



598

UNIVERSIDAD DE SONORA
DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

"OBSTÁCULOS EN LA TRANSFERENCIA DE ALGUNOS CONCEPTOS DEL
CÁLCULO APRENDIDOS EN EL CONTEXTO DEL MOVIMIENTO A OTROS"

PROYECTO DE TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO
DE MAESTRO EN CIENCIAS ESPECIALIDAD EN
MATEMÁTICA EDUCATIVA

PRESENTA

L.F. JOSÉ ALVARO ENCINAS BRINGAS

ASESOR: DR. RAMIRO ÁVILA GODOY

Hermosillo Sonora, a 8 de febrero de 2001.

Universidad de Sonora

Repositorio Institucional UNISON



**"El saber de mis hijos
hará mi grandeza"**



Excepto si se señala otra cosa, la licencia del ítem se describe como openAccess

Agradecimientos:

A las Universidades Autónomas de Sonora y de Baja California

A los profesores del programa de la Maestría

Al Comité de Tesis:

Dr. Luis Enrique Moreno Armella

Dr. Ramiro Ávila Godoy

M.C. Martha Cristina Villalva y Gutiérrez

M.C. Jorge Ruperto Vargas Castro

Y especialmente al Dr. Ramiro Ávila Godoy por la dirección del trabajo de investigación y por el extra que le pone a su quehacer.

Nota: Este trabajo fue auspiciado por el PROMEP.

	Pag.
Índice	
Introducción	1
1.- El problema y su contexto.	4
1.1 El contexto del problema a investigar	5
1.1.1 La Facultad de Ingeniería de la UABC	5
1.1.1.1 Planes de estudio. Evolución histórica	7
1.1.1.2 El área de matemáticas	10
1.1.1.2.1 Los alumnos insumo / producto del área	11
1.1.1.2.2 Los profesores de matemáticas	13
1.1.1.2.3 El método de enseñanza	14
1.1.1.2.4 Contenidos de las materias de cálculo	15
1.1.1.2.5 Los libros de texto	17
1.1.2 La educación superior en México	17
1.2 El problema a investigar	19
2.- Marco teórico y Metodología	23
2.1 Marco teórico	24
2.1.1 La concepción del aprendizaje y de la enseñanza	24
2.1.2 La enseñanza en contexto	29
2.1.3 La enseñanza mediante problemas	30

2.1.4 El aprendizaje en equipo	32
2.1.5 Obstáculos y errores.	33
2.1.6 La representación de la variación	35
2.2 Metodología de la investigación	40
2.2.1 La metodología cuantitativa y cualitativa	40
2.2.2 La metodología de esta investigación	44
3.- Desarrollo de la investigación	51
3.1 El proyecto didáctico	52
3.1.1 Concepción	53
3.1.1.1 Etapas	54
3.1.2 Diseño	64
3.1.2.1 Objetivos generales y específicos	64
3.1.2.2 Contenido	66
3.1.2.3 Actividades de aprendizaje	68
3.2 Realización didáctica	70
4.- Análisis, observaciones, conjeturas y reflexiones.	82
4.1 Cuestionarios exploratorios.	83
4.1.1 Cuestionario exploratorio # 1	84

4.1.1.1	Objetivo, características y evaluación	85
4.1.1.2	El cuestionario	87
4.1.1.3	Tabla de resultados	88
4.1.1.4	Estadística y análisis de respuestas	90
4.1.2	Cuestionario exploratorio # 2	91
4.1.2.1	Objetivo, características y evaluación	92
4.1.2.2	El cuestionario	94
4.1.2.3	Tabla de resultados	97
4.1.2.4	Estadística y análisis de respuestas	98
4.2	Cuestionarios intermedios.	99
4.2.1	Cuestionario intermedio # 1	101
4.2.1.1	Objetivo, características y evaluación	102
4.2.1.2	El cuestionario	104
4.2.1.3	Tabla de resultados	106
4.2.1.4	Estadística y análisis de respuestas	110
4.2.2	cuestionario intermedio # 2	114
4.2.2.1	Objetivo, características y evaluación	115
4.2.2.2	El cuestionario	116
4.2.2.3	Tabla de resultados	117
4.2.2.4	Estadística y análisis de respuestas	120
4.2.3	cuestionario intermedio # 3	122
4.2.3.1	Objetivo, características y evaluación	123

4.2.3.2	El cuestionario	125
4.2.3.3	Tabla de resultados	127
4.2.3.4	Estadística y análisis de respuestas	130
4.3	Cuestionarios de cambio de contexto	132
4.3.1	cuestionario de cambio de contexto # 1	133
4.3.1.1	Objetivo, características y evaluación	134
4.3.1.2	El cuestionario	136
4.3.1.3	Tabla de resultados	138
4.3.1.4	Estadística y análisis de respuestas	145
4.3.2	cuestionario de cambio de contexto #2	149
4.3.2.1	Objetivo, características y evaluación	150
4.3.2.2	El cuestionario	151
4.3.2.3	Tabla de resultados	154
4.3.2.4	Estadística y análisis de respuestas	156
4.3.3	cuestionario de cambio de contexto # 3	157
4.3.3.1	Objetivo, características y evaluación	158
4.3.3.2	El cuestionario	159
4.3.3.3	Tabla de resultados	162

4.3.3.4 Estadística y análisis de respuestas	172
4.4 Observaciones, conjeturas y reflexiones.	174
4.4.1 Observaciones sobre gráficas	175
4.4.2 Observaciones sobre tablas	200
4.4.3 Observaciones sobre fórmulas	209

Anexo A

A: Paquete Didáctico

A.1 Lectura de gráficas

A.1.1 Detección de variables

A.2 Tablas numéricas

A.3 Problemas con fórmulas

Bibliografía

Introducción

En vista de la situación en la que se encuentra la enseñanza y aprendizaje de la matemática en general y del Cálculo en particular, en todos los niveles educativos incluyendo el nivel superior, a lo largo y ancho del país y en nuestra región en particular se considera justificado cualesquier esfuerzo encaminado a mejorar esta situación. Concretamente, en temas propios del Cálculo Diferencial y en un grupo de estudiantes de Ingeniería, licenciatura ofrecida por la Universidad Autónoma de Baja California se hace un intento de conocer más sobre los procesos de aprendizaje y enseñanza de estos temas.

En este trabajo se indaga sobre la situación siguiente: se conduce enseñanza sobre la variación en sus representaciones gráfica, numérica y analítica y el contexto del movimiento averiguando sobre lo asimilado de la misma por los estudiantes; posteriormente se examinan a éstos mismos para identificar sobre las dificultades que se les presentan al transferir los conocimientos adquiridos en el contexto del movimiento a otros tales como la Geometría, Física y Matemática abstracta.

Para llevar a cabo lo anterior, el primer paso fue revisar la literatura alrededor del tema y con ello precisar los lineamientos de la investigación; después se conceptuó y diseñó el proyecto didáctico que es la base de la etapa de enseñanza y los cuestionarios de exploración; inmediatamente después se diseña un instrumento -los cuestionarios intermedios- que

ayude a "ver" que tanto se está asimilando ésta. Son tres cuestionarios cada uno correspondiente a un tipo de representación.

Al finalizar la etapa de la enseñanza, se diseña y aplica otro instrumento - los cuestionarios de cambio- que auxilie en detectar las dificultades presentadas a los estudiantes al transferir los conocimientos adquiridos en el contexto del movimiento a otros. Nuevamente son tres cuestionarios con la misma correspondencia arriba mencionada. Finalmente, se analiza la información recabada, se hacen las observaciones correspondientes y se integra el reporte escrito.

El presente reporte escrito de investigación se desglosa a continuación:

Primeramente la **introducción** a modo de presentación y un panorama general. El **capítulo 1** trata del **marco de referencia** donde se ubica el problema sobre el cual indagar. En particular se hace una caracterización de la Facultad de Ingeniería-Unidad Mexicali perteneciente a la Universidad Autónoma de Baja California lugar sede del grupo de estudiantes donde se desarrolló la investigación. Se ubica la educación en un contexto social. Se plantea el **problema** de investigación incluyendo los propósitos y objetivos de la misma.

El **capítulo 2** presenta el **marco teórico** que fundamenta y guía y da sentido a este trabajo acopiándose la información necesaria para ello. La **metodología de la investigación** que se siguió también es presentada en este mismo apartado.

El **capítulo 3** se dedica al desarrollo o puesta en práctica de la investigación. En la primera parte se presenta la concepción y diseño del **proyecto didáctico** base para la etapa de enseñanza de este trabajo y en

la última, lo que es propiamente la puesta en práctica donde se hace una narración día a día de lo acontecido.

Parte esencial de la investigación es el **capítulo 4**, el cual contiene los cuestionarios **exploratorios** que en su nombre se lee su función; los cuestionarios **intermedios** y de **cambio de contexto** arriba definidos.

Todos los problemas que pertenecen a los cuestionarios incluyen objetivo, caracterización, criterio de evaluación, el enunciado del problema, hoja de respuestas, tabla de estadística de resultados y los análisis correspondientes.

La última sección del capítulo es dedicada a las **observaciones** y conjeturas sobre los resultados de la investigación.

El **anexo** contiene la **bibliografía** y el contenido del **proyecto didáctico** en detalle problema a problema y con sus tres secciones correspondientes a las representaciones gráfica, numérica y analítica de la variación .

1.- El problema y su marco de referencia.

Este capítulo en su primera parte, hace una descripción del ambiente que rodea el problema a investigar mismo que se define posteriormente. Primeramente se caracteriza la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California, marco institucional de este trabajo, seguidamente se hace lo mismo con al área de matemáticas de la misma, tomando en consideración a los estudiantes, a los profesores y sus métodos de trabajo y los contenidos de las materias; así como los índices de reprobación de las mismas. Finalmente se ubica la educación superior en el contexto de la sociedad mexicana.

En la segunda parte, se define el problema a investigar, así como propósito general y objetivos específicos del mismo.

1.1 Marco de referencia.

El ambiente del problema a investigar es tratado a continuación, iniciando con la Facultad de Ingeniería para posteriormente particularizar en el área de matemáticas y finalmente el contexto social de la educación.

1.1.1 La Facultad de Ingeniería de la UABC

Fundada en Octubre de 1967, la Facultad de Ingeniería, Unidad Mexicali, perteneciente a la Universidad Autónoma de Baja California, es una institución dedicada esencialmente a la formación de profesionistas a nivel licenciatura en las siguientes ingenierías: Topógrafo y Geodesta, Civil, Mecánico, Electricista, Electrónico, en Computación e Industrial así como Licenciado en Sistemas Computacionales administrativos. Se ofrece la especialidad en Telecomunicaciones, una maestría en la misma área y otra en Ingeniería Industrial.

**POBLACIÓN ESTUDIANTIL POR CARRERA 1985-2000
DEL ÁREA DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA DE LA UABC**

CARRERA	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
ENSEÑADA																
ING. CIVIL EN OBRAS PORT.	99	57	57	47	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
INGENIERO CIVIL	0	44	83	168	159	173	190	222	231	240	226	228	240	218	200	201
ING. EN COMPUTACIÓN											80	164	233	274	326	332
ING. EN ELECTRONICA					165	189	206	231	225	220	230	264	276	267	266	285
LIC. EN SIST. COMP.		90	130	179	180	236	233	190	194	223	207	211	271	232	216	228
MEXICALI																
INGENIERO CIVIL	495	433	357	290	231	230	254	281	334	373	376	399	336	265	243	237
INGENIERO ELECTRICISTA					88	133	158	220	242	225	192	190	164	152	147	147
ING. EN COMPUTACION		141	294	362	460	606	710	699	712	683	616	600	605	558	615	634
ING. EN ELECTRONICA					150	334	436	508	607	655	586	593	590	581	594	638
ING. MEC. ELEC. ESP. EI.	236	232	280	269	187	109	74	35	0	0	0	0	0	0	0	0
ING. MEC. ELEC. ESP. EO.	256	320	392	445	328	245	165	87	0	0	0	0	0	0	0	0
ING. MEC. ELEC. ESP. MEC.	169	178	194	185	127	81	59	31	0	0	0	0	0	0	0	0
INGENIERO MECANICO					73	186	219	294	368	396	395	394	347	338	351	392
ING. TOP. Y GEODESTA	111	91	81	82	29	14	0	0	0	17	8	8	7	0	0	0
LIC. EN SIST. COMP.		127	292	436	564	586	565	488	470	462	424	432	432	428	498	595
INGENIERO INDUSTRIAL													135	437	673	853
TECATE																
INGENIERO INDUSTRIAL					33	58	99	108	140	126	129	159	148	164	193	217
TIJUANA																
ING. EN ELECTRONICA							62	116	166	216	275	331	349	344	322	338
ING. EN COMPUTACION							76	122	166	214	387	400	362	329	355	385
INGENIERO QUIMICO	86	77	91	75	62	68	67	83	54	56	48	53	58	50	62	54
QUIMICO INDUSTRIAL	210	214	159	119	98	80	76	83	67	71	71	60	53	66	80	85
TOTAL	1662	2004	2410	2475	2959	3328	3649	3798	3976	4177	4268	4470	4552	4703	5141	5691

FUENTE: DIRECCIÓN GENERAL DE SERVICIOS ESCOLARES.

Se genera escasa investigación sólo en las áreas de topografía y electrónica y menos aún creación y difusión de cultura en general por lo que es válido, por estas razones y por el problema de investigación que se presentará posteriormente, el que se enfoque esta descripción a la Función Docente de esta institución.

La facultad cuenta actualmente (semestre 2000-2) con 3496 estudiantes y 340 académicos de los cuales 52 lo son de carrera de tiempo completo, 3 de medio tiempo; 11 técnicos académicos de carrera de tiempo completo y 274 profesores y técnicos de asignatura. 55 profesores atienden los cursos que se imparten en el área de matemáticas. Como un dato comparativo, la Universidad en su conjunto cuenta con 3772 académicos observando que la facultad representa el 9 % del total y de los 23170 estudiantes inscrito en licenciatura en el semestre 2000-2 sería el 15%.

A nivel de toda la Universidad en todos los Campos en el estado, se cuenta con una Facultad de Ingeniería en Ensenada con las ingenierías Civil, Electrónica y en Computación; en Tecate se cuenta con Ingeniería Industrial; en Tijuana Ciencias Químicas, Electrónica y Computación. En Mexicali además el Instituto de Ingeniería dedicado a labores de investigación y postgrado en las áreas de electrónica, sistemas y termodinámica.

Más adelante se presenta un cuadro comparativo de la población estudiantil en estas licenciaturas pertenecientes al área de ingeniería durante el periodo 1985-2000 siendo importante la rapidez de crecimiento de esta población- clientela fuertemente de

las matemáticas -respecto al crecimiento de la población total estudiantil.

1.1.1.1 Planes de estudio. Evolución histórica.

La facultad inicia actividades con la carrera de Ingeniero Topógrafo y Geodesta, con un plan de estudios semejante al ofrecido por el Instituto Politécnico Nacional, recibe actualizaciones en los años de 1977 y 1991. La licenciatura de Ingeniería Mecánica -Eléctrica con especialidad en Mecánica, Eléctrica y electrónica, inicia en el año de 1972 con modificaciones en su plan en 1977. En 1989 la carrera se divide en tres diferentes desapareciendo el tronco común entre ellas. Ingeniería Civil nace en 1973 con un plan también semejante al del IPN el cual tiene modificaciones en 1977 y 1991. Ingeniero en Computación y la Licenciatura en Sistemas Computacionales se crean en 1986 con modificaciones en 1991. Ingeniero Industrial en 1997.

Cabe aclarar que hasta el año de 1995, todos los planes de estudios de las carreras eran del tipo tradicional: con cierto número de materias obligatorias por semestre, con una fuerte seriación entre las materias, con un gran número de ellas, etc.

En lo que respecta a las materias del área de matemáticas, en todas las carreras se encuentran concentradas esencialmente en los primeros cuatro semestres de las mismas.

A partir de 1995 se implanta en todas las licenciaturas el llamado plan flexible de estudios con estas características: desaparece el concepto de materias por semestre, se reduce a un mínimo la seriación de las materias y se abre la posibilidad de estructurar un plan de estudios personalizado, etc. Similarmente al plan anterior, las materias de matemáticas se localizan en la llamada área básica que equivale aproximadamente a los cuatro primeros semestres del plan anterior.

Después de esta panorámica general histórica de las creaciones y modificaciones de los diversos planes de estudios se hace una breve descripción de lo acontecido en los cambios de contenido de las materias del área de matemáticas particularizados a la carrera de electrónica lo cual se considera no pierde generalidad ya que los cambios en planes de estudio fueron simultáneos en todas las carreras, además de que en esta se tiene el mayor número de créditos en matemáticas.

Desde 1974 y hasta 1989 los contenidos de las materias fueron :

Matemáticas I	Cálculo diferencial e integral de una variable
Matemáticas II	Cálculo diferencial e integral de una variable
Matemáticas III	Cálculo diferencial e integral de varias variables

Matemáticas IV Ecuaciones diferenciales ordinarias
Matemáticas V Ecuaciones diferenciales parciales, series de
Fourier y variable compleja.

Probabilidad y Estadística

Métodos Numéricos

A partir de 1989 y con la separación del Tronco Común las materias quedan así:

Matemáticas I Cálculo diferencial e integral de una variable

Matemáticas II Cálculo diferencial e integral de una variable

Matemáticas III Cálculo diferencial e integral de varias
variables

Matemáticas IV Ecuaciones diferenciales parciales, series de
Fourier y variable compleja.

Ecuaciones diferenciales ordinarias

Álgebra Superior

Probabilidad

Estadística

Métodos Numéricos

En esta modificación se observa la inclusión de Álgebra Superior y la separación de los cursos de probabilidad y estadística. Para el año de 1995 fecha de inicio de planes de estudio flexibles se tiene por novedad la incorporación de Álgebra Lineal.

1.1.1.2 El área de matemáticas

El área de matemáticas de la Facultad de Ingeniería de acuerdo con su estructura académica, es una de las partes que componen el área básica o tronco común al igual que las áreas de Física, Sistemas y Humanidades, este tronco básico se encuentra localizado esencialmente en los primeros cuatro semestres de las licenciaturas que se ofrecen y su propósito es brindar el servicio de estas áreas a las etapas terminales de las mismas carreras.

Debido a lo anterior los alumnos provenientes de la educación media superior ingresan simultáneamente al área de matemáticas y a la carrera correspondiente; mientras que al egresar de esta área ingresan a la etapa terminal de la carrera.

El área está formada por una sub-área que contiene el cálculo diferencial e integral de una y varias variables; otra sub-área, que trata las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales; una más con temas más especializados como variable compleja y series de Fourier; la sub-área de álgebra lineal y superior y por último probabilidad, estadística y métodos numéricos.

ÍNDICES DE REPROBACIÓN EN LAS MATERIAS DE MATEMÁTICAS POR CARRERA EN EL SEMESTRE 2000-1 DE LA FAC. DE INGENIERÍA DE LA U.A.B.C.

MATERIA/ CARRERA	CIVIL	SISTEMAS	COMPUTACIÓN	ELECTRICIDAD	ELECTRONICA	MECANICA	INDUSTRIAL	PROMEDIO
MATEMÁTICAS I	68	57	61	100	60	60	65	67
MATEMÁTICAS II	48	23	37	39	37	45	38	38
MATEMÁTICAS III	27	—	35	56	19	34	32	34
PROBABILIDAD	76	30	16	20	40	58	13	36
ESTADÍSTICA	55	16	43	78	31	25	38	41
ECS. DIFERENCIALES	0	—	33	64	27	39	17	30
ALGEBRA SUPERIOR	56	—	54	—	—	—	—	55
ALGEBRA LINEAL	—	32	—	—	16	—	17	22
MATEMÁTICAS IV	—	—	—	44	17	—	—	31
MÉTODOS NUMÉRICOS	56	36	14	—	—	49	34	38
PROMEDIO GENERAL								39

FUENTE: DIR. GRAL. DE SERVICIOS ESCOLARES.

*LOS PORCENTAJES CORRESPONDEN A LA CALIFICACIÓN DEL EXAMEN ORDINARIO.

Las materias relacionadas con la computación se encuentran en el área de sistemas.

Durante el semestre 2000-1 se ofrecieron 121 cursos de las diversas materias de matemáticas a todas las carreras con el apoyo de 55 profesores.

1.1.1 Los alumnos insumo/ producto del área

La Universidad Autónoma de Baja California, con el fin de seleccionar a los estudiantes que ingresarán a las diversas licenciaturas que ofrece y en particular las de ingeniería, instrumentó un examen tradicional y por escrito sobre conocimientos a nivel preparatoria. A partir de 1993 se diseñó y se implanta un Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos por computadora (exhcoba-c) el cual es contestado por el aspirante en forma individualizada frente a una computadora.

El EXHCOBA-C está constituido por un conjunto de 190 reactivos que evalúan las habilidades y los conocimientos básicos para poder cursar con éxito el primer año de estudios universitarios. Las habilidades se relacionan con el uso del lenguaje y con el manejo de números y cantidades; los conocimientos básicos son las nociones (no precisiones) que permiten la comprensión de otros conocimientos sobre los cuales se basa una cierta disciplina. En particular, el examen contempla 30 reactivos de habilidades cuantitativas y 15 de conocimientos básicos en matemáticas los cuales deberán responder

todos los aspirantes a todas las carreras; adicionalmente 60 reactivos más para los aspirantes a ingeniería.

De acuerdo con el examen de admisión aplicado en 1997, la calificación promedio en estas habilidades y conocimientos básicos en matemáticas resultó ser de 42% lo cual indica que los alumnos de nuevo ingreso a la Facultad y por tanto al área de matemáticas no cumplen con el mínimo requerido encontrándose en ello **una de las componentes de la problemática del aprendizaje y enseñanza de la matemática.**

Recientemente se ha vuelto a implantar un curso propedéutico, intensivo y de corta duración en temas de álgebra, geometría analítica y trigonometría buscando con ello cubrir algunas deficiencias en los aspirantes a ingresar a la facultad.

En cuanto a los estudiantes que egresan del área aproximadamente al cuarto semestre, estos ingresan a las áreas de especialidad de cada una de las carreras.

De acuerdo con la referencia (Encinas y Sayavedra, 1997), por experiencia personal y comunicación verbal de profesores y alumnos de las áreas de especialidad, los estudiantes que egresan del área de matemáticas presentan las siguientes características:

- Nivel de conocimientos por abajo del mínimo requerido
- Dificultad para abordar la solución de problemas
- Con un bajo significado en las matemáticas
- Actitud pasiva en clase esperando la explicación del profesor
- Bajo interés por la investigación a nivel clase
- Carencias en conceptos y procedimientos algebraicos y de cálculo.

Datos reveladores son los porcentajes de reprobación en los exámenes ordinarios de matemáticas que es del 39 % para el semestre 2000-1 en forma global tal y como se observa en la tabla siguiente. Es de señalarse el alto porcentaje de reprobación de matemáticas I que corresponde al cálculo diferencial que es de 67% el cual se ha mantenido en esos niveles en los últimos semestres. En este tipo de curso se efectúa la investigación actual.

1.1.1.2.2 Los profesores de matemáticas

Adelante se encuentra un cuadro donde se concentra información de la planta docente del área de matemáticas que pudiera ser relevante para los propósitos de este trabajo. El promedio de experiencia docente en el área es de 13 años, misma que puede considerarse como suficientemente madura desde el punto de vista tradicional al igual que el promedio en edad que es de 41 años. El promedio de carga docente es de 21 horas-semana-mes lo cual les da cierta pertenencia a las actividades de este tipo, es decir un buen porcentaje de ellos son profesores "profesionales".

Por otra parte, 7 de los profesores cursó el programa de maestría con especialidad en matemática educativa grupo que ha iniciado algunas acciones tendientes a cambiar la situación actual de la enseñanza de las matemáticas de la Facultad de Ingeniería, en la Universidad y en los otros sectores y niveles educativos. Fuera de este grupo sólo tres profesores han cursado algún postgrado en docencia. No se han considerado los diplomados en docencia, formación de habilidades etc. que pudieron haber tomado.

