiente al Desarrollo de la investigación.

De las encuestas revisadas, se seleccionarán aquellas que muestren características tales como: habilidad en la resolución y análisis de las ecuaciones diferenciales y que muestren acciones relevantes de interés para la presente investigación. Las encuestas seleccionadas formarán parte del estudio de casos.

3.5 El Estudio de Casos

El estudio de casos se realizará mediante la entrevista semi-estructurada, se preparará con anterioridad un protocolo de preguntas guía que sirvan de referencia; pero que pueden ser modificadas o aumentadas sobre la marcha, según el desenvolvimiento de la misma. Para facilitar el análisis y no perder de vista detalles que pudieran ser de importancia para la investigación, las entrevistas serán videograbadas en el ambiente de un salón de clases para el caso de los alumnos. Las entrevistas pudieran ser audiograbadas únicamente. El objetivo principal de las entrevistas es indagar de forma más cercana sobre el sentido y significado y corroborar alguna de las hipótesis que se pudieran plantear después de la revisión y análisis de las encuestas.

Después se pasará a la etapa de análisis de las entrevistas, misma que también se basará en lineamientos formulados en base a los objetivos específicos de la investigación.

En el anexo No. 2 aparece la guía que se preparó para tal fin. La guía está diseñada para desarrollar la entrevista respecto al desempeño de los estudiantes al tratar de resolver tres ecuaciones diferenciales. La primera es una ecuación sencilla, que se seleccionó para corroborar que el alumno posee habilidad para la resolución de ecuaciones diferenciales por métodos algebraicos; la segunda es una ecuación diferencial que involucra términos de circuitos eléctricos, misma que se eligió para observar si el alumno al resolverla logra vincular la solución con el problema de circuitos. Y por último se le presenta al alumno una ecuación que no tiene solución por medio de los métodos algorítmicos que se manejan en el curso tradicional de ecuaciones diferenciales, con ésta se pretende justificar algunas de las suposiciones que se formularon al analizar las encuestas, ya que se pueden hacer conjeturas o interpretar algunas acciones de modo muy personal.

Objetivos de la entrevista:

- ♦ Indagar qué interpretación le dan los alumnos a la solución de una ecuación diferencial.
- ♦ Descubrir qué acciones realiza un alumno que tiene habilidad para resolver ecuaciones diferenciales en forma algorítmica, cuando se le presenta una ecuación que no se puede resolver por métodos algebraicos.
- ♦ Investigar qué información puede obtener el alumno de la ecuación diferencial para encontrar la función solución.
- ♦ Justificar algunas de las suposiciones que se formularon al analizar las encuestas, ya que se pueden hacer conjeturas o interpretar algunas acciones de modo muy personal. La entrevista sirvió para obtener información sobre los razonamientos que dichos alumnos hicieron para resolver algunos problemas del cuestionario,
- ♦ Descubrir qué sentido y significado tienen para el estudiante las ecuaciones diferenciales y si las aplica en los cursos que lleva actualmente.

Estas entrevistas también sirvieron para formar una imagen de lo que sucede con el curso de ecuaciones diferenciales de corte tradicional, que se imparte actualmente en la Facultad de Ingeniería, en el cual se da privilegio al análisis algebraico y no se trabaja la parte numérica o gráfica.

El cuestionario anterior será aplicado también a profesores que imparten la materia de ecuaciones diferenciales como a los que imparten materias de la etapa disciplinaria o terminal y que requieren de las EDO como herramienta para el desarrollo de sus cursos.

3.6 Los Profesores

Se seleccionó una muestra de 8 profesores adscritos a la Facultad de Ingeniería de la U.A.B.C., como se menciona al inicio de la sección anterior, de estos 8 profesores 4 imparten la materia de Ecuaciones Diferenciales, los otros 4, con excepción de uno de ellos que también imparte el curso de ED, son profesores que atienden cursos de semestres

avanzados y que requieren de las ED, como herramienta para la resolución de problemas de electrónica, electricidad, etc.

Se les entregaron las encuestas a los profesores, pero sólo se logró recabar información escrita de cinco de ellos, quienes en un lapso de más de 4 semanas, hicieron llegar sus respuestas, las razones fueron muy variadas: algunos alegaron el exceso de trabajo, otros aún están comprometidos a regresarlas, etc. Las observaciones y resultados se comentan en el siguiente capítulo.

Entrevistas a Profesores

Después de examinar las encuestas aplicadas tanto a profesores como a los alumnos que participaron en el presente trabajo de investigación, se seleccionaron 6 estudiantes y 4 profesores para entrevistarlos. Estos alumnos y profesores fueron seleccionados en base a su habilidad para resolver ecuaciones diferenciales, los primeros y los segundos debido a algunas características que en los párrafos posteriores se detallaran. Se utilizó la modalidad de entrevista semi-estructurada y se realizaron video-grabaciones de las entrevistas a los alumnos y grabaciones de audio en las entrevistas a profesores.

Se realizaron entrevistas a cuatro profesores, con el objetivo de obtener información sobre los siguientes puntos:

- Cuál es la metodología que siguen, en cuanto a la materia de ecuaciones diferenciales.
- Que dificultades enfrentan más comúnmente al impartir el curso de ecuaciones diferenciales.
- Como abordan los problemas de aplicación.
- Que texto utilizan para preparar su curso.

Los profesores entrevistados

Se entrevistó de modo informal, a cuatro profesores, el cuadro siguiente proporciona la información referente a su escolaridad, su área de trabajo, el número de grupos que atienden de ecuaciones diferenciales y su carga académica. Se les asignó un número como referencia por si es necesario citarlos posteriormente.

Escolaridad Posgrado	Entrevistado No.	Área de Adscripción	No. de Grupos	Carga Académica
Ingeniero Químico Maestría en Termoquímica	1	22 años Tronco Común	1	T.C.
Oceanólogo Mtría. En Oceanografía Física	2	1 años Tronco Común	2	T.C.
Ingeniero Químico	3	0 años Tronco Común	1	1 Hrs. Prof. Asig.
Ingeniero en Electrónica Maestría en Telecomunicaciones	4	1 año Especialidad Electrónica		T.C.

Cuadro No. 8

Como puede observarse en el cuadro anterior, tres de ellos son maestros de carrera y uno de asignatura, tres imparten materias en el área de tronco común, y el cuarto en el área de electrónica.

De los profesores que trabajan en el área de tronco común, dos tienen licenciatura en ingeniería, el otro es oceanólogo, los profesores 1 y 2 tienen estudios de posgrado en áreas afines a su profesión. El tercero, actualmente cursa una maestría en también en termodinámica.

El profesor No. 4 es también de tiempo completo, imparte cursos en el área de electrónica, y en la especialidad de telecomunicaciones.

Este último profesor, imparte materias que requieren del uso de ecuaciones diferenciales como herramientas para el diseño y resolución de problemas del área de control y telecomunicaciones. Lo cual nos motivo a entrevistarlo para obtener la información referente.

3.7 Los Textos

Se revisarán los textos más utilizados dentro de la Facultad de Ingeniería, sobre Ecuaciones Diferenciales; en cuanto a estructura y metodología, con la finalidad de comparar a varios autores, así como el sentido y significado que éstos le dan a las ecuaciones diferenciales, mismos que nos servirán para explicar los comportamientos tanto de profesores como de estudiantes.

Se requiere el análisis de textos, porque se observa que cuando un profesor imparte una materia, cualquiera que esta sea, se apoya regularmente en un texto, mismo que podrá ser el de moda, el que tenga a su alcance o con el que se identifique por diversas razones. Por lo que se ve influenciado por la metodología, la manera de presentar los ejemplos resueltos, ejercicios, aplicaciones, etc. del autor de dicho texto. El profesor tratará de reproducir ante sus alumnos, lo más fielmente posible, su propia interpretación de los sentidos y significados, que no necesariamente es la misma del autor del texto. Como se comentó en el capítulo 1; el profesor "filtra" la información de acuerdo a sus propias estructuras mentales, a sus vivencias, etc. y presenta a los alumnos su versión sobre las significaciones de las EDO. El revisar los textos servirá como base para la interpretación posterior de las actitudes y acciones realizadas por los profesores.

Posteriormente al análisis de textos o bien de manera simultánea se procederá a hacer un análisis global y presentar las observaciones y las conjeturas o reflexiones que resulten de la presente investigación.

CAPITULO 4

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 Encuestas a Alumnos

4.1.1 Resultados estadísticos globales

Para formular el siguiente reporte global se analizaron cuidadosamente los cuestionarios de los 96 alumnos encuestados. A continuación presentamos los resultados obtenidos en forma global. Los resultados son presentados en formato de Tablas. Cada tabla representa una ecuación diferencial analizada, con los resultados obtenidos para los 6 grupos. En la parte superior de cada columna de la tabla, aparece la clave correspondiente a la actividad analizada. Cada renglón corresponde a un estudiante. Se anexan también 3 columnas con información del historial académico de los estudiantes por grupo.

El significado de las claves utilizadas se presenta a continuación:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo completo del método
PI= Presenta la Integral correcta
RI= Resuelve la integral correctamente
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la función solución
MG= Caracteriza la función solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función

CE= Promedio de Calificación en Ecuaciones por grupo
PM= Promedio General (kardex)
RM= Alumnos que cursaron la materia por 2 ocasiones

Ecuación No. 1

Total por Grupo

<i>Grupo</i>	<i>MS</i>	<i>DM</i>	<i>PI</i>	<i>RI</i>	<i>EF</i>	<i>CF</i>	<i>MV</i>	<i>MG</i>	<i>CM</i>	<i>CE</i>	<i>PM</i>	<i>RM</i>
232	18	18	18	18	13	2	2	0	0	9.2	8.65	0
431	9	7	6	6	3	2	2	0	1	8.2	8.37	0
441	13	12	12	7	4	4	3	1	0	8.23	8.12	4
442	12	13	10	2	1	0	0	0	0	7.11	7.77	2
452	10	10	7	2	0	4	3	1	4	8.08	7.69	2
551	17	15	14	2	2	2	1	1	2	7.57	7.6	2
Total	79	75	67	37	23	14	11	3	7			10
%	82	78	71	38	24	14.5	11.4	3.1	7.2			10

Tabla No. 6

Ecuación No. 2

Total por Grupo

<i>Grupo</i>	<i>MS</i>	<i>DM</i>	<i>PI</i>	<i>RI</i>	<i>EF</i>	<i>CF</i>	<i>MV</i>	<i>MG</i>	<i>CM</i>	<i>CE</i>	<i>PM</i>	<i>RM</i>
232	18	18	17	15	10	2	2	1	1	9.2	8.65	0
431	0	0	1	0	0	0	1	0	0	8.2	8.37	0
441	5	4	3	2	2	4	2	2	2	8.23	8.12	4
442	2	0	0	0	0	1	1	0	1	7.11	7.77	2
452	2	0	0	0	0	3	3	2	2	8.08	7.69	2
551	1	1	1	0	0	0	0	0	0	7.57	7.6	2
Total	28	23	22	17	12	10	9	5	7			10
%	29	23.9	23	17	12.5	10.4	9.3	5.2	7.3			10

Tabla No. 7

Ecuación No. 3

Total por Grupo

Grupo	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	CE	PM	RM
232	12	0	0	0	0	0	0	0	0	9.2	8.65	0
431	1	0	0	0	0	0	0	0	0	8.2	8.37	0
441	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.23	8.12	4
442	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.11	7.77	2
452	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.08	7.69	2
551	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.57	7.6	2
Total	13	0	0	0	0	0	0	0	0			10
%	13.5	0	0	0	0	0	0	0	0			10

Tabla No. 8

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
 DM= Desarrollo completo del método
 PI= Presenta la Integral correcta
 RI= Resuelve la integral correctamente
 EF= Encuentra la Función Solución
 CF= Caracteriza la función solución
 MV= Caracteriza verbalmente la función solución
 MG= Caracteriza la función solución graficándola
 CM= Caracteriza mal la función

CE= Promedio de Calificación en Ecuaciones por grupo
 PM= Promedio General (kardex)
 RM= Alumnos que cursaron la materia por 2 ocasiones

Ecuación No. 4

Total por Grupo

Grupo	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	CE	PM	RM
232	12	8	5	5	5	3	3	0	1	9.2	8.65	0
431	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.2	8.37	0
441	0	0	0	0	0	3	2	0	2	8.23	8.12	4
442	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.11	7.77	2
452	0	0	0	0	0	3	1	2	3	8.08	7.69	2
551	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.57	7.6	2
Total	12	8	5	5	5	9	6	2	6			10
%	12.5	8.3	5.2	5.2	5.2	9.3	6.25	2.1	6.25			10

Tabla No. 9

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo completo del método

PI= Presenta la Integral correcta

RI= Resuelve la integral correctamente

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función solución

MV= Caracteriza verbalmente la función solución

MG= Caracteriza la función solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

CE= Promedio de Calificación en Ecuaciones por grupo

PM= Promedio General (kardex)

RM= Alumnos que cursaron la materia por 2 ocasiones

De las tablas anteriores se desprende que en lo que respecta a la *ecuación No. 1* (Tabla No. 6), la mayoría de los encuestados (82%) no tuvo gran dificultad en identificar el método para resolverla, el 71% lo desarrolló correctamente hasta presentar las integrales correspondientes, sin embargo solo el 38%, resolvieron la ecuación correctamente y únicamente el 14.5% la caracterizó, el 12.5% lo hizo en forma verbal y el 3.1% utilizó la forma gráfica, además el 8% caracterizó mal la función.

La *ecuación No. 2* (tabla No. 7) presentó mayor dificultad para los alumnos pues sólo el 28% identificó el método de solución, el 12% encontró la función solución y únicamente el 10.4% la caracterizó, el 7.3% lo hizo de forma incorrecta; en este caso el modo gráfico lo utilizó el 5% del total de los grupos y el 9.3% prefirieron el modo verbal.

La *ecuación No. 3* (tabla No. 8), para esta ecuación diferencial los resultados obtenidos presentan los porcentajes más bajos, en comparación con las otras ecuaciones. El 13.5% (13 de los 96 alumnos) realizaron intentos por resolver la ecuación y reportaron que no conocían método alguno para resolverla, lo cual es correcto pero sólo en lo que se refiere a métodos de tipo algebraicos. El resto de los encuestados se limitaron a dejar el espacio de respuestas en blanco.

La *ecuación No. 4* (tabla No. 9), el 12.5% de los alumnos encuestados detectaron un método correcto de solución, el 8% lo desarrolla pero sólo el 5% encuentra la función solución de la ecuación, estos resultados fueron obtenidos solamente en un grupo, el 232, que como se mencionó al inicio de esta sección (pag. No. 69) éste grupo tenía cierta ventaja con relación a los demás, pues cursaron recientemente la materia de ecuaciones diferenciales, por lo que los conceptos y métodos de solución los tienen más frescos.

Observaciones.- De los resultados obtenidos del análisis global de esta encuesta, se observa que la mayoría de los alumnos están familiarizados con el método algebraico para resolver ecuaciones de variables separables, pero no así con el análisis de la función encontrada.

La mayor parte de los encuestados, que intentaron caracterizar la función solución, sólo mencionaron el tipo de función y no argumentaron sus respuestas, con esto se observa que les falta habilidad para describir dichos comportamientos.

Se detectaron algunos alumnos que sin obtener la función solución de la ecuación diferencial, le asignaban características de funciones conocidas.

4.1.2 Comportamientos por grupo

En las páginas siguientes presentamos los formatos utilizados para analizar cada grupo encuestado, éstos son presentados en orden ascendente, según el semestre que cursan, lo que permite darse una idea de qué tan recientemente cursaron la materia de ecuaciones diferenciales. Cabe aquí mencionar que debido a la flexibilidad del sistema escolar y al hecho de que para la carrera de Ingenieros en computación la materia es optativa, la materia puede cursarse en diferentes momentos (del tercer semestre en adelante) lo cual hace relativa la validez de esta afirmación. Asimismo hubo alumnos que por diferentes causas cursaron la materia hace dos, tres años o más.

Para cada grupo se analizaron las 4 ecuaciones, concentrando los resultados obtenidos en las tablas numeradas del 10 al 33, organizadas de la siguiente forma:

Cada renglón representa un alumno encuestado, en la parte superior se señala el número de la ecuación y el grupo analizado. En la parte superior de la tabla, en el primer renglón, se ordena en columnas según la actividad realizada por el alumno, las claves se especifican al calce de cada cuadro. Las cuatro columnas de la derecha presentan información particular de cada alumno, como la especialidad en la que está inscrito, la calificación obtenida al cursar la materia de ecuaciones diferenciales, promedio actual (se obtuvo del Kardex del alumno) y por último, si cursó más de una vez la materia. Aparece también una columna para notas especiales del investigador; esto significa que el alumno realizó alguna actividad relevante para la investigación, o bien, que dicho alumno es candidato para una entrevista posterior.

Para todas las claves el 1 significa que realizó la actividad mencionada y el 0 indica que no. Por ejemplo, la segunda columna de izquierda a derecha dice MS = método de solución correcto, si en el renglón dice 1, esto significa que el alumno seleccionó un método de solución correcto, o si en cambio dice 0, esto es que el alumno, seleccionó un método equivocado o no hizo nada. Así mismo para las otras claves.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 1

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 232

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1*	Ind.	10	9.58	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	Ind.	10	9.67	0
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	10	9.42	0
4	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.67	0
5	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.56	0
6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	8	8.60	0
7	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.00	0
8	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.05	0
9	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.52	0
10	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.88	0
11	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Com	7	8.65	0
12	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Elec	10	8.24	0
13	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.35	0
14	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.18	0
15	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1*	Ind.	10	10	0
16	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	7	7.8	0
17	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	9	8.20	0
18	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.39	0
19														
T	18	18	18	18	13	2	2	0	0	2		167	155.	0
%	100	100	100	100	72	11	11.1	0	0	11		9.2	8.65	0

Tabla No. 10

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la función solución
MG= Caracteriza la función solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* **Candidato para entrevista.**

Grupo mixto de Ing. En Electrónica
en Computación e Industriales.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 232

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1*	Ind.	10	9.58	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	Ind.	10	9.67	0
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	10	9.42	0
4	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.67	0
5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.56	0
6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	8	8.60	0
7	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.00	0
8	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.05	0
9	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.52	0
10	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Ind.	9	8.88	0
11	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Com	7	8.65	0
12	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.24	0
13	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.35	0
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.18	0
15	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1*	Ind.	10	10	0
16	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Ind.	7	7.8	0
17	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Elec	9	8.20	0
18	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Ind.	10	8.39	0
19														
T	18	18	17	15	10	2	2	1	1	2		167	155.	0
%	100	100	94	83	55.5	11	11.1	5.5	5.5	11		9.2	8.65	0

**

Tabla No. 11

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la función solución
MG= Caracteriza la función solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* **Candidato para entrevista.**

Grupo mixto de Ing. En Electrónica
en Computación e Industriales.

** Promedio del grupo.

Grupo 232.

Este grupo cuenta con la particularidad de que es el más reciente en haber cursado la materia de ecuaciones diferenciales. Está formado por 18 alumnos; el 77.7% del grupo cursa la carrera de Ingeniero Industrial, el 16% (o sea tres de ellos) están inscritos en la carrera de Ingeniero Electricista y uno en la de Ingeniero en Computación.

Se encuentran aún en la etapa básica (cuarto semestre). También observamos que éste es un grupo de alto rendimiento en lo que respecta a la materia de ecuaciones diferenciales pues el grupo obtuvo un promedio de 9.2, el más alto de los grupos encuestados.

Como se desprende de las Tablas 10 a la 13; el 100% del grupo resolvió *la ecuación No. 1* y de forma correcta, el 72% encontró la función solución, esto significa que presentó la solución en forma explícita lo cual la prepara para realizar un análisis posterior de la misma. Cabe hacer notar que únicamente el 11.1% caracterizó la función solución y lo hizo utilizando el modo gráfico.

En lo que respecta a *la ecuación No. 2*, el 100% utilizó el método correcto y lo desarrolló, el 94% llegó hasta el planteamiento de las integrales, el 83% las resolvió y sólo el 55.5% encontró la función solución, el 11.1% caracterizó la función utilizando el modo verbal, el 5.5% utilizaron el modo gráfico, el alumno 1 utilizó los dos modos.

En lo que se refiere a *la ecuación No. 3*, el 66.6% de los alumnos hicieron intentos por resolverla, por ejemplo, la escribieron de otra forma, despejaron el término dy/dx , y el 33.3% no presentó trabajo escrito. Entiéndase lo anterior por dejar las hojas en blanco.

Para *la ecuación No. 4* se observó lo siguiente:

El 66.6% de los encuestados propone un método de solución, el 44.4% desarrolla un método de solución, sólo el 27.7% resolvió el problema y encontró la función solución, el 16% caracterizó dicha función utilizando el modo verbal.

Observaciones:

Considero que los resultados obtenidos para las ecuaciones 1 y 2, en lo que se refiere a la resolución de las mismas, se deben en gran parte a que estos alumnos cursaron recientemente la materia de ecuaciones diferenciales, por lo que resulta más fácil recordar los métodos algebraicos de solución de las ecuaciones diferenciales.

En el caso de las ecuaciones 3 y 4, los resultados arrojan porcentajes menores de alumnos que obtuvieron la función solución, lo cual pudiera ser comprensible, debido al grado de dificultad de éstas dos ecuaciones diferenciales.

Sin embargo en los resultados obtenidos en el análisis de la función solución de las 4 ecuaciones, se observa que les presentaron serias dificultades, ya que fue muy bajo el porcentaje de alumnos que hizo observaciones, esto nos hace suponer que el alumno no tiene la costumbre de analizar y describir funciones, debido a que en los cursos de matemáticas raramente se les propone o invita a que analicen los resultados obtenidos al resolver algún problema, se enfatiza más sobre el desarrollo de los métodos algebraicos. Considero que esta metodología disminuye en gran medida la formación de significados en los estudiantes.

Del presente grupo se seleccionaron 2 alumnos para entrevistarlos posteriormente.

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	Com	10	9.17	0
2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Elec	8	8.76	0
3	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	Elec	10	9.52	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	7	7.36	0
5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.42	0
6	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	9	8.30	0
7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Com	7	7.32	0
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	8	8.59	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.67	0
10	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	Com	10	9.6	0
11														
12														
13														
14														
T	9	6	6	6	3	2	2	0	1	1		82	83.7	0
%	90	60	60	60	30	20	20	0	10	10		8.2	8.37	0

**

Tabla No. 14

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la función solución
MG= Caracteriza la función solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función solución
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:
**Promedio del grupo
Grupo Mixto

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 431

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	10	9.17	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	8	8.76	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	10	9.52	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	7	7.36	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.42	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	9	8.30	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Com	7	7.32	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	8	8.59	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.67	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Com	10	9.6	0
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5		82	83.7	0
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50		8.2	8.37	0

Tabla No. 15

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función solución

MV= Caracteriza verbalmente la función solución

MG= Caracteriza la f.solución graficandola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial =* *estos jóvenes hicieron intentos por resolver la ecuación, es decir que no entregaron en blanco.*

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

Grupo mixto.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 3

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 431

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Com	10	9.17	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.76	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	10	9.52	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	7	7.36	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.42	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	8.30	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Com	7	7.32	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Com	8	8.59	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.67	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Com	10	9.6	0
11														
12														
13														
14														
15														
16														
17														
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3		82	83.7	0
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30		8.2	8.37	0

**

Tabla No. 16

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la función solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial = **estos jóvenes hicieron intentos por resolver la ecuación, es decir que no entregaron en blanco.*

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:
** promedio del grupo.
Grupo mixto.

Grupo 431

Este grupo está constituido por alumnos que cursan las carreras de Ingeniería en Electrónica e Ingeniería en Computación, en una proporción del 50%. La mayoría cursaron la materia de ecuaciones diferenciales en el semestre 99-2, esto significa que tenían un semestre de haberla cursado cuando se les aplicó la encuesta. El rendimiento del grupo en general es bueno, presentan un promedio superior a 8.0, tanto en la materia de ecuaciones, como en la carrera.

De la tabla No. 14 se puede apreciar que el 90% del grupo seleccionó un método correcto para resolver *la ecuación No. 1*, el 70% lo desarrolló, pero sólo el 60%, resolvió correctamente la ecuación; el 30% encontró la función solución, pero sólo el 2% la caracterizó de modo verbal.

La ecuación No. 2, nadie la resolvió, el 50% del grupo intentó hacerlo, efectuando algunos despejes o reescribiendo la ecuación, aunque sin obtener resultados. El otro 50% no presentó trabajo escrito.

Para *las ecuaciones números 3 y 4*, se tuvieron resultados menos favorables, ya que sólo el 30% del grupo intentó resolverlas y sin éxito.

Observaciones:

En este grupo se presentaron comentarios por parte de los alumnos en los que mencionaban conocer los métodos para resolver las ecuaciones pero no los recordaban. Algo que llama la atención es que aún los alumnos que obtuvieron calificación de 10 en la materia de ecuaciones, y a pesar del poco tiempo que tienen de haber cursado la materia, informaron no recordar nada, lo cual de nuevo hace pensar que lo que aprendieron no les generó significación, ni sentido alguno.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 1

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 441

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	Elec	9	9.04	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1*	Elec	10	9.48	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	Elec	10	8.67	0
4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Elec	9	9.3	0
5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.04	0
6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	6.96	1
7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0*	Elec	10	9.1	0
8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.62	0
9	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	7	6.88	1
10	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.7	0
11	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	8.04	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1@	Elec			0
13	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.53	0
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.4	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	10	8.2	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	8.1	0
17	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	6.91	1
18														
T	13	12	12	7	4	4	3	1	0	2		140	138.1	4
%	76	70	70	41	23	23	17	6	0	12		8.2	8.12	23

Tabla No. 18

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función solución

MV= Caracteriza verbalmente la f. solución

MG= Caracteriza la f. Solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

*Reescriben y despejan la ecuación

@ No ha cursado la materia.

Los entrevistados 2 y 3 utilizaron calculadora graficadora

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 441

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.04	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0*	Elec	10	9.48	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	Elec	10	8.67	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	9	9.3	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	10	8.04	0
6	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0*	Elec	6	6.96	1
7	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0*	Elec	10	9.1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	9	7.62	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	6.88	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	7.7	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	8.04	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0@	Elec			0
13	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.53	0
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.4	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.2	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	8.1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	6.91	1
18														
19														
20														
21														
T	5	4	3	2	2	4	2	2	2	0		140	138.1	3
%	30	23	18	11	11.7	23	11.7	11.7	11.7	0		8.2	8.12	17

Tabla No. 19

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función solución

MV= Caracteriza verbalmente la f. solución

MG= Caracteriza la f. Solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

*Reescriben y depejan la ecuación

@ No ha cursado la materia

Análisis Preliminar
Ecuación No. 3

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 441

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.04	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	10	9.48	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	10	8.67	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	9	9.3	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.04	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	6.96	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	10	9.1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	9	7.62	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	6.88	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	7.7	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	8.04	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0@	Elec			0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	8	8.53	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	7.4	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.2	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	8.1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	6.91	1
18														
19														
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		140	138.1	3
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		8.2	8.12	17

Tabla No. 20

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la f. solución
MG= Caracteriza la f. Solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:
*Reescriben la ecuación o le hacen pruebas para resolverla
@ No ha cursado la materia

Análisis Preliminar
Ecuación No. 4

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 441

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.04	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	Elec	10	9.48	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	Elec	10	8.67	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.3	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.04	0
6	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	Elec	6	6.96	1
7	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	Elec	10	9.1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.62	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	6.88	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.7	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	8.04	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec			0
13	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.53	0
14	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.4	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	10	8.2	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	8.1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	6.91	1
18														
19														
T	0	0	0	0	0	2	2	0	2	3		140	138.1	3
%	0	0	0	0	0	11	11.7	0	11.7	18		8.2	8.12	17

Tabla No. 21

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función solución
MV= Caracteriza verbalmente la f. solución
G= Caracteriza la f. Solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:

*Reescriben y analizan la ecuación
@ No ha cursado la materia
Los entrevistados 2 y 3 utilizaron calculadora graficadora

Grupo 441

Este grupo esta constituido por 17 alumnos, inscritos en la carrera de Ingeniería en Electrónica, y se encuentran cursando materias de la etapa disciplinaria (quinto o sexto semestre). La mayoría de estos alumnos tienen 2 o 3 semestres de haber cursado la materia de ecuaciones diferenciales. El promedio de aprovechamiento del grupo es bueno, 8.2 en la materia de ecuaciones y 8.12 como promedio general por carrera.

Después de revisar las tablas del No. 18 al 21, se observó que el 76% del grupo aplicó un método correcto para resolver la ecuación No. 1, el 70% lo desarrolló y presentó las Integrales correctamente, pero sólo el 41% las resolvió y el 23% del grupo encontró la función solución buscada, caracterizándola de modo verbal, el 17.6% y únicamente un alumno uso el modo gráfico.

Para la ecuación No. 2, se observaron resultados diferentes: el 30% del grupo planteó un método correcto para resolver la ecuación, el 23% lo desarrolló correctamente, pero sólo 3 alumnos (que representan el 17% del grupo) concluyeron el método hasta presentar las integrales resultantes, únicamente dos alumnos resolvieron las integrales y presentaron la función solución. El 53% de este grupo (9 de los 17) se limitaron a reescribir la ecuación, despejar o ensayar algún método equivocado. También se tuvo el caso de cuatro alumnos que obtuvieron resultados equivocados y caracterizaron la función encontrada, dos de ellos en forma verbal y dos en el modo gráfico.

En el caso de la ecuación No. 3, ningún alumno resolvió la ecuación diferencial en forma correcta, 12 de ellos (el 70.5%), reescribieron la ecuación, utilizaron métodos equivocados o le hicieron pruebas para resolverla, pero sin éxito.

La ecuación No. 4, para esta ecuación se observaron resultados muy similares a los de la ecuación No. 3, el 47% (8 de 17) reescribieron la ecuación, la analizaron, pero no lograron resolverla, el resto se limito a dejar en blanco el espacio para la respuesta.

Observaciones :

En relación al desenvolvimiento de este grupo se hicieron notorios los siguientes puntos

- Los alumnos encuestados 2 y 3 utilizaron por iniciativa propia su calculadora graficadora, uno de ellos bosquejo la gráfica y el otro la describió con sus palabras. Ambos en forma correcta.
- El alumno 5 caracterizó la ecuación diferencial, no la función solución.
- El encuestado 12, no ha cursado la materia de ecuaciones diferenciales, sin embargo hace algunas observaciones interesantes de acuerdo a los procesos didácticos.
- Aquí podemos hacer notar el caso de dos estudiantes que escriben las ecuaciones números 2 y 3, en su forma de pendiente, o sea $dy/dx =$, después de esto proceden a derivar la parte de la derecha de la igualdad.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 1

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 442

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.97	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Elec	8	7.79	0
3	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	6	8.0	0
4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	8.0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	7.69	0
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.71	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Elec	6	7.3	0
8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.09	0
9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.04	0
10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.17	0
11	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.74	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.33	0
13	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Elec	7	7.9	0
14	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.31	0
15	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	Elec	9	7.16	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Elec	9	7.94	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.7	1
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.04	1
19														
20														
21														
T	12	13	10	2	1	0	0	0	0	5		128	139	2
%	66.6	72.2	55	11	5.5	0	0	0	0	27		7.1	7.77	11

Tabla No. 22

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función
MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:
* Reescriben la ec. dif. en su forma de pendiente.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 442

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	Elec	6	7.97	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Elec	8	7.79	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	6	8.0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	8.0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	7.69	0
6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.71	0
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	Elec	6	7.3	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.09	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.04	0
10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.17	0
11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.74	0
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.33	0
13	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.9	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.31	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.16	0
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.94	0
17	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.7	1
18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.04	1
19														
20														
21														
T	2	7	0	0	0	1	1	0	1	3		128	139	2
%	11.1	38.8	0	0	0	5.5	5.5	0	5.5	16		7.1	7.77	11

**

Tabla No. 23

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función
MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif. en su forma de pendiente.

**Promedio del grupo

Análisis Preliminar
Ecuación No. 3

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 442

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.97	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	7.79	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	6	8.0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	8.0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	7.69	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.71	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	6	7.3	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.09	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.04	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.17	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.74	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.33	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.9	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.31	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.16	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.94	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.7	1
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.04	1
19														
20														
21														
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2		128	139	2
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11		7.1	7.77	11

**

Tabla No. 24

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función

MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución

MG= Caracteriza la f. solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif. en su forma de pendiente.

**Promedio del grupo

Análisis Preliminar
Ecuación No. 4

"ENCUESTAS"

Fecha: Agosto/00
Grupo: 442

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.97	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	7.79	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Elec	6	8.0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	6	8.0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Elec	7	7.69	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.71	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Elec	6	7.3	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.09	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.04	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.17	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.74	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.33	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.9	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.31	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.16	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.94	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.7	1
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.04	1
19														
20														
21														
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2		128	139	2
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11		7.1	7.77	11

Tabla No. 25

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función
MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif. en su forma de pendiente.

**Promedio del grupo

Grupo 442

Este grupo tiene la característica de que todos sus integrantes están inscritos en la carrera de Ingeniero en Electrónica, cursan ya la etapa disciplinaria (quinto semestre) es el grupo con más bajo promedio, tanto en la materia de ecuaciones diferenciales como en su carrera.

Cuentan con un tiempo aproximado de haber cursado la materia de un año a un año y medio.

En lo referente a la **Ecuación No. 1**, como se puede observar en la tabla No. 22, el 66.6% de este grupo, seleccionó el método apropiado para resolver la ecuación. El 55% desarrolló dicho método hasta llegar a plantear las Integrales correctas, pero sólo dos de ellos, (equivalente al 11%) resolvieron las integrales correctamente y únicamente uno encontró la función solución. Ningún alumno caracterizó la función solución. A la pregunta: ¿Qué comportamiento presenta la función solución?, un alumno hizo la siguiente observación: "No recuerdo el significado de lo del comportamiento".

Para la **ecuación No. 2**, el 2% del grupo seleccionó un método correcto para resolver la ecuación, pero no la resolvieron, el 38.8%, desarrolla algunos despejes, reescribieron la ecuación, tres de ellos la dejaron indicada en su forma de pendiente, pero ninguno encontró la función solución ni la caracterizó. Con excepción de uno que resuelve mal la ecuación y llega a una función como la siguiente: $y^2 = x^2/(x+1/2)$, y afirma que es una parábola.

En lo que respecta a la **ecuación No. 3**, ningún alumno resolvió la ecuación diferencial, el 22.2%, realizaron algunas acciones como despejar, reescribir la ecuación, pero ninguna en forma correcta. En tres de las encuestas los alumnos aseguraron que necesitaban repasar sus apuntes o que requerían de un formulario para poder resolver las ecuaciones dadas.

Para la **ecuación No. 4**, se observó la misma situación, sólo que en este caso, el 16%, reescribió la ecuación en su forma de pendiente, pero no se tuvieron comentarios al respecto.

Observaciones:

Es relevante que este grupo, en su mayoría ya no recuerda los métodos de solución para resolver ecuaciones diferenciales, en parte tal vez se deba a que el tiempo transcurrido de haber cursado dicha materia es mayor de un año, además como mencionan algunos en sus encuestas, no han utilizado dichos métodos en cursos posteriores.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 1

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 452

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	Elec	7	7.36	1
2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.09	0
3	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.15	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	Elec	8	7.57	0
5	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1*	Elec	10	8.48	0
6	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1*	Elec	9	7.08	0
7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.07	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	6.98	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.82	1
10	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.86	1
11	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.23	1
12	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Elec	8	7.69	0
13														
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
T	10	10	7	2	0	4	3	1	4	2		97	92.3	4
%	83.3	83.3	58	16.6	0	33	25	8.3	33.3	16		8.0	7.69	33

Tabla No. 26

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función
MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:
* Para entrevista

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 452

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.36	1
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.09	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	8	8.15	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	8	7.57	0
5	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1*	Elec	10	8.48	0
6	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0**	Elec	9	7.08	0
7	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0**	Elec	9	7.07	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	9	6.98	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.82	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	6	7.86	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	7	7.23	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	8	7.69	0
13														
14														
15														
16														
17														
T	2	0	0	0	0	3	3	2	3	1		97	92.3	4
%	16.6	0	0	0	0	25	25	16.6	25	8.3		8.0	7.69	33

Tabla No. 27

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función
MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno
CE= Calificación en Ecuaciones
PM= Promedio
RM= Repitió la materia.

Observaciones:
** Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.
*Para entrevista

Análisis Preliminar
Ecuación No. 3

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 452

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.36	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	9.09	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	8	8.15	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	8	7.57	0
5	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1*	Elec	10	8.48	0
6	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0**	Elec	9	7.08	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.07	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	9	6.98	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.82	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.86	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.23	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	7.69	0
13														
14														
15														
16														
17														
T	0	0	0	0	0	2	2	1	2	1		97	92.3	4
%	0	0	0	0	0	16.	16.6	8.3	16.6	8.3		8.0	7.69	33

Tabla No. 28

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función

MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución

MG= Caracteriza la f. solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

** Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.

*Para entrevista

Análisis Preliminar
Ecuación No. 4

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 452

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.36	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	9	9.09	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	8.15	0
4	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0**	Elec	8	7.57	0
5	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1*	Elec	10	8.48	0
6	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0**	Elec	9	7.08	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	7.07	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	9	6.98	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0**	Elec	7	7.82	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	6	7.86	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	7	7.23	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Elec	8	7.69	0
13														
14														
15														
16														
17														
T	0	0	0	0	0	3	1	2	3	1		97	92.3	4
%	0	0	0	0	0	25	8.3	16.6	25	8.3		8.0	7.69	33

Tabla No. 29

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función

MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución

MG= Caracteriza la f. solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

** Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.

*Para entrevista

Grupo 452

Este grupo está compuesto en un 100% por alumnos inscritos en la carrera de Ingeniero en Electrónica, los cuales cursan la etapa disciplinaria. En su mayoría cursaron la materia de ecuaciones diferenciales hace 2 o 3 años, por lo que comentaron no tener muy frescos los conocimientos sobre la solución de las mismas.

El rendimiento del grupo con respecto a la materia de ecuaciones diferenciales es bueno, su promedio es de 8.08.

Revisando las tablas 26 a la 29; para la **ecuación No. 1**, el 83.3% del grupo utilizó y desarrolló un método de solución correcto; el 58% presentó las integrales correctamente, pero sólo el 2% del grupo las resolvió bien, ninguno presentó la función solución en forma explícita; sólo el 33.3% caracterizó la función solución, lo cual representa a 4 alumnos, uno de ellos lo hizo en forma gráfica y los otros 3 en forma verbal.

Para la **ecuación No. 2** los resultados fueron muy diferentes, por ejemplo: solamente el 16.6% del grupo utilizó un método de solución correcto, un 66.6% realizó despejes y reescribió la ecuación, el otro 16.6% no hizo operación alguna. Ningún alumno desarrolló un método en forma correcta, por consiguiente nadie encontró la función solución. A pesar de lo anterior encontramos el caso de 3 alumnos que trabajaron la ecuación de tal forma que llegaron a una solución incorrecta e hicieron el intento de describir su comportamiento, dos de ellos lo hicieron utilizando una gráfica, además de la forma verbal, el otro sólo utilizó palabras para describir la función.

Analizando las Tablas No. 28 y 29, que se refieren a las **ecuaciones números 3 y 4**; se obtuvieron resultados parecidos a los anteriores; la diferencia es que ningún alumno las resolvió correctamente.

Aproximadamente el 40% del grupo, realizó algunos despejes y reescribió la ecuación, pero sin resolverla en forma correcta.

A continuación se mencionan algunas de las observaciones que hicieron los alumnos para justificarse:

- "Si me acuerdo un poco de los métodos de solución pero necesito mi formulario como herramienta fundamental"
- "Esta materia la cursé hace más de dos años y me es difícil recordar"

También vale la pena comentar que un alumno caracterizó las 3 últimas ecuaciones, sin resolverlas, sólo revisando la forma que tenía la ecuación diferencial, por ejemplo, él menciona que las soluciones de las ecuaciones 2 y 3 son cuadráticas, y la ecuación No. 4 es lineal, posteriormente se cita a este alumno para una entrevista.

Observaciones :

En este grupo sólo se tuvo un caso de un alumno que hizo un bosquejo y analizó la función solución de la ecuación No. 1, lo cual nos hace ver que, en general, el grupo no tiene la habilidad de analizar funciones, la forma gráfica no la utilizan, esto debido a la poca o nula importancia que se le asigna en los cursos tradicionales de ecuaciones diferenciales donde "privilegiamos" los métodos algebraicos.

Análisis Preliminar
Ecuación No. 1

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 551

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	Mec	10	8.2	0
2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	Mec	9	9.6	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	8	8.06	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.0	0
5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.71	0
6	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.2	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.3	1
8	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	8.5	0
9	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.16	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	9	7.5	0
11	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.19	0
12	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.4	0
13	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.4	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.5	0
15	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	Mec	6	7.9	0
16	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	Mec	6	6.9	0
17	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.2	0
18	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	8.4	0
19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.07	0
20	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	6.7	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Mec	7	6.9	0
T	17	15	14	2	2	2	1	1	2	2		158	158.8	2
%	80.9	71.4	66	9.5	9.5	9.5	4.7	4.7	9.5	9.5		7.5	7.56	9.5

Tabla No. 30

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
DM= Desarrollo correcto del método
PI= Presenta la Integral
RI= Resuelve la integral
EF= Encuentra la Función Solución
CF= Caracteriza la función
MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución
MG= Caracteriza la f. solución graficándola
CM= Caracteriza mal la función
NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.

**Promedio del grupo

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 551

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	Mec	10	8.2	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	9.6	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	8	8.06	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Mec	8	7.71	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.2	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	6	7.3	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	9	8.5	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.16	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	9	7.5	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	6	7.19	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.4	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.4	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.5	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.9	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	6.9	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.2	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	8.4	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.07	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	6.7	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Mec	7	6.9	0
T	1	1	1	0	0	0	0	0	0	6		158	158.8	2
%	4.7	4.7	4.7	0	0	0	0	0	0	28		7.5	7.56	9.5

Tabla No. 31

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función

MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución

MG= Caracteriza la f. solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.

**Promedio del grupo

Análisis Preliminar
Ecuación No. 3

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 551

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	10	8.2	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	9.6	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	8	8.06	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	7	7.0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.71	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.2	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	6	7.3	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	9	8.5	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.16	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	9	7.5	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	6	7.19	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.4	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.4	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.5	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.9	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	6.9	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	9	7.2	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	8.4	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.07	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	6.7	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	6.9	0
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		158	158.8	2
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.7		7.5	7.56	9.5

**

Tabla No. 32

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función

MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución

MG= Caracteriza la f. solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.

**Promedio del grupo

Análisis Preliminar
Ecuación No. 4

"ENCUESTAS"

Fecha: Julio/00
Grupo: 551

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE	CA	CE	PM	RM
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	10	8.2	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	9.6	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1*	Mec	8	8.06	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.07	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.71	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.2	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	6	7.3	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	9	8.5	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.16	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.5	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.19	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	7.4	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	9	7.4	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	8	7.5	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.9	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	6.9	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0*	Mec	9	7.2	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	8.4	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	6	7.03	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	6.7	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Mec	7	6.9	0
T	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1		158	158.8	2
%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.7		7.5	7.56	9.5

Tabla No. 33

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado

DM= Desarrollo correcto del método

PI= Presenta la Integral

RI= Resuelve la integral

EF= Encuentra la Función Solución

CF= Caracteriza la función

MV= Caracteriza verbalmente la f. Solución

MG= Caracteriza la f. solución graficándola

CM= Caracteriza mal la función

NE= Nota Especial

CA= Carrera del alumno

CE= Calificación en Ecuaciones

PM= Promedio

RM= Repitió la materia.

Observaciones:

* Reescriben la ec. dif., realizan algunos despejes, etc.

Grupo 551

El Grupo 551, esta compuesto por estudiantes de la carrera de Ingenieros mecánicos, que se encuentran inscritos en la etapa disciplinaria.

Este grupo tiene un promedio de aprovechamiento regular, por debajo del 8.0, tanto en la materia de ecuaciones diferenciales, como en la carrera (Kardex). El tiempo que tienen de haber cursado la materia de ecuaciones diferenciales, oscila entre 1 y 3 años.

De las Tablas Nos. 30 a la 33, observamos:

La ecuación No. 1, 17 de los 21 alumnos (80.9% del grupo), seleccionaron un método correcto, 15 (71.4%) lo desarrollaron, 14 (66.6%) avanzaron hasta plantear las integrales, y sólo dos alumnos (9.5%), encontraron la función solución y la caracterizaron; uno de ellos en forma verbal y el otro en forma gráfica.

La ecuación No. 2, sólo un alumno utilizó un método correcto para resolver esta ecuación, lo desarrolló y planteó las integrales; sin resolverlas. 5 alumnos (23.8%), realizaron algunos despejes, reescribieron la ecuación, 2 de ellos no utilizan un método, integraron en forma parcial y encontraron una solución equivocada.

Las ecuaciones Nos. 3 y 4, para estas dos ecuaciones se obtuvieron los mismos resultados. Ningún alumno resolvió las ecuaciones, la diferencia que se observó fue que el 33.33% (7 alumnos) hicieron algunos intentos, despejes o reescribieron la ecuación No. 3 y para la No. 4, solo el 19% (4 alumnos del total de 21) la trabajaron. Por consiguiente el porcentaje restante dejaron en blanco el espacio para las respuestas.

Observaciones:

Este es uno de los grupos que están por concluir sus cursos de la etapa disciplinaria, significa que la mayoría cursó la materia de ecuaciones diferenciales hace 2 o 3 años aproximadamente, lo cual conlleva el olvido de muchos de los temas. Así nos lo hicieron saber los mismos alumnos en sus observaciones. En general, para este grupo, se obtuvieron resultados

que muestran bajos porcentajes en la resolución de las ecuaciones diferenciales planteadas en la encuesta. Lo anterior se justifica en parte, pero también es el grupo que se ve actualmente en la necesidad de aplicar estos conocimientos olvidados a la resolución de problemas reales, lo anterior según comentarios de los propios encuestados. Se considera que si no fueron incorporados en su momento los diferentes significados, aunque repasen se les dificultará asociar los temas con problemas propios de su formación.

4.2 Análisis de Casos

4.2.1 Entrevistas a los alumnos

Después de examinar todas las encuestas aplicadas a los alumnos que participaron en el presente trabajo de investigación, se seleccionaron 6 estudiantes para entrevistarlos. Estos alumnos fueron seleccionados en base a su habilidad para resolver ecuaciones diferenciales y a algunas características que en los párrafos posteriores se detallan. Se utilizó la modalidad de entrevista semi-estructurada y se realizaron video-grabaciones de las mismas.

Los alumnos seleccionados, en su mayoría cumplen con las siguientes características:

- Habilidad para la resolución de las ecuaciones diferenciales en forma algebraica.
- Alumnos que realizaron acciones interesantes o diferentes; con relación a la investigación.
- De alto aprovechamiento en la materia de ecuaciones diferenciales (no indispensable).

Resultados Generales.

Se observa, en la mayoría de los encuestados, que a pesar de que la mayoría domina los métodos analíticos de resolución de las ecuaciones diferenciales, no les queda muy claro uno de los objetivos principales de éstas, que es el de encontrar una función solución que describa la variación de la variable que involucra un modelo matemático, el cual representa el comportamiento y variación de algún fenómeno físico.

De las 6 entrevistas realizadas sólo en dos de ellas, los alumnos recurrieron a graficar para describir el comportamiento de la función solución sin ayuda, a los demás se necesitó mencionarles o sugerirles dicha forma, algunos otros se requirió preguntarles:

¿ la función solución encontrada es creciente o decreciente ?
Inmediatamente relacionaban la pregunta con una gráfica.

También se observó que los alumnos no han adquirido habilidad para analizar funciones, utilizando métodos como el gráfico o el numérico; uno de ellos aceptó que no le gusta utilizar gráficas, que él prefiere utilizar métodos analíticos, y esto es bastante comprensible, ya que estamos conscientes que en la Facultad de Ingeniería, sobre todo en los cursos impartidos en el área de matemáticas; se le dan privilegios al método algebraico sobre los otros, como son el gráfico o el numérico.

Se pudo constatar que a los alumnos se les dificulta vincular los problemas algebraicos con problemas reales, un ejemplo es el caso de un estudiante de la carrera de electrónica, que al analizar una función solución que involucraba la variable tiempo, dentro del análisis de un circuito eléctrico, le asignó valores negativos a dicha variable.

Resultados del Análisis de las entrevistas en forma Individual. (por Ecuación diferencial presentada)

En los párrafos siguientes se describen en forma general las observaciones hechas al analizar las entrevistas que se realizaron a los alumnos seleccionados. Estas se muestran en forma organizada de acuerdo al orden en que les fueron presentadas a los estudiantes.

La ecuación No. 1 $(1+x)y' = x$ **sol. $Y = x+1 - \ln(x+1) + C$**

Esta ecuación es la más sencilla de resolver, de las que se presentaron, pero tiene la particularidad que su solución no es tan fácil de analizar, se aplicó a los dos primeros entrevistados y después se reformuló de tal forma que su solución presentara menos dificultad para ser analizada, ya que el objetivo que se perseguía no era evaluar al alumno en su desempeño, se requería sólo corroborar sus habilidades para analizar la solución de las mismas, por lo cual ésta se cambió por la siguiente:

La ecuación No. 1 $(1+x)y' = 1$ **Sol. $Y = \ln(x+1) + C$**

La ecuación no les presentó dificultad a los estudiantes para resolverla con excepción de uno que representó $y' = dx/dy$ obteniendo de este modo una función solución diferente a las anteriores: $Y = x + x^2/2 + C$

Aún de este modo, en general, los alumnos resolvieron bien esta ecuación, pero les fue difícil describir el comportamiento de la función solución; de entrada para la mayoría había que repetirles la pregunta dicha de otro modo, por ejemplo: ¿Qué te representa la función solución encontrada? O bien, ¿Podrías describir la variación de la función solución? ¿su comportamiento es creciente o decreciente?

En este caso sólo un alumno representó en forma correcta la solución, haciendo una gráfica de la misma.

La ecuación No. 2 $Ldi/dt + Ri = E$ **Sol. $I = LE/R + Ce^{-Rt/L}$**

La resolución de esta ecuación no les ocasionó gran dificultad a los estudiantes, pero igual que la anterior tuvieron problemas para describir su comportamiento.

También se observó que a pesar de que la ecuación es de interés para sus cursos de electrónica, a la mayoría les costó trabajo vincular el problema, que es de aplicación, con la parte matemática, esto lo comprobamos con algunas acciones que realizaron, por ejemplo; al tratar de describir el comportamiento de la corriente en función del tiempo, le asignaron valores negativos a la variable tiempo.

La ecuación No. 3 $xyy' + y^2 = 2x$ **No tiene solución por métodos algebraicos**

Esta ecuación debido a sus características, presentó problemas, ningún alumno la resolvió, ni tampoco realizaron comentarios sobre el comportamiento de la función solución.