RELACION DE PROFESORES DE MATEMATICAS DE LA FAC. DE INGENIERIA DE LA U.A.C.
SEMESTRE 2000-2

ESCOLARIDAD(LIC./POSGRADO)	ANTIG.	EDAD	CARGA ACAD.
ING.INDUSTRIAL/MTRIA.EN EDUCACION	26	52	T.C.
LIC.EN MATEMATICAS/MTRIA.EN MATEMATICA EDUCATIVA	22	60	T.C.
ING.TOPOGRAFO/ESP.EN DOCENCIA	28	61	T.C.
ING.INDUSTRIAL/MTRIA.EN ING.DE SISTEMAS	22	55	5.00
ING.CIVIL/ESP.EN HIDRAULICA	20	52	22.00
LIC.EN FISICA/MTRIA.EN MATEMATICA EDUCATIVA	24	47	7.00
ING.EN ELECTRONICA/MTRIA.EN MATEMATICA EDUCATIVA	23	54	19.00
ING.QUIMICO	22	51	18.00
ING.TOPOGRAFO	20	56	13.00
ING.CIVIL	11	46	39.00
ING.INDUSTRIAL/MTRIA.EN EDUCACION	20	53	T.C.
ING.AGRONOMO	8	68	28.00
MATEMATICO	6	54	25.00
ING.EN COMPUTACION	1	43	14.00
ING.CIVIL	14	42	19.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA	13	37	4.00
ING.CIVIL	1	36	20.00
ING.CIVIL	12	62	17.00
OCEANOLOGO/MTRIA.EN PEDAGOGIA	11	41	10.00
OCEANOLOGO/MTRIA..EN OCEANOGRAFIA	12	38	T.C.
ING.MECANICO ELECTRICISTA/MTRIA.EN MATEMATICA EDUCATIVA	10	42	33.00
ING.GEOLOGO	10	38	25.00
QUIMICO/MTRIA.EN ADMINISTRACION/DR.EN ADMINISTRACION	5	58	29.00
ING.CIVIL/MTRIA. EN MATEMATICA EDUCATIVA	11	35	30.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA/MTRIA.Y DOCTORADO EN ING.BIOMEDICA	9	35	3.00
ING.EN CS.COMPUTACIONALES	1	34	7.00
ING.CIVIL	9	33	12.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA	9	32	5.00
ING.CIVIL/MTRIA. EN MATEMATICA EDUCATIVA	9	33	T.C.
ING. EN COMPUTACION	9	35	27.00
MATEMATICO	9	46	33.00
ING.CIVIL	9	33	31.00
ING.GEOFISICO/MTRIA.EN GEOFISICA	9	37	4.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA	8	32	40.00
ING. INDUSTRIAL	7	35	23.00
ING.CIVIL	7	32	25.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA/MTRIA.EN MATEMATICA EDUCATIVA	7	41	22.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA	5	33	40.00
ING.BIOQUIMICO/MTRIA.EN ING.TERMODINAMICA	4	39	35.00
ING.MECANICO	4	56	28.00
ARQUITECTO	4	42	22.00
ING.INDUSTRIAL	4	44	29.00

RELACION DE PROFESORES DE MATEMATICAS DE LA FAC. DE INGENIERIA DE LA U.A.C.
SEMESTRE 2000-2

ESCOLARIDAD(LIC./POSGRADO)	ANTIG.	EDAD	CARGA ACAD.
ING.AGRONOMO/MTRIA.EN CIENCIAS	2	35	25.00
QUIMICO	2	27	14.00
ING.EN ELECTRONICA	1	30	26.00
FISICO	1	51	25.00
ING.EN ELECTRONICA	1	29	9.00
ING.EN ELECTRONICA	1	24	3.00
OCEANOLOGO	1	34	12.00
FISICO	1	24	20.00
ING.INDUSTRIAL	1	29	17.00
ING.MECANICO ELECTRICISTA	1	32	9.00
ARQUITECTO/MTRIA.EN ARQUITECTURA	1	30	3.00
PROMEDIOS:----->>	13.50	41.00	21.50

FUENTE: DIRECCION GENERAL DE RECURSOS HUMANOS.

En resumen, se tiene una planta docente en matemáticas con una profesión de ingeniería, en general sin formación pedagógica y con una experiencia docente aceptable.

1.1.1.2.3 El método de enseñanza

De acuerdo con las características de la planta docente del área de matemáticas, se observa que la mayor parte son profesionistas que han sido habilitados como profesores de la misma, con escasa o nula preparación docente lo cual forma parte de la explicación de la metodología de trabajo de los profesores que esencialmente corresponde a una repetición a la forma en que ellos a su vez fueron enseñados y que por lo tanto se reproduce el modelo generación tras generación.

El método expositivo, el más utilizado por esta planta docente, se presenta a sus alumnos en el inicio de una clase típica algún teorema o concepto mismo que se muestra verbalmente o por medio de gis y el pizarrón; posteriormente se ilustra con algunos ejemplos. Algunas variantes podrían ser el que se formaran equipos de estudiantes para resolver algunos ejercicios adicionales o pasar estudiantes al pizarrón o dejar tarea. Inclusive esta forma de

trabajo puede estar apoyada por el uso de calculadoras y computadoras además de equipo audiovisual.

Cuando el profesor enseña de esta manera, conciente o inconcientemente está considerando que el conocimiento matemático es un objeto que está en su mente y que su trabajo consiste en transmitirlo al estudiante lo más ordenada y lógicamente posible para que el oyente lo perciba como algo sencillo de entender.

Se puede inferir que un buen maestro de matemáticas en este contexto es el que domina el lenguaje verbal que con una buena oratoria presenta el tema en cuestión; el que hace buen uso del pizarrón; el que selecciona los ejemplos más ilustrativos y que diseña los exámenes que son acordes a los temas vistos en clase.

Este profesor generalmente también considera que las matemáticas son una especie de edificio totalmente acabado donde posiblemente falten sólo algunos "detalles" por terminar.

Este método de enseñanza genera en el estudiante una actitud pasiva de escucha al orador interviniendo solamente cuando algún punto no le queda claro pero desarrollando la memoria para efectos de su aprendizaje puesto que el examen correspondiente versará sobre ejercicios parecidos a los de clase.

1.1.1.2.4 Contenidos de las materias de cálculo

Es de esperarse que los profesores encargados de diseñar los programas de estudios de las materias de cálculo seleccionen los contenidos y secuencias de acuerdo a sus creencias arriba mencionadas dando énfasis al aspecto

formal del contenido a expensas del aspecto intuitivo o de herramienta. El caso particular del tema: límites de una función, donde los profesores invierten una gran cantidad de tiempo en comparación con temas que debieran de atenderse mejor tales como la *función* en sus diferentes representaciones lo mismo que el acercamiento geométrico o físico de la función derivada.

A continuación se enuncian los temas y su orden acostumbrado:

1. Funciones
2. Límites de funciones
3. Continuidad de funciones
4. Diferenciación
5. Aplicaciones
6. Integral definida
7. Funciones trascendentes
8. Técnicas de integración
9. Sucesiones y series.
10. Geometría analítica
11. Funciones vectoriales
12. Cálculo diferencial de funciones
de varias variables.
13. Integración múltiple

Temas que obedecen totalmente a la lógica del cálculo mismo como un objeto de estudio y no como una herramienta. De estos, del 1 al 5 pertenecen al curso de matemáticas I, del 6 al 9 al de matemáticas II y del 10 en adelante a la III.

1.1.1.2.5 Los libros de texto de cálculo

Los libros de texto que más utilizan los profesores de cálculo de esta Facultad diferenciados por su autor son : Louis Leithold, Purcell/Varberg, Larson/Hostetler, Stewart y Thomas/ Finney.

El índice de estos libros corresponde muy cercanamente a los contenidos de las materias lo cual no es de extrañarse puesto que ambos corresponden a la lógica de la matemática y no a la lógica de la enseñanza y del aprendizaje como debiera de ser.

1.1.2 La educación superior en México

El artículo tercero de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos en sus fracciones V y VII dice: "V. Además de impartir la educación preescolar, primaria y secundaria, señaladas en el primer párrafo, el Estado promoverá y atenderá todos los tipos y modalidades educativos- incluyendo la educación superior-necesarios para el desarrollo de la nación, apoyará la investigación científica y tecnológica y alentará el fortalecimiento y difusión de la cultura; " "VII. Las universidades y las demás instituciones de educación superior a las que la ley otorgue su autonomía, tendrán la facultad y la responsabilidad de gobernarse a si mismas; realizarán sus fines de educar, investigar y difundir la cultura de acuerdo con los principios de este artículo, respetando la libertad de cátedra e investigación y de libre examen y discusión de las ideas;..."

Por otra parte, en el artículo séptimo de la *Ley General de Educación* aprobada en el año de 1993, se leen las finalidades de la misma: "I. Contribuir al desarrollo integral del individuo, para que ejerza plenamente sus capacidades humanas; " " II. Favorecer el desarrollo de facultades para adquirir conocimientos, así como la capacidad de observación, análisis y reflexión críticos;" "VII. Fomentar actitudes que estimulen la investigación y la innovación científica y tecnológicas;"

De lo anterior se desprende la aspiración del Estado Mexicano y, en consecuencia de la sociedad misma, de ofrecer, a través de las instituciones creadas para ello, una educación que desarrolle todas las facultades del ser humano y fomente actitudes que estimulen la investigación científica y la innovación tecnológica, ambas con el noble fin de la mejora de la nación mexicana.

En la *Ley General de Educación*, se amplía y particulariza este concepto, explicitando la necesidad del desarrollo de las facultades de observación, análisis y reflexión críticos. La presente investigación, responde, en alguna medida, a ese mandato constitucional pues aspira al diseño de nuevos y mejores métodos de enseñanza de las matemáticas.

1.2 El problema a investigar

En concordancia con lo escrito en el marco de referencia en cuanto a la situación que priva en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y en particular del cálculo es preciso desarrollar investigaciones que arrojen conocimiento sobre el funcionamiento de ambas actividades con el fin de hacer propuestas que las mejoren.

Se ha mencionado que la enseñanza del cálculo tradicionalmente se lleva a cabo en forma expositiva, con el profesor explicando algún concepto abstracto para posteriormente ejemplificarlo con cierto énfasis en lo algebraico y con los estudiantes escuchando esa misma explicación pasivamente. Si el tema se presta, el docente aplicará el concepto en problemas generalmente planteados en el contexto de la matemática misma. Una justificación a la enseñanza en abstracto para quien lo hace se puede encontrar en el párrafo extraído del libro de cálculo de James Stewart, página 137 "... Lo anterior ilustra el hecho de que parte del poder de las matemáticas radica en su propiedad de ser abstractas. Un solo concepto matemático abstracto (como el de la derivada) puede tener distintas interpretaciones en cada una de las ciencias. Esto es mucho más eficiente que desarrollar propiedades de conceptos especiales en cada ciencia de manera independiente. El matemático francés Joseph Fourier

(1768-1830) lo expresó de una manera concisa: " Las matemáticas comparan los más diversos fenómenos y descubren las analogías secretas que los unen" " Lo cual si bien es cierto desde el punto de vista del

conocimiento matemático no necesariamente lo es para el conocimiento matemático escolarizado.

Una propuesta alternativa a lo anterior puede ser plantear la enseñanza del cálculo en algún contexto diferente al de la matemática pura de tal manera que el estudiante pudiera asignarle un mayor significado a los conceptos y algoritmos. Un punto importante es ¿Cuál contexto es el más adecuado? Para seleccionar el contexto idóneo entrarían consideraciones tales como: la riqueza en significados del contexto; la familiaridad que el estudiante tiene de él; la relación que tiene con la enseñanza escolarizada, etc.

Supóngase que la enseñanza es llevada a cabo en el contexto seleccionado, de esto se esperaría un cierto nivel de asimilación por parte de los estudiantes en ese mismo contexto, pero no se conocería el desenvolvimiento de estos mismos estudiantes en otros contextos diferentes al de la enseñanza.

Recapitulando, tradicionalmente la enseñanza del cálculo es planteada en el contexto de la matemática pura y por métodos asimismo tradicionales lo cual ha producido magros resultados en el desenvolvimiento de los estudiantes en otros contextos diferentes al inicial; alternativamente, se propondría una enseñanza del cálculo incorporando algunas propuestas en cierto contexto seleccionado pero ahora lo desconocido sería ¿cómo es el desenvolvimiento de los estudiantes en otros contextos diferentes al de la enseñanza?

En el caso particular de esta investigación, puesto que sería de gran envergadura trabajar con la totalidad de un curso de cálculo se escogió el tema de la **variación de una magnitud con respecto a otra y su rapidez**

por lo fundamental para el cálculo tanto diferencial como integral. Por otra parte se seleccionó el contexto de la Física en particular la mecánica, dentro de ella la cinemática y específicamente el movimiento de objetos físicos en una dimensión. Este contexto se escogió por la familiaridad del tema y apego al sentido común en el sentido de Newton, para cualquier estudiante; el que forma parte de la enseñanza formal en las materias de Física y la riqueza de significados del tema. Las particularidades de la propuesta de enseñanza pueden verse en el capítulo 3 y en el anexo a este documento. De lo anterior se establece el siguiente:

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN: *¿Qué obstáculos se presentan al transferir los conceptos y métodos del cálculo aprendidos en el contexto del movimiento a otros contextos distintos tales como: la variación de áreas, volúmenes, temperaturas, energías u otras magnitudes físicas o al contexto de la matemática misma.*

En correspondencia con el problema planteado, se tiene el siguiente,

PROPÓSITO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN *es identificar los obstáculos que los estudiantes enfrentan al intentar transferir los conocimientos asimilados en el contexto del movimiento a otros.*

Por lo que,

EL OBJETO DE ESTUDIO DE LA INVESTIGACIÓN será: *los obstáculos presentes en transferencias inter-contextuales.*

El problema se estudiará en el transcurso de un semestre regular de clases a nivel licenciatura de la Facultad de Ingeniería de la U.A.B.C. y dentro de un curso de cálculo diferencial, haciendo que la investigación sea lo suficientemente factible.

En la propuesta de enseñanza de la variación, ésta es tratada en la representación gráfica, numérica y analítica, de donde surgen los siguientes

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE INVESTIGACIÓN

- a) Identificar los obstáculos en la transferencia del conocimiento adquirido en la representación gráfica de la variación en el movimiento a otros contextos tales como los señalados en el problema de investigación.*
- b) Identificar los obstáculos en la transferencia del conocimiento adquirido en la representación numérica de la variación en el movimiento a otros contextos tales como los señalados en el problema de investigación.*
- c) Identificar los obstáculos en la transferencia del conocimiento adquirido en la representación analítica de la variación en el movimiento a otros contextos tales como los señalados en el problema de investigación.*

2. Marco teórico y metodología de investigación

En la sección 2.1 se hace la presentación del Marco Teórico de esta investigación. Primeramente se presenta la concepción de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se usa en este trabajo; el tema de la enseñanza en contexto continúa y después la enseñanza mediante problemas y en equipos; seguidamente el tópico de los obstáculos y errores y finalmente la representación de la variación.

En la sección 2.2 se discute la Metodología de Investigación utilizada en este trabajo. Primeramente se caracterizan y diferencian los tipos de metodologías cualitativa y cuantitativa, para posteriormente y en base a los propósitos y objetivos de estudio de esta investigación, optar por la metodología mas adecuada a la misma finalizando con su descripción paso a paso.

2.1 Marco teórico

Se considera que un aspecto importante del marco teórico es darle un sentido a la investigación en curso. Es un responder a la pregunta ¿por qué hacer las cosas de cierta manera y no de otra?. Es una etapa del trabajo en la cual el investigador revisa la bibliografía correspondiente relacionada con su tema y selecciona los lineamientos teóricos que lo guiarán y sustentarán las actividades posteriores. Similarmente, a la pregunta ¿cómo hacer esas actividades? Se responde con la propuesta de la metodología de investigación correspondiente.

En concordancia con el problema, propósitos, objetivos y objeto de estudio de esta investigación se requiere plantear una postura respecto a los temas que a continuación se enlistan:

2.1.1 La concepción del aprendizaje y de la enseñanza

2.1.2 La enseñanza en contexto

2.1.3 La enseñanza mediante problemas

2.1.4 El aprendizaje en equipo

2.1.5 Obstáculos y errores.

2.1.6 La representación de la variación

2.1.1 Concepción del aprendizaje y de la enseñanza

Para desarrollar la presente investigación fue necesario precisar las ideas que se tiene respecto al modo de aprender de los estudiantes y al de enseñar de los profesores, ya que el proyecto didáctico lo exigía para su diseño y orientación así como la etapa de enseñanza y aprendizaje correspondiente al proyecto.

La concepción del aprendizaje que se tiene para este trabajo es una de tipo constructivista, fundamentada por las aportaciones de Piaget y sus discípulos. Para la enseñanza, se toma la postura conducciónista de Moshbits y para el medio de enseñanza, la problémica.

El constructivismo, escuela fundada por el suizo Jean Piaget (1896-1980) busca explicar la forma de aprender de los individuos basándose en un gran logro de él: la Epistemología Genética. Figura importante en esta teoría es la concepción que se tiene sobre el *conocimiento matemático* donde se considera que éste no es transmitido por el profesor al alumno sino que es *construido* por este último. Para Piaget, el individuo (sujeto) se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras mentales que definen la imagen que tendrá del objeto obteniendo de él cierta información, misma que es asimilada por esas estructuras mentales las cuales son modificadas por este solo hecho. Al volver a acercarse el sujeto al objeto con las estructuras modificadas, lo "verá" de manera diferente, percibiendo en este nuevo acercamiento atributos o características que inicialmente no había detectado. De esta forma, se van modificando tanto el objeto como el sujeto en un proceso dialéctico.

Por tanto, los objetos de conocimiento en particular los matemáticos, no existen en un universo objetivo, independiente del sujeto, sino que son creados, construidos por él.

De lo que se deduce que la actividad del profesor, no será la de un "agente transmisor" del conocimiento de su mente a la del alumno, sino que tendrá ahora una actividad más compleja que esencialmente será diseñar y conducir situaciones didácticas que hagan que el alumno entre en contacto con ellas para que en un proceso de asimilación y acomodación el alumno construya el conocimiento matemático en sus propias estructuras mentales.

La enseñanza como dirección de la actividad de aprendizaje. La enseñanza actividad que esencialmente desarrolla el profesor, el experto, ha sido estudiada por diversos autores y bajo diferentes enfoques pero tal vez nadie la ha caracterizado mejor que Máshbits, pedagogo desarrollado en el ambiente de la ex-URSS cuya teoría sintetiza exitosamente Alejandrina Bautista Jacobo(1999):

"1. *La enseñanza constituye un sistema complejo que está formado por dos tipos de actividad, la actividad de enseñanza y la actividad de aprendizaje.*

Estas actividades son realizadas por diferentes sujetos: la actividad de enseñanza es realizada por el profesor, mientras que la de aprendizaje es realizada en los dos planos anteriormente referidos, el individual y el social.

2. Estas actividades son de distinta naturaleza: *la actividad de enseñanza es de carácter práctico, mientras que la actividad de aprendizaje es de carácter teórico, es una actividad cognoscitiva, mental, intelectual.*

3. *Los sujetos que ejecutan dichas actividades resuelven diferentes tareas.*

El profesor, durante su actividad de enseñanza, resuelve tareas didácticas,

mientras que el alumno, durante su actividad de aprendizaje, resuelve tareas problémicas.

4. *El producto de la actividad de enseñanza es objetivo*, por cuanto existe separado del profesor y consiste en una cierta organización de la actividad cognoscitiva del alumno y en los cambios logrados y en la personalidad de éste. *El producto de la actividad de aprendizaje es subjetivo*, por cuanto existe solamente dentro del alumno, no puede ser separado de él sin que pierda sentido, y consiste en los cambios reales y latentes en su estructura cognitiva propiciados por la realización de la actividad de aprendizaje.

5. *Ambas actividades también son diferentes porque cumplen diferentes funciones* y, al ser ejecutadas, emplean diferentes medios.

6. *Todos los componentes de la enseñanza, incluyendo los medios simbólicos y los recursos tecnológicos, deben enmarcarse en el contexto de las actividades ejecutadas por el enseñante y el aprendiz*. En especial, se deben tomar en cuenta las particularidades de la actividad de aprendizaje de los alumnos.

7. La relación entre enseñante y aprendiz constituye un tipo especial de *interacción de conducción*, de dirección.

8. El mecanismo de la enseñanza consiste precisamente en *la conducción, dirección y regulación de la actividad de aprendizaje* de los alumnos.

9. *Cada una de estas actividades se rige por sus propias leyes y posee sus propias regularidades*. Sin embargo, es importante no perder de vista el hecho de que la actividad de aprendizaje se supedita en cierta medida a la de enseñanza, bajo cuyos marcos se realiza. En este sentido, las regularidades de la actividad de aprendizaje quedan determinadas en gran medida por las particularidades de la enseñanza bajo la cual transcurre, y específicamente,

por las características del método de enseñanza . Este postulado refleja, en cierta medida, la postura Vygostiana respecto al carácter social del aprendizaje.

10. A pesar de ello, *el método de enseñanza solamente plantea, mas no determina unívocamente la actividad de aprendizaje del alumno.* Aquí no hay una relación determinista. Las particularidades de la actividad de aprendizaje que desarrolla el alumno no solamente están condicionadas por el método de enseñanza, sino también y sobre todo por la estructura cognitiva del sujeto, de su motivación , de sus objetivos, etc."

Dimensión social del aprendizaje y de la enseñanza. Si bien en el tratamiento anterior de la teoría constructivista del aprendizaje el entorno social no es considerado y el aprendizaje se ve como algo individual, personal, según el psicólogo nativo en la ex - URSS L. S. Vygotsky (1896-1934) el individuo está inmerso en su entorno social con el cual interactúa y en especial con los expertos, promoviendo con ello el desarrollo del individuo . Un concepto vygostiano de gran trascendencia es el de Zona de Desarrollo Próximo, en el que se considera que el individuo tiene dos niveles de desarrollo: el actual o presente y el desarrollo potencial o futuro. El nivel actual viene dado por la capacidad del individuo de resolver problemas por si mismo, de manera independiente. El potencial, por la capacidad del individuo para resolver un problema en colaboración de uno o varios compañeros mas avanzados o del profesor. Vygotsky define la zona de desarrollo próximo como " la distancia entre el nivel de desarrollo actual determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces" (Vygotsky) (1) . Según

Vygotsky, la instrucción es buena sólo cuando se adelanta al desarrollo, además enfatiza en la ayuda proveniente de una persona más capaz o experto para el desarrollo de la ZDP. Desde ese punto de vista el profesor deja de ser un transmisor del conocimiento para ser un experto que proporciona ayuda oportuna al estudiante. Generalmente, los grupos de estudiantes son lo suficientemente numerosos como para que se pueda brindar satisfactoriamente esa asesoría por lo que un buen recurso es el trabajo en clase en equipos de 3 o 4 estudiantes, donde casi siempre habrá uno de mayor conocimiento o experiencia que jugará el rol de experto.

2.1.2 La enseñanza en contexto

" El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto."(Moreno,1992,página 11)

El mismo Luis Moreno en su artículo sobre la Epistemología Genética de 1996 después de trabajar un problema en el que los interrogados pretenden resolverlo de una manera la cual funciona para ciertos problemas y que no es adecuada para éste apunta "Cuando pasamos a otros contextos, incluso prácticos, ya no nos ofrece respuestas adecuadas. Aparecen disfuncionamientos en la estructura conceptual que hemos elaborado con aquella interpretación, la cual aparece ahora como un obstáculo para asimilar la nueva situación. Resulta plausible afirmar que los obstáculos en el proceso de aprendizaje son consustanciales a dicho proceso, ya que el aprendizaje es siempre contextual".

Según Paul Cobb, Alatorre (1991) resume algunas de las tesis que aquél propone respecto la enseñanza en contexto :

- "1. El conocimiento sólo adquiere forma verdadera dentro de un contexto, por lo que
2. comportamientos aparentemente irracionales y erróneos adquieren sentido cuando se ve en qué contexto se manejaba el sujeto; de ahí que sea necesario comprender los contextos y,
3. como las metas y propósitos de un individuo se expresan en un contexto, es necesario comprenderlos también, así como entender
4. la relación entre las metas y las creencias del individuo, ya que las segundas son el sustrato de las actividades encaminadas a la realización de las primeras; además,
5. las creencias se ajustan para la realización de una de las metas más generales del individuo, a saber que su mundo (su contexto) tenga sentido; y
6. todo lo anterior debe verse además dentro del marco de las interacciones sociales del individuo."

De acuerdo con todo lo anterior el aprendiz le otorga sentido al conocimiento sólo cuando es aprendido en un contexto determinado, de lo cual se desprende la necesidad de conducir esta misma actividad (como sinónimo de enseñanza) en contexto teniendo presente la generación de obstáculos inherentes a los cambios de contexto en el diseño de las actividades didácticas correspondientes.

2.1.3 La enseñanza mediante problemas.

" Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea

puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo" Con estas palabras George Polya inicia su conocido trabajo sobre cómo plantear y resolver problemas, en ellas se percibe la importancia actualmente mas reconocida de los problemas como un medio de la enseñanza.

Más aún, Polya abunda sobre este punto," Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a sus alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello." Polya hace énfasis en usar para la enseñanza ejercicios que no sean rutinarios es decir que tengan un cierto grado de dificultad y que no sean la mera aplicación de algún algoritmo recién presentado en clase. La manera tradicional de presentar estos que llamaremos problemas rutinarios, dejan en el alumno la percepción de que los problemas deben resolverse en poco tiempo, además fortaleciendo la idea de que la solución es muy importante no poniendo gran atención al método o procedimiento en la búsqueda de las alternativas de solución.

Por lo anterior, resulta trascendente el caracterizar lo que se entenderá por problema para efectos de enseñanza o problema docente según Máshbits .

El resumen expuesto en el trabajo de M. Moreno:

"1. Debe relacionarse con el material que se estudia.

2. Debe reflejar el carácter contradictorio de la información
3. Debe dirigir la búsqueda y señalar las vías de solución.
4. Debe ser asequible. Si es demasiado difícil o demasiado fácil no provoca interés. En otras palabras se debe situar en la zona de desarrollo próximo de Vygotsky.
5. La formulación del problema debe contener conceptos conocidos por el alumno, que incluyan elementos que se relacionen con lo desconocido.
6. Preguntas, tareas y ejercicios deben influir en el estado emocional del alumno interesándolo y motivándolo a la actividad."

Este acercamiento promovido por la psicología cognitiva, tiene su complemento en la epistemología del conocimiento, en particular el matemático o el físico, donde la concepción de problema se hace análogo al trabajo del científico y matemático profesional el cual invierte una gran cantidad de tiempo en la búsqueda de la solución de algún problema, promoviendo con ello un espíritu de tenacidad y perseverancia.

2.1.4 El aprendizaje en equipos.

La búsqueda del aprendizaje de matemáticas organizando los estudiantes en equipos, en grupos de 3 o 4 dentro o fuera de un salón de clases resulta ser una alternativa efectiva para la consecución de ese fin.

El profesor como conductor de la enseñanza propone el problema a resolver al equipo de estudiantes los cuales inicialmente lo hacen suyo a un nivel individual buscando alguna solución o propuesta de solución poniendo en marcha los procesos mentales. Esta propuesta debe ser organizada en el interior del estudiante y posteriormente es verbalizada o escrita pudiéndose

ver como una forma de comunicación externa. Fijada la postura por el estudiante, ésta es contrastada con la de el resto de compañeros del equipo. De la contrastación surge la discrepancia, la argumentación, la refutación y como una respuesta de otros se tiene la contra-argumentación o contra-refutación actividades que promueven la comprensión de las ideas en general y en particular las matemáticas. Se puede decir sin lugar a dudas que el trabajo en equipos es un promotor del pensamiento en contrapartida de la actitud pasiva de escucha del profesor-expositor.

2.1.5 Obstáculos y errores

Tradicionalmente se ha considerado que los errores de cálculo que cometen los estudiantes en sus tareas y exámenes, son debidos a una falta de dominio o de una desviación del algoritmo correspondiente. En esta postura de tipo conductista, se cree que los errores no tienen importancia como objetos de estudio sino que por el contrario son respuestas incorrectas que se deben de ignorar hasta que se produzca la respuesta correcta, generalmente la receta que se da es "hagan más ejercicios" para que con ello subsanen el error. El señalamiento de un error no basta para erradicarlo. Recientemente diversos investigadores de la problemática de la Matemática Educativa (Brousseau,1983), (Radatz,1980) y (Borasi,1994) difieren del punto de vista anterior y en congruencia con el *constructivismo* reconocen el valor de analizar los errores de los estudiantes. Los errores son una fuente de información acerca de lo que y como han aprendido, por lo que se requiere profundizar en las posibles causas y definir el procedimiento didáctico que logre eliminar el error. Gruesamente hablando, se puede suponer dos tipos de errores según West y dentro del libro de Mancera (1998): a) Errores de

descuido. Son aquellos que aparecen ocasionalmente, los cuales no tienen interés para la investigación. b) Errores conceptuales. Son aquellos que presentan cierta regularidad o patrón definido, los cuales si son de interés para efectos de investigación.

Mancera conceptúa el error regular cometidos por los estudiantes en clase, como una "concepción limitada", al igual que históricamente matemáticos de gran valía como por ejemplo Cauchy, tuvieron ciertos "errores" de este tipo.

Para Brousseau (1983) "el error y el fracaso no juegan el papel simplificado que a veces se les quiere hacer representar. El error no es simplemente el efecto de la ignorancia, de la inseguridad, del azar, como se cree en las teorías empiristas y conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que ahora, se revela falso, o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos e imprevisibles; se constituyen en obstáculos. Tanto en el funcionamiento del maestro como en el del alumno, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido."

Es decir que el análisis de los errores nos puede revelar la existencia de dificultades, que llamaremos obstáculos cobrando esta actividad una gran relevancia para el investigador.

Sumamente iluminadores los párrafos que Juan Díaz Godino (1990) dedica a este tema en su trabajo de revisión del estado actual en la que se encuentra la Didáctica de la Matemática y los cuales difícilmente podrán ser superados en ese sentido.

"Los obstáculos y sus tipos

Un obstáculo es una concepción, posiblemente un conocimiento, que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problema pero que falla cuando

se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para su aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos concientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarles a conseguirlo.

Brousseau (1988) da las siguientes características de los obstáculos:

- un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento;
- produce respuestas adaptadas en un cierto contexto que el alumno encuentra con frecuencia;
- genera respuestas incorrectas fuera de este contexto. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente;
- resiste a las contradicciones a las que se confronta y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.
- después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándose de forma esporádica.

2.1.6 La representación de la variación.

Una de las necesidades fundamentales de la humanidad a lo largo de su historia y en la actualidad es la de cuantificar, el querer saber cuánto es o cuántos son, problemas que dieron surgimiento a los números naturales (magnitudes discretas). También ha sido algo básico la cuantificación de perímetros (longitudes) y áreas (superficies) lo cual lleva a la cuantificación de magnitudes continuas.

A lo largo de muchos siglos, el objeto de estudio de la matemática fueron las magnitudes constantes ya sean discretas o continuas.

A partir del siglo XVI los problemas cotidianos y del avance de las ciencias, propiciaron la formulación y estudio de nuevos problemas sobre las magnitudes en lo cuales el interés estaba centrado en **establecer la forma en que una magnitud varía con respecto a otra**, refiriéndose evidentemente a **magnitudes variables**, es decir que pueden tomar diversos valores.

Un problema fundamental en el siglo XVII es el **determinar qué tanto varía la posición de un objeto que se mueve al transcurrir el tiempo**.

Se identifica en el problema dos magnitudes variables: la posición y el tiempo. Ésta es la pregunta esencial en el estudio del movimiento de un objeto.

Durante ese siglo, éste problema constituyó el problema central de la Física.

El estudio de éstos problemas de la variación de una magnitud con respecto a otra dio lugar al surgimiento de conceptos tales como magnitud variable o simplemente variable y el de función. La parte de la Matemática que estudia estos conceptos es llamada matemática de la magnitudes variables o de los cambio e incluyen ramas tales como la Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral , Ecuaciones Diferenciales, entre otras.

" Todo el cálculo diferencial se puede reducir a su concepto fundamental, la *razón de cambio* . Determinar razones de cambio de procesos continuos es muchas veces más importante que estudiar estos procesos. Siempre que dos magnitudes (variables) están conectadas mediante una relación funcional (función), se puede estudiar el cambio relativo de una de las magnitudes con respecto la otra." (Wenzelburger Elfriede,1993). Así en su breve pero sustancioso libro sobre la didáctica del cálculo diferencial Wenzelburger

hace su propuesta de enseñanza misma que en cierto sentido es seguida para la concepción y diseño del proyecto didáctico que forma parte de éste trabajo:

De la razón de cambio promedio al instantáneo. El de la pendiente de la recta secante al tangente. Y la relación entre todos éstos conceptos.

En cuanto al concepto de función, relación entre las magnitudes variables, ésta será considerada como un proceso y no como un objeto de estudio.

Recientemente se ha dedicado y ha cobrado importancia el estudio de la representación de un objeto matemático, en particular la función, ya que contribuye a la conceptualización del objeto matemático. "En esta dirección los Estándares del Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM) han señalado su importancia, por considerar el hecho de que toda buena representación desempeña un papel dual, como un instrumento de pensamiento y como un instrumento de comunicación (Kaput, 1989). Al respecto, diversas investigaciones han enfocado sus trabajos al papel que desempeñan las representaciones en la adquisición del concepto matemático, inclinando sus perspectivas hacia la importancia que tienen las representaciones internas (Goldin & Kaput, 1996). Sin embargo, para otros autores, como es el caso de Duval (1993) y Zhang (1997), destacan el valor que poseen las representaciones externas en el proceso de conceptualización, sin restar importancia a las representaciones internas. En este contexto Duval señala tres actividades cognitivas (Formación de una representación identificable, Tratamiento y Conversión) que deben llevarse a cabo en forma explícita para las representaciones externas, con el propósito de que el estudiante adquiriera el objeto matemático, a través de una dinámica integral." (Benítez, 2000).

" En general, la literatura relativa a este tema (funciones) considera dos tareas fundamentales, a saber: **Interpretación y Construcción** . Por interpretación nos referimos al acto por el cual un estudiante adquiere sentido de una situación, a través de una gráfica, una ecuación o bien una tabla numérica. Esta actividad hacia interpretaciones de tipo global, si el estudiante identifica tendencias en la gráfica (Janvier, 1981) o puede ser local en relación con la localización de puntos interesantes en el plano cartesiano, en esta dirección la interpretación que se realiza particularmente en la gráfica puede radicar en el espacio simbólico de la gráfica o bien puede moverse a otro espacio como el algebraico , esta actividad de requerir moverse de una forma de representación a otra, es la llamada translación o conversión(Janvier, 1987; Duval, 1988). Así al observar una gráfica y determinar por ejemplo, la localización de su ordenada al origen o bien la identificación de las parejas ordenadas que cortan el eje x , requiere de la interpretación en la representación misma. Por otra parte, el determinar el valor de la pendiente (m) en la ecuación correspondiente $y = mx + b$ a partir de la gráfica de la línea recta , involucra por un lado la interpretación de la gráfica y por otro, el cambio de esta información a otra representación, en este caso la algebraica (Duval, 1988; Schoenfeld, 1993)." (Benítez, 2000).

" La construcción es otra tarea fundamental que han considerado diversas investigaciones en el tópico de funciones. Por construcción nos referimos al acto de generar algo nuevo, esta actividad se refiere a construir una gráfica o colocar puntos en el plano cartesiano a partir de datos o bien construir una expresión algebraica para una gráfica.

La tarea de construcción como la de interpretación comparten características comunes, ambas pueden ser aplicadas a las representaciones gráfica, numérica o algebraica, además de poder realizar actividades como son: local- global, cualitativa-cuantitativa, dependiendo de lo que está siendo examinado. En términos de la relación mutua de estas dos tareas podemos considerar que la interpretación no requiere de la construcción para ser efectuada, en cambio, a menudo en la construcción se requiere de algún tipo de interpretación para su realización. En este sentido un factor importante es la presentación de la situación la cual puede darse por medio de la experiencia en un fenómeno físico o bien, por su presentación en forma textual(lengua natural). La interpretación y tratamiento que el estudiante realiza de la información será decisiva para construir su primera representación, que será la que represente la situación. " (Benítez,2000).

2.2 Metodología de la investigación

¿ Cómo desarrollar la investigación? ¿ cómo hacer las actividades necesarias para la puesta en práctica de la indagación? Estas preguntas se responden con la selección y caracterización del procedimiento para llevarla a cabo que se llamará Metodología de Investigación, misma que involucra además las técnicas para recopilar la información requerida por los propósitos del trabajo.

2.2.1 La metodología cualitativa y cuantitativa

Antes de seleccionar la metodología más adecuada para esta investigación, se caracterizará tanto la investigación cualitativa como la cuantitativa así como algunas diferencias entre ellas. Más adelante se retomará los propósitos y objeto de estudio de esta investigación como criterios fundamentales para decidir sobre la metodología a seguir.

"... podemos establecer una gran distinción entre investigación cualitativa e investigación cuantitativa, aunque se trata más bien de un "continuo" que de categorías excluyentes. La investigación cualitativa, parte de lo que se ha denominado paradigma "naturista" y persigue conocer cómo se producen los procesos educativos en su entorno natural, como se construyen tales procesos a través de las interpretaciones y las actividades de sus protagonistas. Aspira a explicar los distintos aspectos y fenómenos de la realidad educativa pero asume que esa realidad no solamente "externa", observable y cuantificable numéricamente, " sino que también es dependiente de cómo los actores educativos la interpretan y vivencian".

La investigación cuantitativa, predominante en el pasado y en la actualidad en nuestro país y en el panorama internacional, parte de una concepción "racionalista" semejante a la que subyace en las ciencias físicas. Por supuesto también persigue conocer y explicar cómo se han desarrollado los procesos educativos. Pero a diferencia de la posición naturalista, asume que es posible comprender muchos fenómenos educativos fuera de su entorno natural, en situaciones controladas o de "laboratorio"; asume la existencia de una "objetividad" que el investigador puede conocer desde "fuera" de los propios fenómenos y aspira a actuar de forma "experimental" y a cuantificar numéricamente sus observaciones" (Aguilera, Blanco.1987). De esta manera las autoras establecen una clara distinción entre los enfoques de investigación cualitativa y cuantitativa ambas vigentes en la actualidad.

Seguidamente se enlistan las características esenciales de la investigación cuantitativa según Aguilera (1987):

1. Búsqueda de la objetividad.

2. El investigador está al margen de los datos, tiene una perspectiva desde afuera.
3. Aboga por el empleo de métodos cuantitativos, como técnicas experimentales aleatorias, cuasi-experimentales, tesis, objetivos, análisis estadísticos multivariados, estudio de muestras, dentro de la metodología correlacional y experimental.
4. El sistema de notación que utilizan para describir la realidad es fundamentalmente numérica.
5. El investigador cuantitativo se interesa por descubrir, verificar o identificar relaciones causales entre conceptos que proceden de un esquema teórico previo, y sus métodos han sido desarrollados para verificar o confirmar teorías.
6. Un concepto básico en este enfoque es el de control: el investigador hace grupos experimentales y de control con los sujetos aleatoriamente, y se preocupa de disminuir el efecto contaminante de otras variables presentas distintas a la estudiada.
7. Para analizar la información se emplean procedimientos estadísticos de diversa complejidad.
8. Se da mayor importancia al resultado que al proceso, tomando sólo en cuenta los aspectos observables y las variables operativas de la situación.

Esta metodología ha resultado insuficiente para la investigación de los complejos fenómenos educativos debido esencialmente a que no considera el contexto en el que se desarrollan las acciones, no se interesa por los aspectos culturales del individuo, rechaza la información que no pueda ser cuantificable, el deseo intenso de controlar variables en el fenómeno, el no

tomar en cuenta casos atípicos que pudieran clarificar la situación general etc. En general la metodología cuantitativa, está fuertemente influida por las concepciones positivistas-lógicas de los fenómenos sociales dando escasa atención a las subjetividades de los fenómenos humanos. Por lo anterior se observa día con día un mayor uso de la metodología cualitativa que toma en consideración esos aspectos.

Aguilera (1987) sintetiza certeramente las características de la investigación cualitativa:

1. Se centra en el interés por los significados sociales que sólo se pueden estudiar en el contexto de la interacción entre los individuos.
2. Los datos que recogen los investigadores cualitativos no son tanto conductas, habilidades y conocimientos observables, medibles y cuantificables, como procesos de pensamientos, análisis e interpretación y comprensión de situaciones sociales.
3. Por lo que se requiere una metodología sensible a las diferencias, a los acontecimientos imprevistos, a los cambios, a los comportamientos observables y a los significados ocultos.
4. Esta metodología se caracteriza por su amplitud. Todas las técnicas posibles de recogida de la información son útiles; recurren fundamentalmente a la observación participante y no participante, entrevistas abiertas, triangulación, análisis de documentos, etc.
5. El investigador cualitativo no suele tener una teoría previa, ésta aparece a partir de los propios datos, y además puede modificar los conceptos y las teorías a medida que avanza la investigación.
6. La investigación cualitativa describe los hechos y los interpreta en relación con un contexto más amplio.

7. Los investigadores cualitativos no asignan valores numéricos a sus observaciones, sino que prefieren registrar sus datos en el lenguaje de sus sujetos.
8. Tiene que haber un diseño flexible en la investigación con el fin de descubrir todas las variables del proceso.

Manuel Santos Trigo (1994), destaca " la ubicación de la educación matemática en las ciencias sociales y el significado de investigar en esta disciplina." La disciplina denominada Educación Matemática, de construcción relativamente reciente, en base a sus características está encontrando su lugar en el concierto de las ciencias dentro de las de tipo social por lo que a priori se puede suponer que los métodos de investigación serán semejantes a los de éstas.

Por otra parte se recuerda que el propósito de esta investigación es identificar los obstáculos que los estudiantes enfrentan al intentar transferir los conocimientos asimilados en el contexto del movimiento a otros y el objeto de estudio son los obstáculos presentes en transferencias inter-contextos. Puesto que los obstáculos pueden ser identificados en el proceso de resolución de un problema más que en su resultado el interés estará centrado en dichos procesos; y por todo lo arriba escrito se decide por una metodología de corte cualitativo y de carácter exploratorio descrita más adelante con los rasgos o características antes mencionadas.

2.2.2 La metodología de esta investigación:

Para alcanzar el propósito y los objetivos específicos de la investigación, se describe a continuación la metodología seguida para lograr esos fines.

Aspectos didácticos :

Puesto que es necesario que los estudiantes reciban enseñanza en el tema de la variación dentro del contexto del movimiento, primeramente se diseña el proyecto didáctico mismo que se detalla en cuanto a su concepción, objetivos y contenido en la sección 3.1 y en el anexo a este reporte se encuentran los problemas que lo conforman. La batería de problemas serán elaborados ó seleccionados con un cierto propósito didáctico preestablecido: Propiciar la actividad intelectual de los estudiantes tendiente a la construcción de los conceptos y métodos en cuestión. Los problemas se organizan en tres grupos, cada uno correspondiente a un tipo de representación de la variación: gráfico, numérico y analítico.

El método de enseñanza que se utiliza para este proyecto será mediante la presentación de cada uno de los problemas a los estudiantes de acuerdo al orden del anexo A. Dentro del grupo, estos problemas serán trabajados las más de las veces en equipos de tres o cuatro estudiantes y al final de la resolución de cada problema, el profesor preguntará al grupo en general sobre la respuesta o respuestas propuestas motivando la discusión sobre las mismas llegando al final a un posible consenso al respecto. Durante el trabajo de los equipos, el profesor se sentará con ellos promoviendo la discusión, el explorar alternativas de solución etc. mientras que el investigador observaba y apreciaba lo sucedido. Se llevará una bitácora día a día de lo acontecido, la

cual se encuentra en la sección 3.2 y es denominada Realización Didáctica donde se anota el material revisado diariamente y algunas observaciones.

Posterior a la enseñanza:

Dada la enseñanza, es necesario elaborar instrumentos de medición sobre el conocimiento que ha sido asimilado por los estudiantes, tal como exámenes escritos que apoyen las apreciaciones directas del profesor. Los exámenes que se denominan en este proyecto Cuestionarios Intermedios están enunciados en la sección 4.2. Consisten en tres cuestionarios que corresponden a cada una de las representaciones de la variación en el movimiento y cada uno de ellos a su vez compuesto por varios problemas. Para cada uno de los tres cuestionarios se enuncia su objetivo, características y criterios de evaluación. Los cuestionarios serán aplicados a los estudiantes días después de terminar cada una de las etapas de enseñanza correspondientes, presentándoselos a éstos como si fueran exámenes parciales, esto con la finalidad de asegurarse de que se ponga el máximo esfuerzo al resolverlo. Los resultados de los mismos son vaciados en tablas donde el #1 significa éxito y el 0 fracaso en la respuesta, por supuesto que estos datos son sólo una ayuda para organizar la información encontrada en las respuestas de los exámenes, lo cual se complementa con los comentarios vertidos en la sección de estadística y análisis para cada cuestionario. Las tablas también contienen las claves de evaluación, totales por reactivo y los porcentajes correspondientes. Los números del 1 al 23 se les a asociado a cada uno de los estudiantes, relación que se conserva constante a lo largo de toda la investigación.

Antes de iniciar la etapa de enseñanza, se elaboran y aplican dos cuestionarios denominados exploratorios formados cada uno de ellos por diversos problemas los cuales al igual que los del Cuestionario Intermedio tienen objetivos, características y criterios de evaluación. La intención, es de conocer el estado de conocimientos que tienen los estudiantes sobre el tema y así servir de referencia a los posteriores cuestionarios y a la elaboración del proyecto didáctico mismo. Alrededor de estos cuestionarios se desarrolla una actividad evaluatoria semejante al de los intermedios. Los cuestionarios exploratorios son expuestos en la sección 4.1.

Otros contextos:

Puesto que el propósito de este trabajo es identificar los obstáculos que los estudiantes enfrentan al intentar transferir los conocimientos asimilados de la variación en el movimiento, es necesario elaborar una batería de tres cuestionarios llamados de Cambio de Contexto con la finalidad de indagar sobre la existencia de estos obstáculos. Cada cuestionario corresponde a la representación gráfica, numérica y analítica de la variación pero en contextos diferentes al de la enseñanza (movimiento). Estos contextos corresponden a otras áreas de la física, la geometría y a la matemática pura o abstracta. Para cada cuestionario se tiene objetivos, características y criterios de evaluación. Además, al igual que en los intermedios se tienen tablas de resultados, la estadística y análisis de los mismos. En la sección 4.3 se tratan todos estos puntos. El tipo de interrogantes es semejante al de los correspondientes Cuestionarios Intermedios con el fin de poder hacer las comparaciones necesarias entre ambos resultados.

Etapas de análisis:

Después de aplicar y analizar los cuestionarios intermedios y de cambio, sigue la etapa de comparación de éstos y análisis de la misma con el fin de identificar los obstáculos presentes en la transferencia.

Las observaciones referentes a obstáculos serán producto de la comparación de la actividad desarrollada por los estudiantes en el contexto del movimiento (con enseñanza) y a través de los cuestionarios intermedios y de su desempeño en la resolución de los correspondientes cuestionarios de cambio de contexto referentes a los contextos de la Física y de la Geometría (sin enseñanza), es decir lo que sucede en la actividad de transferencia inter-contextual. Es decir que se compararán los resultados del cuestionario intermedio #1 (gráficas) con el de cambio #1 (gráficas), el #2 de intermedio (tablas) con el #2 de cambio (tablas) y finalmente el #3 de intermedio (fórmulas) con el #3 de cambio (fórmulas).

En cuanto a los criterios seguidos para la comparación de los resultados de los dos cuestionarios: intermedio #1 y cambio #1, ellos se basan en las etapas definidas en la sección 3.1.1.1 perteneciente a la concepción del proyecto didáctico y se refieren al desempeño obtenido por el estudiante ante el:

1. Comportamiento de la variación de la magnitud: creciente, decreciente o constante y valor máximo

2. Comportamiento de la rapidez de variación de la magnitud: creciente, decreciente o constante.
3. Comportamiento de la rapidez con que varía la rapidez de variación de la magnitud: creciente, decreciente o constante.
4. Construcción de la gráfica de la rapidez a partir de la gráfica de la variación de la magnitud.

Los tres primeros criterios corresponden a la tarea fundamental de *interpretación* y la última a la de *construcción*. Tareas propias de la representación de una función.

Por otra parte y con la finalidad de organizar la interpretación (a hacer por el investigador) de la información a obtener en la comparación de las actividades de los estudiantes, éstos serán estratificados en subgrupos de acuerdo a su desempeño en los diversos problemas que conforman cada uno de los cuestionarios intermedios del movimiento bajo la siguiente convención: De acuerdo con el número de preguntas establecidas por cada Criterio se dan los diferentes casos y de acuerdo con el número de respuestas correctas posibles los subgrupos de estudiantes recibirán los nombres de : muy bueno, bueno, regular y no suficiente. Por lo que se tiene:

Subgrupo	respuestas correctas
Caso A: una pregunta por criterio	
No suficiente	0
Muy bueno	1
 Caso B: dos preguntas por criterio	
No suficiente	0

Regular	1
Muy bueno	2

Caso C: tres preguntas por criterio

No suficiente	0
Regular	1
Bueno	2
Muy bueno	3

Caso D: cuatro preguntas por criterio

No suficiente	0
Regular	1
Regular	2
Bueno	3
Muy bueno	4

Las observaciones producto de este análisis se encontrarán en la sección 4.4 así como conjeturas y reflexiones derivadas del proceso mismo.

3.- Desarrollo de la investigación

El presente capítulo está compuesto por dos sub-temas: el proyecto didáctico y la consecuente realización del mismo.

El proyecto es una propuesta de enseñanza para estudiantes de que tomarán un curso de cálculo diferencial en el tema de variación en el contexto del movimiento y en las representaciones gráfica, numérica y analítica. En la sección 3.1 se desglosa el proyecto.

Seguidamente, en la sección 3.2 se describe la puesta en práctica del proyecto didáctico.