La mayoría de los alumnos intentaron resolver esta ecuación haciendo un repaso de métodos algebraicos conocidos, ninguno de ellos la pudo resolver, tampoco hicieron intentos por utilizar otro método que no fuera el algebraico.

**Resultados del Análisis de las entrevistas en forma Individual.
(por alumno encuestado)**

Las entrevistas se llevaron a cabo en forma individual en un salón de clase con pizarrón ; video-grabadas por un auxiliar, o por la propia investigadora, tratando de minimizar cualquier distracción.

En todos los casos se les formularon a los estudiantes las ecuaciones diferenciales una por una y en el mismo orden, solicitándoles que las resolvieran.

Entrevistado No. 1

Alumno de 6to. Semestre

promedio = 9.04

Calificación obtenida en la Materia de Ecuaciones Diferenciales = 9.0

Carrera: Ingeniero en Electrónica.

Desarrollo de la Entrevista.

Para la Ecuación No. 1,

$$(1+x)y' = x \quad \text{sol. } y = x+1 - \ln(x+1) + C$$

El alumno desarrolló correctamente el método algebraico de solución para esta ecuación, aunque se percibió inseguridad durante el procedimiento.

Al cuestionarlo sobre el comportamiento de la función, inmediatamente preguntó si se trataba de la gráfica de la función. Procedió a graficarla, realizó varios intentos, pero mostró dificultades. A continuación tabuló algunos valores. A pesar de esto no presentó la gráfica correctamente, en la siguiente ilustración, puede apreciarse la poca habilidad en la elaboración de gráficas,

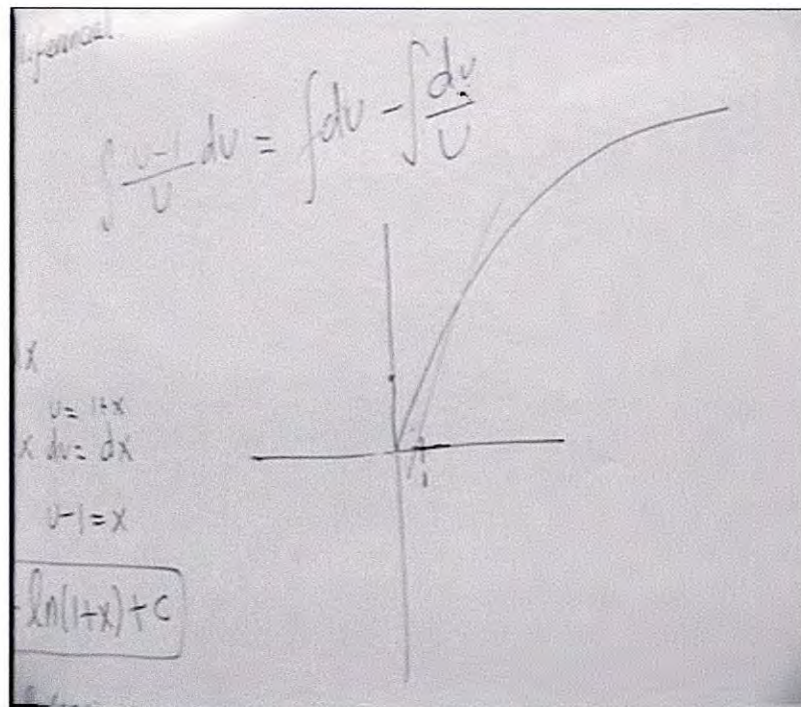


Ilustración 1

Para la Ecuación No. 2.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E \quad \text{Sol. } I = LE/R + Ce^{-Rt/L}$$

Antes de empezar a resolver esta ecuación, y aprovechando que la ecuación representa un circuito eléctrico, se le cuestionó de la siguiente manera: ¿Que buscas al resolver una ecuación diferencial de este tipo ?

Su respuesta fue la siguiente: - "un valor que al sustituirlo en la ecuación me de el valor de E " - su desempeño en la resolución de esta ecuación fue regular, se mostró muy inseguro e hizo preguntas sobre cual era el método que debería utilizar. A pesar de esto obtiene una solución correcta de la ecuación.

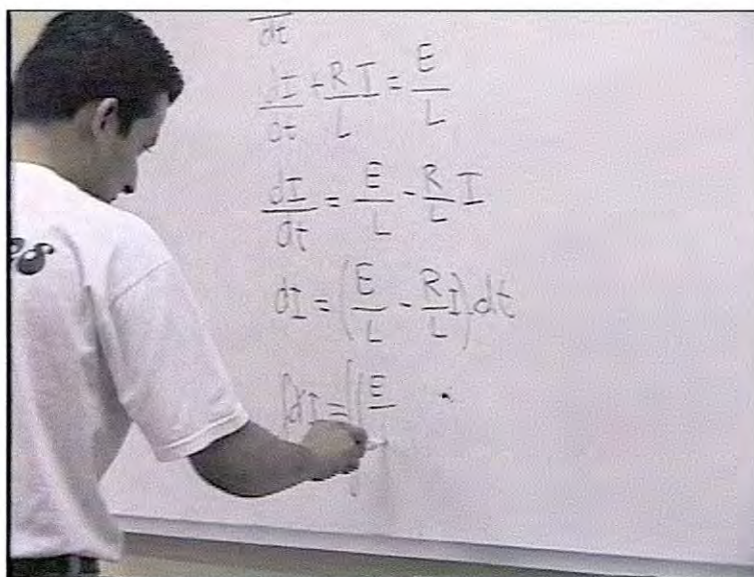


Ilustración 2

Al cuestionarlo sobre el comportamiento de la función solución obtenida, guardó silencio por un rato y procedió a bosquejar el resultado en forma insegura, no obtuvo la gráfica correcta, ya que invirtió las variables de posición. El resultado puede verse en la ilustración de la página siguiente.

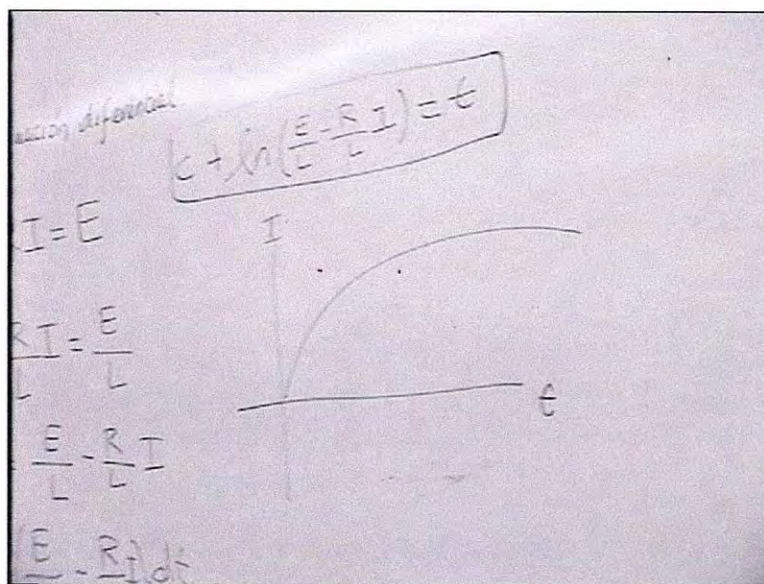


Ilustración 3

A pesar de que la ecuación en cuestión representa un circuito eléctrico por resolver, se observó que el alumno no relacionó la función solución con un problema físico. Fue preciso sugerirle que despejara la corriente a fin de obtener más información de este resultado.

$(\frac{E}{L} - \frac{R}{L}I) = e^t$
 $\frac{R}{L}I = e^t - \frac{E}{L}$
 $I = (e^t - \frac{E}{L}) \frac{L}{R}$

Ilustración 4

A continuación se le formularon las siguientes preguntas:

¿Qué pasa con la corriente del circuito después de un cierto tiempo?

El alumno responde - " la corriente va disminuyendo "

¿ Te queda claro que buscas al resolver una ecuación diferencial?

El alumno no respondió.

El alumno deja ver que no responde, no porque no sepa, más bien que le falta habilidad para expresarse, sobre todo cuando se trata de dar justificaciones a sus acciones, o describir situaciones.

Para la Ecuación No. 3,

$$xyy' + y^2 = 2x$$

(No tiene solución por métodos algebraicos que se ven en el programa del curso)

El alumno la analiza cuidadosamente, la rescribe, pero concluye que no tiene solución por ningún método que el conoce.

El alumno no obtuvo la solución en forma algebraica, dado que esta ecuación no puede ser resuelta por métodos algebraicos. Aun así se le conmina a que continúe haciendo intentos, para encontrar la función solución de alguna forma:

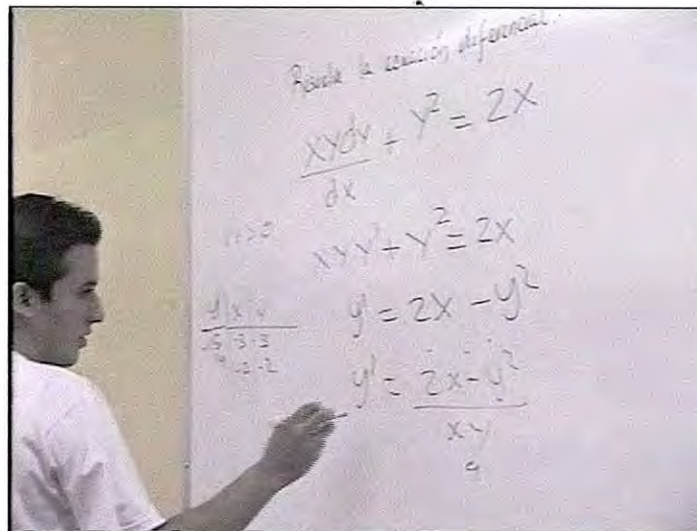


Ilustración 5

Después de algunos intentos, el alumno la rescribe en forma de pendiente, incluso realiza una sencilla tabulación y traza algunas

pendientes, pero no logra bosquejar la solución, lo cual se puede observar en la ilustración siguiente,

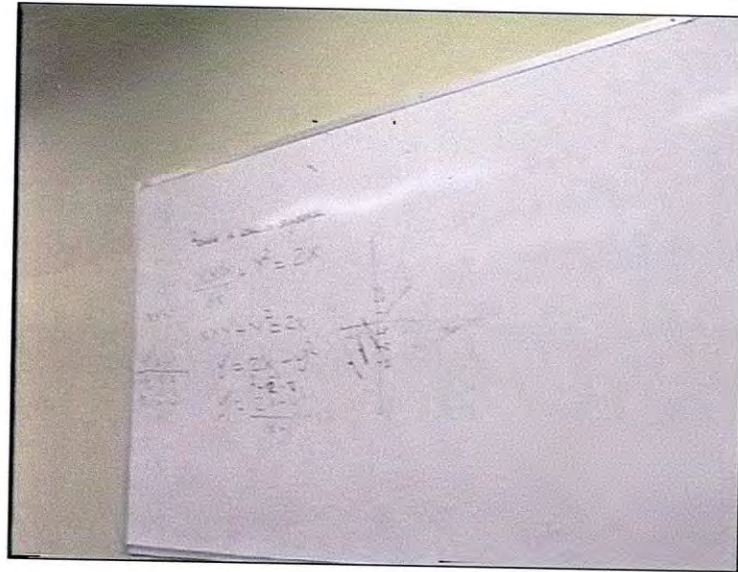


Ilustración 6

Al alumno se le dificulta realizar el análisis, porque no está acostumbrado a hacerlo, y menos en sus cursos de matemática.

Ya para terminar la entrevista, se le hacen las siguientes preguntas, a las cuales contesta lo siguiente:

¿Qué es una ecuación diferencial ?

- "Una ecuación que contiene una o más derivadas de una o más variables" (menciona la definición de un texto)

¿ Puedes darte una idea del tipo de solución, si tan sólo analizas la ecuación diferencial?

-El alumno no da respuesta

Entrevistado No. 2

Alumno de 6to. Semestre

promedio = 9.48

Calificación obtenida en la Materia de Ecuaciones Diferenciales = 10

Carrera: Ingeniero en Electrónica.

Desarrollo de la entrevista:

Para la ecuación No. 1

Se le pide al alumno que resuelva la siguiente ecuación diferencial lineal de 1er. Orden, se escribe su solución para efecto de referencia.

$$(1+x)y' = 1 \quad \text{sol. } Y = \ln(x+1) + C$$

1er paso.

$$(1+x) \frac{dy}{dx} = 1$$

El alumno rescribe la ecuación de la siguiente forma: cambiando y' por dy/dx

2do paso.

$$(1+x) dy = dx$$

Multiplica ambos lados por el diferencial de x (dx)

3er paso.

$$\int dy = \int \frac{dx}{1+x}$$

Divide toda la ecuación por $(1+x)$ y le agrega a ambos lados El símbolo de integración.

Integra ambos lados y agrega la constante de integración al término de la derecha;

$$y = \ln(1+x) + C$$

Al terminar el alumno se dirige a nosotros como esperando instrucciones, y se le hace la siguiente pregunta: ¿Cuál es el comportamiento de la función solución que encontraste?

- El alumno contesta: " *es una función logarítmica* " - e inmediatamente traza la gráfica de $y = \ln x$, sin hacer explícito el comportamiento de dicha gráfica.

La siguiente ilustración nos muestra el bosquejo que de ella hizo el alumno:

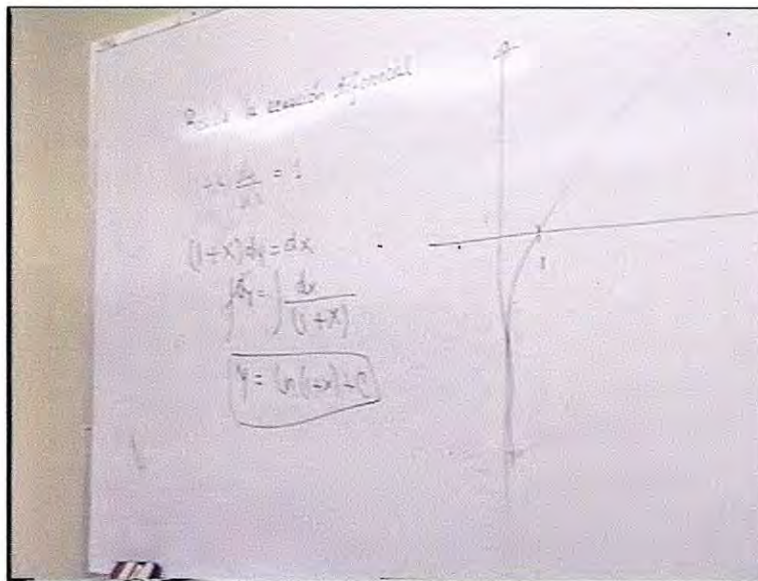


Ilustración 7

Se le formula la siguiente pregunta ¿ que representa para tí dicha solución ?, a lo cual agrega : -" es una función que si la derivamos obtenemos la ecuación diferencial original" -.

Observaciones:

Con respecto a la primer pregunta; pareciera que el alumno relaciona el tipo o nombre de la función con su comportamiento, puesto que asume que el mencionar el tipo de la función es describir su comportamiento y bosqueja la gráfica de una función logarítmica que no corresponde a la función solución encontrada. Lo anterior deja la impresión, de que a pesar de que el alumno dibuja la gráfica de la función, no sabe leerla, puesto que en ningún momento mencionó si la función es creciente, monótona o tiene alguna asíntota, también se esperaría que si el estudiante maneja el significado en el marco numérico, le asignaría algunos valores para decir que pasa con la función cuando x aumenta o cuando disminuye.

Para la segunda pregunta; su afirmación " es una función que si la derivamos obtenemos la ecuación original", es correcta, pero pareciera que no le queda claro para que la anda buscando.

Tratando de relacionar lo anterior con el segundo objetivo de esta investigación, que es el papel que juegan los profesores y los libros de

$$e^{R/L(0)}(0) = \frac{E}{R} e^{R/L(0)} + C$$

obteniendo $C = -E/R$, sustituye este valor en la solución y despeja I

$$I = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{R/Lt}$$

la cual reescribe de la siguiente manera:

$$I = \frac{E}{R} [1 - 1/e^{R/Lt}]$$

A continuación se muestra una ilustración sobre lo que se describió anteriormente.

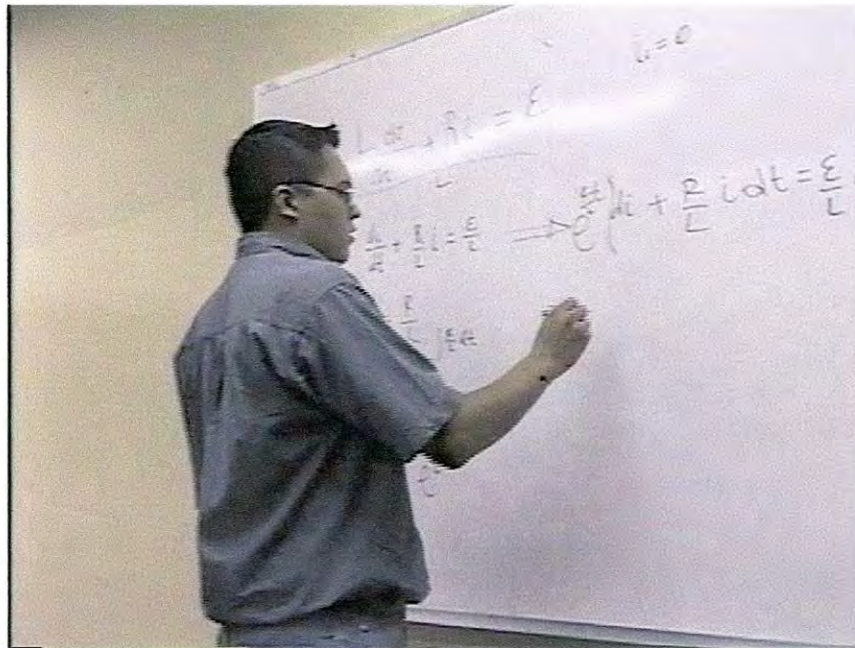


Ilustración 8

A continuación se le pregunta: ¿cuál es el comportamiento de la función solución?, a lo cual comentó lo siguiente - "es la respuesta de un circuito R-L en el tiempo".

Se le pide que sea más explícito en su respuesta. En seguida procede a esbozar la gráfica de la función solución, mostrando dificultades, después de varios intentos; logra bosquejar la gráfica que

para el describe el comportamiento del circuito. La ilustración siguiente muestra este resultado.

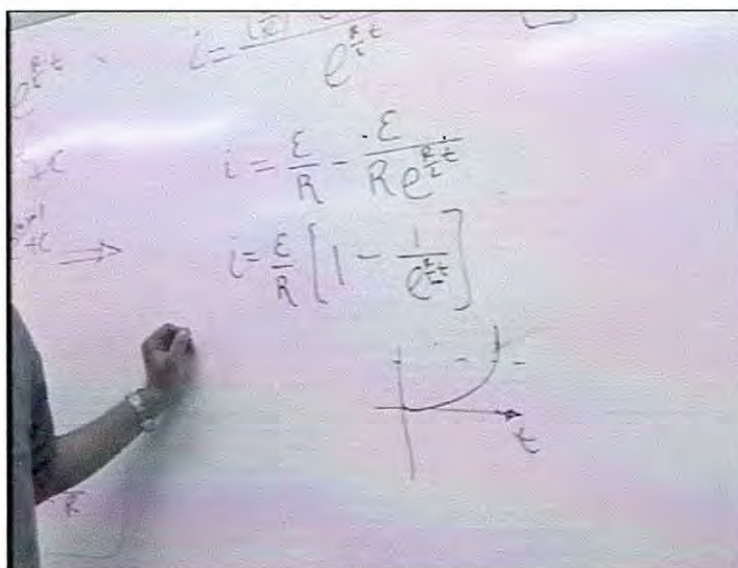


Ilustración 9

Se observa que el alumno no posee habilidad para describir y analizar gráficas, una de las razones puede ser que normalmente en sus cursos no las utiliza.

A continuación se le solicita de nuevo que describa el comportamiento de la función solución encontrada. Se percibe inseguro, empieza asignando valores a la variable tiempo, sin relacionarlo con el problema real, ya que se trata de un circuito eléctrico, procede a darle un intervalo de tiempo negativo. Olvidando que originalmente se propuso que las condiciones iniciales eran que a $t = 0$, la $I = 0$.

Observaciones:

Este alumno muestra habilidad para resolver ecuaciones diferenciales utilizando métodos algebraicos. La gráfica que presenta el alumno es incorrecta, además en ningún momento describe el comportamiento de dicha gráfica, por lo tanto tampoco describe el comportamiento de la función solución. Lo anterior muestra que no posee el significado de las ecuaciones diferenciales en el contexto físico, pues pierde de vista que anda buscando al resolver una ecuación diferencial, en este caso, el cambia de la corriente con respecto al tiempo.

Para la ecuación No. 3,

$$xyy' + y^2 = 2x$$

No tiene solución por métodos algebraicos
que se ven en el programa del curso

El alumno procede a revisar los métodos que conoce para resolverla, concluyendo que no tiene solución por ninguno de los métodos que él conoce.

Se le hacen las siguientes preguntas; a lo cual nos responde:

a) ¿ Qué es una ecuación diferencial ?

- *Encontrar una familia de soluciones.*

a) ¿ Qué información puedes obtener de su solución si analizas la ecuación diferencial ?

- *Guarda silencio y propone graficar las pendientes, pero acepta que no le es fácil hacerlo, agregando que no sabe como se hace.*

Observaciones:

En los cursos cotidianos, los alumnos no aprenden a utilizar métodos gráficos para resolver ecuaciones diferenciales, porque los profesores no los utilizan, cuando mucho son comentados en su salón de clase. Lo mismo sucede con los libros de textos, solamente le asignan un 0.5% al método gráfico de solución, y un 10 a 15% a los métodos numéricos. Por lo anterior los estudiantes no poseen habilidad en estos métodos y al encontrarse con una ecuación que no puede resolverse por métodos algebraicos, el ya no podrá hacer nada.

Entrevistado No. 3

Alumno de 6to. Semestre

promedio = 8.48

Calificación obtenida en la Materia de Ecuaciones Diferenciales = 10

Carrera: Ingeniero en Electrónica.

Desarrollo de la entrevista:

Para la ecuación No. 1

$$(1+x)y' = 1 \quad \text{sol. } Y = x+1 - \ln(x+1) + C$$

1er paso rescribe la ecuación diferencial cambiando y' por dx/dy
 $(1+x) \frac{dx}{dy} = 1$ (error)

2do. Paso multiplica ambos lados por el diferencial de y (dy)
 $(1+x) dx = dy$ procede a agregar el signo de integración a ambos
lados

$\int(1+x) dx = \int dy$ luego separa el lado izquierdo de la integral en dos
integrales

$\int dx + \int x dx = \int dy$ e integra ambos lados de la igualdad, agregando la
constante de integración a la derecha.

$$x + \frac{x^2}{2} = y + C$$

Cuando termina de resolverla se le cuestiona:

¿Cuál es el comportamiento de la función solución?

Inmediatamente procede a bosquejar una gráfica, trazando en un mismo sistema de coordenadas la recta $y = x$ y la parábola $y = x^2 / 2$.

La siguiente ilustración presenta el bosquejo que realizó el alumno, de los términos encontrados al resolver la ecuación, expresados en el mismo sistema de coordenadas, su problema se presenta al querer encontrar la resultante y al tratar de describir el comportamiento de dicha gráfica.

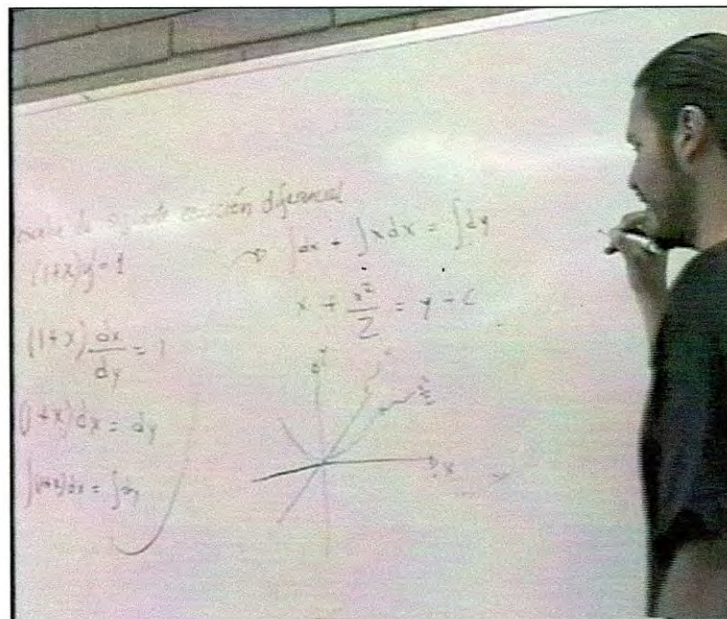


Ilustración 10

A partir del bosquejo de estas dos funciones, el alumno intenta trazar la gráfica resultante de sumar las dos anteriores; para realizar lo anterior, traza un nuevo sistema de coordenadas y localiza los puntos que considera forman parte de la función que anda buscando.