3.1 El proyecto didáctico

De acuerdo con el problema de investigación, sus propósitos y la metodología para llevarla a cabo, se diseñó y elaboró el siguiente proyecto didáctico con el propósito más general de que sea utilizado por estudiantes de primer semestre de ingeniería para que durante la presente investigación tengan la enseñanza requerida y que al término de ésta, escudriñar en los puntos de interés. Para ello se utiliza la enseñanza en situaciones problémicas, en la representación gráfica, numérica y analítica y con las correspondientes transferencias y todo ello exclusivamente en el contexto del movimiento y en lo particular a la variación de las magnitudes de la posición, distancia recorrida, velocidad y aceleración de un móvil con respecto al tiempo.

El proyecto está compuesto por una parte donde se plantea su concepción, las diversas etapas de desarrollo del conocimiento y el diseño que comprende objetivos, contenidos y actividades de aprendizaje.

3.1.1 Concepción del proyecto

La concepción del proyecto que se presenta seguidamente está sustentada en una serie de consideraciones relativas al proceso de conocimiento de la variación en el fenómeno físico del movimiento en lo referente a la posición y distancia recorrida por un móvil así como su velocidad y aceleración.

Desde temprana edad los seres humanos van experimentando en su vida diaria situaciones donde tienen contacto con los cuerpos físicos percibiendo que ocupan un lugar (una posición) en el espacio así como el que se puedan desplazarse.

En otro nivel podrán percibir que se desplazan con una cierta rapidez ya sea pequeña ya sea grande. La rapidez con la cual varia la rapidez- la aceleración - difícilmente podrá ser percibida en estas experiencias debido al mayor grado de abstracción de este concepto comparado con el de la velocidad y más aun con el de posición y distancia recorrida.

Al transitar por el sistema escolar, el estudiante toma cursos de Ciencias Naturales en el nivel de Primaria y cursos de física en Secundaria y Bachillerato donde tendrá contacto con las leyes clásicas Newtonianas que explican "el como del movimiento" de los cuerpos. Un cierto numero de estudiantes, adicionalmente tomarán el curso de cálculo diferencial que se

imparte a nivel preparatoria y optativamente en el Colegio de Bachilleres de Baja California.

Todo estas experiencias escolares y extraescolares hacen que el estudiante que recién ingresa a la Universidad tenga formado un sistema conceptual sobre el tema de la variación en el movimiento, el cual le permitirá entender el sentido de los primeros problemas con los que se enfrentará en este proyecto didáctico.

Se han estructurado nueve etapas para el proceso del conocimiento de la variación en el movimiento, partiendo de un nivel cero de partida. Las cuatro primeras etapas se refieren a la representación gráfica del movimiento con énfasis en el aspecto cualitativo. De la quinta a la séptima, tratan la representación numérica del movimiento con énfasis en el aspecto cuantitativo. Finalmente, la octava y novena cubren la parte analítica con énfasis en su relación con las dos anteriores representaciones.

3.1.1.1 Etapas del proceso del conocimiento de la variación en el movimiento

De acuerdo con lo anterior se describen a continuación una serie de etapas del proceso del conocimiento de la variación en el movimiento que sirvieron de guía para el diseño de las situaciones didácticas que se usaron

para provocar las experiencias de aprendizaje requeridas por los propósitos de esta investigación.

En las diversas etapas que se describirán enseguida se pretende que los estudiantes transiten a través de ellas pretendiendo con ello conducir el proceso de conocimiento de la variación en el movimiento.

0. Etapa cero

Se puede considerar como un nivel de partida sobre el cual se construirán las nueve etapas que más adelante se van describiendo.

Completando lo escrito en la sección 3.1.1 se puede presumir que el sistema conceptual que los estudiantes tienen sobre el movimiento incluya un cierto nivel de significación para mucha de la terminología a usarse tales como crecer, decrecer, más rápido, más lento, cada vez más rápidamente, etc. Asimismo deberán tener significados para conceptos tales como posición, distancia recorrida, velocidad y aceleración.

En particular algunas habilidades en la representación gráfica tales como: manejo adecuado de los ejes y puntos coordenados y trazo de curvas en el plano. En la parte numérica, la manipulación de los números reales en las operaciones básicas de la aritmética; manejo de tablas numéricas. Una herramienta útil en esta parte es la calculadora científica que también se presupone ya operan para estos mismos efectos. En lo algebraico se supone pueden resolver ecuaciones de primer y segundo grado, y las operaciones básicas.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

1. Primer etapa:

Con las experiencias de aprendizaje de esta primer etapa se pretende que los estudiantes conceptualicen:

1.1 Que se puede analizar la variación de la posición, velocidad y aceleración con respecto al tiempo en un objeto, situación o fenómeno; en algunos casos, por observación directa del objeto, situación o fenómeno; y que el resultado del análisis se puede comunicar por medio del lenguaje natural; pero también puede representarse por medio de una gráfica en un sistema de coordenadas.

1.2 Que la variación de la posición, velocidad y aceleración tiene una dirección y que, en función de ella puede ser creciente, decreciente o constante; o una combinación de ellas.

1.3 La forma de representar gráficamente la dirección de la variación de la posición, velocidad y aceleración.

2. Segunda etapa:

Con las experiencias de aprendizaje de esta etapa se pretende que los estudiantes conceptualicen:

2.1 Que al variar la posición, velocidad o aceleración con respecto al tiempo, lo hacen con una cierta rapidez relativa y que, en consecuencia, puede hablarse de la rapidez de la variación de cada una de estas magnitudes.

2.2 Que la rapidez de la variación de la posición- a la cual llamaremos velocidad- y que la rapidez de la variación de la velocidad - a la cual llamaremos aceleración-son, a su vez, cantidades variables y que, con su base en la conceptualización de la etapa anterior, concluyan que pueden ser constante, creciente o decreciente.

2.3 Que la rapidez de la variación de posición, velocidad y aceleración está representada en la gráfica por medio de la concavidad de la curva correspondiente.

3. Tercera etapa:

Como consecuencia de haber establecido que la variación de la posición, velocidad y aceleración respecto al tiempo tiene una dirección y una rapidez, se espera que los estudiantes conceptualicen:

3.1 Que existen siete tipos básicos de variación para cada una de estas tres magnitudes, que resultan de clasificarlas simultáneamente por su dirección y por su rapidez:

3.1.1 Creciente, de rapidez creciente (creciente-creciente).

3.1.2 Creciente, de rapidez constante (creciente-constante).

3.1.3 Creciente, de rapidez decreciente (creciente-decreciente).

3.1.4 Decreciente, de rapidez creciente (decreciente-creciente).

- 3.1.5 Decreciente, de rapidez constante (decreciente-constante).
- 3.1.6 Decreciente, de rapidez decreciente (decreciente-decreciente)
- 3.1.7 Constante, de rapidez nula (constante).

3.2 La forma en que se representa gráficamente cada uno de los tipos básicos de la variación de la posición, velocidad y aceleración respecto al tiempo.

3.2.1 Que a partir de la representación gráfica de la variación de la posición es posible construir la correspondiente gráfica de la velocidad; similarmente que a partir de la gráfica de la variación de la velocidad también es posible construir la de la aceleración.

4. Cuarta etapa:

Establecidos los tipos básicos de variación, se pretende que los estudiantes logren generalizar el proceso de clasificación y conceptualicen que es posible hablar de: la rapidez con que varía la rapidez de la variación de la posición (la aceleración) o de la variación de la rapidez con que varía la rapidez de la variación de la posición (la variación de la aceleración) adicionalmente se espera que los estudiantes conceptualicen que la variación de estas cantidades pueden ser representadas tanto en el lenguaje natural como en forma gráfica: Asimismo que es posible transitar de una representación a otra.

REPRESENTACIÓN NUMÉRICA

5. Quinta etapa:

Se espera que las experiencias de aprendizaje de esta etapa, propicien que los estudiantes conceptualicen :

- 5.1 Que es susceptible de determinarse qué tanto varía la posición, velocidad o aceleración respecto del tiempo, cuando éste sufre un determinado cambio y que esto puede hacerse, en principio, de manera empírica, realizando mediciones en fenómenos naturales o experimentos de laboratorio.
- 5.2 Que a cada valor de una de las tres variables posición, velocidad y aceleración relacionadas le corresponde un valor del tiempo.
- 5.3 Que las parejas de valores obtenidos de las mediciones, pueden registrarse en una tabla de datos y que ésta es otra forma de representar la manera en que las cantidades están variando con respecto al tiempo.
- 5.4 Que esta forma de representación de la variación permite comparar cuantitativamente las variaciones de la dos variables relacionadas.
- 5.5 Que para comparar dichas variaciones es necesario calcular las diferencias entre los valores de cada una de las variables y comparar (por cociente) las diferencias correspondientes.
- 5.6 Que los cocientes obtenidos indican la rapidez con que varían cada una de las tres magnitudes con respecto al tiempo.

6. Sexta etapa:

En esta etapa del proceso, se pretende que los estudiantes conceptualicen:

- 6.1 Que la rapidez calculada, al comparar (por cociente) las diferencias (incrementos) de las variables involucradas- ya sea posición, velocidad o aceleración respecto al tiempo- es una rapidez (o aceleración) promedio por intervalo y que esto es equivalente a considerar que la variación, en dicho intervalo, fue con rapidez(o aceleración) constante.
- 6.2 Que el análisis de la variación de los cocientes permite obtener información adicional sobre la manera en que está variando una cantidad con respecto a la otra.
- 6.3 Que este análisis puede servir para determinar la existencia de alguna regularidad en la forma en que una cantidad varía con respecto a la otra.
- 6.4 Que, cuando el análisis de los datos, se establece alguna regularidad, ésta es sólo una hipótesis del comportamiento de una variable con respecto a la otra por no tener información de los valores intermedios a los registrados en la tabla.
- 6.5 Que la regularidad hipotética establecida permite predecir el valor de una de las variables correspondiente a un valor dado de la otra variable.
- 6.6 Que siempre es posible interpolar una nueva pareja de valores entre dos parejas dadas y que esto equivale a tomar intervalos de variación cada vez más pequeños y que esto permite tener una imagen más fina de la variación.

6.7 Que a partir de la tabla donde se muestran los datos de la variación de la posición respecto al tiempo es posible construir la de la variación de la velocidad; que a partir de la tabla donde se muestran los datos de la variación de la velocidad es posible construir la correspondiente de la aceleración

7. Séptima etapa:

Con las experiencias de aprendizaje de esta etapa se pretende que los estudiantes conceptualicen:

- 7.1 Que, siendo las tablas de datos y las gráficas dos maneras de representar la variación, debe haber equivalentes entre ambas.
- 7.2 Que una pareja de valores de la tabla representa lo mismo que un punto de la gráfica y viceversa.
- 7.3 Que el conjunto de la parejas de valores contenidos en la tabla apenas sí corresponde a unos cuantos puntos de la gráfica.
- 7.4 Que la gráfica contiene un número infinito de puntos y por tanto corresponde un número infinito de parejas de números.
- 7.5 Que la gráfica permite una visión global inmediata de la variación; aunque de ella puede obtenerse información puntual del comportamiento; mientras que la tabla proporciona información puntual del comportamiento con la cual se puede construir una imagen global de la variación y que en ese sentido, aunque ambas son representaciones de lo mismo, difieren y se complementan.

REPRESENTACIÓN ANALÍTICA

8. Octava etapa:

En esta etapa se pretende que los estudiantes conceptualicen:

8.1 Que la regularidad con que varía la posición, velocidad o aceleración con respecto al tiempo (hipotética o real) puede representarse por medio de una expresión analítica (fórmula).

8.2 Que la expresión analítica que representa la regularidad con que una de las magnitudes varían con respecto al tiempo es, también, una representación de la variación.

8.3 Que esta forma de representación de la variación en el movimiento sintetiza; en cierta medida, a las otras dos. Es decir, de ella puede obtenerse una tabla con parejas de valores o la representación gráfica de la variación.

8.4 Que en la expresión analítica, la información de cómo está variando una magnitud con respecto a otra, es más completa, aunque está implícita; por lo que se requiere conocer la manera en que dicha información puede ser obtenida, es decir se necesita conocer cómo, a partir de la fórmula, se puede generar la tabla de datos y cómo se puede generar la gráfica.

9. Novena etapa:

En esta etapa se pretende que los estudiantes conceptualicen:

- 9.1 Que, siendo las expresiones analíticas representaciones de la variación de la posición, velocidad o aceleración con respecto al tiempo, que permiten cuantificarla (la variación); entonces debe poderse, a partir de ellas, determinar cuando la variación es creciente, decreciente o ni creciente ni decreciente; o cuándo la rapidez de la variación es constante y cuándo variable; y cuándo es variable, cuándo es creciente y cuándo es decreciente. Así también deben poder determinarse los valores de la variable en los que cambia la dirección de la variación o la dirección de la rapidez.
- 9.2 La manera en que puede analizarse la variación cuando está representada analíticamente.
- 9.3 Que dada la fórmula que representa la variación de la posición es posible obtener la correspondiente que representa la velocidad; que dada la fórmula que da la variación de la velocidad también es posible obtener la correspondiente que da la variación de la aceleración.
- 9.4 La equivalencia entre la forma en que están representadas las características de la variación en una gráfica y la manera en que dichas características pueden determinarse a partir de la representación analítica.
- 9.5 Las equivalencias entre las distintas formas de representación de la variación de la posición, velocidad o aceleración: lenguaje natural, gráfica, numérica y analítica.

3.1.2 Diseño

Habiendo precisado el propósito del proyecto, su concepción y las diversas etapas por las que transitarán los estudiantes en el proceso del conocimiento de la variación en el movimiento y explicitando que la variación de la posición, de la velocidad y de la aceleración con respecto al tiempo es el **objeto de estudio** del proyecto didáctico, a continuación se enuncian los fines más amplios y específicos del mismo así como el contenido temático correspondiente.

3.1.2.1 Objetivos generales

El objetivo más general de este proyecto es propiciar el aprendizaje de los conceptos de variación y su rapidez, exclusivamente en el contexto del movimiento y en lo referente a la posición, velocidad y aceleración de un móvil. Además, el que los estudiantes desarrollen las habilidades necesarias para el manejo apropiado de estos conceptos así como su uso como herramientas para analizar y resolver problemas en forma gráfica, numérica o algebraica.

Estos objetivos genéricos producen a su vez objetivos específicos los cuales ayudarán a precisar el contenido temático del proyecto.

Objetivos particulares

Después de que los estudiantes realicen las actividades de aprendizaje descritas en el anexo, se esperaría que esto pudieran tener las habilidades necesarias y suficientes para:

1. Percibir e identificar las variables involucradas en el movimiento
2. Establecer relaciones de dependencia entre las variables
3. Analizar la variación de la posición, velocidad y aceleración en su representación gráfica.
4. Analizar la variación de la posición, velocidad y aceleración en su representación numérica.
5. Analizar la variación de la posición, velocidad y aceleración en su representación analítica.
6. Hacer transferencias entre representaciones.

Habiéndose establecido los objetivos genéricos y específicos, seguidamente se despliega el contenido temático del proyecto

3.1.2.2 CONTENIDO TEMÁTICO

- 1.1 Detección de variables en el movimiento y relaciones de dependencia. Posición, velocidad, aceleración y tiempo.
- 1.2 Representación gráfica del movimiento
 - 1.2.1 Lectura de gráficas
 - 1.2.2 Análisis de los distintos casos posición-velocidad
 - 1.2.3 Análisis de los distintos casos velocidad - aceleración
 - 1.2.4 Velocidad y aceleración media e instantánea: la secante y la tangente
 - 1.2.5 Construcción de la gráfica de la aceleración a partir de la de posición
 - 1.2.6 Construcción de la gráfica de la aceleración a partir de la de la aceleración
 - 1.2.7 Cambios de representación gráfica y verbal de posición-velocidad -aceleración
- 1.3 Representación numérica del movimiento
 - 1.3.1 Lectura de tablas
 - 1.3.2 Análisis de los distintos casos posición-velocidad
 - 1.3.3 Análisis de los distintos casos velocidad- aceleración

- 1.3.4 Velocidad y aceleración media e instantánea
- 1.3.5 Construcción de la tabla de la velocidad a partir de la de posición
- 1.3.6 Construcción de la tabla de la aceleración a partir de la de la de la velocidad
- 1.3.7 Cambios de representación gráfica y tabular de posición-velocidad -aceleración

1.4 Representación analítica del movimiento

- 1.4.1 Lectura de fórmulas
- 1.4.2 Análisis de los distintos casos posición-velocidad
- 1.4.3 Análisis de los distintos casos velocidad- aceleración
- 1.4.4 Velocidad y aceleración media e instantánea
- 1.4.5 Obtención de la fórmula de la velocidad a partir de la de la posición.
- 1.4.6 Obtención de la fórmula de la aceleración a partir de la de la velocidad
- 1.4.7 Cambios de representación gráfica, tabular y analítica de posición- velocidad -aceleración

3.1.2.3 Actividades de aprendizaje

Después de precisar los propósitos, objetivos y contenidos del proyecto, el siguiente paso fue el diseñar las actividades didácticas que contengan los temas a tratar en concordancia con los objetivos y etapas del proyecto.

Estas actividades se han dividido en tres secciones en correspondencia con las diversas representaciones de la variación en el movimiento y las etapas por las que los estudiantes transitarán para construir ese conocimiento :

Sección A.1: Representación gráfica del movimiento

A.1.1: Detección de variables en el movimiento

Sección A.2: Representación numérica del movimiento

Sección A.3: Representación analítica del movimiento.

Cada una de las secciones está compuesta por una serie de problemas seleccionados de tal manera que respondan al orden dado en las etapas y a los objetivos cuya resolución propicia la construcción del conocimiento requerido. Así la sección A se relaciona con las primeras cuatro etapas y con los puntos 1.1 y 1.2 del contenido temático; la sección B con las etapas cinco a la siete y el punto 1.3 del contenido; finalmente la sección C con las etapas ocho y nueve y el punto 1.4 del temático.

Delimitación del contenido en las secciones:

- a) Gráfica. Se tratarán situaciones problemáticas que puedan representarse en una gráfica en un sistema de referencia cartesiano en el plano con abscisa el eje del tiempo y la ordenada pudiendo representar ya sea posición o distancia recorrida o velocidad o

aceleración. En algunos problemas los ejes se encuentran sin graduación y en otros están graduados.

- b) Numérica. Se manipularán pocos decimales de tal manera que puedan operarse fácilmente en una calculadora científica y que no resulte tedioso su manejo.
- c) Analítica. El tipo de expresiones a manejar serán las lineales, cuadráticas y cúbicas, esencialmente debido a la limitante de no usar las fórmulas de derivación puesto que solamente se calcularán las velocidades y aceleraciones por medio de los límites de las razones de cambio tratando de no crear en los estudiantes dificultades algebraicas innecesarias para efecto de este trabajo.

El despliegue de las tres secciones se encuentran en el anexo A de este reporte.

3.2 Realización didáctica y dinámica de trabajo

La experiencia didáctica se realizó en el periodo comprendido entre el 14 de agosto y el 22 de septiembre del año 2000 prolongándose hasta los primeros días de octubre la aplicación de algunos cuestionarios, a un grupo de 23 estudiantes de nuevo ingreso a la Facultad de Ingeniería de la UABC en la carrera de Ingeniería Civil. De estos alumnos, 6 de ellos no tomaron un curso de Cálculo en la escuela preparatoria ya que algunos planteles del Colegio de Bachilleres de Baja California la tienen como materia optativa lo cual no les impide ingresar a las disciplinas de ingeniería ya que el examen de admisión a esta Universidad en lo referente a matemáticas, solamente contempla temas de precálculo. Por otra parte, 7 de los 23 cursaron en otra institución entre uno y cuatro semestres de alguna licenciatura en ingeniería lo cual indica que han tenido contacto con al menos un curso de cálculo a nivel superior.

En particular el alumno # 16 cursó con anterioridad 4 semestres de la licenciatura en física; el alumno # 10 trae 10.0 de promedio de sus estudios de la escuela preparatoria; el estudiante #1, cursó completamente la carrera de ingeniería aeronáutica por parte de universidad de San Diego.

El espacio físico fue el salón #205 del segundo piso del edificio principal de la Facultad, el cual cuenta con 35 mesa bancos de tipo convencional y pizarrón acrílico.

Seguidamente se muestra la tabla de los 23 estudiantes en el entendido que el número asociado a cada estudiante será una constante en todo el trabajo especialmente en las tablas de resultados de cuestionarios del siguiente capítulo.

Posteriormente, se hace una reseña día con día de lo revisado en el aula en la etapa de la enseñanza de la variación en el movimiento incluyendo algunas observaciones personales de lo que va ocurriendo.

Datos sobre los estudiantes

	cp	re												
1	1	1												
2	1	1												
3	1	0												
4	0	0												
5	1	1												
6	1	0												
7	0	0												
8	1	0												
9	1	0												
10	1	0												
11	1	0												
12	1	1												
13	1	0												
14	0	0												
15	1	0												
16	1	1												
17	1	1												
18	1	0												
19	0	0												
20	0	0												
21	0	0												
22	1	0												
23	1	1												
T	17	7												
%	73	30												

Claves: cp: Tomaron cálculo en la preparatoria

re: Cursaron anteriormente parte de una carrera en otra universidad.

Agosto

Lunes 14 :

Se hicieron las presentaciones de estudiantes y profesor. La hoja de datos generales fue requisitada y se repartió el programa de trabajo comentándose algunos aspectos y reglas generales de convivencia.

Martes 15: Comentarios sobre el contenido del programa. Se llevó a cabo la actividad exploratoria #1 la cual llevó un máximo de 35 minutos. Se hizo énfasis en que estas actividades servirán (se les dijo) para conocer su nivel real de conocimientos y de allí partir el trabajo del semestre.

Miércoles 16: En este tercer día del semestre se aplicó el segundo cuestionario exploratorio actividad que consumió toda la hora.

Jueves 17: Se inició con el tema de "detección de variables" con los problemas 1 y 2. Se encontró que en el #1 se daba confusión entre algunos estudiantes de la relación entre velocidad y aceleración; además la idea misma de aceleración no es clara en la mayoría (tal vez sea por lo abstracto del concepto). Leve recordatorio de sistemas de coordenadas cartesianos en cuanto a ejes y cuadrantes. Con el fin de introducirlos en el tema de estudio se les encargó de tarea para el lunes 21 la definición e ilustración de algunos conceptos a buscar en su libro de preparatoria o en

otro lugar: rapidez de la velocidad, velocidad constante, variable, media, promedio e instantánea, igual para aceleración.

Viernes 18: Se inició con el problema #1 de la representación gráfica del movimiento cubriéndose los incisos i) a v). Se utilizó una dinámica de presentación de la gráfica y hacer las preguntas previamente escritas al grupo y otras y entre todos sacar adelante las confusiones y contradicciones. Algunos estudiantes confundieron la gráfica con la trayectoria real del móvil. Introduce ruido positivo el inciso vi) ya que genera discusión y duda. El vii) ayuda a iniciar el acercamiento a las ideas de inclinación- mayor o menor velocidad sólo partiendo de ¿ qué sucede con la distancia que se está recorriendo en el eje de las ordenadas a intervalos iguales de tiempo tomados en el eje de las abscisas?
i y comienza a construirse la imagen inclinación - magnitud de la velocidad !

Lunes 21: Se recogió la tarea solicitada el jueves anterior. Se recordó el caso 1.vii) para traer la idea inclinación-velocidad. Y hasta el xi). Se inició con el problema # 2 para introducir posiciones negativas.

En cada problema se hace énfasis en el crecimiento-decrecimiento de la distancia o posición al igual que la velocidad. Se trabajó al igual que el viernes, planteando el inciso y haciendo preguntas a los estudiantes sobre las curvas y en base a consenso de todo el grupo salir adelante.

Martes 22: Se revisaron los problemas 3 y 4 con los correspondientes incisos y en ambos tipos se dejó tarea. Se continuó con el procedimiento

del lunes observándose mayor participación en los comentarios. En el problema del cruce de curvas se les pregunta que si se encuentran y donde, además a que tiempo las velocidades son iguales. En ambas preguntas la respuesta es el cruce. Para la primera aunque todos dijeron que en el cruce, se pudo observar que algunos no lo habían razonado. En la segunda, después de pedir demostraran lo del cruce nadie lo pudo hacer excepto el estudiante que pasó dos años estudiando Lic. en Física que tenía claro era el punto de igual pendiente. Concepto importante que próximamente se incluirá.

Miércoles 23: Se revisaron los problemas 5 y 6 con los respectivos incisos. En cuanto a las graficas de v contra t se les preguntó que si era mayor la velocidad de A o de B confundiendo inicialmente la inclinación en d contra t como indicador de la velocidad siendo que ahora es lectura directa. También que si donde tenía el mismo valor de velocidad respondiendo que en el cruce de las curvas. Al inquirir sobre donde se encontraban, respondieron otra vez que en el cruce excepto el que fue estudiante de física.

Jueves 24: El problema # 7 trajo interés tal vez por el enunciado se dieron algunas dificultades al inicio, por la identificación de coordenadas en el plano $d-t$ y el no recordar el cálculo de pendientes. El # 8, también visto en equipos, aquí la dificultad estuvo en el cálculo de la distancia recorrida y la representación gráfica de la misma. El problema #9 se encargó de tarea.

Viernes 25: Se trabajó en equipos el problema # 10 para el cálculo de la velocidad media en la gráfica y su tendencia a la instantánea. Las correspondientes relaciones con la pendiente de la secante y la tangente que es donde se estuvo haciendo énfasis.

Lunes 28: De nueva cuenta se trabajó en equipos ahora el problema # 11 inciso a) para calcular la aceleración media y su tendencia a la instantánea. Para quien vino el viernes no hubo mayor dificultad diferencia de los que faltaron que generaron las mismas que el viernes en el problema anterior.

Martes 29: Se hizo una síntesis de los diferentes tipos de variación en graficas de distancia-velocidad y velocidad-aceleración así como velocidad y aceleración media-secante y velocidad y aceleración instantánea-tangente. Se inició el tema de bosquejar la grafica de la velocidad a partir de la distancia recorrida usando la pendiente de la tangente como herramienta principal. Se observa gran dificultad entre los estudiantes para asimilar el tema. Desde el no manejo adecuado de la tangente hasta el integrar todo lo visto anteriormente-a pesar de acabar de tener una especie de repaso planeado con ese fin. El problema base es el # 12.

Miércoles 30: Se hizo el problema de tarea de bosquejar una gráfica con un alumno voluntario en el pizarrón y airear las dudas de todos . Resultó una actividad productiva ya que hubo mucha participación. Una segunda gráfica se trabajó en equipos -el # 11 inciso b). El punto de inflexión generó dudas al igual que concavidad. En general esta actividad de bosquejar una gráfica de la velocidad a partir de la de distancia recorrida

o posición resulta ser de un alto grado de dificultad para el estudiante en una primera aproximación tal vez por la cantidad de conceptos que hay que poner en acción para alcanzar el éxito.

Jueves 31: Se hizo en equipos, los incisos e),f),m) y n) del problema 1.2.7 que trata del cambio de representación verbal a gráfico, lo cual según lo observado fue relativamente sencillo para los estudiantes y me indica un cierto grado de asimilación del tema de variación en gráficas. Espero que mañana viernes en el cuestionario correspondiente lo demuestren.

En la segunda hora, se inició con el tema de lectura de tablas que contienen información sobre la variación en el movimiento revisando el problema #1 con dos incisos. En este nivel de lectura no se observó gran dificultad para hacerlo.

Septiembre

Viernes 1: Se aplicó el cuestionario intermedio # 1 tal y como si fuera un examen parcial de un curso regular referente al tema de gráficas. El primero lo entregó a los 30 minutos y el último a los 55.

Lunes 4: Se trabajó el problema # 2 para el cálculo de diferencias así como los cocientes con el tiempo del problema # 2 inciso g), se generaron confusiones en cuanto a considerar intervalos o instantes para la construcción de la tabla de velocidades medias.

Martes 5: Se llevaron al salón calculadoras TI-92 para cada uno de los estudiantes, con la finalidad de que fueran obteniendo los datos para ir estableciendo las nuevas tablas formadas con intervalos de tiempo cada vez menores. Prácticamente toda la hora se fue en familiarizarse con la calculadora y al final obtuvieron los primeros datos. Un resultado inesperado fue el despertar gran interés en los estudiantes por la máquina y en el correspondiente manejo del tema del día de ayer con esta nueva herramienta.

Miércoles 6: Con el apoyo de la calculadora, en el problema # 3 los estudiantes obtuvieron más datos de velocidades medias al cambiar en dos ocasiones el tamaño del intervalo de tiempo para la posición. La tarea fue graficar en hoja milimétrica esos datos.

Jueves 7: En la primera hora se continuó trabajando en equipos y con la calculadora pero ahora se consideró el intervalo de tiempo entre 1 y 2 con incrementos de 0.1. Posteriormente se redujo a 0.01 y de 1.45 a 1.55 y por último de 1.49 a 1.51 y de 1.499 a 1.501 con la disminución correspondiente en los incrementos. Se encontró el límite correspondiente pero no alcanzaron a percibir el significado del mismo. Tal vez sea conveniente desarrollar estos procedimientos apoyándose en alguna gráfica para no perder la visión global. Problema #4.

En la segunda hora, se aplicó un ejercicio similar a los anteriores pero en forma individual y haciendo las veces del examen correspondiente al cual llamaremos cuestionario intermedio #2.

Viernes 8: Se inició la resolución del problema # 1 de la sección de representación analítica. Se alcanzaron a revisar los primeros cuatro incisos observándose que la mayoría trabajó exitosamente excepto quien a estas alturas tiene confusión en el concepto de velocidad media. El resto del problema quedó de tarea mismo que habrá que comentar en todo el grupo.

Lunes 11: Al continuar la revisión del problema se observó que los estudiantes prácticamente no habían avanzado, por lo que se decidió resolverlo entre todos, al avanzar un par de incisos se dio una interrupción extra-clase que motivó la suspensión de la misma.

Martes 12: De nueva cuenta al iniciar se observó que sólo algunos estudiantes avanzaron por lo que se hizo la resolución entre todos. Dándose dificultad para la idea del límite de velocidad media tema que se creía superado; similarmente, en lo referente a la obtención de la fórmula más general para la velocidad instantánea donde la dificultad estribó es en el significado de las literales involucradas.

Miércoles 13: Se inició la revisión del tercer problema de movimiento vertical alcanzándose solamente los primeros incisos.

Jueves 14: Se completó el problema anterior. Se trabajó el problema # 4 del cohete sin combustible haciendo énfasis en la tabla de aceleración. Se revisaron dos casos adicionales del problema # 5.

Martes 19: Se aplicó el problema #1 del cuestionario de cambio de contexto #1, el mínimo de tiempo fue 15 y el máximo 25 minutos. El resto de la hora se usó en iniciar la revisión del problema #6 de la partícula de movimiento horizontal llegándose hasta el inciso m). Se observa que salvo los más aventajados el resto poco hizo en el fin de semana.

Miércoles 20: Se terminó el problema anterior haciendo énfasis en el inciso n). Posteriormente, se inició la revisión del problema #7 para construir la tabla que concentra las diversas partes del movimiento.

Jueves 21: Se completó la tabla y se hizo el análisis correspondiente para la descripción del movimiento en cada uno de los intervalos de tiempo. Trabajaron en otro ejercicio del mismo tipo pero en una cuadrática en lugar de una cúbica del ejercicio anterior. Posteriormente se inició un tercer problema. De acuerdo a lo observado, el avance es disparejo en el grupo en este tema.

Viernes 22: Se terminó el problema iniciado el día jueves. Se procedió a hacer una institucionalización de los conceptos, procedimientos, las formas de representación del movimiento y sus cambios, las ventajas y desventajas de cada representación

Los problemas 2 y 3 del cuestionario de cambio #1 fueron aplicados en dos fechas: el 29 de septiembre y el 3 de octubre, por razones de asistencia del grupo. Puesto que se aplicó el mismo cuestionario posiblemente "contamino" la toma de datos. El problema 4 se aplicó el mismo día.

El cuestionario de cambio #2 se puso el día cinco.

El problema 1 del cuestionario de cambio # 3 se presentó el 12 de octubre, el segundo el 6 y el tercero el día 10 de octubre.

4. Análisis, observaciones, conjeturas, reflexiones y más preguntas

Este capítulo está compuesto por cuatro secciones, la primera de ellas se refiere a los exámenes exploratorios: su objetivo, el cuestionario, la tabla de resultados y la estadística correspondiente. Estos dos cuestionarios fueron aplicados antes de iniciar la etapa de la enseñanza. Otra sección incluye los llamados cuestionarios intermedios que en número de tres comprenden las representaciones gráfica, numérica y analítica con sus objetivos, tablas y estadísticas correspondientes. Estos cuestionarios se aplicaron inmediatamente después de la etapa de enseñanza de cada una de las representaciones y buscan conocer el grado de asimilación por el estudiante de esa enseñanza. Otra sección está formada por los tres cuestionarios de cambio los cuales se aplicaron posteriormente al término de la enseñanza en la variación en el movimiento pero planteados en contextos distintos a éste. Finalmente, la sección de observaciones y conjeturas sobre el presente trabajo.

En todos los tres tipos de cuestionarios se presentan tablas de resultados de los 23 estudiantes, es necesario mencionar que a cada uno de ellos se le asoció un número entre 1 y 23 mismo que se respeta a lo largo de toda la investigación.

4.1 Cuestionarios exploratorios

Parte inicial de las etapas de esta investigación es una actividad de exploración entre los estudiantes a los que se les someterá posteriormente a la enseñanza del tema de variación en el movimiento. La exploración consta de dos cuestionarios: el primero está compuesto por 6 reactivos con temas y redacción de los mismos en el estilo tradicional; y el segundo, por siete problemas que cubren algunos temas no tan convencionales al igual que su redacción.

Idea básica de esta actividad es el de indagar sobre el nivel de conocimientos que los estudiantes poseen en estos temas de la variación en el movimiento antes de iniciar la etapa de enseñanza lo cual ayudará a afinarla en base a las limitaciones detectadas. Asimismo, sirve de referencia para comparar los resultados obtenidos por los estudiantes al finalizar la enseñanza.

4.1.1 Cuestionario exploratorio # 1

4.1.1.1. Objetivo, características y evaluación del cuestionario exploratorio #1.

El objetivo de este primer cuestionario es el de indagar sobre los conocimientos que los estudiantes tienen sobre temas tradicionales del cálculo lo cual permitirá en su momento el poder comparar estos resultados y observaciones con las obtenidas en el exploratorio #2 y con los llamados cuestionarios intermedios posteriores a la etapa de enseñanza en el movimiento.

Características: Este cuestionario consta de 6 problemas, de los cuales el primero se refiere a la pendiente de una recta tema de geometría analítica y el resto al cálculo. La información es presentada en forma algebraica excepto el sexto que es en forma gráfica y son redactados en la forma tradicional. En el primer problema se quiere conocer el nivel de manejo de la pendiente de una recta punto central para el posterior tema de gráficas al igual que el #2. El tercero, es referente al manejo de la fórmula de la función. El siguiente trata de los valores máximos y mínimos de una función. El quinto toca la transferencia de una función de la representación analítica a la gráfica. El último también es una transferencia pero a la inversa que el anterior.

Criterios de evaluación: Debido al carácter propiamente exploratorio del cuestionario, no se definieron criterios rigurosos de evaluación a diferencia de los posteriores cuestionarios que sí lo son. En cada uno de los problemas se consideró exitoso cuando las acciones más importantes para la resolución del mismo se plantearon sin que necesariamente se hubieran completado. El resto es no exitoso.

Cuestionario exploratorio # 1

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

1. Encuentra la pendiente de la recta $y = 2x + 1$
2. Calcula la pendiente de la tangente a la curva definida por $y = x^2$ en el punto (1,1)
3. Para la función definida por $f(x) = 3x^2 + 2$, encuentra para qué valor o valores de x se tiene que:
 - a) $f(x)=2$
 - b) $f(x) > 0$
 - c) $f'(x) = 0$
 - d) $f'(x) < 1$
 - e) Calcule $f(2) =$
 - f) Calcule $f''(x)$
4. ¿ Para qué valor o valores de x la función $f(x) = -x^2$ tiene un valor máximo? ¿mínimo?
5. Dibuja la gráfica que corresponde a la función $f(x) = 2x^2 - 1$ para $-2 \leq x \leq 2$
6. Basándose en la gráfica de función $f(x)$, identifica para que valor o valores de x se cumple que:
 - a) $f(x) = 0$
 - b) $f(x) = 2$
 - c) $f'(x) = 0$
 - d) Se tiene un punto máximo
 - e) Si $x = 1$ ¿cuánto vale $f(x)$?
 - f) Bosqueja la gráfica de $f'(x)$ sobre la de $f(x)$

Cuestionario exploratorio # 1. Hoja de respuestas.

Nombre:

6.

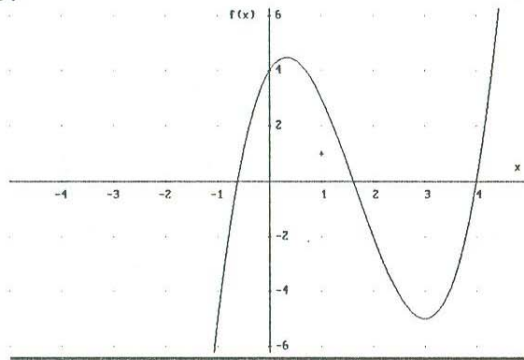


Tabla de resultados del cuestionario exploratorio #1 problema: todos

	1	2	3	4	5	6							
1	0	0	0	0	0	0							
2	0	0	1	0	1	0							
3	-	-	-	-	-	-							
4	1	0	0	0	0	0							
5	0	0	0	0	0	0							
6	1	0	0	0	0	0							
7	-	-	-	-	-	-							
8	0	0	0	0	0	0							
9	0	0	0	0	0	0							
10	1	0	1	1	1	0							
11	0	0	0	0	0	0							
12	0	0	0	0	1	0							
13	0	0	0	0	0	0							
14	0	0	0	0	0	0							
15	0	0	0	0	0	0							
16	1	1	1	1	1	0							
17	0	0	0	0	0	0							
18	-	-	-	-	-	-							
19	0	0	0	0	0	0							
20	1	0	0	0	0	0							
21	1	0	0	0	0	0							
22	0	0	0	0	0	0							
23	0	0	0	0	1	0							
T	6	1	3	2	5	0							
%	30	5	15	10	25	0							

Claves:

-: No lo presentó

1: Éxito

0: No éxito

Los números del 1 al 6 corresponden a los de los problemas del cuestionario.

4.1.1.4 Estadística y análisis de las respuestas del cuestionario exploratorio #1.

En general se observa poco intento de trabajo, excepto el estudiante # 10 quien viene con diez de promedio del nivel medio superior y el # 16 que cursó cuatro semestres de la licenciatura en física, pudiera ser por no tener presente estos temas o simplemente no se sintieron obligados a desarrollar su mayor esfuerzo.

Al irse desarrollándose la enseñanza fue evidente que el tema de pendientes tratado en los dos primeros problemas no estaba presente en casi todos los estudiantes.

De lo anterior se puede concluir de que es válido partir prácticamente de un nivel cero en cuanto a conceptos y su manejo del cálculo diferencial.

4.1.2 cuestionario exploratorio # 2

4.1.2.1. Objetivo, características y evaluación del cuestionario exploratorio #2

Los objetivos de esta actividad es el indagar sobre el conocimiento que los estudiantes traen sobre los temas que conciernen al proyecto didáctico sobre la variación en el movimiento y con ello el poder adecuarlo para poder subsanar las carencias de conocimientos y obstáculos que tengan estos mismos estudiantes. Asimismo, servir de referencia para constatar los resultados de esta actividad con los logros obtenidos al finalizar el proyecto por medio de los llamados cuestionarios intermedios.

Características: Este cuestionario consta de 7 problemas los cuales cubren las representaciones verbal, gráfica, numérica y analítica de la variación en el movimiento. En los dos primeros problemas se da información verbal y se buscan las magnitudes que varían. Similarmente en el tercero, pero se trata de que lo transfieran a lo gráfico. En el cuarto es a la inversa, la transferencia de lo gráfico a lo verbal. Similarmente que al cuarto en cuanto a la información suministrada la cual se pide ser leída de la gráfica. El sexto problema presenta datos numéricos queriendo conocer el manejo por parte del estudiante así como la transferencia a lo gráfico. Y el último problema es propuesto analíticamente planteando algunas interrogantes directas, derivaciones y demás.

Criterios de evaluación: Debido al carácter propiamente exploratorio del cuestionario, no se definieron criterios rigurosos de evaluación a diferencia de los posteriores cuestionarios que si lo son. En cada uno de los problemas se consideró exitoso cuando las acciones más importantes para la resolución del mismo se plantearon sin que necesariamente se hubieran completado. El resto es no exitoso.

Cuestionario exploratorio # 2

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

1.- En cada una de las siguientes situaciones analiza y establece las cantidades que están variando al transcurrir el tiempo. Enumera la mayor cantidad posible de ellas:

- a) Una pelota va cayendo desde lo alto de un edificio
- b) Un globo se está inflando con aire

2.- En cada una de las siguientes situaciones analiza y establece de qué depende:

- a) El área de un cuadrado.
- b) La distancia que recorre un auto que se mueve por la carretera

3.- Para cada una de las siguientes historias bosqueja una gráfica que represente la relación entre las variables indicadas en cada caso:

- a) Hoy me levanté temprano eran las 5 a.m., el aire estaba bastante fresco, se sentía frío; sin embargo, mas o menos a partir de las 6, cuando salió el sol, empezó a subir la temperatura y aunque al principio lo hizo lentamente como a las 12 se sentía bastante calor e iba para largo. Afortunadamente como a las 3 p.m. se nubló y ya no se sentía tan caluroso, sobre todo cuando empezó a llover, que serían casi las 5, pues en poco tiempo hasta volvió a sentirse frío. (Graficar temperatura contra tiempo)

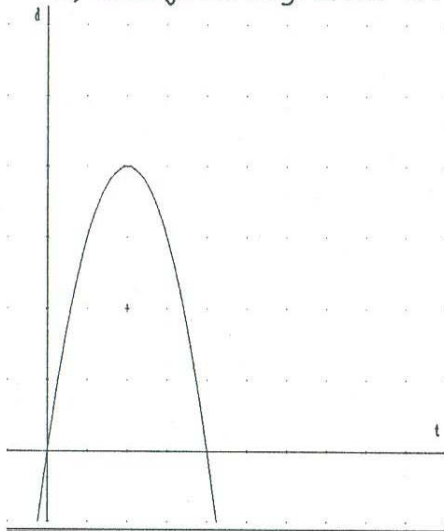
- b) Salí de casa y apenas había caminado un poco, me di cuenta de que había olvidado mis libros, regresé, los recogí y salí de nuevo muy aprisa rumbo a la escuela (graficar distancia a que se encuentra de la casa contra tiempo).

4.- La gráfica que aparece a continuación representa la relación entre la distancia recorrida por un auto que se desplaza por una trayectoria recta y el tiempo transcurrido. Analiza cuidadosamente la gráfica y luego describe lo mas detalladamente posible el movimiento.

5. En la siguiente figura se muestra el registro gráfico del desplazamiento de un móvil con respecto al tiempo. Encuentra para que valor o valores de t se tiene que el móvil

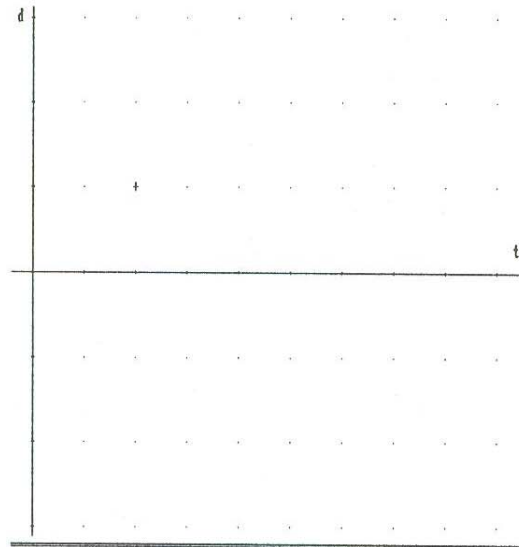
- a) Se encuentra en su punto de partida
- b) Está en reposo
- c) Se mueve a la izquierda
- d) Tiene la velocidad constante
- e) La magnitud de la velocidad está creciendo

- f) El máximo alejamiento del origen
 g) Dibuje en la gráfica la recta tangente a la curva para $t = 4$
 h) Dibuje en la gráfica la recta secante a la curva entre $t = 0$ y $t = 2$ segs.



TRANSFER PRINT SCREEN: Printer File Options

Enter option
 Cross x:1 y:1 Scale x:0.5 y:0.5 Derive 2D-plot



6. En el laboratorio de física de la Preparatoria se tomaron datos de la posición de un carrito respecto al tiempo que se mueve a lo largo de un riel recto

t	0	.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
x	5	5.3	4	1.6	-1	-3.1	-4	-2.8	1	8.3	20

En base a los datos contenidos en esta tabla encuentra para que valor o valores de t el carrito:

- Se aleja la máxima distancia del origen
- Pasa por el origen
- Se encuentra a la izquierda del origen
- Con los datos de la tabla grafiquen x vs. t

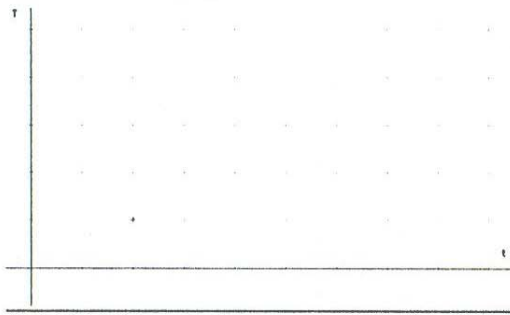
7. Un cuerpo se desplaza de tal forma que su posición respecto al tiempo viene dada por $x(t) = 3t^2 + t - 2$ metros para $0 \leq t \leq 10$ segs. Encuentra lo que se te pide:

- ¿Cuál es la posición para $t = 1$ seg?
- ¿A qué instante tuvo la posición $x = 12$ metros?
- ¿A qué instantes estuvo a la izquierda del origen?
- ¿Cuál es la velocidad del cuerpo a $t = 2$ segs.?
- ¿Cuál es la aceleración para $t = 1$?
- ¿Cuál es la pendiente de la tangente a la curva definida por $x(t)$ para $t = 2$ segs.?

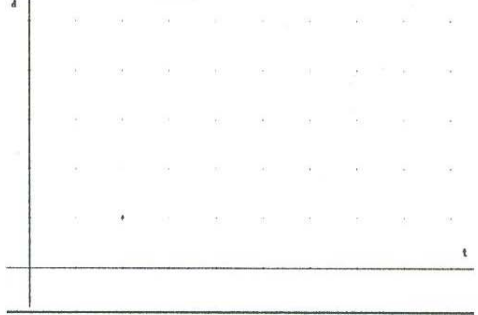
Cuestionario exploratorio # 2. Hoja de respuestas.

Nombre:

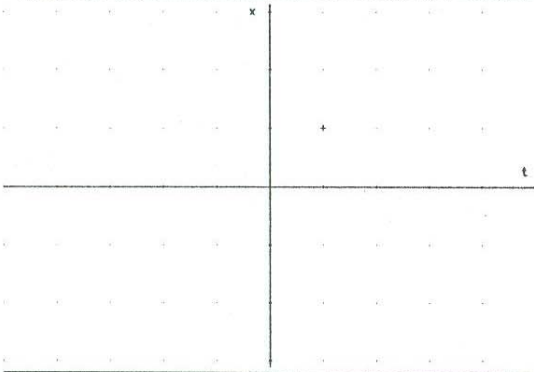
3a)



3b)



x



6.

Tabla de resultados del cuestionario exploratorio #2 problema: todos

	1	2	3a	3b	4	5	6	7						
1	1	1	1	0	0	0	0	0						
2	1	1	1	0	0	0	0	0						
3	1	1	1	0	0	0	0	0						
4	1	1	1	0	0	0	0	0						
5	-	-	-	-	-	-	-	-						
6	1	1	0	0	0	0	0	0						
7	1	1	1	1	0	0	1	0						
8	1	1	0	0	0	0	0	0						
9	-	-	-	-	-	-	-	-						
10	1	1	1	1	1	1	1	1						
11	1	1	1	1	0	0	0	0						
12	1	1	1	0	0	0	0	0						
13	1	1	1	0	0	0	0	0						
14	1	1	1	0	0	0	0	0						
15	1	1	1	1	0	0	0	0						
16	1	1	1	1	1	1	1	1						
17	1	1	0	0	0	0	0	0						
18	1	1	0	0	0	0	0	0						
19	1	1	1	0	0	0	0	0						
20	1	1	0	0	0	0	0	0						
21	1	1	0	0	0	0	0	0						
22	0	0	1	1	0	0	0	0						
23	1	1	1	1	0	0	0	0						
T	20	20	15	7	2	2	3	2						
%	95	95	71	33	9	9	14	9						

Claves:

-: No se presentó

1 : Éxito

0: No éxito

Los números del 1 al 7 corresponden a los de los problemas del cuestionario

4.1.2.4 Estadística y análisis de respuestas del cuestionario exploratorio #2

En cuanto a los problemas 1 y 2 donde se pide establecer algunas variables el 95 % tuvo éxito, dos de los estudiantes se apoyaron en representaciones icónicas para responder a las preguntas. En el problema 3 a), 71% tiene un buen resultado contrastando con el 3b) donde se obtiene un 33%, esto a pesar de ser dos problemas ambos de transferencia de lo verbal a lo gráfico aunque el segundo carece de referencias numéricas en el enunciado y esta podría ser la explicación ya que se observa una tendencia a graduar los ejes coordenados aunque no sea necesario hacerlo. En este último problema, 5 estudiantes grafican una recta que cruza el origen y continua por el primer cuadrante identificando la gráfica con la trayectoria real del estudiante. Los siguientes problemas fueron manejados exitosamente sólo por dos estudiantes: el que trae promedio de 10 de la preparatoria y el que cursó dos años de Física en el resto se observa poco trabajo.