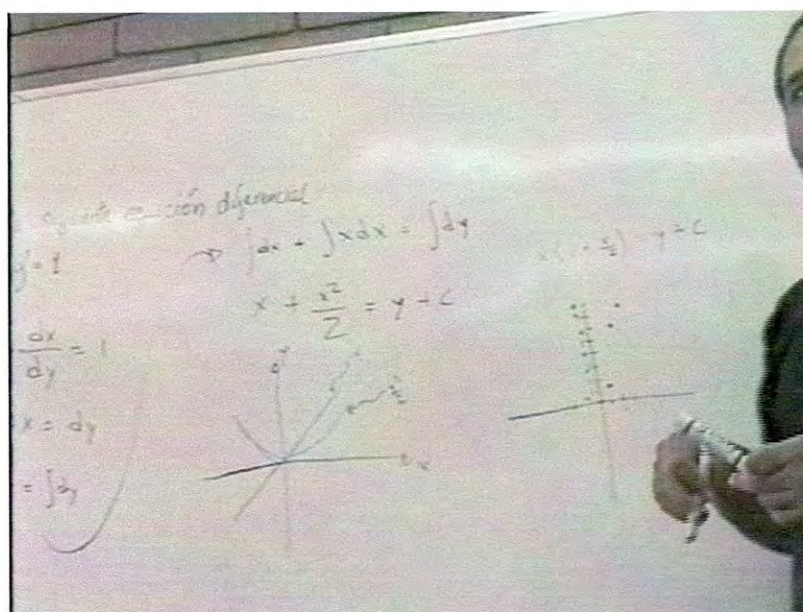


Ilustración 11

Observación:

Este estudiante, capta la pregunta, pero pareciera que para él es imprescindible la gráfica para poder describir el comportamiento.

Se le formula la siguiente pregunta:

- ¿ Cuando tu resuelves una ecuación diferencial te queda claro lo que andas buscando al resolverla ?

El alumno contesta - *"en matemáticas, solo cuido las operaciones algebraicas, no me pongo a pensar en lo que me indica el resultado, a menos que este resolviendo un problema de electrónica, ahí si le doy importancia al resultado. Además prefiero el método analítico, no me gusta el método gráfico."*

Observación:

Este estudiante pareciera que le asigna papeles diferentes a las ecuaciones diferenciales; cuando esta en el curso de EDO, al resolver una ecuación su problema es el procedimiento algebraico y cuando se encuentra en un curso de electrónica, la ecuación diferencial, es solo una herramienta para resolver el problema de circuitos.

Remitiéndonos a la enseñanza; es muy probable que el alumno observe que:

- El profesor de matemáticas, evalúa el procedimiento que sigue cuando resuelve una ecuación diferencial, que método utilizó, etc.
- El profesor del curso de electrónica, lo va a cuestionar en cuanto a lo que obtuvo después de resolver la ecuación, que sucede con la corriente del circuito, aumenta, disminuye, etc.

Otro detalle importante es el error inicial que comete el estudiante al cambiar y' por dx/dy , lo cual nos hace suponer dos cosas, o fue distracción del alumno, o bien no le queda claro que significa el termino y' pues el debió escribir dy/dx .

Entrevistado No. 4

Alumno de 7mo. Semestre

promedio = 8.04

Calificación obtenida en la Materia de Ecuaciones Diferenciales = 10

Carrera: Ingeniero en Electrónica.

Desarrollo de la entrevista:

Para la ecuación No. 1

$$(1+x)y' = 1 \quad \text{sol. } Y = \ln(x+1) + C$$

1er paso.

$$(1+x) \frac{dy}{dx} = 1$$

El alumno rescribe la ecuación de la siguiente forma:
cambiando y' por dy/dx

2do paso.

$$(1+x) dy = dx$$

Multiplica ambos lados por el diferencial de x (dx)

3er paso.

$$\int dy = \int \frac{dx}{1+x}$$

Divide toda la ecuación por $(1+x)$ y le agrega a ambos lados El símbolo de integración.propone un cambio de variable haciendo $u = 1+x$ y $du = dx$

$$y = \int \frac{du}{u}$$

integra el dado izquierdo de la igualdad primero y luego procede a integrar el lado derecho.

$$Y = \ln(u) + C$$

hace de nuevo el cambio de la variable y encierra la solución.

$$Y = \ln(1+x) + C$$

Puede observarse lo anterior en la siguiente ilustración.

$$y = \int \frac{du}{u}$$

$$y = \ln u + C$$

$$y = \ln(x+1) + C$$

Ilustración 12

Al pedirle que caracterice la función solución, comenta "no puedo evaluar por no tener las condiciones iniciales", por lo que se le asignamos los siguientes valores $y(0) = 0$.

A partir de esta información el alumno sustituye en la solución el valor de $x = 0$, obteniendo lo siguiente :

$$Y = \ln(0 + 1) + C \quad \text{de lo cual obtiene que } y = C$$

Se le recuerda que olvido sustituir completamente las condiciones iniciales dadas; rectifica y dice "entonces $C = 0$ ", no lo anota en el pizarrón como tampoco anota la solución particular.

Se le hace la siguiente pregunta: ¿ Qué te representa la solución que encontrarse ? la respuesta del alumno; a la vez que grafica las funciones e^x que es la inversa de la función $\ln(x)$,

- "Representa el crecimiento de una población"

Se le comenta que observe que la función que graficó no corresponde a la que obtuvo. Procede a rectificar trazando entonces la función $y = \ln(x)$ en el mismo sistema coordenado, y comenta lo siguiente:

- "Representa el crecimiento de una población - si fuera una exponencial, si fuera la otra función pudiera representar el comportamiento de un circuito RC"

A continuación se muestra una ilustración de la actividad realizada por el estudiante:

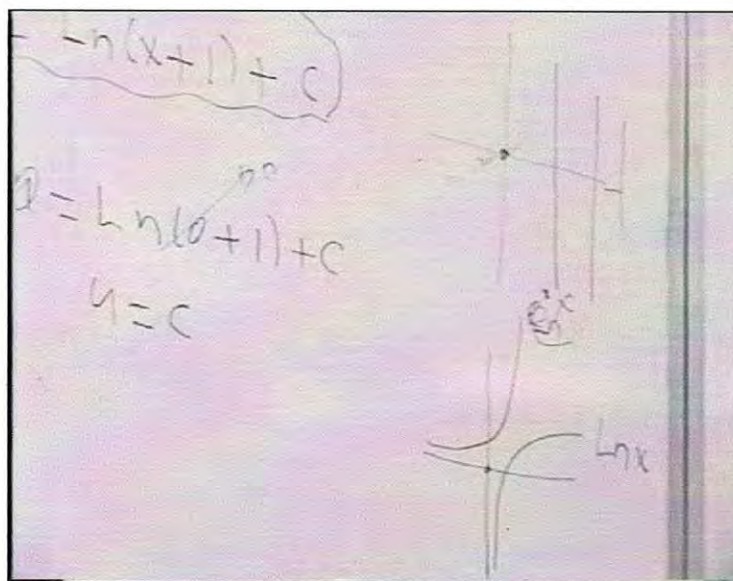


Ilustración 13

Observaciones:

Por las respuestas dadas podemos percibir que este estudiante requiere de un contexto para describir la función solución, ya que para él tiene sentido ésta si la describe en contexto, esto indica que la propia solución, la encuentra sin sentido, por lo que tiene que llevarse a un contexto para poder describirla.

Si nos remitimos a la enseñanza, observamos que en los cursos de ecuaciones diferenciales, no se realiza un trabajo adecuado para generar significados. La falta de ejercicios de aplicación no permite al alumno realizar conjeturas, analogías, etc.

A propósito de su comentario, se le propone que analice la siguiente ecuación :

Ecuación No. 2

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

A lo cual nos dice;

- " Si se resuelve un problema de un circuito de primer orden, puede encontrarse la corriente a través de un inductor .

La corriente es $I = dq/dt$ indica que por medio de un pequeño diferencial de carga se representa la corriente " .

Observaciones:

De lo anterior se observa que el alumno tiene una idea, aunque no del todo clara, de el sentido y significado que tiene el resolver una ecuación diferencial planteada a partir de un circuito eléctrico. Del segundo párrafo se desprende que el alumno pudiera no tener claro el significado de derivada, ya que no la relaciono con la rapidez de cambio de la carga con respecto al tiempo. O bien pudo tener la idea pero no la verbalizó correctamente, este también es un problema común entre los estudiantes.

Inmediatamente después se le pide resuelva la ecuación siguiente :

La ecuación No. 3

$$xyy' + y^2 = 2x$$

(No tiene solución por métodos algebraicos que se imparten en el curso de ecuaciones diferenciales)

El alumno la revisa detenidamente, su primera expresión es decir que es una ecuación homogénea, pero se queda dudando. Entonces se aprovecha para preguntarle lo siguiente :

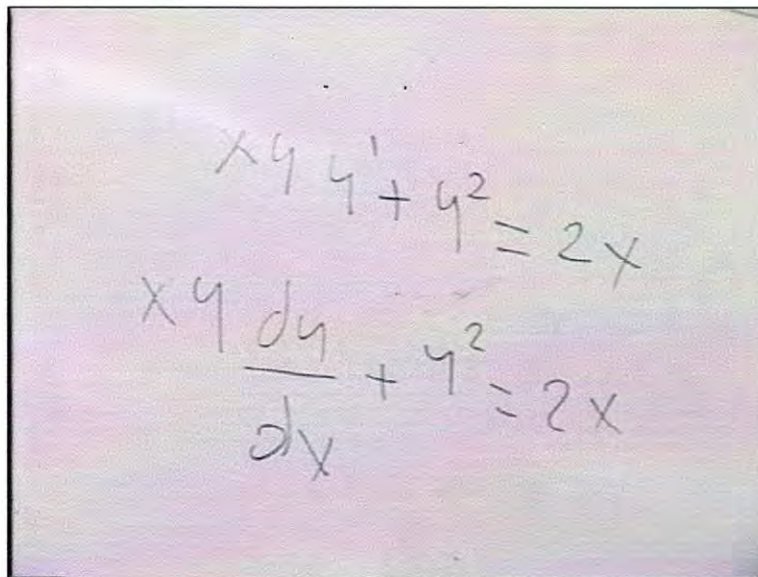
¿ Que te indica la ecuación diferencial anterior ?

- "Indica una ecuación diferencial de primer orden"

¿Qué buscas al resolver esa ecuación diferencial ?

- " Estoy buscando el valor de Y o las constantes, lo que seria mi solución general o particular. Se busca la Y general que resuelva la ecuación homogénea o no homogénea " .

A continuación se le pregunta : ¿ Que información puedes obtener de esa ecuación diferencial ? El alumno procede a describir la ecuación de la manera siguiente :



$$xy y' + y^2 = 2x$$

$$xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 2x$$

Ilustración 14

Después de esto divide toda la ecuación entre xy , obteniendo la siguiente expresión:

$$dy/dx + y/x - 2/y = 0$$

luego despeja dy/dx

$$dy/dx = 2/y - y/x$$

y le preguntamos ¿que te indica la expresión que encontraste?, se queda pensativo, y luego responde:

- " Indica una familia de curvas, si le damos valores a x y y , una serie de pendientes "

¿ Y para que te sirven esa serie de pendientes ? No se obtuvo respuesta.

Observaciones:

Se tiene la impresión que el alumno tiene idea de lo que es el método gráfico, sin embargo no lo conoce, de tal forma que pueda aplicarlo para resolver la ecuación anterior. Lo anterior era de esperarse pues en los cursos no se utiliza este método y los textos también minimizan su uso.

Entrevistado No. 5

Alumno de 5to. Semestre

promedio = 10

Calificación obtenida en la Materia de Ecuaciones Diferenciales = 10

Carrera: Ingeniero Industrial.

Desarrollo de la entrevista:

Para la ecuación No. 1

$$(1+x)y' = 1 \quad \text{sol. } Y = \ln(x+1) + C$$

Para iniciar la entrevista se le solicita a la alumna que resuelva la ecuación anterior, para lo cual procede de la siguiente manera:

1er paso. El alumno rescribe la ecuación de la siguiente forma:
 cambiando y' por dy/dx

$$(1+x) \frac{dy}{dx} = 1$$

2do paso. Multiplica ambos lados por el diferencial de x (dx)

$$(1+x) dy = dx$$

3er paso. Divide toda la ecuación por $(1+x)$ y le agrega a ambos lados El símbolo de integración.

$$\int \frac{dy}{1+x} = \int \frac{dx}{1+x}$$

Integra ambos lados y agrega la constante de integración al término de la derecha;

$$y = \ln(1+x) + C$$

Al terminar el alumno se dirige a nosotros como esperando instrucciones, y se le hace la siguiente pregunta: ¿Qué representa para ti la solución que encontraste?

- La alumna contesta lo siguiente:

" La solución de una ecuación diferencial representa a una familia de curvas que depende del tiempo"

Observación:

Su respuesta es correcta y nos muestra que a esta alumno le queda claro que representa una solución general de una ecuación diferencial,

puesto que involucro hasta la variable tiempo, a ella si le indica un cambio.

A continuación se le asignan condiciones iniciales y se le pide que comente el comportamiento de la solución.

Inmediatamente procede a evaluar la constante arbitraria C y su respuesta es como sigue:

"Su comportamiento cuando $Y(0) = 0$, es un logaritmo natural con asíntota en cero, toma todos los números, excepto el cero"

Le preguntamos, ¿qué te dice esta gráfica, es creciente, decreciente?

Se queda pensativa y pregunta: *¿puedo graficar?*

Inmediatamente traza la gráfica de $y = \ln x$, sin hacer explícito el comportamiento de dicha gráfica, menciona también el dominio de la función, la siguiente ilustración nos muestra el bosquejo que de ella hizo el alumno:

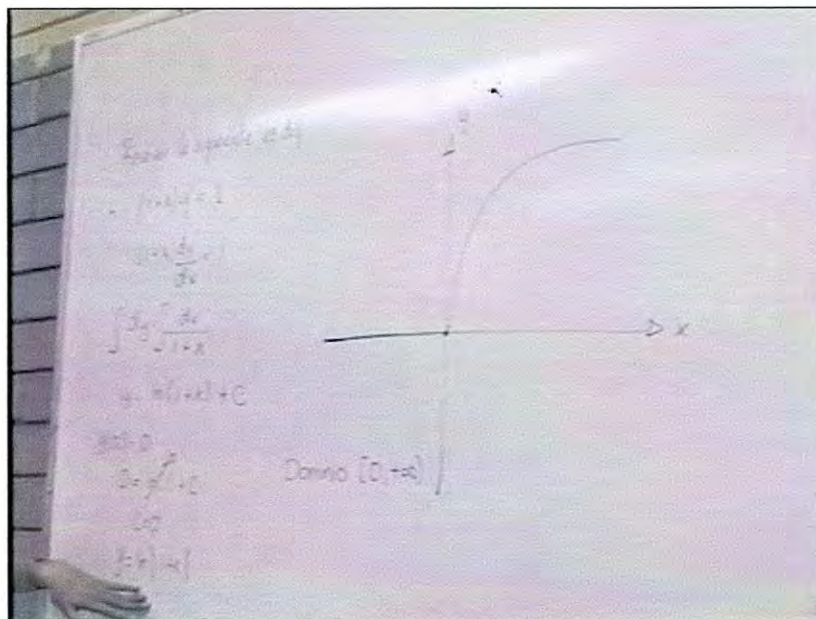


Ilustración 16

Observaciones:

La estudiante muestra habilidad en el procedimiento algorítmico, aunque la gráfica no esta completa, fue más explícita en sus respuestas.

Además mostró habilidad en el análisis de la gráfica, aunque no fue del todo correcto.

Posterior a esto se le propone analice primero y posteriormente resuelva la siguiente ecuación:

La ecuación No. 2

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

$$\text{Sol. } I = \frac{LE}{R} + Ce^{-Rt/L}$$

La observa y concluye lo siguiente:

- " Es un circuito RL, se busca el comportamiento de la I (corriente) respecto al tiempo ".

Su respuesta es muy acertada lo cual muestra que para ella si tiene sentido el problema en contexto.

Su desempeño al resolverla es excelente, utilizó el método de factor integrante y encuentra la solución correcta lo cual se muestra en las siguiente ilustraciones:

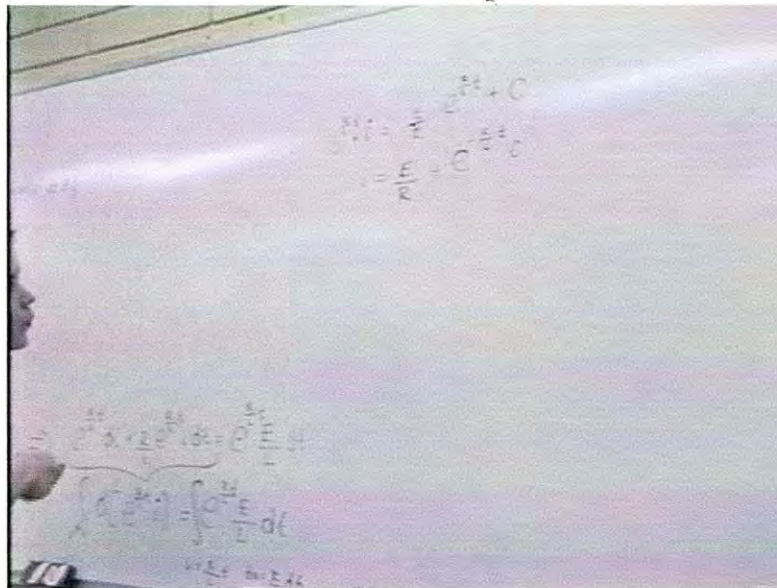


Ilustración 17

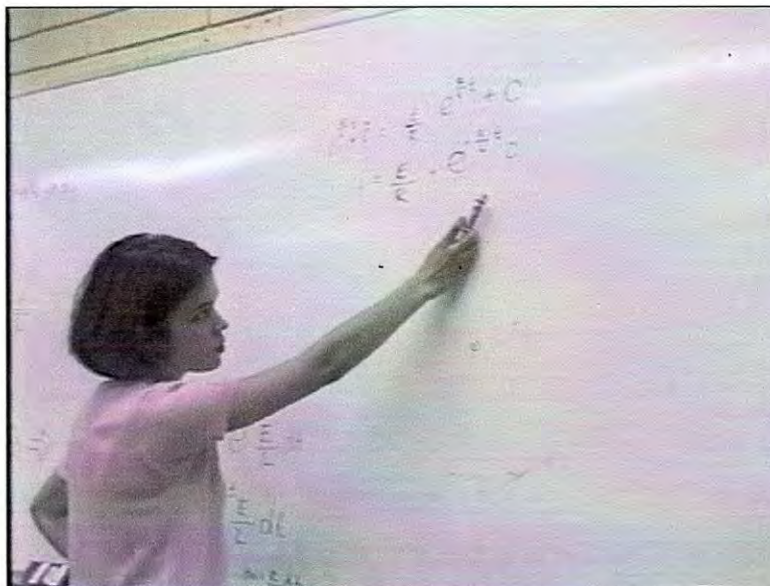


Ilustración 18

En cuanto termina de resolverla inicia el análisis en forma verbal, haciendo las siguientes observaciones:

- " Si consideramos que $I(0) = 0$, la constante $C = E/R$, factorizando el termino de la derecha tenemos $I = E/R [1 - e^{-Rt/L}]$, por lo tanto a tiempo cero la corriente es cero.

Conforme el tiempo pasa el termino exponencial $e^{-Rt/L}$ tiende a cero, y la corriente tiende a estabilizarse en $I = E/R$."

Observaciones:

Esta alumna ostenta uno de los mejores promedios de la Facultad, como puede verse describe perfectamente el comportamiento de la función solución del problema anterior, lo cual hace en forma verbal, lo que nos hace pensar que tiene muy claro en significado de la ecuación diferencial en contexto. No requirió de la representación grafica, como la mayoría de los entrevistados.

Se continua con la siguiente ecuación :

La ecuación No. 3

$$xyy' + y^2 = 2x$$

(No tiene solución por métodos algebraicos que se imparten en el curso de ecuaciones diferenciales)

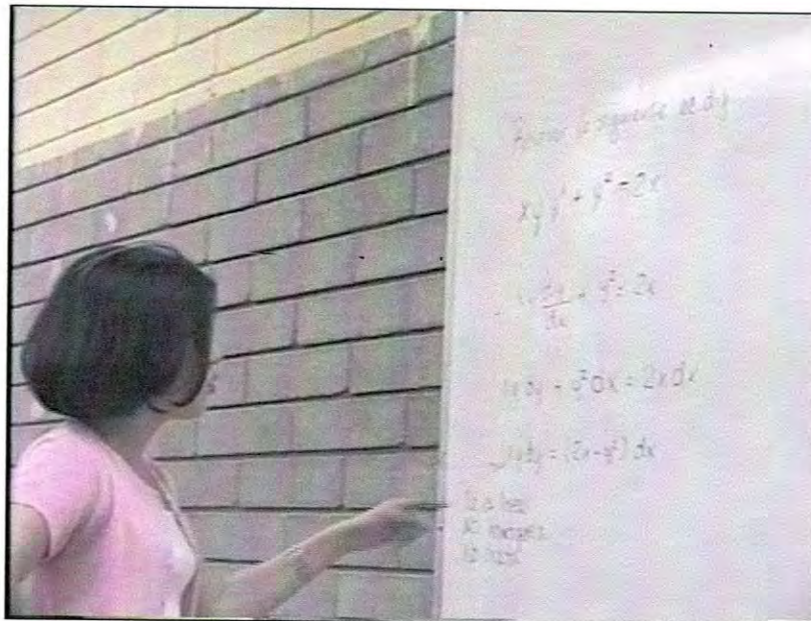


Ilustración 19

La ilustración anterior muestra que la alumna la revisa, le hace todas las pruebas de los métodos que conoce y lo cual va anotando al calce del pizarrón.

- " No es Lineal, no es homogénea, no es exacta. A lo que comenta, esta ecuación no se puede resolver por los métodos que conocemos " .

Aprovechamos para preguntarle : ¿ Que harías si necesitaras conocer el comportamiento de la solución de esa ecuación ?

Guarda silencio, se queda pensativa. Le formulamos la siguiente pregunta ¿ Puedes obtener alguna información de la ecuación diferencial ?

Contesta lo siguiente:

- " Se pueden usar métodos numéricos, pero si la rescribimos... " y la rescribe como muestra la ilustración

$y = 2x$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 4^2}{xy}$
 $x = 2x dx$
 $y = dx$

Ilustración 20

Continúa diciendo :

- *" dy/dx es la pendiente de la recta tangente que toca en un punto a la función que ando buscando. Tendría que darle valores, ¿ las variables están en función una de la otra ? No me queda claro esto. ¿ No funcionaria aquí la integración parcial ?*

Observaciones

Es notorio que esta alumna adquirió los diferentes significados de las ecuaciones diferenciales, tiene cierta habilidad para moverse entre las diferentes representaciones de éstas, pero no la habilidad para graficar la ecuación diferencial usando campos de pendientes, lo cual fue una de sus propuestas, se confunde al tratar de darle valores a la pendiente, se considera que esto no es fácil, pero es aquí donde pasándonos al ámbito de la enseñanza, los profesores no promueven en clase ni los métodos numéricos ni los gráficos para la resolución de problemas de este tipo, por lo tanto los estudiantes carecen del conocimiento y la habilidad para utilizarlos, esto tiene mucha relación con lo textos, ya que estos tampoco le dan la importancia que debieran a dichos métodos.

Entrevistado No. 6

Alumno de 5to. Semestre

promedio = 7.56

Calificación obtenida en la Materia de Ecuaciones Diferenciales = 7.0

Carrera: Ingeniero en Computación.

Desarrollo de la entrevista:

La ecuación No. 1

$$(1+x)y' = x \text{ sol. } Y = x+1 - \ln(x+1) + C$$

Al alumno le cuesta mucho trabajo resolver esta ecuación, se observa bastante nervioso y desconcentrado, se le tiene que dar bastante ayuda, después de un rato lograr acomodar la ecuación de tal forma que solo le falta integrar el lado derecho para encontrar la solución. Lo anterior se muestra en la siguiente ilustración.

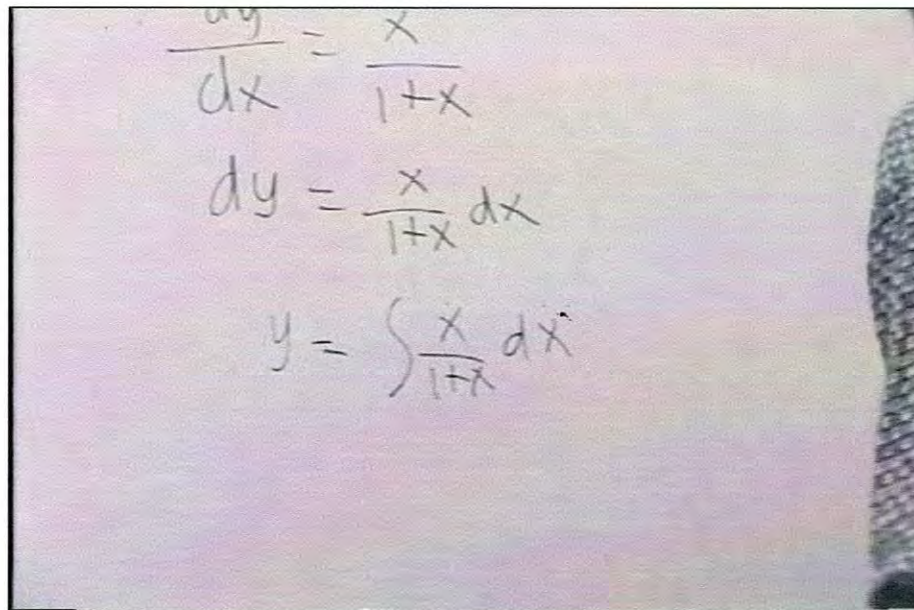

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{1+x}$$
$$dy = \frac{x}{1+x} dx$$
$$y = \int \frac{x}{1+x} dx$$

Ilustración 21

Se le hace la pregunta: ¿ Recuerdas que se busca al resolver una ecuación diferencial ?

Su respuesta : -" No, no recuerdo "

Le damos un tiempo prudente, pero al ver que no avanza, se le dice que anote el resultado y que lo analice, para que diga cual es el comportamiento de la función solución. Esto se puede ver en la siguiente ilustración.

The image shows a whiteboard with three lines of handwritten mathematical work. The first line is $y = \int \frac{x}{1+x} dx$. The second line is $y = \int \frac{x}{1+x} dx$. The third line is $y = x - \ln(1+x) + C$. A wavy line is drawn below the final equation.

Ilustración 22

Se continua dando pistas, tratando de obtener información por parte de este alumno, pero se logro mucho, se le hicieron las mismas preguntas que a los otros alumnos, pero no se obtuvo respuesta, lo más que se logró fue que tratara de graficar, pero lo único que hizo fue trazar el eje numérico.

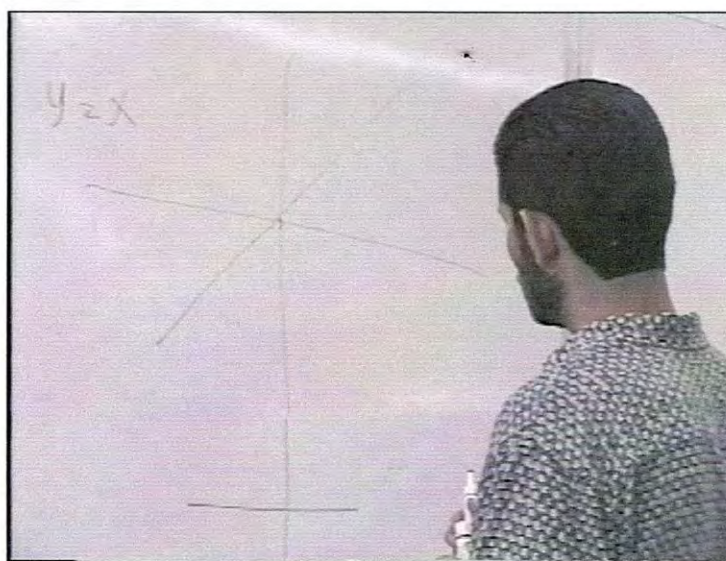


Ilustración 23

En vista del nerviosismo que se percibió en este alumno, se optó por suspender la entrevista, ya que se le hicieron diferentes preguntas y respondía con monosílabos o bien se quedaba callado.

Aparte de la falta de concentración, se observó que este alumno, no recuerda como resolver ecuaciones diferenciales, ni los métodos de integración, a pesar de que hace sólo dos semestres que curso la materia. Lo cual hace pensar el poco o nulo sentido y significado que le dejó el curso de ecuaciones diferenciales.

4.3 Encuestas a Profesores

Antes se pretende mostrar la versión personal que se tiene de cómo imparten los maestros sus cursos en esta Facultad.

4.3.1 Resultados de las encuestas

A continuación se presentan los resultados obtenidos de las encuestas aplicadas a los maestros seleccionados para tal caso, aunque se les entregó a 8 de ellos, sólo cinco regresaron las encuestas, a pesar que se les hicieron recordatorios a todos. Los resultados son presentados en forma de tablas, mismas que se elaboraron en base a un análisis utilizando como base los puntos descritos al calce de cada tabla. Estos resultados son presentados primero en forma global y posteriormente para cada ecuación.

Resultados Globales

Análisis Preliminar

"ENCUESTAS A PROFESORES"

Fecha: mayo/01

Ecuación No.	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE		TC	E
1	5	5	5	5	5	5	4	1	0			4	1
2	5	5	5	5	5	4	3	1	2			4	1
3	5	5	5	5	5	5	4	1	1			4	1
4	4	4	4	4	4	2	2	0	0			4	1
T	19	19	19	19	19	16	13	3	3			4	1
%	95	95	95	95	95	80	65	15	15			80	20

Tabla No. 1

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
 DM= Desarrollo correcto del método
 PI= Presenta la Integral
 RI= Resuelve la integral
 EF= Encuentra la Función Solución
 CF= Caracteriza la función solución
 MV= Caracteriza verbalmente la función solución
 MG= Caracteriza la función solución graficándola
 CM= Caracteriza mal la función

TC= Profesor de tronco común
 E= Profesor de especialidad

Observaciones:

La tabla anterior muestra los resultados globales obtenidos por ecuación diferencial, esto es, el primer renglón indica que todos los profesores resolvieron correctamente la ecuación No. 1, el segundo renglón, indica lo mismo para la No. 2 y así sucesivamente para la No. 3, la ecuación No. 4, solo la resolvieron correctamente cuatro de los cinco.

Lo anterior muestra que el 95% de los profesores resolvió correctamente todas las ecuaciones, el mismo porcentaje encontró la función solución y el 80%, las caracterizó, el 65% lo hizo en modo verbal y el 15% caracterizó gráficamente.

A continuación se muestra el análisis realizado ecuación por ecuación, en las tablas No. 2 a la 5,

Análisis Preliminar
Ecuación No. 1

"ENCUESTAS A PROFESORES"

Fecha: mayo/01

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM			TC	E
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	0			0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
5	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
6													
7													
T	5	5	5	5	5	5	4	1	0			4	1
%	100	100	100	100	100	100	80	20	0			80	20

Tabla No. 2

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
 DM= Desarrollo correcto del método
 PI= Presenta la Integral
 RI= Resuelve la integral
 EF= Encuentra la Función Solución
 CF= Caracteriza la función solución
 MV= Caracteriza verbalmente la función solución
 MG= Caracteriza la función solución graficándola
 CM= Caracteriza mal la función

TC= Profesor de tronco común
 E= Profesor de especialidad

Observaciones:

Análisis Preliminar
Ecuación No. 2

"ENCUESTAS A PROFESORES"

Fecha: mayo/01

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM			TC	E
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1			1	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	1			0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
5	1	1	1	1	1	0	0	0	0			1	0
6													
7													
T	5	5	5	5	5	4	3	1	2			4	1
%	100	100	100	100	100	80	60	20	40			80	20

Tabla No. 3

Análisis Preliminar
Ecuación No. 3

"ENCUESTAS A PROFESORES"

Fecha: mayo/01

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM			TC	E
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
3	1	1	1	1	1	1	0	1	0			0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
5	1	1	1	1	1	1	1	0	0			1	0
6													
7													
T	5	5	5	5	5	5	4	1	0			4	1
%	100	100	100	100	100	100	80	20	0			80	20

Tabla No. 2

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
 DM= Desarrollo correcto del método
 PI= Presenta la Integral
 RI= Resuelve la integral
 EF= Encuentra la Función Solución
 CF= Caracteriza la función solución
 MV= Caracteriza verbalmente la función solución
 MG= Caracteriza la función solución graficándola
 CM= Caracteriza mal la función
 NE= Nota Especial

TC= Profesor de tronco común
 E= Profesor de especialidad

Observaciones:

Análisis Preliminar
Ecuación No. 4

"ENCUESTAS A PROFESORES"

Fecha: mayo/01

	MS	DM	PI	RI	EF	CF	MV	MG	CM	NE		TC	E
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0		1	0
2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0		1	0
3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	*		0	1
4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0		1	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		1	0
6													
7													
T	4	4	4	4	4	2	2	0	0	1		4	1
%	80	80	80	80	80	40	40	0	0	20		80	20

Tabla No. 5

SIGNIFICADO DE LAS CLAVES:

MS= Método de Solución adecuado
 DM= Desarrollo correcto del método
 PI= Presenta la Integral
 RI= Resuelve la integral
 EF= Encuentra la Función Solución
 CF= Caracteriza la función solución
 MV= Caracteriza verbalmente la función solución
 MG= Caracteriza la función solución graficándola
 CM= Caracteriza mal la función
 NE= Nota Especial

TC= Profesor de tronco común

E= Profesor de especialidad

Observaciones:

En general de las tablas anteriores se puede observar que los maestros encuestados resolvieron por mayoría, las ecuaciones diferenciales correctamente, analizaron y describieron la solución de estas, en forma verbal, con excepción de un maestro que utilizó el modo gráfico. Este maestro tiene la característica de trabajar con alumnos de semestres terminales y por lo tanto conoce más a fondo la utilidad de este método.

Lo anterior muestra que los maestros dominan la parte teórica bastante bien y que ponen mayor énfasis en la parte algebraica de las ecuaciones diferenciales, no así en la parte del análisis numérico o gráfico.

4.3.2 Resultado de las entrevistas

A continuación se presenta un resumen de los resultados obtenidos de las entrevistas a profesores, estos se organizaron de acuerdo a los puntos marcados en la página anterior.

- **Metodología utilizada para los cursos de ecuaciones diferenciales**

Los profesores entrevistados utilizan en su mayoría metodología tradicionalista, es decir, usan el discurso para mostrar a los alumnos las bondades de saber plantear y resolver ecuaciones diferenciales.

A continuación se transcriben con letra cursiva algunos de sus comentarios:

...- " Inicio el curso hablando de las aplicaciones que tienen las ecuaciones diferenciales. Les platico de algunos modelos matemáticos que representan fenómenos físicos y les presento algunos de los más sencillos"-...

...- " Después de indicarles el contenido temático del curso, me dedico a hablarles de modelos matemáticos y proponer ejemplos de situaciones físicas que se representan con ecuaciones diferenciales"-...

Comentaron llevar un seguimiento de la forma en que los textos abordan las ecuaciones diferenciales. Exponen los conceptos, la parte teórica del curso, resuelven algunos ejemplos y posteriormente les proponen a sus alumnos que hagan lo mismo, ya sea en su cuaderno o con participaciones en el pizarrón.

...- " Remarco mucho lo que significa resolver una ecuación diferencial y los invito a que propongan soluciones, lo que en algunas ocasiones genera que propongan las transformaciones adecuadas"...

Dificultades que enfrentan comúnmente al impartir el curso de ecuaciones diferenciales

A continuación se mencionan alguna de las dificultades más comunes que afrontan los profesores durante los cursos de ecuaciones diferenciales.

- El contenido temático es muy extenso para el tiempo asignado a la materia (64 Horas al semestre)
- Los alumnos a veces no quieren pensar
- No tienen desarrollada la capacidad de análisis
- No traducen a la forma verbal las situaciones, es decir les falta habilidad para expresar conceptos
- Los estudiantes tienen dificultades para traducir un problema físico en un modelo matemático.
- Los alumnos traen deficiencias en cuanto al curso de cálculo integral (no recuerdan los métodos de integración)
- No tienen habilidad para graficar funciones
- Por lo anterior también carecen de habilidad para analizarlas

Los dos últimos puntos fueron enfatizados por el profesor No. 4, ya recalco que esto era un serio problema para poder avanzar en su materia de Control, y comento lo siguiente:

..." Algunos alumnos no saben o mejor dicho no recuerdan ni como graficar la función $y = e^x$, lo cual me atrasa sobremanera pues las respuestas de circuitos eléctricos con capacitores, son representadas por modelos que obedecen funciones de tipo exponencial"-...

▪ Como abordan los problemas de aplicación

Los maestros coincidieron en que los problemas de aplicación, les eran complicados de abordar, y que utilizaban los mismos métodos de los textos, es decir, que platican del problema, proponen el modelo matemático y proceden a resolverlo utilizando la información del mismo. A continuación transcribo los comentarios de dos de los maestros entrevistados:

...- " En cuanto a las aplicaciones, premio a los alumnos que se atreven a proponer formas de solución, sobretodo si lo hacen de manera correcta"-...

...- " Yo les aplico a mis alumnos los exámenes parciales en base a problemas, para obligarlos a aprender a modelar"-...

El comentario del profesor del área de electrónica fue el siguiente:

...- " Es muy importante que el alumno sepa plantear y resolver ecuaciones diferenciales, ya que estas pueden representar un gran número de fenómenos dinámicos.

En mi caso particular, la teoría de control tiene como fundamento las ecuaciones diferenciales, ya sean lineales o no lineales"-...

▪ **Los textos en que se basan para preparar sus clases**

Los maestros entrevistados utilizan los siguientes textos para la elaboración del material necesario para el curso:

Se les solicito que nombraran en orden ascendente de acuerdo al porcentaje de utilización y por el nombre del autor:

Maestro No. 1 : a) Dennis G. Zill,
 b) Edward/Penney y
 c) Rainville

Maestro No. 2 : a) Spiegel & Murray,
 b) Sheplay L. Ross y
 c) Campell & Haberman

Maestro No. 3 : a) Kreyszig
 b) Dennis G. Zill
 c) Spiegel & Murray

Maestro No. 4 : a) Spiegel & Murray**

****Nota.**- *Este profesor no imparte el curso de ecuaciones diferenciales pero se apoya en el texto mencionado para asesorar a los alumnos en lo*

que se refiere a métodos de solución para las ecuaciones diferenciales, ya que requieren de ellas para resolver problemas de sistemas de control.

4.4 Acerca de los Textos

En esta sección no se pretende hacer un análisis exhaustivo de todos los libros de textos para ecuaciones diferenciales. Para ser congruentes con los objetivos específicos de esta investigación, establecidos en el capítulo 1, la pretensión es establecer *cuáles son los sentidos y significados que los autores de libros de textos le asignan a las ecuaciones diferenciales*, por lo que el esfuerzo se centra en los textos que comúnmente utilizan los profesores que imparten el curso de ecuaciones diferenciales en la Facultad de Ingeniería de la U.A.B.C.

Como se comentó al inicio de la sección 3.7, no se pretende realizar un análisis exhaustivo de estos textos, sino indagar cuál es el sentido y significado que cada autor les imprime a las ecuaciones diferenciales; para lograr lo anterior se realizaron las siguientes acciones :

- 1.- Se revisó el índice o contenido de cada texto
- 2.- La introducción,
- 3.- Las definiciones básicas,
- 4.- Se revisó el material en cuanto a metodología y
- 5.- La forma que utiliza el autor para abordar los problemas de aplicación.

Justificación:

- ❖ El índice de cada texto se revisó para observar el orden lógico y la secuencia del contenido, comparándose con el de la materia.
- ❖ El punto dos se considera relevante pues manifiesta la manera en que el autor presenta o introduce al lector en el campo de las ecuaciones diferenciales.
- ❖ El punto tres son las definiciones; aquí el autor da a conocer su versión personal sobre lo que significa para él resolver una ecuación diferencial, los conceptos y procedimientos.
- ❖ El cuarto punto implica la forma en que el autor percibe la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, como va incorporando los marcos algebraico, gráfico y numérico.

- ❖ En la revisión de este último punto se puede observar como el autor presenta al lector las aplicaciones en problemas reales que tienen las ecuaciones diferenciales, así como su sentido práctico.

4.4.1 Los textos más utilizados

De las encuestas realizadas a maestros que imparten el curso de EDO, en la Facultad de Ingeniería de la UABC, se comprobó que los textos más utilizados son los siguientes :

Nombre del Texto	Nombre del Autor	%	Utilización
Ecuaciones Diferenciales Con Aplicaciones	Dennis G. Zill	60	Texto
		40	Apoyo
Ecuaciones Diferenciales Aplicadas	Murray R. Spiegel	30	Texto
		60	Apoyo
Matemáticas Avanzadas para Ingenieros	Erwin Kreyszig	10	Texto
		35	Apoyo
Ecuaciones Diferenciales Elementales con Aplicaciones	Edwards Penney	50	Apoyo
Ecuaciones Diferenciales Con aplicaciones y notas Históricas.	George F. Simmons	15	Apoyo

Cuadro No. 5

De los textos que aparecen en el cuadro No. 4, fueron seleccionado, para su revisión, los que los profesores utilizan como texto:

1. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado del autor Dennis G. Zill, publicado por la Editorial Thomson, 6ta. Edición. En lo sucesivo (Zill)
2. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas de Murray R. Spiegel, publicado por la editorial Prentice-Hall, 3ra. Edición. (Spiegel)
3. Matemáticas Avanzadas para Ingeniería de Erwin Kreyszig, editorial Limusa, Vol. 1, 3ra. Edición. (Kreyszig)

A continuación se presentan las partes analizadas de cada texto, índice o contenido, introducción, definiciones principales; las mismas que se transcriben textualmente; se describe la metodología propia de cada autor y se comentan las aplicaciones de cada texto, posteriormente se presentan las observaciones resultado de comparar los cuatro textos.

Para facilitar el análisis del índice o contenido de los libros, a continuación se transcribe el contenido temático del curso de ecuaciones diferenciales, tal como se lleva actualmente en la Facultad.

Ecuaciones Diferenciales Tronco Común(64 Hrs.)

- | | |
|--|---------|
| I. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden. | 16 Hrs. |
| 1.1 Definiciones básicas | |
| 1.2 Teoría preliminar | |
| 1.3 Variables separables | |
| 1.4 Ecuaciones homogéneas | |
| 1.5 Ecuaciones exactas | |
| 1.6 Ecuaciones lineales | |
| II. Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales de 1er. orden. | 6 Hrs. |
| 2.1 Aplicaciones geométricas | |
| 2.2 Aplicaciones físicas | |
| III. Ecuaciones Diferenciales Lineales de Orden Superior. | 16 Hrs. |
| 3.1 Teoría preliminar | |
| 3.2 Reducción de orden para una ecuación de segundo orden | |
| 3.3 Construcción de una segunda solución a partir de una solución conocida | |
| 3.4 Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes | |
| 3.5 Coeficientes indeterminados | |
| 3.6 Variación de parámetros | |
| IV. Aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales de 2do. Orden. | 6 Hrs. |
| 4.1 Movimiento armónico simple | |
| 4.2 Movimiento amortiguado | |
| 4.3 Movimiento forzado | |

V. Ecuaciones Diferenciales con Coeficientes Variables.	10 Hrs.
5.1 La ecuación de Cauchy-Euler	
5.2 Soluciones en series de potencias	

VI. La Transformada de LAPLACE.	10 Hrs.
6.1 La transformada de Laplace	
6.2 Propiedades operacionales	
6.3 Aplicaciones	
6.4 El impulso unitario	

El temario anterior se tomó como base para compararlo con los contenidos de los textos mencionados en la relación anterior.

Texto No. 1

Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado

Autor: Dennis G. Zill, publicado por la Editorial Thomson, 6ta. Edición.

El índice:

- 1 Introducción a las ecuaciones diferenciales
 - 1.1 Definiciones y terminología
 - 1.2 Problemas de valor inicial
 - 1.3 Las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos.
- 2 Ecuaciones diferenciales de primer orden
 - 2.1 Variables separables
 - 2.2 Ecuaciones exactas
 - 2.3 Ecuaciones lineales
 - 2.4 Soluciones por sustitución
- 3 Modelado con ecuaciones diferenciales de primer orden
 - 3.1 Ecuaciones lineales
 - 3.2 Ecuaciones no lineales
 - 3.3 Sistemas de ecuaciones lineales y no lineales
- 4 Ecuaciones diferenciales de orden superior
 - 4.1 Teoría preliminar: ecuaciones lineales
 - 4.2 Reducción de orden
 - 4.3 Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes
 - 4.4 Coeficientes indeterminados, método de superposición
 - 4.5 Coeficientes indeterminados, método del anulador
 - 4.6 Variación de parámetros
 - 4.7 Ecuación de Cauchy-Euler
 - 4.8 Sistemas de ecuaciones lineales
 - 4.9 Ecuaciones no lineales
- 5 Modelado con ecuaciones diferenciales de orden superior
 - 5.1 Ecuaciones lineales; problemas de valor inicial
 - 5.2 Ecuaciones lineales; problemas de valor de frontera
 - 5.3 Ecuaciones no lineales
- 6 Soluciones en forma de series de potencias de ecuaciones lineales
 - 6.1 Repaso de series de potencia
 - 6.2 Soluciones en torno a puntos ordinarios
 - 6.3 Soluciones en torno a puntos singulares
 - 6.4 Dos ecuaciones especiales
- 7 La transformada de Laplace
 - 7.1 Definición de la transformada de Laplace
 - 7.2 Transformada inversa
 - 7.3 Teoremas de traslación y derivadas de una transformada
 - 7.4 Transformada de derivadas, integrales y funciones periódicas

- 7.5 Aplicaciones
- 7.6 Funciones Delta de Dirac
- 7.7 Sistemas de ecuaciones lineales
- 8 **Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden**
 - 8.1 Teoría preliminar
 - 8.2 Sistemas lineales homogéneos
 - 8.3 Variación de parámetros
 - 8.4 Matriz exponencial
- 9 **Métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias**
 - 9.1 Campos direccionales
 - 9.2 Método de Euler
 - 9.3 Método Runge-Kutta
 - 9.4 Métodos multipasos
 - 9.5 Ecuaciones y sistemas de ecuaciones de orden superior
 - 9.6 Problemas de valor en la frontera de segundo orden
- 10 **Funciones ortogonales y series de Fourier**
 - 10.1 Funciones ortogonales
 - 10.2 Series de Fourier
 - 10.3 Series de Fourier de cosenos y senos
 - 10.4 El problema de Sturm-Liouville
 - 10.5 Series de Bessel y de Legendre
- 11 **Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y problemas de valor en la frontera en coordenadas rectangulares.**
 - 11.1 Ecuaciones diferenciales de derivadas parciales separables
 - 11.2 Ecuaciones clásicas y problemas de valor en la frontera
 - 11.3 Ecuaciones de transmisión de calor
 - 11.4 Ecuaciones de Onda
 - 11.5 Ecuaciones de Laplace
 - 11.6 Ecuaciones no homogéneas y condiciones en la frontera
 - 11.7 Empleo de series de Fourier generalizadas
 - 11.8 Problemas de valor en la frontera con series de Fourier con dos variables.

Revisando el contenido se puede observar que los 7 primeros capítulos de este texto, cubren en su totalidad el contenido temático del curso de ecuaciones diferenciales que se imparte en la Facultad de Ingeniería, y además conservan el mismo orden lógico propuesto para la materia. Este libro es el más utilizado por profesores y alumnos.

La introducción:

"Las palabras ecuaciones y diferenciales nos hacen pensar en la solución de cierto tipo de ecuación que contenga derivadas. Así como al estudiar álgebra y trigonometría se invierte bastante tiempo en resolver

ecuaciones, como $x^2 + 5x + 4 = 0$ con la variable x , en este curso vamos a resolver ecuaciones diferenciales como $y'' + 2y' + y = 0$, para conocer la función y . Pero antes de comenzar cualquier cosa, el lector debe aprender algo de las definiciones y terminología básicas en este tema".

Aquí el autor introduce las ecuaciones diferenciales como un problema 100% algebraico, como un problema exclusivo de matemáticas; no muestra la parte práctica de las ecuaciones diferenciales, como herramientas para resolver problemas, por lo que se considera una introducción pobre y sin significado para el lector.

La definición:

"En cálculo aprendimos que la derivada, dy/dx , de función $y = f(x)$ es en sí, otra función de x , que se determina siguiendo las reglas adecuadas; por ejemplo, si $y = e^{x^2}$, entonces $dy/dx = 2e^{x^2}$. Al reemplazar e^{x^2} por el símbolo y se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = 2xy \quad (1)$$

El problema al que nos encararemos en este curso no es "dada una función $y = f(x)$, determinar su derivada". El problema es "dada una ecuación diferencial, como la ecuación 1, ¿hay algún método por el cual podamos llegar a la función desconocida $y = f(x)$?"

"Definición 1.1 Ecuación diferencial

Una ecuación que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes es una **ecuación diferencial**".

El autor es congruente con lo mencionado en la introducción, la definición dada muestra que el problema de resolver una ecuación diferencial, para él es sólo encontrar la función que satisface a la ecuación diferencial. No hace mención de aplicaciones, no relaciona las ecuaciones diferenciales con problemas reales o fenómenos físicos; lo cual despertaría en el lector el sentido o la curiosidad por el estudio de las mismas.

La metodología:

El texto en general presenta la siguiente metodología:

- Presenta las definiciones básicas y la terminología.
- Los diferentes métodos de solución para las ecuaciones diferenciales, según su tipo.
- Proporciona 2 o 3 ejemplos resueltos, dependiendo de lo complejo de cada tema.
- Presenta una lista de ejercicios propuestos para su resolución y 2 o 3 problemas para discusión.
- Al terminar cada capítulo presenta otra lista de ejercicios de repaso donde aparecen ejercicios de todos los temas del capítulo.
- En el capítulo 9 se presentan al lector una colección de métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales. Euler, Runge-Kutta y Métodos Multipasos. La sección 9.1 de ese capítulo se llama campos direccionales, esta sección muestra el método gráfico; como una forma de obtener una solución aproximada para las ecuaciones diferenciales, expuesto en sólo cuatro páginas, se resuelven dos ejemplos y se proponen 12 ejercicios para el lector.

Los Problemas de aplicación:

Este autor dedica dos capítulos especialmente para la resolución de problemas de aplicaciones de las ecuaciones diferenciales, separando las de primer orden de las de orden superior. Además en la sección 1.3 del capítulo 1, describe a las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos; define lo que es un modelo matemático y proporciona al lector algunos pasos que debe seguir para encontrar el modelo que represente un problema real.

Después de esto presenta una serie de problemas con sus respectivos modelo matemáticos: problemas de crecimiento y decaimiento, de capitalización de interés (economía), de reacciones químicas, ley de Newton de enfriamiento, mezclas, caída libre y circuitos en serie, aclarando que se resolverán en capítulos posteriores del libro.

Los capítulos 3 y 4 los dedica a la resolución de problemas donde se aplican las ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden, respectivamente. Conservando la misma metodología de la sección 1.3, se

presenta el problema, su modelo matemático y se resuelve. Posterior a esto se encuentra una lista de problemas propuesto para cada sección.