4.2 Cuestionarios intermedios

En concordancia con los propósitos de la investigación, es necesario conocer ¿qué tanto? ¿en qué temas? están asimilando los estudiantes la enseñanza de la variación en el movimiento. Si bien en el trabajo diario se alcanzan a percibir algunos éxitos y fracasos en el aprendizaje de los alumnos, es conveniente efectuar sondeos personalizados de dicho grado de asimilación y además que de alguna manera haya seguridad de que pondrán el máximo esfuerzo para responder los cuestionamientos. Para todo ello, nada más apropiado que la figura del tradicional examen parcial de un curso regular de matemáticas. Los tres llamados cuestionarios intermedios se aplicaron bajo esta tónica, buscando el efecto "examen parcial" con objetivos definidos así como sus características y criterios de evaluación.

El primer cuestionario trata el tema de la variación en el movimiento en su representación gráfica. El segundo, el mismo tema en la representación numérica. El último, en la representación analítica de la variación.

Seguidamente se presentan cada uno de los cuestionarios, incluyendo cada sección los objetivos, características y criterios de evaluación; la tabla que resume los resultados y la estadística necesaria para estos casos; y finalmente los comentarios propios de esta actividad.

Por otra parte, el primer cuestionario intermedio será congruente con el primer cuestionario de cambio de contexto ya que ambos tocan el tema de la

representación gráfica de la variación aunque el intermedio se refiere al movimiento y el otro a contextos diferentes.

Similarmente el segundo cuestionario intermedio es congruente con el segundo de cambio de contexto en la representación numérica donde de nueva cuenta el intermedio se refiere al movimiento y el otro a diferentes contextos. Finalmente, el tercer cuestionario también es congruente en lo analítico y con la misma distinción en cuanto a contextos de los cuestionarios anteriores.

4.2.1 Cuestionario intermedio # 1

4.2.1.1 Objetivo, características y evaluación del cuestionario intermedio #1 :

Objetivo: Este cuestionario tiene la intención de conocer el grado de asimilación que los estudiantes tienen de la representación gráfica de las magnitudes variables de posición, distancia recorrida, velocidad y aceleración de un móvil.

Características: Puesto que las actividades de aprendizaje correspondientes dan énfasis al aspecto cualitativo de igual manera es el atributo genérico de los cuatro problemas que conforman este cuestionario.

El primer problema busca conocer lo que se ha avanzado en el cambio de representación verbal a gráfica. El segundo, lo mismo que el anterior pero sobre la pendiente de la tangente y su relación con la velocidad instantánea. El tercero se centra esencialmente en la lectura de una gráfica que representa un movimiento así como el manejo de pendientes y puntos máximos para la construcción de la gráfica de la velocidad. El último, se interesa en la forma de abordar su resolución así como el concepto de velocidad media.

Criterios de evaluación:

Problema #1. Se evalúa la representación gráfica en cuanto a las siguientes características de la variación: cambio de dirección, proporción entre las inclinaciones, desplazamiento nulo y relación de tamaños entre los desplazamientos.

Problema #2. Se evalúa el grado de entendimiento del concepto de tangente y su relación con la velocidad instantánea; en que medida evitan el responder que el cruce de las curvas es la respuesta.

Problema # 3. Para este problema, se evalúa en primera instancia la lectura de una gráfica tanto en lo puntual como a nivel de intervalo; las pendientes de una curva y los puntos máximos y por último el bosquejar la curva de pendientes o velocidades.

Problema # 4. En este caso, se observa el procedimiento escogido para la resolución del problema ya sea gráfico ya sea algebraico; el nivel de entendimiento de la velocidad media.

Cuestionario intermedio # 1

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

1. Salí de casa sin mucha prisa y casi al llegar a la escuela me di cuenta que había olvidado mi libro de matemáticas I, regresé caminando aprisa, lo recogí, descansé un momento y salí corriendo rumbo a la escuela para no llegar tarde a la clase que me gusta mucho. Grafica la variación de la distancia a que te encuentras de casa respecto al tiempo.
2. Dos automóviles A y B se desplazan a lo largo de una carretera, los registros gráficos de la variación de la distancia recorrida respecto al tiempo se muestran seguidamente. ¿ En qué instante o instantes la velocidad del auto A es igual a la de B?
3. La gráfica que aparece a continuación, representa el registro de la variación de la distancia recorrida respecto al tiempo de una hormiga que sale del hoyo (origen) y que se desplaza sobre el césped en busca de comida. Para qué valor o valores del tiempo (t) la hormiga :
 - a) Se estaba alejando del hoyo
 - b) Tuvo el máximo alejamiento del hoyo
 - c) Estaba incrementando su rapidez
 - d) Tenía una aceleración cero
 - e) Bosqueje la gráfica de la velocidad
4. Tres turistas, Alonso(A), Benito(B) y Carlos(C) se encuentran en el hotel Embajador del centro de la ciudad de Mérida y desean visitar el sitio arqueológico de Uxmal que se encuentra a una distancia D. Para ello disponen como únicos medios de transporte una bicicleta que puede generar una velocidad de 20 km. por hora y el poder caminar a 4 km. por hora. Alonso maneja la bicicleta y sube a Benito dirigiéndose a Uxmal, simultáneamente Carlos se va caminando. Antes de llegar al sitio, Benito se baja de la bicicleta y continua caminando, Alonso regresa en bicicleta para encontrar a Carlos, lo levanta y se dirigen al sitio, llegando simultáneamente los tres turistas ¿ cuál es la velocidad media del recorrido para cada uno de ellos?

Cuestionario intermedio # 1. Hoja de respuestas.

Nombre:

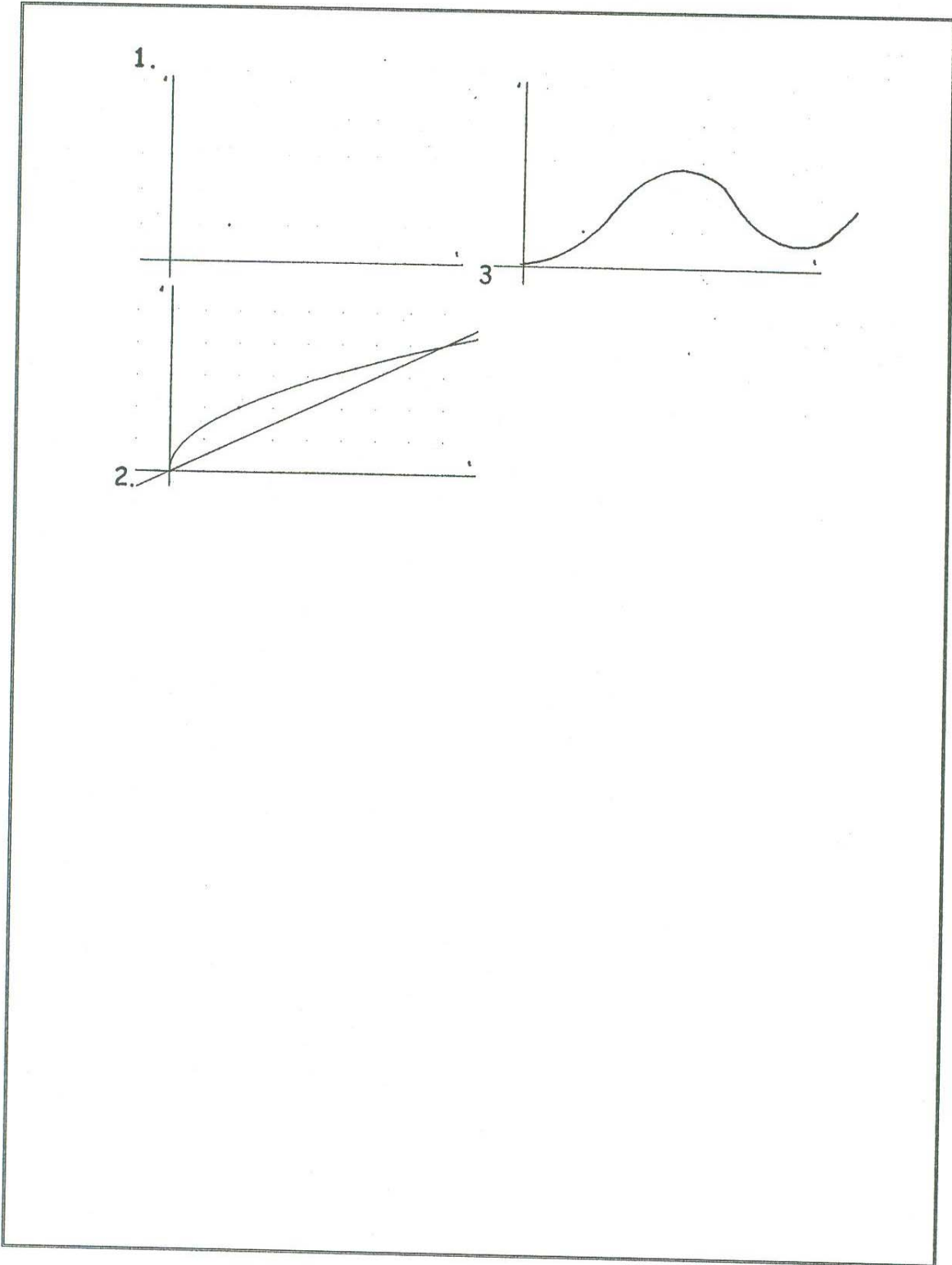


Tabla de resultados del cuestionario intermedio # 1 problema 1

	Cd	td	dn	Tr										
1	1	1	1	1										
2	1	1	1	1										
3	1	1	1	1										
4	1	0	1	0										
5	1	0	1	1										
6	1	0	1	1										
7	1	1	1	0										
8	1	1	1	0										
9	1	0	1	1										
10	1	1	1	0										
11	1	0	1	1										
12	1	1	1	0										
13	1	1	0	1										
14	1	0	1	1										
15	1	0	1	1										
16	1	1	1	1										
17	1	1	1	0										
18	1	1	1	0										
19	1	1	1	0										
20	1	1	1	1										
21	1	1	1	0										
22	1	0	1	1										
23	1	1	1	1										
T	23	15	22	14										
%	10	65	95	60										

Claves: cd: Cambio de dirección

td: Relación entre los tamaños de los desplazamientos

dn: Desplazamiento nulo

tr: Relación entre las inclinaciones

Tabla de resultados del cuestionario intermedio # 1 problema 2

	tp	cr	or	no										
1	0	1	0	0										
2	0	0	0	1										
3	1	0	1	0										
4	0	1	0	0										
5	0	1	0	0										
6	1	0	0	0										
7	1	0	0	0										
8	0	1	0	0										
9	0	1	0	0										
10	1	0	0	0										
11	0	1	0	0										
12	1	0	0	0										
13	0	0	0	1										
14	0	1	0	0										
15	1	0	0	0										
16	1	0	0	0										
17	0	0	0	1										
18	0	1	0	0										
19	1	0	0	0										
20	0	1	0	0										
21	1	0	0	0										
22	0	0	0	0										
23	1	0	0	0										
T	10	9	1	3										
%	43	39	4	13										

Claves: tp: Tangente paralela

cr: Cruce

or: Origen

no: Nunca

Tabla de resultados del cuestionario intermedio # 1 problema 3

	dc	dx	rc	an	ba	Bx								
1	0	1	0	0	0	0								
2	1	1	1	0	1	0								
3	1	1	1	0	0	0								
4	1	0	0	0	1	1								
5	1	1	0	0	0	0								
6	1	1	1	0	1	0								
7	0	0	0	0	1	0								
8	0	1	1	0	0	0								
9	0	1	0	0	0	0								
10	0	1	1	1	1	1								
11	0	1	1	0	0	0								
12	0	1	1	0	0	0								
13	0	1	1	0	1	1								
14	0	1	0	0	1	0								
15	1	1	1	0	1	1								
16	1	1	1	0	1	1								
17	0	1	0	0	1	1								
18	1	1	0	0	1	0								
19	0	1	0	0	1	0								
20	0	1	1	0	1	0								
21	0	0	0	0	1	1								
22	0	0	0	0	1	0								
23	1	1	0	0	1	1								
T	9	19	11	1	16	8								
%	39	82	47	4	69	34								

Claves: dc: Desplazamiento creciente
 dx: Desplazamiento máximo
 rc : Rapidez creciente
 an: Aceleración nula
 ba: Bosquejo de gráfica-acercamiento
 bx: Bosquejo de gráfica-exitoso

Tabla de resultados del cuestionario intermedio # 1 problema 4

	ev	eg	ea	ei	nt	rt	ex							
1	0	1	1	0	1	0	0							
2	1	1	0	0	0	1	0							
3	0	1	0	0	0	1	0							
4	0	1	1	0	1	0	0							
5	0	1	0	0	0	1	0							
6	0	1	0	0	0	1	0							
7	0	1	0	0	0	1	0							
8	0	1	0	0	1	0	0							
9	0	0	0	0	1	0	0							
10	1	1	0	0	0	1	0							
11	0	1	0	0	1	0	0							
12	0	1	1	0	1	0	0							
13	0	1	0	1	0	1	0							
14	0	1	0	0	1	0	0							
15	0	1	1	0	1	0	0							
16	0	1	1	0	0	1	0							
17	0	1	0	0	0	0	1							
18	0	1	0	0	0	0	1							
19	0	1	0	0	0	1	0							
20	0	1	0	0	0	1	0							
21	0	0	0	0	0	0	0							
22	0	1	0	0	0	1	0							
23	0	1	0	0	0	1	0							
T	2	21	5	1	8	12	2							
%	8	91	21	1	4	52	8							

Claves: ev: Estrategia verbal
 eg: Estrategia gráfica
 ea: Estrategia analítica
 ei: Estrategia icónica
 nt: Poco o nada de trabajo
 rt: Trabajo regular o incompleto
 ex: Exitoso

4.2.1.4 Estadística y análisis de respuestas del cuestionario

intermedio #1

Problema #1: La aplicación de este problema que trata del cambio de representación de lo verbal a lo gráfico, arrojó que el 100% hizo correctamente los cambios de dirección en la gráfica; el 65% considera la relación entre los tamaños de los desplazamientos que sugiere dificultades en la interpretación de expresiones tales como "casi al llegar a la escuela..." tal y como se puede observar en la figura a)

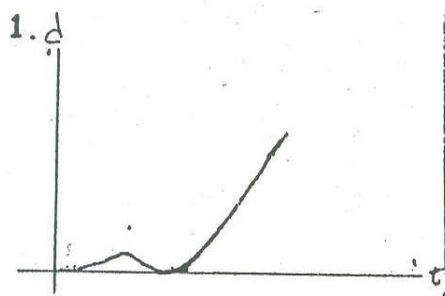


figura (a)

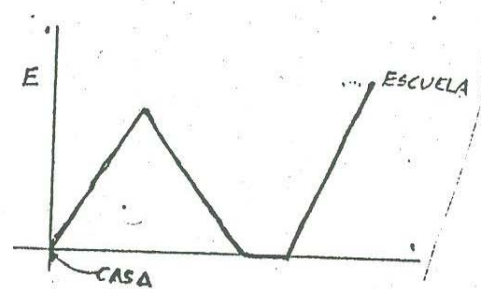


figura (b)

El 95% identificó correctamente el intervalo en el cual el desplazamiento es nulo y por último sólo el 60% dibuja adecuadamente la proporción entre las inclinaciones de los tres segmentos verticales de la curva, lo cual indica que no fue suficientemente clarificada la relación entre rapidez y pendiente tal y como se ilustra en la figura b).

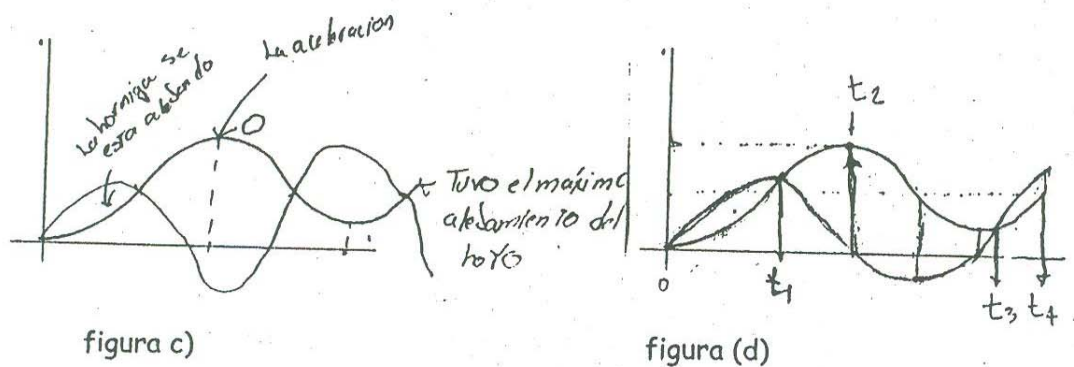
En el anterior examen exploratorio #2 se aplicó el problema #3 b) el cual es semejante al que se está analizando, por lo que es factible hacer ciertas comparaciones entre ambos; en el exploratorio, 5 estudiantes dibujaron incorrectamente rectas mientras que en este problema ninguno lo hizo por lo que podríamos decir que con la enseñanza correspondiente fue removido el

obstáculo. En ese mismo problema exploratorio sólo el 33% tuvo un desempeño exitoso contrastando con los más altos porcentajes del problema actual.

Problema #2: En este ejercicio respondieron exitosamente sólo el 43%, mientras que el 39%, valor muy cercano al anterior, contestaron que en el cruce de las curvas estaba la respuesta correcta. Lo que sugiere que no pudieron salvar el fuerte obstáculo del cruce de las curvas, evento muy notorio a la vista a diferencia de la igualdad de pendientes de tangentes que es más abstracto. De todo lo anterior se presume que el concepto de pendiente de la tangente- rapidez no fue lo suficientemente asimilado.

Por otra parte este mismo problema fue aplicado a otro grupo de 20 estudiantes y donde sólo dos contestaron correctamente.

Problema #3: Un bajo 39% respondió correctamente cuál es el intervalo de desplazamiento creciente a pesar que esto se puede percibir directamente a en forma visual sin mayor análisis. Resultado no esperado puesto que en clase se observaba lo contrario. El 82% indicó acertadamente el instante del valor máximo mientras que algunos de los otros consideraron el extremo derecho de la curva como ese instante tal y como se ilustra en la figura c). El 47 % señaló correctamente el intervalo de rapidez creciente lo que puede indicar que no fue suficientemente trabajado este concepto .



Sólo un estudiante marcó con éxito los instantes de aceleración nula, un relativo alto porcentaje de 43 identificó el instante de valor máximo de alejamiento con velocidad y también aceleración cero lo cual sugiere confusión entre estos dos conceptos y el obstáculo de dar respuestas en puntos explícitos de la gráfica. El concepto de aceleración se observa que tiene mayor dificultad de comprensión que la posición y la velocidad posiblemente por su mayor nivel de abstracción respecto a ellas. En cuanto al bosquejo de la gráfica de la velocidad a partir de la de la distancia recorrida, el 34% tuvieron éxito mientras que un 69% mostraron un acercamiento, la figura d) muestra el trabajo de un estudiante que tuvo éxito en el ejercicio.

En general se observa una tendencia a buscar y dar respuestas puntuales privilegiándolas sobre las de intervalos.

Si bien los resultados de la aplicación de este problema desde el punto de vista de la enseñanza son regulares, en el examen exploratorio #2 aplicado antes de esta actividad, se cuenta con el problema # 5 semejante al presente que se trata de una lectura de gráfica, el cual que fue trabajado exitosamente por sólo dos estudiantes, de donde se puede concluir que hubo una cierta mejoría pero no lo suficiente.

Problema #4: El 91 % usó una estrategia gráfica para su resolución mientras que el 8% prefirió la verbal y 21% la analítica teniendo solamente el 2% éxito mientras que un 52% lo intentaron en la dirección correcta resultados que sugieren dificultades en el concepto de velocidad media. Como una referencia, durante el semestre 2000-1 a un grupo de 21 estudiantes en condiciones semejantes al actual y tiempo después de haber recibido enseñanza se les aplicó este mismo problema teniéndose un 70% de estudiantes que optaron por la vía gráfica; simultáneamente el problema se aplicó a dos grupos que totalizaban 40 alumnos mismos que no recibieron enseñanza abordaron el problema 12% gráficamente mientras que el 32% lo hizo analíticamente el resto no haciendo intento alguno. Lo anterior sugiere que un periodo de enseñanza con énfasis en lo gráfico habilita al estudiante lo suficiente como para intentar resolver problemas que en otras condiciones lo haría en la forma mas usual, es decir, algebraicamente.

4.2.2 Cuestionario intermedio # 2

4.2.2.1 Objetivo, características y evaluación del cuestionario intermedio #2:

Objetivo: La finalidad de este cuestionario es conocer el grado de asimilación que los estudiantes tienen en la representación numérica de la variación de la posición, velocidad y aceleración de una partícula en movimiento.

Características:

Problema # 1. Los datos son suministrados por medio de tablas buscando conocer el grado de avance en la lectura de las mismas las cuales están involucrando variables del movimiento. El crecimiento o decrecimiento de los valores de la posición. El inciso d) es puesto allí para ver que estrategia de solución escogen.

Problema # 2. Los datos para este problema se obtienen del primero calculando las velocidades medias y en base a esto ver las características de la variación tales como crecimiento, decrecimiento y constancia y su ritmo de cambio.

Criterios de evaluación.

Problema # 1. Se evalúa si se toman en cuenta los incrementos y decrementos de la tabla para responder a las interrogantes.

Problema # 2. Se evalúa el cálculo para encontrar las velocidades medias y su correspondiente crecimiento, decrecimiento, constancia y ritmo.

Cuestionario intermedio # 2

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

1. En un experimento de laboratorio, se registró la posición en centímetros de una partícula que se desplaza a lo largo de una línea recta. Los valores para un intervalo de tiempo $0 \leq t \leq 5$ segundos, aparecen en la siguiente tabla. Analiza los datos y contesta para que valor o valores de t se tiene que la partícula:

T	0	.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
P	5	5.3	4	1.6	-1	-3.1	-4	-2.8	1	2	3

- Se acerca al origen
 - Tiene el máximo alejamiento del origen
 - Pasa por el origen
 - Está incrementando la rapidez.
2. De acuerdo con los datos del problema anterior construye una tabla de valores para las velocidades medias en cada intervalo de tiempo y contesta para que valor o valores de t se cumple que la partícula tiene:
- La velocidad es nula
 - La magnitud de la velocidad es creciente
 - La velocidad es constante
 - La aceleración nula
 - ¿ Cómo podrías calcular la velocidad instantánea para $t= 2$ segundos?

Cuestionario intermedio # 2. Hoja de respuestas.

Nombre:

1.

2.