Texto No. 2

Ecuaciones Diferenciales Aplicadas

Autor: Murray R. Spiegel, publicado por la editorial Prentice-Hall, 3ra. Edición.

El índice:

- 1 Ecuaciones diferenciales en general
 - 1.1 Conceptos de ecuaciones diferenciales
 - 1.2 Observaciones adicionales relacionadas con las soluciones
- 2 Ecuaciones diferenciales de primer orden y ordinarias simples de alto orden
 - 2.1 El método de separación de variables
 - 2.2 El método de la transformación de variables
 - 2.3 La idea intuitiva de exactitud
 - 2.4 Ecuaciones diferenciales exactas
 - 2.5 Ecuaciones hechas exactas por un factor integrante apropiado
 - 2.6 Ecuaciones de orden superior al primero que se resuelven fácilmente
 - 2.7 La ecuación de Clairaut
 - 2.8 Revisión de métodos importantes
- 3 Aplicaciones de ecuaciones diferenciales de primer orden y simples de orden superior
 - 3.1 Aplicaciones a la mecánica
 - 3.2 Aplicaciones a los circuitos eléctricos
 - 3.3 Trayectorias ortogonales y sus aplicaciones
 - 3.4 Aplicaciones a la química y a las mezclas químicas
 - 3.5 Aplicaciones al flujo de calor de estado estacionario
 - 3.6 Aplicaciones a problemas misceláneos de crecimiento y decaimiento
 - 3.7 El cable colgante
 - 3.8 Un viaje a la luna
 - 3.9 Aplicaciones a cohetes
 - 3.10 Problemas de física que involucran geometría
 - 3.11 La deflexión de vigas
 - 3.12 Aplicaciones a biología
 - 3.13 Aplicaciones a la economía
- 4 Ecuaciones diferenciales lineales
 - 4.1 La ecuación diferencial lineal de orden n
 - 4.2 Existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones lineales
 - 4.3 ¿Cómo obtener la solución complementaria?
 - 4.4 ¿Cómo obtener una solución particular?

- 4.5 Observaciones relacionadas con ecuaciones con coeficientes variables
- 4.6 Repaso de métodos importantes
- 5 **Aplicaciones de ecuaciones diferenciales lineales**
 - 5.1 Movimiento vibratorio de sistemas mecánicos
 - 5.2 Problemas de circuitos eléctricos
 - 5.3 Problemas misceláneos
- 6 **Soluciones de ecuaciones diferenciales por transformadas de Laplace**
 - 6.1 Introducción al método de la transformada de Laplace
 - 6.2 Funciones impulso y la función delta de Dirac
 - 6.3 Aplicación de la Transformada de Laplace a ecuaciones diferenciales
 - 6.4 Aplicaciones a problemas físicos y biológicos
- 7 **Soluciones de ecuaciones diferenciales usando series**
 - 7.1 Introducción al uso de series.
 - 7.2 El método de Frobenius
 - 7.3 Soluciones en series de algunas ecuaciones diferenciales importantes
- 8 **Funciones ortogonales y problemas de Sturm-Liouville**
 - 8.1 Funciones ortogonales
 - 8.2 Problemas de Sturm-Liouville
 - 8.3 Ortogonalidad de las funciones de Bessel y Legendre
 - 8.4 Series ortogonales
 - 8.5 Algunos tópicos especiales
- 9 **La solución numérica de ecuaciones diferenciales**
 - 9.1 Solución numérica de $y' = f(x,y)$
 - 9.2 El método de pendiente constante o métodos de Euler
 - 9.3 El método de Runge-Kutta
- 10 **Sistemas de ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones**
 - 10.1 Sistema de ecuaciones diferenciales
 - 10.2 Solución de sistemas no lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias
 - 10.3 Ecuaciones diferenciales expresadas como sistema de primer orden
 - 10.4 Aplicaciones a la mecánica
 - 10.5 Aplicaciones a las redes eléctricas
 - 10.6 Aplicaciones a la biología
 - 10.7 El problema depredador-presa: Un problema de ecología
 - 10.8 Solución de sistemas lineales por transformadas de Laplace
 - 10.9 Método de las soluciones complementaria y particular
- 11 **Métodos de Eigenvalores de matrices para sistemas de ecuaciones diferenciales lineales**
 - 11.1 El concepto de una matriz
 - 11.2 Ecuaciones diferenciales matriciales
 - 11.3 La solución complementaria
 - 11.4 La solución particular
 - 11.5 Resumen del procedimiento
 - 11.6 Aplicaciones usando matrices
 - 11.7 Algunos tópicos especiales

- 12 Ecuaciones diferenciales parciales en general
 - 12.1 El concepto de una ecuación diferencial parcial
 - 12.2 El método de separación de variables
 - 12.3 Algunas ecuaciones diferenciales parciales importantes que surgen de problemas físicos
- 13 Soluciones de problemas de valor de frontera usando series de Fourier
 - 13.1 Problemas de valor de frontera que involucran conducción de calor
 - 13.2 Problemas de valor de frontera que involucran movimiento vibratorio
 - 13.3 Problemas de valor de frontera que involucran la ecuación de Laplace
 - 13.4 Problemas misceláneos
- 14 Soluciones de problemas de valor de frontera usando funciones Bessel y de Legendre
 - 14.1 Introducción
 - 14.2 Problemas de valor de frontera que conducen a funciones Bessel
 - 14.3 Problemas de valor de frontera que conducen a funciones de Legendre
 - 14.4 Problemas misceláneos

Este texto presenta un contenido muy completo, los primeros 6 capítulos puede ser utilizado para el curso de ecuaciones diferenciales que se imparte en la Facultad, con algunas ligeras modificaciones, ya que los capítulos 2 y 3, no conservan estrictamente el mismo orden lógico del curso.

La Introducción:

"El descubrimiento independiente del cálculo por Newton y Leibniz en el siglo 17 proporcionó el ímpetu para los grandes avances que siguieron en las matemáticas, ciencias e ingeniería. Una de las más importantes y fascinantes ramas de las matemáticas que proporcionó el medio para las formulaciones matemáticas y soluciones de variados problemas en estas áreas se llama ecuaciones diferenciales, las cuales estudiaremos en este libro. Con el objeto de seguir adelante, necesitamos primero algunas definiciones".

^{N_U}

Esta introducción aunque breve, tiene una forma de abordar las ecuaciones diferenciales donde deja clara la importancia de estas en la formulación y resolución de problemas de ciencias e ingeniería. Se considera que si presentara algunos ejemplos, para el lector sería más fácil relacionarlas.

La definición:

"Una ecuación diferencial es una ecuación que involucra derivadas de una función desconocida de una o más variables. Si la función desconocida depende sólo de una variable (de tal modo que las derivadas son derivadas ordinarias) la ecuación se llama una ecuación diferencial ordinaria. Sin embargo, si la función desconocida depende de más de una variable (de tal modo que las derivadas son derivadas parciales) la ecuación se llama una ecuación diferencial parcial".

Esta definición no es del todo congruente con la introducción, pues no define a las ecuaciones diferenciales como modelos que sirvan para resolver problemas reales o describir situaciones físicas. Con esta definición se resalta solo el significado de la parte algebraica o bien su utilidad en el área de las matemáticas.

La metodología :

La metodología que sigue el autor se puede resumir de la siguiente manera:

- El libro esta dividido en tres partes: Parte I, ecuaciones diferenciales ordinarias; Parte II, sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y parte III, ecuaciones diferenciales parciales.
- Cada capítulo inicia con definiciones y terminología; presenta una serie de ejercicios resueltos, presenta observaciones a cada ejercicio.
- Al terminar cada tema y subtema, se enlista una serie de ejercicios separados en secciones que se enumeran como ejercicios tipo A, B y C, según menciona el autor, en el prefacio, " los ejercicios A son en su mayoría fáciles, requieren poca originalidad y están diseñados para propósitos de práctica. Los ejercicios tipo B envuelven computaciones algebraicas más complicadas o mayor originalidad que la del grupo A. Los ejercicios tipo C están dirigidos principalmente a complementar el material del texto; exigen un alto grado de originalidad y conocimiento, diseñados para desafiar al estudiante ".

- En lo que se refiere a los métodos gráfico y numérico: el autor presenta en el capítulo 2, una sección (la 2.2) donde se estudian los campos de direcciones y el método de las isoclinas. Se incluye un problema resuelto donde se muestra paso a paso la manera de encontrar la función solución de una ecuación diferencial mediante la gráfica de la ecuación: esto es mediante la obtención de los campos de pendientes. Lo anterior es importante ya que ayuda al alumno a adquirir habilidad para visualizar la función solución partiendo de una gráfica, y como menciona el autor, en la introducción de esta sección : ..." Es bastante llamativo que mediante el uso de esta simple idea podamos llegar a tener una representación de la solución general de la ecuación diferencial, sin ni siquiera resolver la ecuación"... Sin embargo se observa muy poco énfasis en este método, ya que solo se le dedican 4 páginas, 3 ejemplos ilustrativos y 5 ejercicios tipo A, 3 ejercicios tipo B y 4 ejercicios tipo C. Si comparamos con las paginas dedicadas a los métodos algebraicos, no es ni el 1% del total de páginas.
- El capítulo 9 contiene soluciones numéricas para ecuaciones diferenciales, utilizando el método de pendientes constantes o de Euler, el método de pendientes promedios o método modificado de Euler, y el método Runge-Kutta. Se observa que el autor hace uso de los métodos numéricos antes mencionados, sólo como herramientas para resolver ecuaciones diferenciales, dejando de lado la utilidad que tiene este método para analizar el comportamiento de las soluciones encontradas.

Los problemas de aplicación:

Este texto esta dividido en 14 temas principales; los temas 3 y 5, contienen problemas de aplicación de las ecuaciones diferenciales a fenómenos físicos.

El capítulo 3, contiene problemas de ecuaciones diferenciales de primer orden y el capítulo 5 de ecuaciones de orden superior; como movimiento vibratorio, circuitos eléctricos, etc. Se hace notoria la separación entre teoría y aplicaciones, lo cual el autor justifica desde el prefacio del texto, con la siguiente observación: ... " Separar la teoría de las ecuaciones diferenciales de sus aplicaciones para dar amplia atención a cada una. Esto se consigue presentando la teoría y aplicaciones en

capítulos separados. Esto se hace por dos razones: primero desde un punto de vista pedagógico, parece no aconsejable mezclar teoría y aplicaciones, en las etapas iniciales puesto que el principiante generalmente encuentra difícil la formulación matemáticas de problemas aplicados y además aprender técnicas de solución. Una segunda razón para separar la teoría y aplicaciones es la de facultar a los profesores que deseen presentar un mínimo de aplicaciones de hacerlo tan fácilmente sin tener que estar en la difícil posición de tener que "saltar" capítulos"...

Es aquí donde no compartimos la postura del autor, pues si se disminuyen las aplicaciones o eliminan, estamos dejando solo el significado matemático de las ecuaciones diferenciales, al abordar la teoría y las aplicaciones de forma separada, también diluimos un poco el sentido propio de resolver las ecuaciones diferenciales.

Texto No. 3

Matemáticas Avanzadas para Ingeniería

Autor: Erwin Kreyszig, editorial Limusa, Vol. 1, 3ra. Edición.

El índice:

1 Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

- 1.1 Conceptos e ideas básicas
- 1.2 Consideraciones geométricas. Isóclinas
- 1.3 Ecuaciones de variables separables
- 1.4 Ecuaciones reducibles a la forma de variables separables
- 1.5 Ecuaciones diferenciales exactas
- 1.6 Factores integrantes
- 1.7 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden
- 1.8 Variación de parámetros
- 1.9 Circuitos eléctricos
- 1.10 Familia de curvas. Trayectorias ortogonales
- 1.11 Método de iteración de Picard
- 1.12 Existencia y unicidad de las soluciones

2 Ecuaciones diferenciales lineales ordinarias

- 2.1 Ecuaciones lineales homogéneas de segundo orden
- 2.2 Ecuaciones homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes
- 2.3 Solución general. Sistema fundamental
- 2.4 Raíces complejas de la ecuación característica. Problema con valor inicial
- 2.5 Raíz doble de la ecuación característica

- 2.6 Oscilaciones libres
- 2.7 Ecuación de Cauchy
- 2.8 Existencia y unicidad de las soluciones
- 2.9 Ecuaciones lineales homogéneas de orden arbitrario
- 2.10 Ecuaciones lineales homogéneas de orden arbitrario con coeficientes constantes
- 2.11 Ecuaciones lineales no homogéneas
- 2.12 Un método para resolver ecuaciones lineales no homogéneas
- 2.13 Oscilaciones forzadas. Resonancia
- 2.14 Circuitos eléctricos
- 2.15 Método complejo para obtener soluciones particulares
- 2.16 Método general para resolver ecuaciones no homogéneas
- 3 Soluciones de ecuaciones diferenciales mediante series de potencias.
Funciones Ortogonales
 - 3.1 El método de las series de potencias
 - 3.2 Base teórica del método de las series de potencias
 - 3.3 Ecuación de Legendre. Polinomios de Legendre
 - 3.4 Ampliación del método de las series de potencias. Ecuación de índices
 - 3.5 Ecuación de Bessel. Funciones Bessel de primera clase
 - 3.6 Funciones de Bessel de segunda clase
 - 3.7 Conjuntos ortogonales de funciones
 - 3.8 Problema de Sturm-Liouville
 - 3.9 Ortogonalidad de los polinomios de Legendre y las funciones de Bessel
- 4 Transformada de Laplace
 - 4.1 Transformada de Laplace. Transformada inversa. Linealidad
 - 4.2 Transformadas de Laplace de derivadas e integrales
 - 4.3 Transformación de ecuaciones diferenciales ordinarias
 - 4.4 Fracciones parciales
 - 4.5 Ejemplos y aplicaciones
 - 4.6 Derivación e integración de las transformadas
 - 4.7 Función escalón unitario
 - 4.8 Traslación sobre el eje t
 - 4.9 Funciones periódicas
 - 4.10 Tabla de algunas transformadas de Laplace
- 5 Álgebra Lineal, parte I : vectores
 - 5.1 Escalares y vectores
 - 5.2 Componentes de un vector
 - 5.3 Adición de vectores. Multiplicación por escalares
 - 5.4 Espacios vectoriales Dependencia e independencia lineales
 - 5.5 Producto interior (producto escalar)
 - 5.6 Espacios de productos interiores
 - 5.7 Producto vectorial
 - 5.8 Producto vectorial en términos de las componentes
 - 5.9 Triple producto escalar. Otros productos repetidos
- 6 Álgebra Lineal, parte II: matrices y determinantes

- 6.1 Conceptos básicos
- 6.2 Adición de matrices. Multiplicación por números
- 6.3 Transpuesta de una matriz. Matrices especiales
- 6.4 Multiplicación de matrices
- 6.5 Sistema de ecuaciones lineales. Eliminación de Gauss
- 6.6 Determinantes de segundo y tercer órdenes
- 6.7 Determinantes de orden arbitrario
- 6.8 Rango de una matriz. Equivalencia respecto a los renglones
- 6.9 Sistemas de ecuaciones lineales: existencia y propiedades generales de las soluciones
- 6.10 Dependencia lineal y rango. Matrices singulares
- 6.11 Sistemas de ecuaciones lineales: solución por determinantes
- 6.12 La inversa de una matriz
- 7 **Cálculo diferencial vectorial. Campos vectoriales**
 - 7.1 Campos escalares y campos vectoriales
 - 7.2 Cálculo vectorial
 - 7.3 Curvas
 - 7.4 Longitud de arco
 - 7.5 Tangente. Curvatura y torsión
 - 7.6 Velocidad y aceleración
 - 7.7 Regla de la cadena y teorema del valor medio para funciones de varias variables
 - 7.8 Derivada direccional. Gradiente de un campo escalar
 - 7.9 Transformación de sistemas de coordenadas y componentes vectoriales
 - 7.10 Divergencia de un campo vectorial
 - 7.11 Rotacional de un campo vectorial
- 8 **Integrales de línea y de superficie. Teoremas sobre integrales**
 - 8.1 Integral de línea
 - 8.2 Evaluación de las integrales de línea
 - 8.3 Integrales dobles
 - 8.4 Transformación de integrales dobles e integrales de línea
 - 8.5 Superficies
 - 8.6 Plano tangente. Primera forma fundamental. Área
 - 8.7 Integrales de superficie
 - 8.8 Integrales triples, teorema de divergencia de Intro
 - 8.9 Consecuencias y Introducción del teorema de divergencia
 - 8.10 Teorema de Stokes
 - 8.11 Consecuencia y Introducción del teorema de Stokes
 - 8.12 Integrales de línea independientes de la trayectoria
- 9 **Series e integrales de Fourier**
 - 9.1 Funciones periódicas. Serie trigonométrica
 - 9.2 Series de Fourier. Fórmulas de Euler
 - 9.3 Funciones que tienen período arbitrario
 - 9.4 Funciones pares e impares
 - 9.5 Desarrollo de medio rango

- 9.6 Determinación de los coeficientes de Fourier sin integración
- 9.7 Oscilaciones forzadas
- 9.8 Aproximación mediante polinomios trigonométricos. Error cuadrático
- 9.9 La integral de Fourier

Esta edición esta compuesta por dos tomos, el contenido anterior pertenece al tomo I, el cuál cubre el contenido temático del curso de ecuaciones diferenciales que se imparte en la Facultad de Ingeniería, con los 4 primero capítulos. Este autor no separa en diferentes capítulos las aplicaciones sino las incluye como secciones finales en los capítulos 1 y 2, y el orden lógico tiene algunas ligeras diferencias en comparación con el del curso.

La introducción:

"Las ecuaciones diferenciales tienen importancia fundamental en las matemáticas de la ingeniería debido a que muchas leyes y relaciones físicas se expresan matemáticamente mediante ecuaciones.

Consideraremos varios problemas físicos y geométricos que conducen a ecuaciones diferenciales y los métodos estándar más importantes para resolverlas. En general, estos métodos se relacionan con la integración.

Pondremos atención particular a la deducción de las ecuaciones diferenciales a partir de situaciones físicas dadas. Esta transición, del problema físico al "modelo matemático" correspondiente, tiene gran importancia práctica y se ilustrará por medio de ejemplos típicos.

Los primeros cuatro capítulos del libro están dedicados a las ecuaciones diferenciales ordinarias, y en el presente capítulo empezaremos con las más sencillas de estas ecuaciones, llamadas ecuaciones de primer orden".

*"Requisito previo para el presente capítulo: Cálculo Integral
Secciones que pueden omitirse en un curso corto: 1.8-11.12"*

Esta introducción al igual que la del texto 2, deja ver la importancia de las ecuaciones diferenciales en la formulación de modelos para la resolución de problemas y como modelos de fenómenos físicos, pero sin poner mucho énfasis en el sentido y significado.

Las definiciones:

1.1 Conceptos e ideas básicas

"En esta sección se definirán y explicarán los conceptos básicos que tienen importancia en relación con las ecuaciones diferenciales y se ilustrarán estos conceptos mediante ejemplos. A continuación, se considerarán dos problemas prácticos sencillos tomados de la física y la geometría. Esto proporcionará una primera idea de las características y utilidad de las ecuaciones diferenciales y de su aplicación.

Por ecuación diferencial ordinaria se entiende una relación que contiene una o varias derivadas de una función no especificada y de x , respecto a x ; la relación también puede contener a la propia y , funciones dadas x y constantes.

Por ejemplo,

$$(1) \quad y' = \cos x$$

$$(2) \quad y'' + 4y = 0$$

$$(3) \quad x^2 y'' + 2e^x y' = (x^2 + 2)y^2$$

son ecuaciones diferenciales ordinarias".

A continuación el autor define los tipos de ecuaciones diferenciales, los tipos de soluciones y presenta dos ejemplos donde dadas las funciones y sus ecuaciones diferenciales, se muestra al lector la manera de comprobar su correspondencia. Enseguida se pueden leer los siguientes ejemplos:

...*"Ejemplo 3; (Radiactividad, decaimiento exponencial) Los experimentos demuestran que una sustancia radiactiva se descompone a una rapidez proporcional a la cantidad existente de dicha sustancia. Empezando con una cantidad dada de sustancia que hay en cierto instante, por ejemplo, 2 gramos en el tiempo $t=0$, ¿Qué puede decirse acerca de la cantidad de sustancia que habrá en un instante posterior?...*

...*Ejemplo 4; Ilustremos que problemas geométricos también nos pueden conducir a ecuaciones diferenciales:*

Hallar la curva que pasa por el punto (1,1) en el plano xy y que tiene en cada uno de sus puntos la pendiente $-y/x$...

Esta definición está centrada en dar la idea al lector de la utilidad de las ecuaciones diferenciales y es congruente con la introducción, al acompañar dicha definición con ejemplos. Esto da al lector una mejor idea del sentido de resolver ecuaciones diferenciales.

La metodología:

El texto en general presenta la siguiente metodología:

- El libro está dividido en 9 capítulos, la edición está compuesta por dos volúmenes; se centró nuestra atención en el volumen I, por ser el más apropiado para el curso, pero se revisaron los dos.
- Cada capítulo inicia con definiciones y terminología propia de cada tema, presenta una serie de ejercicios resueltos, y también observaciones a cada ejercicio.
- Posteriormente muestra los diferentes métodos de solución para las ecuaciones diferenciales, según su tipo.
- Proporciona 2 o 3 ejemplos resueltos, dependiendo de lo complejo de cada tema.
- Presenta una lista de ejercicios de cada sección, a la cual denomina "problemas", propuestos para su resolución (aprox. 20 o 25).
- En el capítulo 1, la sección 1.2 se llama **Consideraciones geométricas. Isóclinas**, esta sección muestra el método gráfico; como una forma de obtener una solución aproximada para las ecuaciones diferenciales, expuesto en sólo dos páginas, se resuelven un solo ejemplo y se proponen 20 ejercicios para el lector.
- En el capítulo 18, del volumen II, denominado **Análisis numérico**, se presentan dos secciones, la 18.6 y la 18.7, **Métodos numéricos para las ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden**, respectivamente; la sección 18.6 muestra al lector tres tipos de métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales; Euler, Euler mejorado y Runge-Kutta. Se resuelve un solo ejemplo, la solución se encuentra utilizando los tres métodos antes mencionados y al final el autor muestra un cuadro comparativo para comparar el grado de exactitud de los tres métodos. En la sección 18.7 se muestran los métodos de Taylor y el de Runge-Kutta-Nyström. Al igual que en la sección anterior se resuelve solo un ejemplo utilizando los dos métodos y comparando su exactitud. Al

termino de cada sección se enlistan 15 "problemas" para ser resueltos por el lector.

Los Problemas de Aplicación:

A diferencia de los textos anteriores, este autor no presenta capítulos especiales para la presentación de las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales, sino las va insertando al termino de la teoría. Por ejemplo al terminar de exponer el método de variables separables en el capítulo 1, sección 1.3, introduce tres problemas, la ley de enfriamiento de Newton, para calcular la temperatura de un cuerpo, la ley de Newton de la gravitación, para calcular la velocidad de escape de la tierra, y la Ley de Torriceli, para el cálculo de la velocidad del líquido que emana por un orificio. Después en la sección 1.9 del mismo capítulo, se muestran soluciones a circuitos eléctricos, mediante la ley de Ohm y de Kirchhoff, se resuelven circuitos RL y RC. La sección 1.10 esta dedicada a problemas geométricos, familia de curvas y cálculo de trayectorias ortogonales.

El capítulo 2, presenta las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior y sus aplicaciones. En la sección 2.6 de este capítulo introduce las oscilaciones libres, se analizan problemas de resortes en sus tres casos: oscilaciones amortiguadas, subamortiguadas y críticamente amortiguadas. En la sección 2.13, se presentan aplicaciones de oscilaciones forzadas y resonancia, en la sección 2.14 se analizan nuevamente problemas de circuitos eléctricos de circuitos que se formulan mediante ecuaciones diferenciales de segundo grado.

El desarrollo es el mismo con respecto a los demás capítulos. Lo anterior es una ventaja con respecto a los textos anteriores, debido a que se considera que de esta manera el lector no perderá la idea del sentido y significado de las ecuaciones diferenciales, aunque se requiere más que presentar los problemas de aplicación junto con la teoría, realizar más análisis de estos problemas y modificar la forma de abordarlos.

A continuación se presentan una lista de observaciones encontradas al hacer un análisis comparativo entre los tres textos :

□ **Observaciones con respecto al Índice.**

En lo que respecta al índice los textos mantienen el mismo orden lógico, el mismo contenido, solo se observaron diferencias en la cantidad de temas y subtemas que maneja cada autor, así como los títulos que se les asignan.

En cuanto a contenido los tres textos cubren el contenido temático del curso. La única diferencia notoria es la manera en que está organizado el libro No. 3 (Kreyszig), que no asigna capítulos especiales a los problemas de aplicación. Este texto los va introduciendo al término de algunos subtemas.

□ **Observaciones con respecto a la introducción.**

El texto 1 (Zill), a diferencia de los demás libros, sólo presenta a las ecuaciones diferenciales como ecuaciones que contienen una o más variable y sus derivadas, y el problema correspondiente en lo sucesivo será encontrar esas variables. Los textos 2 y 3 (Spiegel & Murray) y (Kreyszig) respectivamente; presentan a las ecuaciones diferenciales del mismo modo, pero agregando los fines u objetivos que tiene el estudio de las ecuaciones diferenciales, y señalando la importancia en la formulación de fenómenos físicos importantes.

Un detalle diferente que se encontró en esta parte del texto 3 (Kreyszig) es que dentro de la introducción incluye ejemplos ilustrativos del proceso de traducir leyes y principios científicos en ecuaciones diferenciales, mismo que ninguno de los otros dos textos lo muestra.

□ **Observaciones sobre las definiciones**

Al igual que en la introducción estos autores definen las ecuaciones diferenciales de modo parecido, las definen como ecuaciones que contienen derivadas de una o varias variables, y a sus soluciones como las funciones que satisfacen a dichas ecuaciones.

De nuevo el texto 3, difiere de los demás, ya que no presenta definiciones estructuradas, después de dar la introducción, el autor continua presentando algunas aplicaciones y los principios de modelado para el planteamiento de ecuaciones diferenciales partiendo de un problema dado. El incluir aplicaciones de tipo práctico, en la parte de las definiciones, se considera que deja ver la utilidad de las ecuaciones diferenciales, así como ayuda a que el lector tome sentido al hecho de resolver dichas ecuaciones, porque les ve utilidad.

□ Observaciones en cuanto a metodología

La metodología de los tres textos es muy parecida; se puede resumir de la siguiente manera: el autor presenta el tema, los subtemas, da las definiciones, resuelve dos o tres ejercicios tipo de cada sección y al final de la sección, enlista una serie de ejercicios para el alumno, cuidando que el grado de dificultad sea en orden ascendente.

En todos los textos, el método de resolución gráfico, es apenas presentado como subtema del capítulo uno, se menciona la forma de resolver ecuaciones diferenciales utilizando los campos de pendientes o isoclinas, el autor resuelve dos o cuando mucho tres ejercicios y después le presenta al lector una lista de 6 u 8 ejercicios propuestos, para que sean resueltos. En estos ejercicios se le presenta al alumno la ecuación diferencial, la gráfica de los campos de pendientes, y se pide que trace las curvas de la función solución. Se considera muy desperdiciado el recurso del método gráfico, es realmente muy poca la información que se encuentra en estos textos, no se aprovecha la riqueza de este método para generar significados geométricos de las ecuaciones diferenciales.

Sin embargo, al método numérico cada texto le dedica un capítulo entero, aunque no muy extenso, y por lo general es de los últimos temas que aparecen en el índice. Este método también está subutilizado en estos textos, ya que ahora que se cuenta con recursos tecnológicos como las calculadoras graficadoras y las microcomputadoras, debieran ser aprovechadas para mediante los métodos numéricos dotar de sentido y significado a los conceptos vistos en los cursos de ecuaciones diferenciales.

□ Observaciones en cuanto a las aplicaciones

Las aplicaciones mostradas en todos los textos son las mismas, problemas geométricos, problemas físicos, de crecimiento y decrecimiento, de mezclas, temperatura, de circuitos eléctricos, etc. Los textos 1 y 2, dedican uno o dos capítulos por separado para las aplicaciones, es decir que no incorporan problemas de aplicación dentro de la formulación de conceptos teóricos o métodos de solución.

El texto 3, presenta la teoría y va incorporando problemas de aplicación, lo que se considera un poco más atractivo para el lector, además que motiva en este el sentido de resolver ecuaciones diferenciales. Pero no muestra la parte de análisis, de estos problemas, pues la metodología deja mucho que desear en este aspecto, los problemas son presentados y el autor presenta al lector los modelos, se resuelve el problema, sin dar énfasis a las características de las soluciones encontradas. Esto conlleva a que se resuelvan las ecuaciones en forma automatizada, sin sentido y significado por parte del lector.

CAPITULO 5

OBSERVACIONES

En este capítulo se pretende poner a consideración las observaciones relevantes que se detectaron durante el desarrollo de la presente investigación. Debido al carácter descriptivo de la misma, solo se puede hacer conjeturas y reflexiones, que pretenden aportar información que sirva como base o referencia para una propuesta de reformular la metodología utilizada actualmente en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.

Para una mejor presentación, estas observaciones se organizan en cuatro secciones, la primera agrupa aquellas observaciones detectadas en cuanto a profesores, la segunda sección muestra las que se refieren a los alumnos, la tercera, las observaciones encontradas después de analizar los textos más utilizados en la Facultad y por último se incluyen los problemas con que nos enfrentamos para llevar a cabo el presente trabajo.

5.1 Observaciones y reflexiones en cuanto a alumnos

5.1.1 Las Encuestas

- *De las encuestas aplicadas se detectaron un gran porcentaje de casos de estudiantes exitosos, esto es, que cuentan con un promedio de aprovechamiento alto en su carrera y que hicieron saber que les agradó el curso de ecuaciones diferenciales. El 40.6% de estos alumnos obtuvieron una calificación superior a 9.0 en el curso de la materia de ecuaciones diferenciales, sin embargo, después de uno o dos años no recuerdan gran cosa del mismo.*

Lo anterior implica que en estos alumnos el curso de ecuaciones diferenciales no generó significado alguno, por lo que la mayoría no le encuentra un sentido al hecho de resolver una ecuación diferencial, por lo tanto sólo retuvieron la información memorísticamente durante el tiempo que cursaron la materia, del tal modo que en su momento lograron resolver las ecuaciones en base a algoritmos previamente memorizados.

- *En general a los alumnos se les dificulta justificar sus respuestas, ya que a pesar de solicitarles en cada ecuación que justificaran sus respuestas, un porcentaje muy reducido de ellos lo hicieron.*

El alumno no está acostumbrado a verbalizar las acciones que se desarrollan en clases, los profesores no los impulsan a desarrollarlo puesto que también prefieren utilizar un lenguaje algorítmico y en los exámenes rara vez se les pide que argumenten o analicen los resultados que se tienen con relación a las soluciones encontradas al resolver una ecuación diferencial.

- *La mayoría de los encuestados dejó en blanco la pregunta que se incluía para cada ecuación donde se le pregunta cuál es el comportamiento de la función solución encontrada?*

Al igual que el punto anterior se considera que si los profesores no promueven en sus alumnos la habilidad de analizar y cuestionarse el comportamiento de las soluciones encontradas, esto se vuelve un asunto de mecanizaciones, por lo tanto el alumno no encuentra un sentido a las soluciones encontradas.

- *Un mínimo porcentaje de los alumnos encuestados intentaron o mejor dicho dieron señas de intentar analizar la función solución.*

Esto es que algunos alumnos dieron muestras de tratar de interpretar el resultado obtenido de la ecuación, esbozando una gráfica o algunos tabulando la función solución. Se considera que el motivo es el argumento dado al punto anterior.

- *Se detectaron algunos alumnos que sin obtener la función solución de la ecuación diferencial, le asignaron características para dar respuesta al comportamiento de la función.*

En esta parte se observó que el alumno tomó como guía o base la forma de la ecuación diferencial para dar información sobre la solución. Por ejemplo si la ecuación diferencial presentaba algún término cuadrático, se proponía una función solución en forma de parábola, etc.

- *Las encuestas muestran un claro predominio en los métodos algorítmico-algebraicos, ningún alumno utilizó métodos gráficos o métodos numéricos para resolverlas.*

Esto se debe a que los alumnos no están familiarizados con estos métodos, de las entrevistas realizadas a los maestros, encontramos que ninguno de ellos utiliza estos métodos en clase. Sin embargo, los alumnos han cursado ya la materia de métodos numéricos, donde aprendieron a resolver en forma numérica ecuaciones diferenciales, y ninguno lo utilizó.

- *Los alumnos de los primeros semestres mostraron habilidad para resolver las ecuaciones diferenciales, no así, para analizar la función solución.*

De las encuestas aplicadas a los alumnos de tercer o cuarto semestre se observó que un porcentaje mucho mayor, con relación a los de semestres más avanzados, resolvieron correctamente las ecuaciones diferenciales, pero no analizaron la función solución, esto se debe a que estos alumnos tenían poco tiempo de haber cursado la materia por lo que recordaban mejor los métodos de solución.

- *Algunos estudiantes se dieron a la tarea de describir la ecuación diferencial en forma de pendiente, pero no progresaron más en la respuesta, esto es dejaron la ecuación en su forma $dy/dx = F(x,y)$.*

Los estudiantes, en general, no poseen la habilidad de trabajar las ecuaciones diferenciales en base a sus campos de pendientes, esto es de esperarse, pues sus maestros tampoco la tienen, o si la tienen no utilizan este tipo de métodos en sus cursos.

- *Los pocos alumnos que hicieron intentos por describir el comportamiento de la función solución, utilizaron gráficas o lo hicieron de manera verbal.*
- *Los grupos de semestres más avanzadas fueron en porcentaje más alto, los que devolvieron en blanco la mayor parte de la encuesta.*

Lo anterior hace pensar que debido al tiempo que tienen de haber cursado la materia de ecuaciones diferenciales, ya no recuerdan los métodos de solución, cosa que tal vez no sucedería si se hubieran apropiado del sentido y significado que tienen dichas ecuaciones.

5.1.2 Las entrevistas

Al revisar las entrevistas realizadas a los alumnos, se tienen las siguientes observaciones :

- Se pudo corroborar que los alumnos seleccionados, en su mayoría dominan los métodos de solución algebraicos, para la resolución de ecuaciones diferenciales. No así el gráfico o el numérico.
- En mayoría carecen de habilidad para analizar las soluciones encontradas, por lo tanto también de sentidos y significados, sólo ven en las ecuaciones diferenciales, problemas matemáticos, totalmente algebraicos, no las relacionan con modelos que representan variaciones, y que pueden ser representados mediante valores numéricos o gráficas.
- Se observó incomodidad por parte de los alumnos, al hecho de someterlos a una entrevista grabada con video. Esto no permitió a algunos de ellos concentrarse.

5.2 Observaciones y reflexiones en cuanto a profesores

5.2.1 Las Encuestas

De las encuestas realizadas a los profesores, se pudieron confirmar algunas suposiciones hechas al inicio de la investigación, las que señalaremos en los párrafos siguientes :

- Los profesores tienen gran dominio de los métodos algebraicos para resolver ecuaciones diferenciales. No así de los métodos gráfico y numérico.
- En su mayoría dominan la parte de análisis de las soluciones. Los profesores que imparten la materia de ecuaciones diferenciales prefirieron utilizar el modo verbal para caracterizar dichas soluciones. Lo anterior confirma que el modo gráfico y el numérico no forman parte de sus actividades en el salón de clases y los que lo utilizan es en esporádicas ocasiones. Sólo el profesor que trabaja en el área de electrónica, utilizó graficas para describir el comportamiento de la función solución, y según sus comentarios, en entrevista posterior, él las utiliza en el salón de clases la mayor de las veces.
- Dentro de las preguntas que hicieron los maestros, después de revisar la encuesta, la mayoría coincidió en la siguiente :
¿ A que se refiere la pregunta -Cuál es el comportamiento de la función solución ?, se observó que no acostumbran hacer énfasis en el análisis de las soluciones encontradas al resolver ecuaciones diferenciales, para que los alumnos adquieran esta habilidad.
- Se detectó a algunos profesores, reacios a dar información sobre su forma de trabajo, considero se debe a la falta de costumbre, ya que no es común en la Facultad que se realicen trabajos de investigación en el área de la docencia.

5.2.2 Las Entrevistas

A continuación se presentan algunas observaciones y reflexiones hechas al revisar las entrevistas realizadas a los profesores:

- Los profesores en un gran porcentaje, se apoyan en un texto para preparar y organizar sus actividades en el aula.
- La metodología utilizada por los profesores, con algunas excepciones, es tradicionalista, expositiva y mantienen al alumno como espectador. Lo anterior no motiva en los alumnos la creatividad y la habilidad para analizar problemas.
- La mayoría de los profesores desconocen el beneficio del uso de los diferentes contextos para que los alumnos construyan el sentido y significado que tienen la resolución de las ecuaciones diferenciales. Se considera que esto no permite que el alumno desarrolle habilidades para transitar de un contexto a otro, lo que dificulta el modelar futuros problemas propios de su especialidad.
- Los profesores, apoyados en los textos, privilegian el marco algebraico y desaprovechan los marcos numérico y gráfico, cuya utilización enriquece el aprendizaje significativo.
- Son muy pocos los profesores que se valen de la tecnología actual, como calculadoras graficadoras o microcomputadoras, para visualizar conceptos, generar habilidad de análisis, si las utilizan sólo son como herramienta para hacer cálculos y comprobar resultados.
- Los alumnos no utilizan los textos para estudiar conceptos, si los usan es solo para resolver ejercicios propuesto. La justificación que dan es que no entienden los términos que utilizan los autores, que prefieren estudiar de los apuntes. Esto se debe a que les es más cómoda la forma expositiva del maestro, al que pueden interrogar si algo no les queda claro.

Todos los puntos señalados en el párrafo anterior se deben básicamente a que la mayoría de los profesores no poseen formación docente, por lo que carecen de técnicas y métodos para la enseñanza en el área de matemáticas. Los profesores se basan en sus vivencias, su criterio y en la imitación de la forma en que ellos aprendieron. Esto no significa

que deben desechar sus creencias, sino que deben enriquecerlas con técnicas basadas en teorías de aprendizaje de las matemáticas.

5.3 Observaciones acerca de los textos

La idea principal que motivo a revisar los textos más utilizados por los profesores que imparten el curso de Ecuaciones Diferenciales, en la Facultad de Ingeniería, se debió a la pretensión de establecer cuales son los sentidos y significados que los autores de estos textos le imprimen a las ecuaciones diferenciales.

Después de revisar los textos, en base al contenido temático, las definiciones, la metodología y las aplicaciones, se tienen las siguientes observaciones :

- En cuanto a contenido los textos son muy completos, pero le dedican tan solo un 10 o 15% a los métodos gráfico y numérico, como ejemplo podemos citar, uno de ellos donde la obra comprende 19 capítulos, de los cuales sólo uno es dedicado a métodos numéricos ($1/19 = 5\%$), y el caso del método gráfico es más grave ya que solo una sección de uno de los capítulos, el texto tiene 19 capítulos y cada capítulo tiene aprox. 10 secciones, por lo que tendríamos un porcentaje de $1/190 = 0.5\%$ aprox.
- La mayoría de los autores señala, en la parte introductoria, la importancia que tiene las ecuaciones diferenciales en el modelado de problemas y fenómenos físicos, sin embargo sólo dedican dos de 11 o 12 capítulos, a la resolución de este tipo de problemas, mismos que denominan como aplicaciones de las ecuaciones diferenciales.
- Las definiciones, dejan mucho que desear con respecto a el sentido y los significados, que conllevan resolver una ecuación diferencial. Estas definiciones se presentan al lector, exclusivamente en el contexto matemático.
- La metodología es generalmente de tipo tradicionalista, se presenta el discurso, los conceptos básicos y la terminología, que no motivan a los alumnos, si no al contrario, la mayoría comenta que no son claros al describir los procedimientos para resolver ecuaciones diferenciales.

- Existe una marcada tendencia a privilegiar los métodos algebraicos, con respecto a los métodos gráfico y numérico, lo cual redundaría en un pobre sentido y significado de las ecuaciones diferenciales.
- En cuanto a los problemas de aplicación, aunque son muy variados, hace falta la parte de análisis, que conmine al lector a caracterizar los comportamientos de las soluciones encontradas.

5.4 Observaciones acerca de las dificultades enfrentados para realizar la investigación

En lo que se refiere a la aplicación de encuestas, la dificultad más fuerte a vencer fue el poco interés por parte de los maestros, para apoyar el presente trabajo, esto con relación a la encuestas que se les aplicaron a ellos, ya que se debe también mencionar que en la aplicación de encuestas a alumnos, se tuvo buena respuesta de los profesores, cuando se les solicitaron sus grupos para la aplicación de estas. Aunque tal vez es aventurado decir que es falta de interés, podría ser algo de temor a ponerse en evidencia, se considera que no es muy grato que se les cuestione su forma de trabajar y menos sus conocimientos.

Se presentaron problemas para la realización de videograbaciones, ya que se percibió una fuerte aprensión por parte de los alumnos para ser entrevistados, algunos incluso se negaron a ser grabados. Y con respecto a los que lo permitieron, se les notó nerviosismo e incomodidad.

5.5 Observaciones Globales.

De acuerdo a los propósitos y objetivos específicos planteados al inicio del presente trabajo de investigación, que son establecer que sentido y significado asignan los alumnos a las ecuaciones diferenciales, así como que papel juegan los profesores y textos en la adquisición de dichos sentidos y significados, esto con la finalidad de dar explicación a los resultados obtenidos en el presente trabajo, se anotan las siguientes observaciones y conjeturas :

En cuanto a Sentido y Significado

- Para los alumnos de la Facultad de Ingeniería las ecuaciones diferenciales carecen de significado, algunos muestran que éstas tienen sentido en algún contexto, ya sea el físico o el geométrico, pero no así en su forma general. La observación anterior se apoya en los resultados obtenidos mediante las encuestas y entrevistas, ya que la mayoría de los alumnos no respondió la pregunta sobre el comportamiento de las funciones encontradas, sin embargo algunos de los entrevistados daban sus comentarios al respecto sólo cuando se les presentaba la ecuación en contexto.
- Se observa que aunque muchos de ellos son alumnos exitosos, esto es, que presentan promedios superiores al estándar en lo que se refiere a su carrera, no tienen la habilidad para relacionar las ecuaciones diferenciales entre sus diferentes representaciones. La mayoría de los alumnos entrevistados no es hábil con la elaboración de gráficas, presentan también dificultades para interpretar o leer las representaciones geométricas, las expresiones verbales, esto es, se les describe en forma verbal un problema y les cuesta trabajo relacionarlo con un problema algebraico o grafico según sea el caso.

Lo anterior se pudo percibir sobre todo en las entrevistas realizadas a los alumnos, algunos ni con ayuda les fue posible pasar de una representación a otra. Esto permite corroborar que no han adquirido el significado de las ecuaciones diferenciales, pues no tiene sentido para ellos la expresión geométrica de la solución de una ecuación diferencial, o bien no le encuentran sentido a la expresión matemática de la misma. Dicho de otra manera, los alumnos resuelven ecuaciones en

forma automatizada, las resuelven como problemas algebraicos, en los cuales sólo les preocupa encontrar la respuesta correcta, sin detenerse a pensar que les representa lo que encontraron.

En cuanto a la enseñanza, profesores y textos:

- Se observó que los profesores no promueven el aprendizaje significativo, pues en su mayoría consideran que con dar "conferencias", resolver un par de ejemplos y presentarles una lista de ejercicios, para que ellos realicen una repetición de los mismos pasos, estos se apropiarán del conocimiento. Este método de enseñanza no permite que el alumno se apropie de los diferentes sentidos y del significado de resolver ecuaciones diferenciales.
- Los profesores y alumnos de la Facultad de Ingeniería ven a las ecuaciones diferenciales como herramientas para resolver problemas algebraicos, los significados en los contextos físicos, gráfico y numérico, representan un porcentaje mínimo de sus concepciones.
- Los textos utilizados en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, dan preferencia al desarrollo en el marco algebraico, minimizando la utilización de los marcos gráfico y numérico, así como el uso de enseñanza en contextos diferentes del matemático abstracto.
- Los textos utilizados en la Facultad, en general, minimizan la utilización de los métodos gráfico y numéricos, para la resolución de ecuaciones diferenciales, a su vez que dan preferencia al contexto matemático. Lo anterior no permite que el estudiante adquiera habilidades para utilizar gráficas o métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales, por consiguiente no puede relacionar a estas en sus diferentes representaciones.

Lo textos y los profesores juegan un papel primordial en la generación de significados en los estudiantes y sí la enseñanza de las ecuaciones diferenciales se da en un solo contexto, y de manera que el alumno participe solo como espectador, esto origina que sea pobre en sentidos y significados.

BIBLIOGRAFÍA:

- **AGUILERA, MA. JESÚS/BLANCO, MA. SOL.** Investigación Cualitativa, Características, Métodos y Problemática, 1987.
- **ARTIGUE, MICHÈLE.** Ingeniería Didáctica. Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.
- **ARTIGUE M., DOUADY R., MORENO L., GÓMEZ P.** Ingeniería Didáctica en Educación matemática, Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.
- **BELTRAN, MIGUEL.** Las posiciones fenomenológicas; Schultz, Berger, Goffman y Garfinkel. En BELTRAN, M. Ciencia y Sociología. Madrid, Centro de Investigaciones Sociológicas, 1979.
- **BLANCHARD P.** Differential Equations. Brook Cole, edición preliminar, 1996.
- **BORRELLI R. y COLEMAN C.** Differential Equations: a modeling perspective. , John Wiley, edición preliminar, 1996.
- **BROUSSEAU, G.** Fundamentos y Métodos de la Educación Matemática, 1986.
- **CAMPBELL, STEPHEN L.,** Introducción a las Ecuaciones Diferenciales con Problemas de valor de Frontera, Mc Graw Hill, 1998.
- **ENCINAS BRINGAS, J.ÁLVARO,** Obstáculos en la Transferencia de Algunos Conceptos del Cálculo aprendidos en el Contexto del Movimiento a otros. Tesis de Maestría, Universidad de Sonora, 2001.
- **DÍAZ GODINO, JUAN.** Hacia una Teoría de la Didáctica de la Matemática, Dpto. de Didáctica de las Matemáticas, Universidad. de Granada, 1990.
- **EDWARDS JR., CH. Y PENNEY, DAVID E.** Ecuaciones diferenciales elementales con aplicaciones. Prentice-Hall Hispanoamericana. 1885.
- **HERNÁNDEZ RAMÍREZ, ARTURO.** Obstáculos en la Articulación de los Marcos Numérico, Algebraico y Gráfico en Relación con las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV, cuaderno de investigación núm. 30, 1994.

- *HERNÁNDEZ SAMPIERI, ROBERTO; COLLADO FERNÁNDEZ, CARLOS Y BAPTISTA LUCIO, PILAR.* Metodología de la Investigación.
- *MORENO ARMELLA LUIS y WALDEGG GUILLERMINA;* Constructivismo y Educación Matemática, Vol. 4 Revista Educación Matemática No. 2, México, 1992, pp. 7-15
- *MORENO ARMELLA LUIS;* La epistemología genética: una interpretación, Vol. 8 Revista Educación Matemática No. 3, México, 1993,
- *MORENO MERCADO MANUEL;* Enseñanza Problémica en Ecuaciones Diferenciales Ordinaria, Diseño de Materiales, Tesis de Maestría, 1999.
- *PIAGET, JEAN;* Introducción a la Epistemología Genética. Tomo 1, El pensamiento Matemático, Editorial Paidós, 1991.
- *LOMEN D. y LOVELOCK D.* Exploring Differential Equations via Graphics and Data. John Wiley, edición preliminar, 1996.
- *LLINARES, SALVADOR.* Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores. 1992.
- *KANG, W., KILPATRICK, J.* Didactic Transposition in Mathematics Textbooks, For the Learning of Mathematics, (1992).
- *KISELIOV, A.I., KRASNOV, M., MAKARENKO, G.,* Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Instituto Politécnico Nacional. 1996.
- *KREYSZIG, ERWIN.* Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Vol. 1. LIMUSA. 1980.
- *SIMMONS, GEORGE F.* Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y notas Históricas. 2da. Edición. Ed. Mc. Graw Hill, 1985.
- *SPIEGEL, MURRAY R.* Ecuaciones diferenciales aplicadas. Prentice-Hall, 1983.
- *VILLAR LIÑAN, MA. TRINIDAD Y LLINARES CISCAR, SALVADOR.* Análisis de errores en la conceptualización y simbolización de ecuaciones diferenciales en alumnos de química. Revista Educación Matemática, Vol. 8. Agosto 1996.
- *ZILL, DENNIS G.* Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado, 6ta. Edición, Thomson Editores. 1986.

ANEXOS

APÉNDICE A
(La Encuesta)

INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

Nombre : _____

Etapas : _____ **de la Carrera de :** _____

Grupo: _____ **Salón:** _____ **Fecha:** _____

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

1. $(y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$2. \quad 2xy y' + y^2 = 2x^2$$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

3. $xy' + y^2 = 2x$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

4. $(2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Observaciones:

APÉNDICE B
(Guía para la Entrevista)

GUÍA PARA LA ENTREVISTA

1.- Para corroborar que el alumno tiene habilidad para resolver ecuaciones diferenciales mediante algoritmos, le pedimos que resuelva la siguiente ecuación:

- $(1 + x) y' = x$ sol. $Y = x - \ln(1+x) + C$
- $L \frac{di}{dt} + Ri = E$ sol. $I = \frac{LE}{R} + Ce^{-Rt/L}$
- $xy' + y^2 = 2x$ No tiene solución por métodos algebraicos.

2.- Si el alumno resuelve sin problemas la primera de las ecuaciones antes descrita, lo cuestionamos sobre el comportamiento de la función solución.

- ¿ De que manera se comporta la función encontrada como solución de cada una de las ecuaciones anteriores?
- ¿Cuál es el comportamiento de la función solución?
- ¿ Es una función creciente, decreciente, etc. ?

3.- Si el alumno no puede resolver las ecuaciones, pero se le ve que hace intentos, lo cuestionamos de la siguiente manera:

- ¿ Qué representan para ti los términos que aparecen en la ecuación?
- ¿ Qué deseas encontrar al resolver una ecuación diferencial del tipo de las propuestas?
- Si no recuerdas el método de solución, o el tipo de ecuación ¿ No hay otra manera de obtener información de la función solución?Cuál es?

4.- Si el alumno resuelve las ecuaciones y da información sobre la función solución, se le plantean las ecuaciones siguientes y al último la que no tiene solución por métodos algorítmicos, lo anterior con la finalidad de ver su reacción al darse cuenta que no puede llegar a una solución algebraica, y lo cuestionamos de la misma manera que en el punto 3.

- ¿Qué representan para ti los términos que aparecen en la ecuación?
- ¿Qué deseas encontrar al resolver una ecuación diferencial del tipo de las propuestas?
- Si no recuerdas el método de solución, o el tipo de ecuación ¿No hay otra manera de obtener información de la función solución?