ΔT											
V											

Tabla de resultados del cuestionario intermedio #2 problema 1

	dd	dm	dn	Rc										
1	1	0	1	0										
2	0	1	0	0										
3	0	1	1	0										
4	0	1	0	0										
5	0	1	1	0										
6	0	0	0	0										
7	1	0	0	1										
8	1	1	1	0										
9	0	0	0	0										
10	1	0	1	1										
11	0	1	1	0										
12	0	0	0	0										
13	0	1	1	0										
14	0	0	1	0										
15	1	1	1	0										
16	1	1	1	0										
17	0	0	0	0										
18	0	1	0	0										
19	0	1	0	0										
20	0	1	0	0										
21	0	0	0	0										
22	1	1	1	1										
23	0	0	0	0										
T	7	13	11	3										
%	30	56	47	13										

Claves:

Dd: Desplazamiento decreciente

Dm: Desplazamiento máximo

Dn: Desplazamiento nulo

Rc: Rapidez creciente

Tabla de resultados del cuestionario intermedio #2 problema 2

	ct	vn	rc	vc	an	Vi									
1	1	0	0	1	1	1									
2	0	1	0	0	0	0									
3	1	0	1	1	1	0									
4	0	0	0	0	0	0									
5	1	0	1	1	0	0									
6	1	0	0	1	0	0									
7	0	0	0	0	0	0									
8	1	0	0	0	0	0									
9	0	0	0	0	0	0									
10	1	1	0	1	0	0									
11	1	1	0	1	1	0									
12	0	0	0	1	0	0									
13	1	0	0	1	0	0									
14	1	0	0	1	1	1									
15	1	1	0	1	0	1									
16	1	0	0	1	1	1									
17	0	0	0	0	0	0									
18	1	0	0	0	0	0									
19	1	0	1	1	1	1									
20	0	0	0	1	0	0									
21	0	0	0	0	0	0									
22	1	0	1	1	1	0									
23	0	0	0	0	0	0									
T	14	4	4	14	7	5									
%	60	17	17	60	30	21									

Claves:

Ct: Construcción de la tabla

Vn: Velocidad nula

Rc: Rapidez creciente

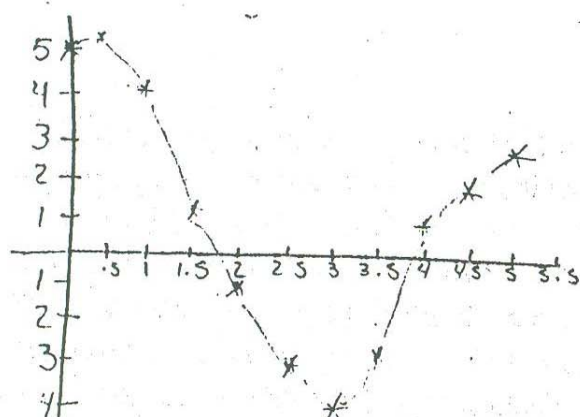
vc: velocidad constante

an: aceleración nula

vi: velocidad instantánea

4.2.2.4 Estadística y análisis de respuestas del cuestionario intermedio #2

Problema #1. Sólo el 30% de los estudiantes tuvo éxito en identificar el intervalo de tiempo donde la partícula se acerca al origen, resultado inesperado puesto que se trata de leer directamente la tabla sin mayor reflexión. El estudiante #7 graficó la tabla sin haberse solicitado y de allí leyó las respuestas tal como se ve en la figura a).



a) $T = 1.5$ a 2 , 3.5 a 4 .

b) $T = 0$.

c) $T = 1.5$, 2 .

d) $T = .5 - 1.5$, $T = 3 - 3.5$

Figura (a)

El 56% acertó en localizar el instante con el mayor alejamiento del origen, porcentaje proporcionalmente alto al igual que en las representaciones gráficas. El 47% identificó los dos intervalos cuando la partícula cruza el pasa por el origen. Encontrándose una tendencia a sólo dar uno de ellos. Intervalo donde está aumentando la rapidez, pregunta anticipada que pertenece al segundo problema, fue respondida exitosamente por un 13%, mientras que algunos estudiantes confundieron rapidez creciente con posición creciente confusión que también se encuentra en la representación gráfica.

Problema #2. El 60 % construyó correctamente la tabla de velocidades medias a partir de las de posiciones. Pero se dieron dificultades en general para responder a los posteriores cuestionamientos tal y como lo indican los siguientes porcentajes: el 17% señaló bien el intervalo con la velocidad nula; también un 17% los intervalos con velocidad creciente. La velocidad constante fue encontrada por el 60%, observándose confusión entre velocidad nula y constante. La aceleración nula, el 30% generándose confusión con los instantes en los cuales la partícula cruza el origen. El procedimiento para calcular la velocidad instantánea fue establecida por solamente el 21%. En general, todo lo anterior sugiere que los objetivos de la enseñanza en esta sección no fueron alcanzados aunado al tipo de cuestionario diseñado.

4.2.3 cuestionario intermedio # 3

4.2.3.1 Objetivo, características y evaluación del cuestionario intermedio #3:

Objetivo: Este cuestionario tiene la intención de conocer el grado de asimilación que los estudiantes tienen en la representación analítica de las magnitudes variables de posición, distancia recorrida, velocidad y aceleración de un móvil.

Características. El primer problema intenta conocer el manejo de las dos fórmulas que aparecen así como el procedimiento mediante el cual encontrarán la velocidad. El segundo, se refiere a la velocidad media e instantánea y también la relación correspondiente con las pendientes de la secante y tangente y el grado de avance en cuanto a relacionar ambos conceptos. El número tres, esencialmente es una lectura de la fórmula, además el ver la posibilidad de que usen las gráficas para resolverlo. La pregunta sobre la aceleración busca poner en conflicto al estudiante.

Criterios de evaluación

Problema # 1. Se evalúa la igualación entre las dos expresiones para la posición; la obtención de las velocidades correspondientes y la posterior igualación.

Problema # 2. Se evalúa la obtención de las velocidades medias e instantáneas así como su identificación. Asimismo el manejo de las pendientes de la secante y de la tangente y sus relaciones con las velocidades.

Problema # 3. La lectura de la fórmula de la distancia recorrida es evaluada en cuanto a su crecimiento, decrecimiento y la de la velocidad y la obtención de la aceleración. También la forma de abordar la resolución del problema.

Cuestionario intermedio # 3

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

1. Los cuerpos A y B se desplazan a lo largo de una línea recta. La variación de la posición respecto al tiempo para cada una de ellas viene dada por las expresiones $x_A(t) = 4t$ mts. Y $x_B(t) = t^2 - 3t - 2$ mts. Para $0 \leq t \leq 5$ segundos. Encuentra para qué valor o valores de t los cuerpos A y B tienen
 - a) La misma posición
 - b) La misma velocidad

2. Un cuerpo se mueve en una trayectoria recta. La variación de la posición respecto al tiempo viene dada por la fórmula $x(t) = 6t^2 - 15t + 9$ con x dada en metros y t en segundos. Calcula lo que se te pide
 - a) La velocidad media entre los segundos 2 y 3.
 - b) La velocidad instantánea para $t = 2$ segs.
 - c) ¿ Cuánto vale la pendiente de la recta tangente a la curva definida por $x(t)$ en $t = 3$ segs. ?
 - d) ¿ Cuánto vale la pendiente de la secante a la recta definida por $x(t)$ entre los segundos 3 y 4?

3. La variación de la distancia recorrida por un móvil está dada por la expresión $x(t) = 6t - t^2$ metros para $0 \leq t \leq 10$ segundos. Encuentra en qué instante o instantes se tiene que el móvil
 - a) Se encuentra en el origen
 - b) Se acerca al origen
 - c) Se aleja la distancia máxima del origen
 - d) La magnitud de la velocidad está incrementándose
 - e) La aceleración es nula
 - f) Se encuentra en $x = 9$ metros

Cuestionario intermedio # 3. Hoja de respuestas.

Nombre:

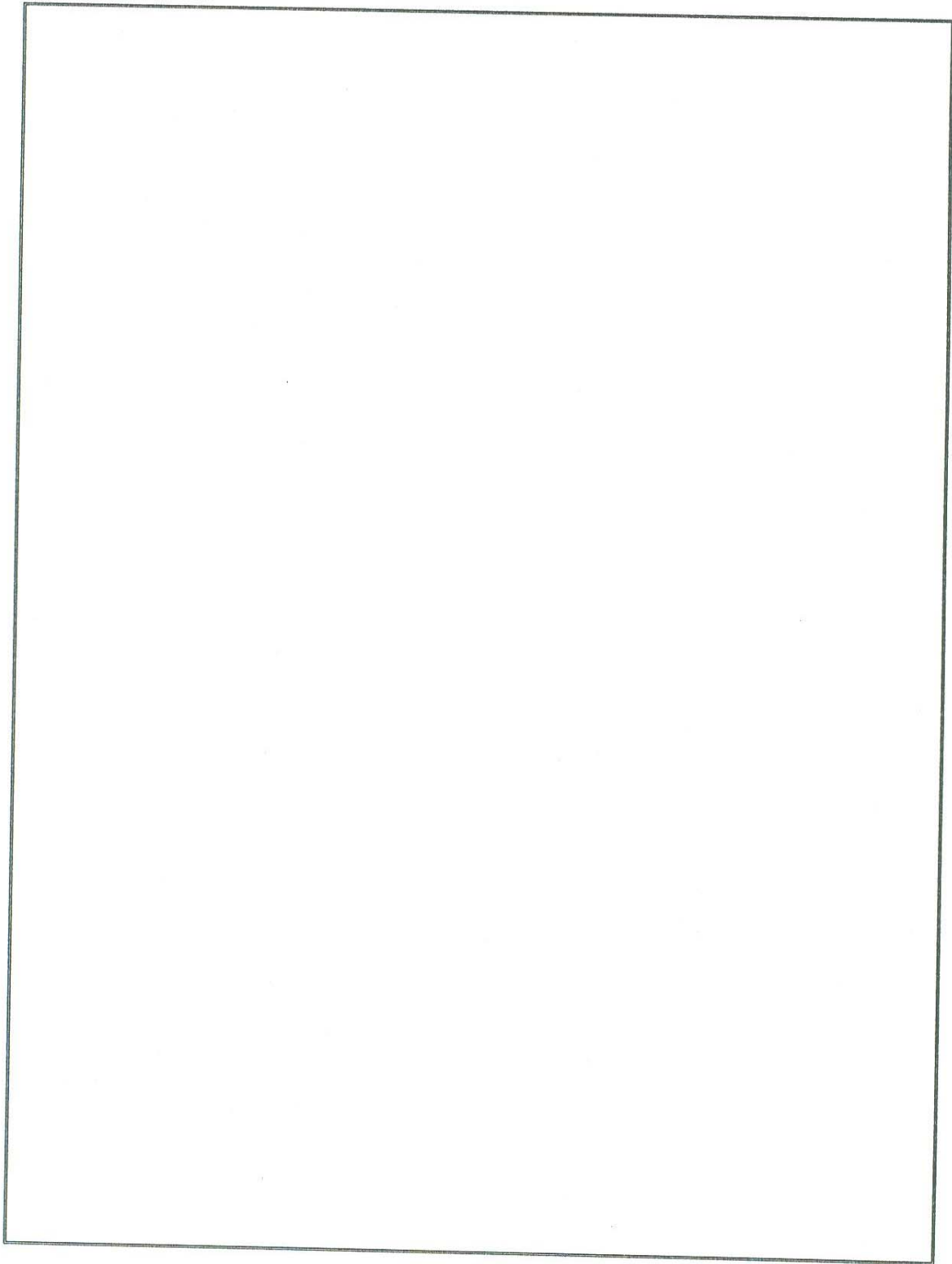
A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their answers to the questionnaire questions.

Tabla de resultados del cuestionario intermedio #3 problema 1

	mp	mv												
1	-	-												
2	0	0												
3	-	-												
4	0	0												
5	0	0												
6	0	0												
7	-	-												
8	0	0												
9	0	0												
10	0	0												
11	0	0												
12	0	0												
13	0	0												
14	0	0												
15	0	0												
16	1	1												
17	0	0												
18	-	-												
19	0	0												
20	0	0												
21	0	0												
22	0	0												
23	0	0												
T	1	1												
%	5	5												

Claves:

Mp: Misma posición

Mv: Misma velocidad

Tabla de resultados del cuestionario intermedio #3 problema 2

	vm	vi	mt	Ms										
1	-	-	-	-										
2	1	1	0	0										
3	-	-	-	-										
4	1	0	0	1										
5	0	1	1	1										
6	1	0	0	0										
7	-	-	-	-										
8	0	1	1	0										
9	0	0	1	0										
10	1	1	1	1										
11	1	1	0	0										
12	1	1	0	1										
13	1	1	0	0										
14	1	0	0	0										
15	1	1	0	0										
16	1	1	1	1										
17	1	1	1	0										
18	-	-	-	-										
19	0	1	0	0										
20	1	0	0	0										
21	1	1	0	0										
22	1	1	0	0										
23	1	0	0	0										
T	15	13	5	5										
%	78	68	26	26										

Claves:

Vm: Velocidad media

vi: Velocidad instantánea

Mt: Pendiente tangente

Ms: Pendiente secante

Tabla de resultados del cuestionario intermedio #3 problema 3

	or	dd	dm	rc	An	x9										
1	-	-	-	-	-	-										
2	0	0	1	0	0	1										
3	-	-	-	-	-	-										
4	1	0	1	0	0	1										
5	1	0	1	0	1	1										
6	0	0	0	0	0	1										
7	-	-	-	-	-	-										
8	1	0	0	0	1	0										
9	0	0	1	0	0	0										
10	1	0	1	0	0	1										
11	1	0	1	0	0	1										
12	0	0	0	1	0	0										
13	1	1	1	1	0	1										
14	1	0	1	0	0	0										
15	1	0	0	0	1	0										
16	1	1	0	1	0	1										
17	1	0	1	0	0	1										
18	-	-	-	-	-	-										
19	0	0	0	0	1	0										
20	1	0	1	0	0	1										
21	1	0	1	0	0	0										
22	1	0	1	0	0	0										
23	1	0	0	0	0	0										
T	14	2	12	2	4	11										
%	73	10	63	10	21	57										

Claves:

Or: origen

Dd: Distancia decreciente

Dm: Distancia máxima

rc: rapidez creciente

an: Aceleración nula

x9: Posición 9

4.2.3.4 Estadística y análisis de respuestas del cuestionario intermedio #3

Problema #1. Un 5% respondió acertadamente tanto a la pregunta de buscar el instante de igual posición como el de igual velocidad, siendo que este mismo tipo de cuestionamientos en la representación gráfica ya habían sido resueltas por el 43% tal y como se observa en el cuestionario intermedio #2. Un relativamente alto 47 % de los estudiantes intentó resolver el problema construyendo tablas de valores de la posición siendo que se estaba evaluando la actividad algebraica. Se acepta que hubo un error en el intervalo y debió ser para $0 \leq t \leq 10$ segundos, lo cual evitó más respuestas correctas.

Problema #2. El 78% calculó correctamente la velocidad media, mientras que el 68% lo hizo con la velocidad instantánea. Este último cálculo fue hecho por el 68% derivando directamente la función $x(t)$ por el 36 % de los estudiantes a pesar de que hasta ese momento no es parte de la enseñanza y el cálculo debe ser por límite de los cocientes correspondientes lo cual sugiere que esta última actividad no fue suficientemente trabajada. El 26% valoraron en la expresión $x(t)$ en lugar de hacerlo en $v(t)$ confundiéndose con ambas funciones. También el 26% calcularon con éxito las pendientes de la secante y de la tangente

Lo cual sugiere deficiencias en la conexión velocidad media - secante, velocidad instantánea-tangente puesto que en los incisos anteriores el éxito correspondiente fue más alto para calcular estas velocidades.

Problema #3. Fue evaluada correctamente la expresión en el origen por el 73%. Un bajo 10% encontró el intervalo de acercamiento al origen pero el 78% de los alumnos intentó resolver el inciso construyendo una tabla con solamente x vs. t siendo que en la enseñanza la tabla debería incluir la velocidad y la aceleración y los puntos de cruce con el eje del tiempo y los puntos de valor extremo. El 63% identificó el punto de mayor valor obtenido de la lectura de la gráfica. Al no obtener correctamente la fórmula para la velocidad se tiene un bajo desempeño del 10 % para determinar el intervalo de rapidez creciente así como un 21% para la aceleración nula. Un 31% intentó bosquejar una gráfica para responder los incisos anteriores. El 57% calculó correctamente el instante en que la partícula tenía cierta posición puesto que se trataba de un despeje algebraico.

4.3 Cuestionarios de cambio de contexto

En este apartado se tratan los tres cuestionarios de cambio de contexto cuya finalidad es el poder detectar en los estudiantes dificultades y obstáculos que se les presentan al intentar resolverlos aún cuando no han recibido enseñanza en contextos distintos al del movimiento.

Los cuestionarios están divididos en tres tipos: el primero se refiere a la representación gráfica de la variación; el segundo a la representación numérica de la misma y por último, a la representación analítica. Los tres cuestionarios incluyen objetivos, características y criterios de evaluación de los problemas, las tablas de resultados y la estadística correspondiente.

Tal y como se mencionó en la sección 4.2 el cuestionario de cambio de contexto #1 es congruente con el primero de los cuestionarios intermedios debido al tema común de la representación gráfica de la variación; el segundo cuestionario a su vez es congruente con el #2 de los intermedios y el tercero lo es con el último.

Seguidamente se presenta el cuestionario de cambio de contexto #1 y posteriormente el #2 y después el #3.

4.3.1 cuestionario de cambio de contexto # 1

4.3.1.1 Objetivo, características y evaluación del cuestionario de cambio #1

Objetivo: Este cuestionario tiene la intención de detectar dificultades y obstáculos que los estudiantes presentan al intentar transferir los conocimientos asimilados en la representación gráfica de la variación en el contexto del movimiento a los contextos de la física y de la geometría.

Características: Una característica común a los cuatro problemas que conforman este cuestionario es que son planteados en la representación gráfica de la variación. Otra, es que las preguntas son en el mismo tenor que el cuestionario intermedio #1 teniendo por diferencia que el contexto se está cambiando.

El problema #1 se plantea en el contexto de la termodinámica y en el tema de temperatura. Comprende la lectura de la gráfica de la temperatura de una varilla y su rapidez de cambio así como el bosquejo de esta última.

Problema #2. A diferencia de los otros tres, en éste se solicita que preguntas hechas en el contexto del movimiento sean re-escritas en el contexto de la geometría en el tema de volumen de un globo que se infla/desinfla. Las preguntas corresponden a lectura de gráfica y rapidezces.

Problema #3. En el mismo tema que el anterior, surge en el concepto pendiente de la tangente-velocidad y en el obstáculo de cruces de curvas.

Problema #4. Planteado en el contexto de la energía presenta información de energía mecánica y calorífica, haciendo los cuestionamientos típicos de la lectura de gráfica y rapidezces.

Criterios de evaluación:

En los problemas # 1,2 y 4 se evalúa si el estudiante identifica en la gráfica el crecimiento y decrecimiento de la variación de la magnitud así como la de la rapidez de la variación, el bosquejo de gráficas y la localización de puntos específicos tales como máximos, inflexión y de valor cero.

El problema #2 se evalúa sobre el grado de entendimiento del concepto de tangente y su relación con la velocidad instantánea; el punto de cruce de las curvas.

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

Se tiene una varilla de las utilizadas en el ramo de la construcción a la cual se le está sometiendo a pruebas de laboratorio en relación con el flujo de calor en ella. La gráfica de la figura en la hoja anexa representa los datos recabados en las pruebas. La ordenada corresponde a los valores de la temperatura (T) en grados centígrados mientras que la abscisa representa posiciones (X) en metros en la varilla de longitud L con respecto a su extremo izquierdo el cual coincide con el origen $x = 0$.

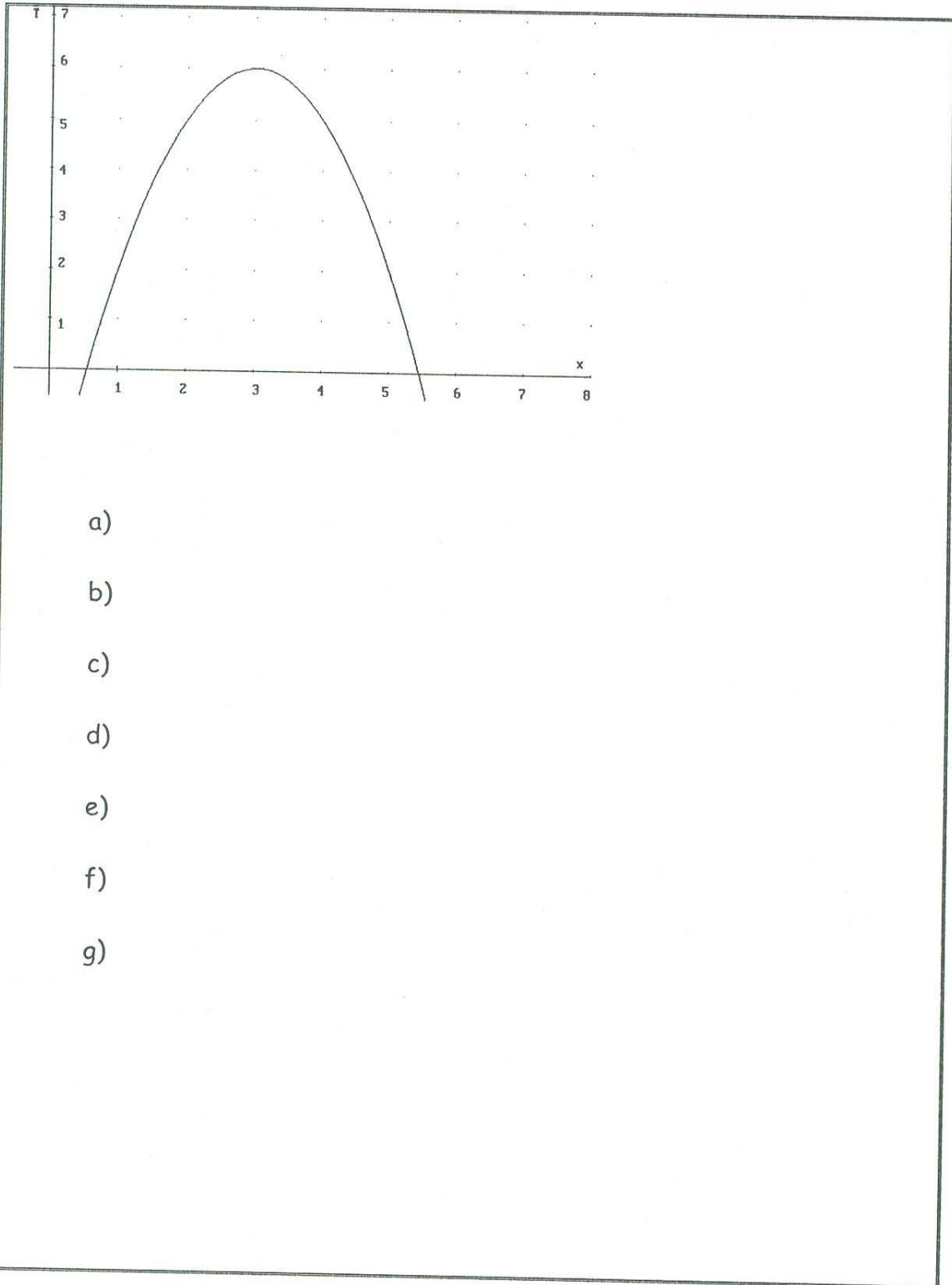
Observando minuciosamente la figura responde para qué punto o puntos (x) de la varilla se tiene que:

(Escribe en cada inciso que característica de la gráfica te hizo responder de la manera en que lo haces)

- a) La temperatura es cero
- b) La temperatura tiene su mayor valor
- c) Estaba disminuyendo su valor la temperatura
- d) La rapidez con la que cambia la temperatura con respecto al recorrido de la varilla está disminuyendo
- e) Bosqueja la gráfica de la rapidez con la que varía la temperatura al recorrer la varilla
- f) De la gráfica obtenida en el inciso anterior, ¿para qué intervalo de la varilla, la rapidez es positiva?
- g) Partiendo de la gráfica del inciso e) construye la de la rapidez con la que varía la rapidez de la temperatura al recorrer la varilla.

Cuestionario de cambio # 1. Problema 1 Hoja de respuestas.

Nombre:



a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

Tabla de resultados del cuestionario de cambio #1 problema 1

	to	tm	td	rd	ba	rp	Bb							
1	1	1	1	0	1	0	0							
2	1	1	1	0	1	0	0							
3	0	1	1	1	0	0	0							
4	1	1	0	0	1	1	0							
5	0	1	1	0	0	0	0							
6	1	1	1	1	0	0	0							
7	1	1	0	0	0	1	0							
8	1	1	0	0	1	0	0							
9	1	1	0	1	0	1	0							
10	1	1	1	0	1	1	1							
11	1	1	0	1	0	0	0							
12	0	1	1	1	0	0	0							
13	1	1	1	0	0	0	0							
14	1	1	1	0	0	0	0							
15	1	1	1	0	0	0	0							
16	1	1	1	1	1	1	1							
17	1	1	1	0	0	0	0							
18	-	-	-	-	-	-	-							
19	1	1	1	1	0	0	0							
20	1	1	0	0	1	0	0							
21	1	1	1	0	0	0	0							
22	1	1	1	1	0	0	0							
23	-	-	-	-	-	-	-							
T	18	21	15	8	7	5	2							
%	85	10	71	38	33	23	9							

Claves:

To: Temperatura cero

Tm: Temperatura máxima

Td: Temperatura decreciente

Rd: Rapidez decreciente

ba: Bosquejo de la gráfica

rp: Rapidez positiva

bb: Bosquejo del bosquejo

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

Nota. El siguiente problema no lo resuelvas, sólo léelo y al final del mismo sigue las instrucciones que se te dan.