Otras preguntas que pueden hacerse:

- ¿Qué es para ti, resolver una ecuación diferencial?
- ¿Qué beneficios tiene el encontrar la función solución?

5.- En el caso particular de la segunda ecuación que representa un circuito eléctrico. Se le pregunta lo siguiente :

- ¿Me puedes describir que pasa con el voltaje ?
- Describe la variación del voltaje en el circuito.
- ¿En que intervalo aumenta o disminuye ?

Si se cuenta con calculadora :

- Preguntar que representa con calculadora y sin calculadora.

Anexo No. 3

GUÍA PARA EL ANALISIS DE LAS ENTREVISTAS

1.- Se observa el desempeño del alumno al resolver la ecuación diferencial que se le pide. Anotando si este fue:

Excelente Bueno Regular Malo

Se muestra inseguro Pregunta si va bien

2.- Se observa su reacción al terminar de resolver el problema.

Comenta algo Espera a que se le pregunte

Tomar nota de los comentarios:

3.- Observar la reacción del alumno al cuestionarlo por el comportamiento de la función solución.

4.- ¿ Qué hace ?

Hace una gráfica

Analiza numéricamente

Otros

5.- ¿ Qué dice ?

6.- ¿ Observar si el alumno relaciona la función solución con algún problema real?

Los mismos puntos para las ecuaciones 2 y 3

APÉNDICE C

(Algunas encuestas resueltas)

INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

(10) Nombre: Marguana Monzón Sara Eva
Etapa: Ecuaciones de la Carrera de: Ing. Industrial
Grupo: 232 ^{Diferenciales} Salón: 201 Fecha: 12/09/06

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$1. (y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$$

$$\underbrace{(y^2 + 1)}_M dx - \underbrace{(y \sec^2 x)}_N dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = y$$

No es exacta.

$$\frac{y dy}{(y^2 + 1)} = \frac{dx}{\sec^2 x}$$

Es separable.

$$u = y^2 + 1$$

$$du = 2y dy \quad \frac{1}{2} \int \frac{2y dy}{(y^2 + 1)} = \int \frac{dx}{\sec^2 x}$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\sec^2 x = 1 + \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2$$

$$\sec^2 x = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2y dy}{(y^2 + 1)} = \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2y dy}{(y^2 + 1)} = \int \cos^2 x dx$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2y dy}{(y^2 + 1)} = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{2y dy}{(y^2 + 1)} = \frac{1}{2} \int dx + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx \quad \int \cos u du \quad u = 2x \quad du = 2 dx$$

$$\frac{1}{2} \ln(y^2 + 1) = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

Converge o sea cíclica

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$2. \quad 2xy y' + y^2 = 2x^2$$

$$2xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 2x^2$$

No es lineal.
No es separable.

$$2xy \frac{dy}{dx} = 2x^2 - y^2$$

$$2xy dy = (2x^2 - y^2) dx$$

$$2x = \frac{(2x^2 - y^2) dx}{y dy}$$

ES exacta:

$$2xy dy = (2x^2 - y^2) dx$$

$$2xy dy - (2x^2 - y^2) dx = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 2y \quad \frac{\partial N}{\partial y} = 2y$$

$$f(x, y) = \int (2xy) dy + g(x)$$

$$f(x, y) = 2x \int y dy + g(x)$$

$$f(x, y) = 2x \frac{y^2}{2} + g(x)$$

$$\rightarrow f(x, y) = xy^2 + g(x)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = y^2 + g'(x)$$

$$y^2 + g'(x) = -2x^2 + y^2$$

$$g'(x) = -2x^2 + y^2 - y^2$$

$$\int g'(x) = \int -2x^2$$

$$g(x) = -\frac{2}{3}x^3 + C$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

$$f(x, y) = xy^2 + g(x)$$

como una parábola

$$f(x, y) = xy^2 - \frac{2}{3}x^3 + C$$

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$3. \quad xy' + y^2 = 2x \quad xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 2x \quad xy \frac{dy}{dx} = 2x - y^2$$

$$xy \, dy - (2x - y^2) \, dx = 0$$

- No es lineal
- No es homogénea
- No es exacta
- No tiene.

No tiene solución

¿Que comportamiento presenta la función solución?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$4. (2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$$

$$(2x + y + 1) dy = dx \quad \text{No es separable}$$

$$(2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1 \quad \text{No es lineal para } y$$

$$\underbrace{(2x + y + 1)}_M dy - \underbrace{dx}_N = 0 \quad \text{No es exacta}$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 2 \quad \frac{\partial N}{\partial y} = 0$$

$$(2x + y + 1) = \frac{dx}{dy} \quad \text{Lineal para } x$$

$$\boxed{2x + 1} - \frac{dx}{dy} = -y \quad \mu = e^{\int 2y dy} = e^{2y}$$

$$\left[2x + 1 - \frac{dx}{dy} = -y \right] e^{2y} \quad \left[\frac{dx}{dy} + 2x = y + 1 \right] e^{2y}$$

$$\left[2x e^{2y} + e^{2y} - \frac{dx}{dy} e^{2y} = -y e^{2y} \right] \cdot dy \quad \left[\frac{dx}{dy} e^{2y} + 2x e^{2y} = e^{2y} y + e^{2y} \right] dy$$

$$2x e^{2y} dy + e^{2y} dy - dx e^{2y} = -y e^{2y} dy \quad e^{2y} dx + 2x e^{2y} dy = e^{2y} y dy + e^{2y} dy$$

$$e^{2y} dy (2x + 1 - dx) = -\int e^{2y} y dy \quad \int d[e^{2y} \cdot x] = \int e^{2y} (y + 1) dy$$

$$e^{2y} \cdot x = \text{Por partes } \int e^{2y} y dy =$$

$$e^{2y} \cdot x = \frac{1}{2} y e^{2y} - \frac{1}{2} e^{2y} + \frac{1}{2} e^{2y} + C$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

$$v = y$$

$$dv = dy$$

$$dv = \int e^{2y} dy$$

$$v = \frac{1}{2} e^{2y}$$

$$= \frac{1}{2} y e^{2y} - \frac{1}{2} \int e^{2y} dy$$

(14)

INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

Entrevista - 36

(14)

Nombre: Beatriz Hernández Ibarra

Etapa: ^{Materia} Ec. Diferenciales de la Carrera de: Ing. Ind.

Grupo: 232

Salón: 201

Fecha: 12/Abril/2009

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$1. (y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$$

$$\frac{dx}{\sec^2 x} = \frac{y}{y^2 + 1} dy$$

$$\sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int \cos^2 x dx = \int \frac{y}{y^2 + 1} dy$$

$$\int \cos^2 u du = \frac{1}{2} u + \frac{1}{4} \sin 2u + C$$

$$\left[\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x = \frac{1}{2} \ln |y^2 + 1| + C \right] \quad \begin{array}{l} z = y^2 + 1 \\ dz = 2y dy \end{array} \quad (4)$$

$$2x + \sin 2x = 2 \ln |y^2 + 1| + 4C$$

$$2x + \sin 2x - \ln |y^2 + 1|^2 = C$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$2. \quad 2xy y' + y^2 = 2x^2$$

$$2xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 2x^2$$

$$2xy \frac{dy}{dx} = 2x^2 - y^2$$

$$2xy dy = (2x^2 - y^2) dx$$

$$\underbrace{(2xy)}_N dy + \underbrace{(-2x^2 + y^2)}_M dx = 0$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 2y \quad \frac{\partial M}{\partial y} = 2y \quad \therefore \text{es exacta}$$

$$f(x, y) = \int 2xy dy + g(x) = \frac{2xy^2}{2} + g(x) = xy^2 + g(x) \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = -2x^2 + y^2$$

$$y^2 + \frac{dg(x)}{dx} = -2x^2 + y^2$$

$$\int dg(x) = -\int 2x^2 dx$$

$$g(x) = -\frac{2}{3}x^3 + C$$

$$f(x, y) = xy^2 - \frac{2}{3}x^3 + C$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$3. \quad xy y' + y^2 = 2x$$

$$xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 2x$$

$$xy \frac{dy}{dx} + y^2 - 2x = 0$$

$$xy \, dy + \underbrace{(y^2 - 2x)}_M \, dx = 0$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = y$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$$

∴ No es exacta

$$x^2 \frac{dy}{y} = (2x' - y'^2) dx$$

No es homogénea

No es separable

$$xy \, dy = (2x - y^2) \, dx$$

$$xy \frac{dy}{dy} = (2x - y^2) \frac{dx}{dx}$$

$$xy = (2x - y^2) \frac{dx}{dy}$$

No es lineal para x , ni para y

La función es muy parecida a la anterior, lo que cambia es que esta se iguala a $2x$ y la anterior a $2x^2$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$4. \quad (2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$$

$$(2x + y + 1) dy = dx$$

No es separable

No es homogénea (el grado es distinto)

No es exacta

No es lineal para y

$$(2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dy}$$

$$2x + y + 1 = \frac{dx}{dy}$$

$$\frac{dx}{dy} - 2x = y + 1$$

Lineal para x

$$P(y) = -2$$

$$u(y) = e^{-\int 2 dy} = e^{-2y}$$

$$e^{-2y} dx - e^{-2y} 2 dy x = e^{-2y} (y+1) dy$$

$$\int d(e^{-2y} x) = \int e^{-2y} (y+1) dy$$

$$e^{-2y} x = e^{-2y} \left[-\frac{1}{2} (y+1) - \frac{1}{4} \right] + C$$

$$x = -\frac{1}{2} (y+1) - \frac{1}{4} + C e^{2y}$$

$$x = -\frac{1}{2} y - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + C e^{2y}$$

$$x = -\frac{1}{2} y - \frac{3}{4} + C e^{2y}$$

$$\int e^{-2y} (y+1) dy$$

$$u = y+1 \quad dv = e^{-2y} dy$$

$$du = dy \quad v = -\frac{1}{2} e^{-2y}$$

Por partes

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-2y} (y+1) - \int \left(-\frac{1}{2} e^{-2y} dy\right)$$

$$= -\frac{1}{2} (y+1) e^{-2y} + \frac{1}{2} \int e^{-2y} dy$$

$$= -\frac{1}{2} (y+1) e^{-2y} + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-2y}$$

$$= -\frac{1}{2} (y+1) e^{-2y} - \frac{1}{4} e^{-2y}$$

←

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Es una ecuación lineal en función de y

A

INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

LA CURSE HACE UN AÑO

1

Nombre: FLORES ROJAS ROBERTO ALEJANDRO
Etapa: _____ de la Carrera de: ELECTRONICA
Grupo: _____ Salón: 310 Fecha: 10/4/00

5-6:00 PM

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$1. (y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \int \frac{y dy}{y^2 + 1}$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \frac{2y^2}{y^4 + 2y^2 + 1}$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \int \frac{1}{y^2 + 1} dy \cdot \int y dy$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} = \cos^2 x$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \int \frac{1}{y^2 + 1} dy \cdot y$$

$$\cos^2 x = \frac{2y^2}{y^4 + 2y^2 + 1}$$

$$u = y^2 + 1$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \int \frac{1}{u} du \cdot y$$

$$x = \frac{2y^2}{\cos^2 (y^4 + 2y^2 + 1)}$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \int u^{-1} du \cdot y$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = u^{-2} \cdot 2y \cdot y$$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = (y^2 + 1)^{-2} \cdot 2y \cdot y$$

X

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \frac{2y \cdot y}{(y^2 + 1)^2}$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$2. \quad 2xy(y') + y^2 = 2x^2$$

$$y' = dy$$

$$2xy dy + y^2 = 2x^2$$

$$2xy dy = 2x^2 - y^2$$

$$\int 2xy dy = \int 2x^2 - y^2$$

$$2xy^2 = 2x^2 - y^2$$

$$xy^2 = \frac{2x^2}{2} - \frac{y^2}{2}$$

$$xy^2 = x^2 - \frac{y^2}{2}$$

$$xy^2 + \frac{y^2}{2} = x^2$$

$$y^2 \left(x + \frac{1}{2} \right) = x^2$$

$$\sqrt{y^2} = \sqrt{\frac{x^2}{x + \frac{1}{2}}}$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x + \frac{1}{2}}}$$

x	y
1	.89
2	.86
-1	

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

ES UNA PARABOLA

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

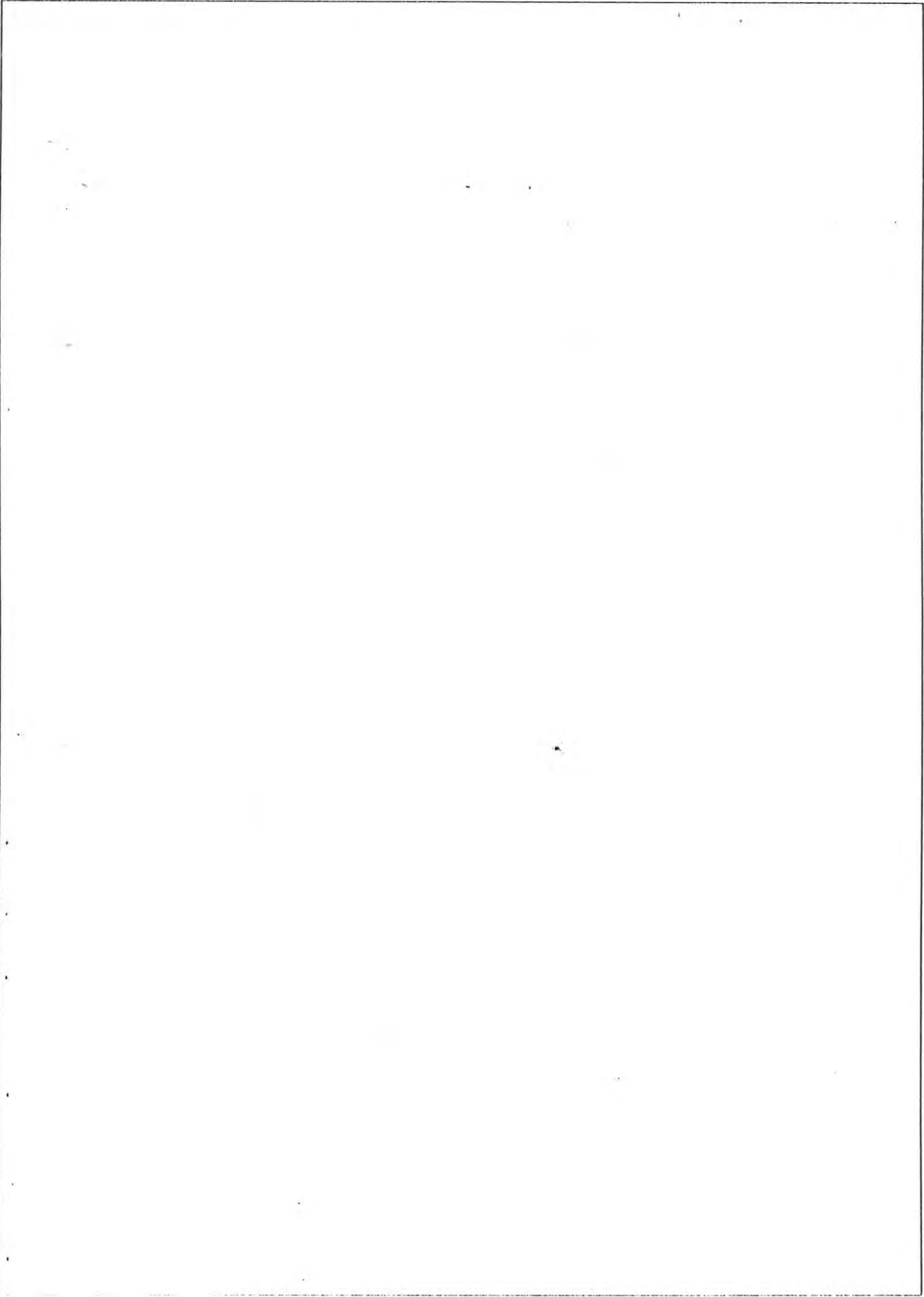
3. $xy' + y^2 = 2x$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$4. (2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?



INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

7

Nombre: Daniel Hiralles Valles
Etapa: Disiplinaria de la Carrera de: Electrónica
Grupo: _____ Salón: 310 Fecha: 10/Ab/2000

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$1. (y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$$

$$y^2 x + x = \frac{y^2 \sec^2 x}{2}$$

$$x(y^2 + 1) = \frac{y^2}{2} \sec^2 x$$

$$\frac{x}{\sec^2 x} = \frac{\frac{y^2}{2}}{y^2 + 1} \Rightarrow \frac{x}{\sec^2 x} = \frac{y^2}{2y^2 + 2}$$

De todos los problemas, a qui propuestos, lo único que recuerdo es que hay que despejar, integrar y separar las variables.

La materia la llevé en el semestre 98-1. Con el

Aprovecho para decir que es muy faltista e irresponsable, sin poner en duda su amplio conocimiento.

¿Que comportamiento presenta la función solución?

No recuerdo el significado de lo del comportamiento.

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$2. \quad 2xyy' + y^2 = 2x^2$$

$$2xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 2x^2$$

$$2xy \frac{dy}{dx} = 2x^2 - y^2$$

$$2xy \, dy = (2x^2 - y^2) \, dx$$

$$\int 2xy \, dy = \int (2x^2 - y^2) \, dx$$

$$2x \int y \, dy = -y^2 \int dx + \int 2x^2 \, dx$$

$$\frac{2xy^2}{2} = -xy^2 + \frac{2x^3}{3}$$

$$xy^2 = -xy^2 + \frac{2x^3}{3}$$

$$2xy^2 = \frac{2x^3}{3}$$

$$6xy^2 = 2x^3$$

$$y^2 = \frac{2x^{\cancel{3}2}}{6x} \Rightarrow y^2 = \frac{1}{3} x^2 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{1}{3}} x$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?

No recuerdo lo de comportamiento.

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$3. \quad xy' + y^2 = 2x$$

$$xy' + y^2 = 2x - y^2$$

$$y' = \frac{2x - y^2}{xy} \Rightarrow y' = \frac{2}{y} - \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{y} - \frac{y}{x}$$

$$dy = \left(\frac{2}{y} - \frac{y}{x} \right) dx \Rightarrow \int dy = \int \left(\frac{2}{y} - \frac{y}{x} \right) dx$$

$$y = \frac{2x}{y} - y \int x^{-1} dx \Rightarrow y = \frac{2x}{y} + \frac{y}{2x^2} \Rightarrow y = \frac{4x^3 + y^2}{2x^2 y}$$

$$2x^2 y^2 = 4x^3 + y^2 \Rightarrow 2x^2 y^2 - y^2 = 4x^3 \Rightarrow y^2(2x^2 - 1) = 4x^3$$

$$y^2 = \frac{4x^3}{2x^2 - 1} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{4x^3}{2x^2 - 1}} *$$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$4. (2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$$

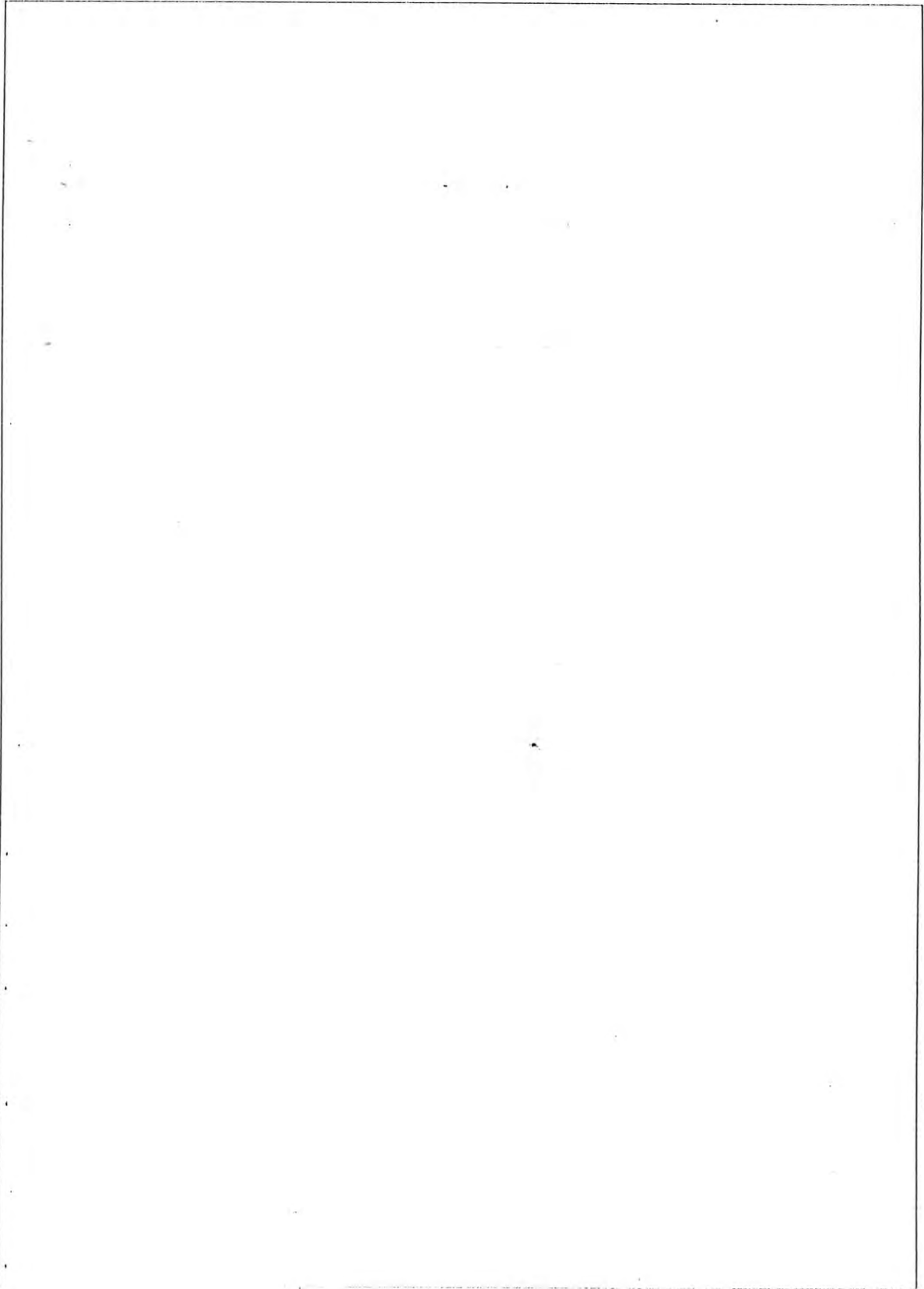
$$(2x + y + 1) dy = dx$$

$$\int (2x + y + 1) dy = \int dx \Rightarrow 2xy + \frac{y^2}{2} + y = x$$

$$\frac{y^2}{2} + y = x - 2xy \Rightarrow \frac{y^2}{2} + y = x(1 - 2y)$$

$$x = \frac{\frac{y^2}{2} + y}{1 - 2y} *$$

¿Que comportamiento presenta la función solución?



15

15/04/2020

INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

(17)

Nombre: Burgueño Aguilar Manuel

Etapas: I de la Carrera de: ing. Electrónica

Grupo: 431 Salón: 310 Fecha: 10/ABRIL/20

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

1. $(y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$

$$\int \frac{dx}{\sec^2 x} = \int \frac{y dy}{y^2 + 1}$$



No traigo
formulario
pero esta es
la expresión

¿Que comportamiento presenta la función solución?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$2. \quad 2xy y' + y^2 = 2x^2$$

$$2xy y' = 2x^2 - y^2$$

$$y' = \frac{2x^2 - y^2}{2xy}$$

$$y' = xy - \frac{y}{2x}$$

↓

Disculpeme pero realmente no recuerdo como se resuelve.

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

3. $xy' + y^2 = 2x$

$$y' = \frac{2x - y^2}{x}$$

$$y' = \frac{2}{y} - \frac{y}{x}$$

↑

No recuerda la solución

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

$$4. (2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\left\{ \frac{(2x + y + 1) dy}{x} = \frac{dx}{x} \right.$$

φ

No recuerdo como se resuelve

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

MAESTRA

NO ES PRETEXTO, PERO HACE
1 AÑO Y MEDIO QUE CURSE ESTA
MATERIA Y REALMENTE SE ME
DIFICULTÓ DEMASIADO EN SU
MOMENTO, Y AHORA NO RECUERDO
LAS SOLUCIONES DE LOS PROBLEMAS.

PERDÓN

INSTRUCCIONES

Por favor lee cuidadosamente lo que se te pide, resuelve y escribe el desarrollo, así como cualquier observación, dentro del marco de la hoja, argumenta tus respuestas.

Muy sinceramente no recuerdo el material en cuestión, por el momento, ya que lleve esta materia hace como año y medio, pero después de dar una repaseada a los métodos para resolver ecuaciones diferenciales, como los son las Homogéneas y No Homogéneas, estoy seguro, que podría resolver dichas ecuaciones sin mayor contratiempo.

Nombre: Carlos Augusto Chávez Guerrero

Etapa: 2da de la Carrera de: EO.

Grupo: _____ Salón: 310 Fecha: 10 Abril 2012

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

1. $(y^2 + 1) dx = y \sec^2 x dy$

$$y(y^2 + 1) dy = \sec^2 x dx$$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

2. $2xy y' + y^2 = 2x^2$... Homogénea de 1^{er} Orden

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

3. $xy' + y^2 = 2x$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

Resuelve la siguiente ecuación diferencial y analiza su solución.

4. $(2x + y + 1) \frac{dy}{dx} = 1$

¿ Que comportamiento presenta la función solución ?