2. Una partícula A se mueve en una trayectoria recta horizontal. La variación de la posición respecto al tiempo está representada en la figura de la hoja anexa por la curva A. Encuentra en qué instante o instantes se tiene que la partícula:

- c) Se encuentra en el origen
- d) Se aleja del origen
- e) Tiene el máximo alejamiento del origen
- f) La velocidad se incrementa en magnitud
- g) Tiene velocidad nula.
- h) Tiene aceleración nula

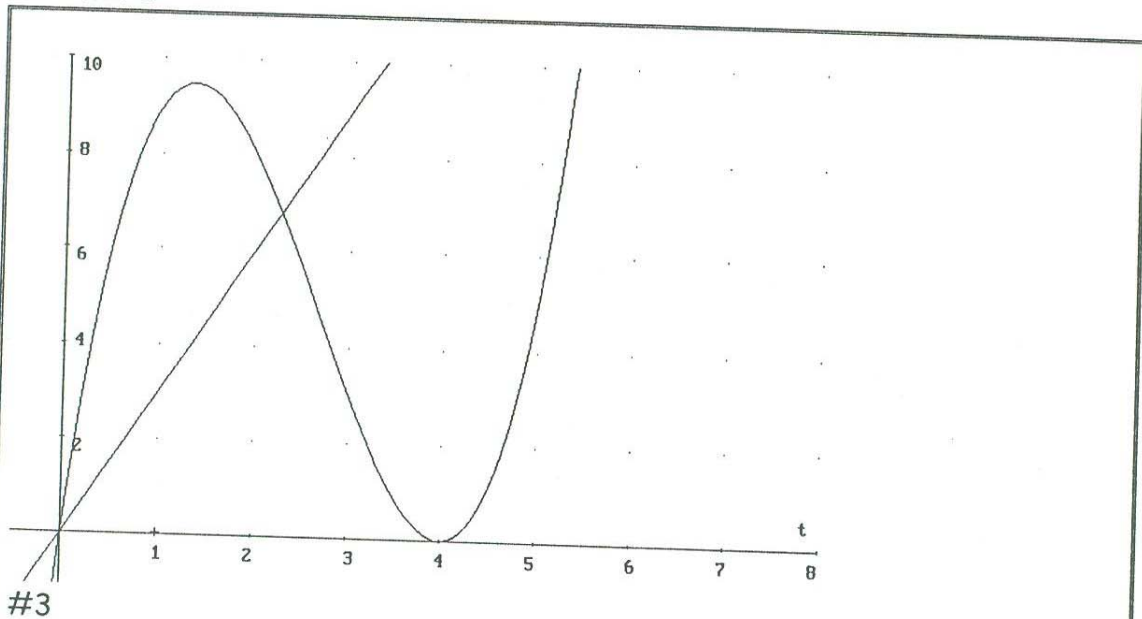
Supongamos que la curva A deja de representar el movimiento de la partícula y ahora representa la variación del volumen respecto al tiempo de un globo azul (A) al que le puede entrar y salir aire. Re-escribe las preguntas de los incisos de arriba con el equivalente a las mismas en el problema del globo A.

3. Si la recta B de la figura representa la variación del volumen de un segundo globo blanco (B). ¿En qué instante o instantes la rapidez con la que se inflan los dos globos es la misma? Señálalo en la gráfica.

(Escribe en cada inciso que característica de la gráfica te hizo responder de la manera en que lo haces)

Cuestionario de cambio # 1. Problemas 2 y 3. Hoja de respuestas.

Nombre:



#2

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)
- f)

Tabla de resultados del cuestionario de cambio #1 problemas 2 y 3

	de	in	im	rc	Rn	an				tp	Cr			
1	-	-	-	-	-	-				-	-			
2	1	1	1	0	1	0				1	0			
3	-	-	-	-	-	-				-	-			
4	0	0	1	0	1	1				1	0			
5	0	0	1	1	1	0				0	1			
6	1	1	1	1	1	0				1	0			
7	1	1	1	1	1	1				1	0			
8	1	1	1	1	1	1				1	0			
9	1	1	1	0	1	1				1	0			
10	1	1	1	1	1	1				0	1			
11	-	-	-	-	-	-				-	-			
12	-	-	-	-	-	-				-	-			
13	1	1	1	1	1	0				0	1			
14	1	1	1	1	1	0				1	0			
15	1	1	1	0	1	1				1	0			
16	1	1	1	1	1	1				1	0			
17	-	-	-	-	-	-				-	-			
18	-	-	-	-	-	-				-	-			
19	1	1	1	1	1	1				1	0			
20	1	1	1	1	1	1				1	0			
21	1	1	1	1	1	1				1	0			
22	-	-	-	-	-	-				-	-			
23	0	0	0	0	0	0				0	0			
T	13	13	15	11	15	9				12	3			
%	81	81	93	68	93	56				75	18			

Claves:

Problema #2

De: Desinflado

In: inflamamiento

Im: Inflamamiento máximo

rc: Rapidez creciente

rn: Rapidez nula

an: Aceleración nula

problema #3

tp: Tangente paralela

cr: Cruce de curvas

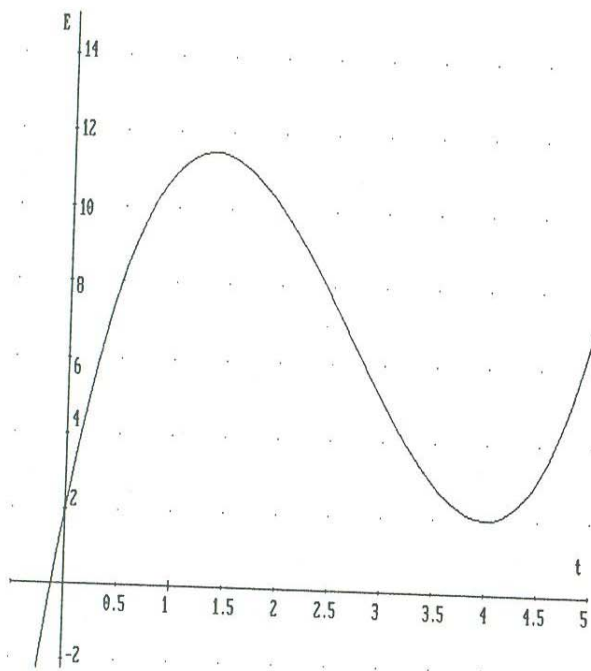
Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

Un cuerpo de masa m tiene una energía mecánica E con unidades en Joules. El cuerpo puede perder energía mecánica transformándose en energía calorífica. También puede ganar energía mecánica en otra etapa del proceso. La gráfica que aparece abajo representa la variación de la energía mecánica del cuerpo respecto al tiempo para $0 \leq t \leq 5$ segundos. Encuentra lo que se te pide. En qué instante o instantes se tiene que:

- Se está transformando energía mecánica en calorífica
- La energía mecánica alcanza su mayor valor
- Está ganando energía mecánica
- La rapidez con la que varía la energía es nula.
- La rapidez con la que varía la energía es creciente.
- La rapidez con la que varía la energía deja de crecer y comienza a decrecer.

(Escribe en cada inciso que característica de la gráfica te hizo responder de la manera en que lo haces)



Cuestionario de cambio # 1. Problema 4. Hoja de respuestas.

Nombre:

a)

b)

c)

d)

e)

f)

Tabla de resultados del cuestionario de cambio #1 problema 4

	ed	em	ec	rn	rc	pi								
1	-	-	-	-	-	-								
2	1	1	1	0	0	0								
3	-	-	-	-	-	-								
4	1	1	0	1	0	0								
5	0	0	0	1	1	1								
6	0	1	0	0	0	0								
7	1	1	1	1	0	0								
8	0	1	1	1	0	0								
9	1	1	0	0	0	0								
10	0	1	0	0	1	0								
11	1	1	0	1	0	0								
12	0	0	0	0	0	1								
13	0	0	1	0	1	0								
14	1	1	1	1	0	0								
15	1	1	1	1	0	0								
16	1	1	1	1	1	1								
17	-	-	-	-	-	-								
18	-	-	-	-	-	-								
19	1	1	1	1	0	1								
20	0	1	1	0	0	0								
21	-	-	-	-	-	-								
22	1	1	1	0	1	1								
23	1	1	0	0	0	0								
T	11	15	10	9	5	5								
%	61	83	62	56	31	31								

Claves:

ed: Energía decreciente

em: Energía máxima

ec: Energía creciente

rn: Rapidez nula

rc: Rapidez creciente

pi: Punto de inflexión

4.3.1.4 Estadística y análisis de respuestas del cuestionario de cambio #1.

Problema #1: Los puntos donde la varilla tiene temperatura cero fueron señalados acertadamente por el 85% aunque el 28% sólo indicaron el primer punto. El punto con mayor valor de temperatura fue identificado por la totalidad de los estudiantes. Dentro del cuestionario intermedio #1 problema #3 de estructura semejante al presente, se obtuvo un 82% en esta misma pregunta. El intervalo de la varilla con temperatura decreciente fue apuntado correctamente por el 71%, llamando la atención la respuesta $x = 3.5$ del estudiante #4 el cual trata de decir $x \geq 3$, la estudiante #9 responde "En la abscisa disminuye su velocidad de 3 en adelante" este comentario sugiere que la gráfica le está evocando la enseñanza del movimiento a que recientemente fue sometida.

El 38% definió correctamente el tramo de la varilla en el cual la rapidez con que varía la temperatura está disminuyendo, en algunas respuestas se confunde la disminución del valor de la temperatura con la disminución de su correspondiente rapidez.

La gráfica de la rapidez fue bosquejada adecuadamente por un reducido 33% sugiriendo la existencia de gran dificultad en esta actividad. Este porcentaje es el mismo que el registrado en el cuestionario intermedio #2 problema #3e). Un alto 38% dibujó una curva con la condicionante correcta de valer cero la rapidez en el punto máximo de la temperatura pero el resto de la figura incorrecta, como se muestra en el ejemplo de la figura (a) siguiente:

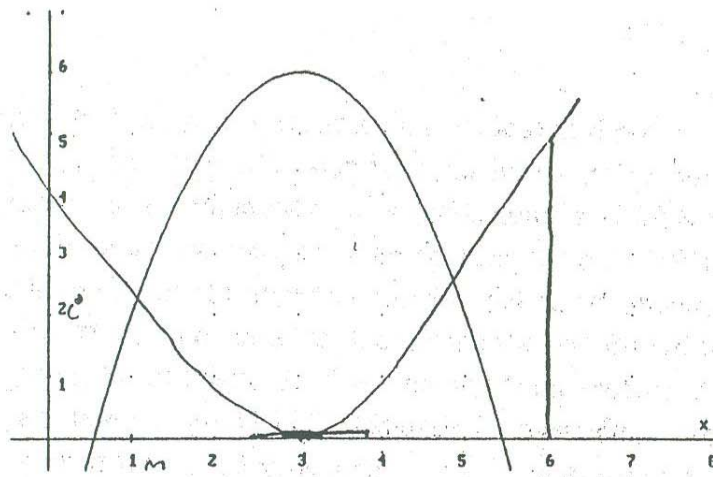


Figura (a)

Sólo un 23% acertó estrictamente en el intervalo de rapidez positiva, pero del grupo de 38% del párrafo anterior 28 % (respecto al total) en su propia versión de gráfica identificaron la parte derecha de la figura como la respuesta confundiendo rapidez con la rapidez de la rapidez .

En cuanto al bosquejo de la gráfica de la rapidez con que varía la rapidez de la temperatura sólo 2 estudiantes lo lograron, los mismos que han tenido un desempeño extraordinario. Poco trabajo se ve en este inciso y comentarios como " no le entendí" o el espacio en blanco lo cual sugiere que este nivel de abstracción no fue alcanzado tal cual se observa en el cuestionario intermedio #1 problema 3d) con un 4% de éxito

Problema #2. El 12% de los estudiantes no siguieron las indicaciones del problema sino que se dedicaron a responder las preguntas del mismo, en caso de respuesta acertadas se les consideró en la estadística exitosa. El 81% cambió con éxito la primer pregunta por la de que el globo está desinflado.

El mismo porcentaje de 81% anota que el globo se está inflando como equivalente al alejamiento del origen. En el examen intermedio #1 problema 3a) se registró un porcentaje del 39%, datos aparentemente

contradictorios. En cuanto al máximo inflamamiento del globo, 93% lo lograron en comparación con la pregunta similar en los cuestionarios intermedios donde se tuvo 82%. El incremento de la rapidez de inflamamiento o de desinflamamiento lo acertó el 68% haciendo referencia al 47% del problema del cuestionario intermedio equivalente. Un 93% identificó la velocidad nula con el instante en que el globo ni se infla ni se desinfla. Un relativamente alto 56% tradujo "aceleración nula" por "la rapidez con la que se infla o desinfla el globo es constante" en contraposición con el cuestionario intermedio correspondiente que arrojó un 4%.

Problema #3. La pregunta fue contestada correctamente por el 75% de los estudiantes mientras que el 18% señalaron el cruce de las curvas como la solución. El cuestionario intermedio #1 contiene el problema #2 el cual es semejante al actual encontrándose allí un 43% de éxito y un 39% en el cruce. Lo anterior revela una aparente contradicción puesto que se esperaría que en el contexto del movimiento se tuvieran resultados más altos que en otros .

Problema #4. El 61% mencionó certeramente el intervalo donde se tiene un decremento en la energía mecánica, de entre los que fallaron algunos confundieron la variación de la magnitud con la variación de la rapidez de la magnitud, confusión que se ha presentado en otros problemas. El 83% marcó exitosamente el punto de mayor valor de la energía porcentaje alto puesto que la respuesta se percibe por el sentido de la vista sin hacer mayor reflexión. El 62% identificó adecuadamente el intervalo donde la energía aumenta, porcentaje semejante al inciso a) y también con la misma confusión arriba mencionada. El 56% marcó los instantes donde la rapidez vale cero, a

pesar de percibirse directamente por el sentido de la vista. El bajo porcentaje alcanzado sugiere la no correcta asimilación de la relación entre la pendiente de la tangente y la rapidez. Un bajo 31% tuvo éxito en definir el periodo en el cual la rapidez es creciente, de entre los errores que se repiten está el olvidar la presencia del punto de inflexión, lo cual se corrobora en la indagación del inciso f) donde también sólo un 31% acertó y el 22% supone que la respuesta son los puntos de valor máximo y mínimo relativos. El punto de inflexión debido a su naturaleza más abstracta que el máximo o mínimo es al parecer la razón de su dificultad así como su significado en el movimiento "la rapidez con la que varía la energía deja de crecer y comienza a decrecer" lo cual no es tan directo comparado con crecimientos o decrecimientos de la magnitud variable o su rapidez correspondiente.

4.3.2 cuestionario de cambio de contexto # 2

4.3.2.1 Objetivo, características y evaluación del cuestionario de cambio #2

Objetivo: Este cuestionario tiene la intención de detectar las dificultades y obstáculos que los estudiantes presentan al intentar transferir los conocimientos asimilados de la variación en el contexto del movimiento al contexto de la física, todo ello en la representación numérica de la variación.

Características: Una característica común a los dos problemas que conforman este cuestionario es que son planteados en la representación numérica de la variación. Otra, es que las preguntas son en el mismo tenor que el cuestionario intermedio #2 teniendo por diferencia que el contexto se está cambiando. El problema #1 en el tema de temperaturas suministrando la información en forma de tabla, indaga sobre la lectura de la misma así como la construcción de la de rapidez. El problema #2, planteado en el contexto de la mecánica en el tema de trabajo y potencia, investiga sobre la lectura de la tabla sobre el trabajo y el concepto de potencia media.

Criterios de evaluación:

Problema #1. Se evalúa si se consideran los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la magnitud variable de temperatura así como la rapidez correspondiente.

Problema #2. Se evalúa si se identifica el mayor variable de trabajo así como el calcula la potencia media a partir de los datos de la tabla.

Cuestionario de cambio # 2 problema 1

Nombre: _____ fecha: _____

FAVOR DE CONTESTAR EN LA HOJA ANEXA

1. En la ciudad de Mexicali, durante el mes de julio del 2000 se registraron las siguientes temperaturas máximas por día en el laboratorio de meteorología del Instituto de Ingeniería de la UABC:

Día	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Temp.	108	110	110	115	116	118	117	113	113	114

Con la temperatura medida en grados Fahrenheit. Con estos datos contesta lo que se te pide:

- ¿Entre qué días estuvo aumentando la temperatura ?
- ¿Entre qué días estuvo disminuyendo ?
- ¿Puedes estimar la temperatura del día 31?
- Construye una tabla de la rapidez con la que cambia la temperatura entre días sucesivos.
- ¿Entre qué días se tuvo el máximo incremento en la temperatura ?
- ¿ Cuándo la rapidez es nula?

2. Si a un cuerpo se le aplica una fuerza F (Newtons) en una distancia d (metros) se dice que se ha hecho un trabajo W (Joules) siendo la expresión para calcularlo $W = F \cdot d$ Joules. La rapidez con la que se hace el trabajo respecto al tiempo se llama potencia P (Watts). En el laboratorio de física se tomaron los siguientes datos de un experimento

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W	2	4	5	10	8	6	5	6	7	9

Donde t está en segundos y W en Joules. Encuentra lo que se te pide.

En qué instante o instantes se cumple qué:

- Se tiene la mayor cantidad de trabajo
- El trabajo está creciendo
- Calcula la potencia media entre $t=5$ y $t=8$ segundos
- Calcula la potencia media entre $t=3$ y $t=7$ segundos
- La potencia está disminuyendo

Cuestionario de cambio # 2 problemas 1 y 2. Hoja de respuestas.

Nombre:

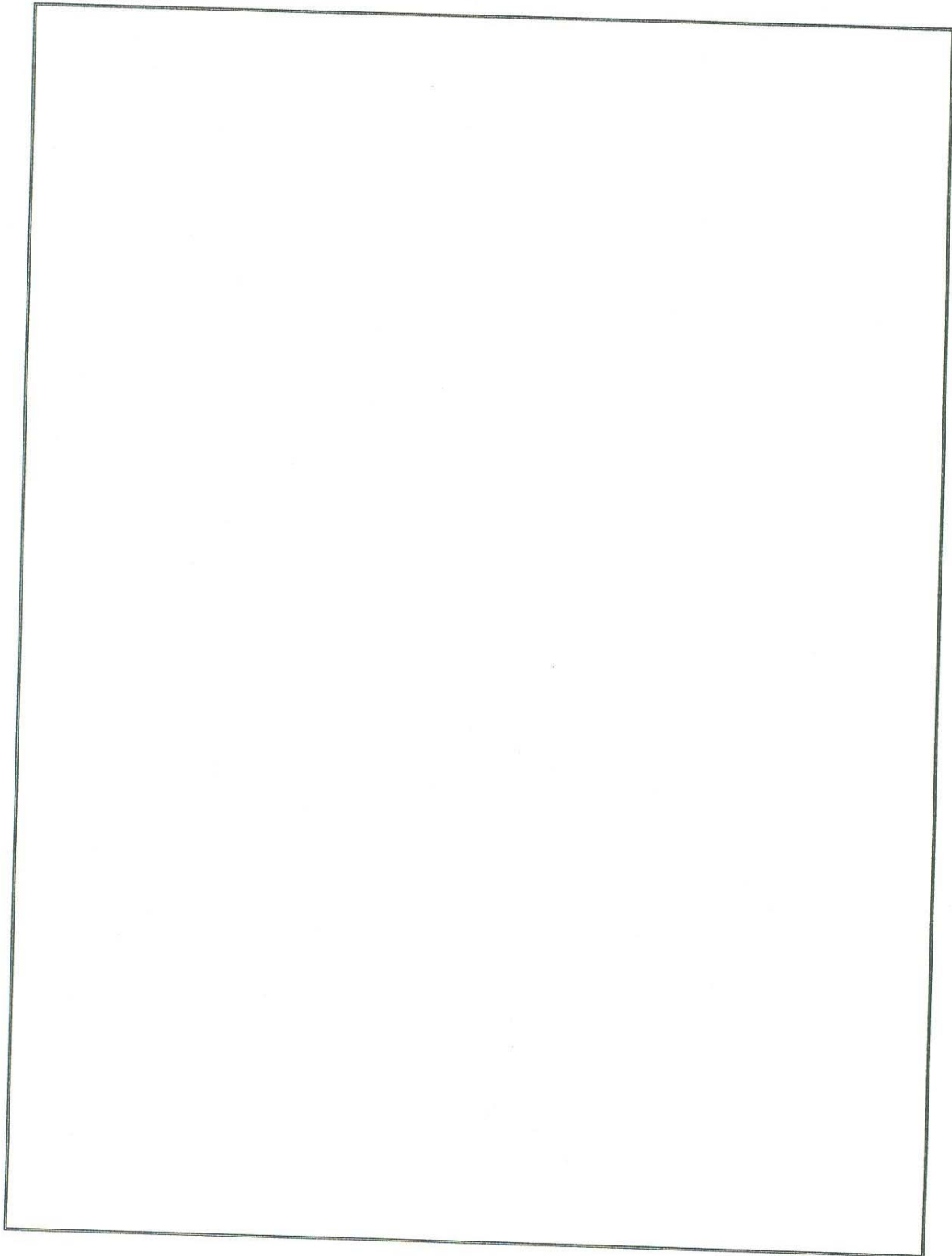
A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their answers to the questions.

Tabla de resultados del cuestionario de cambio #2 problema 1

	tc	td	es	ct	rm	Rn									
1	-	-	-	-	-	-									
2	1	1	0	0	1	1									
3	1	1	1	0	0	1									
4	0	0	1	0	0	0									
5	1	1	1	1	0	0									
6	0	0	1	0	0	1									
7	1	1	0	0	1	1									
8	1	1	1	1	0	1									
9	1	1	0	1	0	1									
10	1	1	1	1	1	1									
11	1	1	1	0	0	1									
12	0	1	0	0	0	1									
13	1	1	1	1	0	1									
14	1	1	1	1	1	1									
15	1	1	1	1	1	1									
16	1	1	0	1	1	1									
17	0	0	0	0	0	0									
18	-	-	-	-	-	-									
19	-	-	-	-	-	-									
20	1	0	0	1	1	0									
21	1	0	1	1	0	0									
22	-	-	-	-	-	-									
23	0	1	1	0	0	1									
T	14	14	12	10	7	14									
%	73	73	63	52	36	73									

Claves:

Tc: Temperatura creciente

Td: Temperatura decreciente

Es: Estimación

ct: Construcción de tabla

rm: Rapidez máxima

rn: Rapidez nula

Tabla de resultados del cuestionario de cambio #2 problema 2

	tm	tc	P5	P3	Pd									
1	-	-	-	-	-									
2	1	1	0	0	0									
3	1	1	1	0	0									
4	1	0	1	1	0									
5	1	1	0	0	0									
6	1	0	1	1	0									
7	1	1	1	1	0									
8	1	1	1	1	0									
9	1	1	1	1	0									
10	1	1	1	1	0									
11	1	1	1	0	0									
12	1	1	0	0	0									
13	1	1	1	0	0									
14	1	1	1	1	0									
15	1	1	1	1	0									
16	1	1	1	1	0									
17	1	0	0	0	0									
18	-	-	-	-	-									
19	-	-	-	-	-									
20	1	0	1	1	0									
21	1	0	1	1	0									
22	-	-	-	-	-									
23	0	0	0	0	0									
T	18	13	14	11	0									
%	94	68	73	57	0									

Claves:

Tm: Trabajo máximo

Tc: Trabajo creciente

P5: Potencia media 5-8

P3: Potencia media 3-7

pd: Potencia decreciente

4.3.2.4 Estadística y análisis de respuestas del cuestionario de cambio #2

Problema #1. El intervalo en días de incremento en la temperatura fue leído en la tabla por el 73%, porcentaje similar al de leer los días de disminución de la temperatura, algunos estudiantes se confundieron al precisar los extremos del intervalo. En cuanto a la estimación de la temperatura del día 31, 63% escribieron valores aceptables. La tabla con la rapidez de variación de la temperatura fue construida por el 52% de los estudiantes valor similar al

60 % obtenido en ejercicio similar en el cuestionario intermedio #2. 26% de los estudiantes en lugar de la tabla construyeron gráficas actividad que no les había sido requerida. El día de incremento máximo en la temperatura fue identificado por un bajo 36%, mientras que el 73% señaló los días de rapidez nula es decir de igual temperatura.

Problema #2. El valor máximo del trabajo fue encontrado por el 94% puesto que corresponde a una lectura directa de la tabla. El 68% reconoció el intervalo donde la magnitud del trabajo está creciendo. El cálculo de la potencia media para los dos intervalos fue efectuado por el 73 y el 57% respectivamente. Ningún estudiante fue exitoso en la respuesta de la potencia decreciente, habiendo dado el intervalo donde la magnitud del trabajo disminuye, generándose una vez mas la confusión entre la variación de la magnitud y la rapidez de la variación de la magnitud. También se observa tendencia a dar como respuesta un intervalo cuando la respuesta

correcta son dos intervalos. Así como privilegiar respuestas puntuales sobre las de intervalo.

